

<論 文>

等係數 유한요소를 사용한 2차원 열전달 시스템의 형상 최적설계†

유 영 면* · 박 찬 우*

(1986년 9월 9일 접수)

Shape Optimal Design of a 2-D Heat Transfer System with the Isoparametric Finite Element

Yung M. Yoo and Chan W. Park

Key Words: Shape Optimal Design(형상 최적설계), Heat Transfer System(열전달 시스템)
Isoparametric Finite Element(등계수 유한요소), Material Derivative(전미분)
Gradient Projection Method(미분벡터 투영법)

Abstract

In this study a method of shape optimization is applied to two dimensional heat transfer system. For this the optimization problem is defined in a functional form including cost, constraints and the system governing equation. Then the material derivative concept in continuum mechanics and the adjoint variable method are employed for the shape design sensitivity analysis. With the sensitivity analysis results, an optimum is sought with the gradient projection optimization algorithm. The two dimensional isoparametric finite elements are used for accurate analysis and sensitivity calculations.

The above method is employed to find the boundary shape to achieve a desired temperature distribution along a segment of the boundary subject to the maximum area constraint.

기 호 설 명

A_0 : 모델의 면적 제한치
 $[B]$: 절점온도-온도변화율 관계행렬
 b : 설계 변수
 h : 대류 계수
 $[J]$: Jacobian 행렬

k : 열전도 계수
 $[N]$: 형상함수
 T : 온도
 $\{x\}$: 절점 x 좌표
 $\{y\}$: 절점 y 좌표
 Γ : 모델영역의 경계

† 1986년도 대한기계학회 춘계 학술대회(6.28)에서 발표

* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

$\|\delta b_{11}\|$: 목적함수에 의한 설계변수 변화율의 norm
 $\{\theta\}$: 절점온도

- ψ_0 : 목적함수
- ψ_1 : 제한조건 함수
- Ω : 모델영역의 내부

1. 서 론

기계 설계시 형상 최적설계의 필요성은 항상 발생하나 일반적인 설계 문제와는 달리 결정해야 할 설계 변수가 문제가 정의되는 영역의 형상이므로 기존의 방법으로 취급하기 어려운 점이 있어 크게 발달되지 못하였다. 그러나 80년대에 들어서 설계의 변화에 따른 형상의 변화를 연속체 역학에서 정의하는 전미분(material derivative) 개념으로 해석하여⁽¹⁾ 탄성 구조물 형상 최적설계에 사용할 수 있음이 밝혀졌다⁽²⁾. 이 방법을 사용하면 상태방정식을 변분형으로 변환하고 전미분방법과 adjoint variable 방법을 이용하여 형상 변화에 따른 설계민감도를 구할 수 있으며, 최적화 기법을 이용한 형상 최적설계가 가능하다. 본 연구에서는 열전달문제 역시 변분형으로 전환될 수 있음에 착안하여 전미분 개념을 도입해서 전도와 대류가 있는 열전달모델에서 주어진 면적 제한조건을 만족시키며 지정된 경계에서의 온도가 주어진 온도에 가장 근접할 수 있는 모델의 형상을 찾는 방법을 연구하였다. 어떤 물질의 열전달 상태를 바꾸어 경계에서의 온도를 원하는 바대로 조정하는 문제는 실제 공장에서 중요한 경우가 많다. 해석시 열전달 상태 방정식과 adjoint식은 6절점 삼각형 등계수 요소의 유한 요소법을 이용하여 해석하였다. 설계민감도의 정확한 계산을 위해서는 임의의 형상변화에 따른 경계에서의 수치적분이 정확해야 하므로 경계를 곡선으로 표시할 수 있는 등계수 요소가 필요하다. 설계 민감도 해석이 진행된 후에는 최적화 기법의 하나인 미분벡터 투영법(Gradient Projection Method)⁽³⁾을 사용하여 최적화를 시도했다. 최적설계 과정에서 매번 계산결과에 의해 형상의 변화가 진행되므로 그때마다 유한 요소 모델을 적절히 변화시켜 주어야 한다. [모델의 경계는 3차함수로 근사화하여 형상이 부드러운 곡선이 되도록 했으며, 설계변수는 근사화한 3차함수를 결정할 수 있도록 정하면 되나 본 연구에서는 모델의 변화에 따른 y좌표의 변화는 없다고 가정하여 모델경계의 세점을 위해 그 점들의 x좌표를 설계변수로 했다.

2. 최적화 문제의 정의

본 연구에서 고려된 열전달 모델은 Fig. 1에 나타

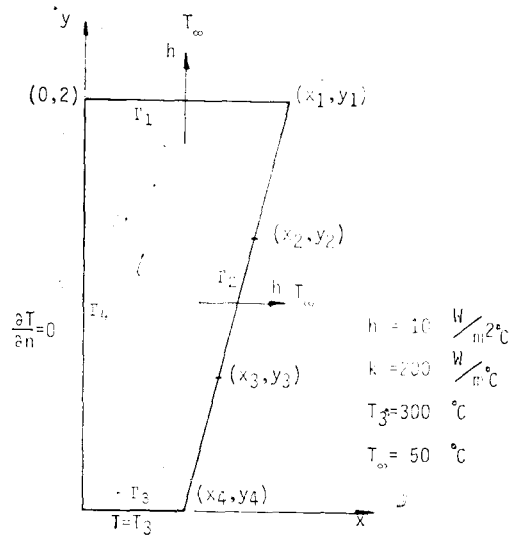


Fig. 1 Heat transfer model

난 바와 같다. 전도체 내부는 Ω , 경계는 각각 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ 로 구별하였으며 Γ_1, Γ_2 에서는 대류 열전달이 일어나고 Γ_3 에서는 $T=T_3=300^\circ\text{C}$ 로 일정하고 Γ_4 는 절연되어 있다고 가정하였다.

이 시스템을 지배하는 상태방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \theta &= 0 && \text{in } \Omega \\ \theta &= 0 && \text{on } \Gamma_3 \\ \frac{\partial \theta}{\partial n} &= 0 && \text{on } \Gamma_4 \\ \frac{\partial \theta}{\partial n} &= -\frac{h}{k}(\theta - \theta_\infty) && \text{on } \Gamma_1 \& \Gamma_2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $\theta = T - T_3$, $\theta_\infty = T_\infty - T_3$ 를 각각 나타낸다. 형상 최적설계를 위한 목적함수와 제한조건은 다음과 같다.

$$\psi_0 = \int_{\Gamma_1} (\theta - \theta_1)^2 d\Gamma \quad (2)$$

$$\psi_1 = \int_{\Omega} d\Omega \leq A_0 \quad (3)$$

여기서 $\theta_1 = T_1 - T_3$ 는 Γ_1 에서 주어진 상수값이며 A_0 는 면적의 최대값이다. 즉 식 (1)을 만족시키는 모델의 면적이 A_0 보다 작으면서 Γ_1 에서의 온도가 T_1 에 가장 가까워지는 형상 Ω 를 찾는 최적화 문제이다. 최적화 과정에서 Γ_1, Γ_4 는 변하지 않도록 하며 Γ_3 는 수평 방향만 이동이 가능하도록 하고 Γ_2 는 임의로 변화 가능하도록 하였다. 이때 설계변수는 x_2, x_3, x_4 로 하여 Γ_2 가 변화하도록 하고 x_1, y_1, y_2, y_3, y_4 는 변하지 않는 것으로 가정하였다.

3. 상태 방정식의 변분화 및 민감도 해석

상태 방정식 (1)에 대한 변분식 (variational equation)은 참고문헌(4)이 이론을 하용하여 다음과 같이 표시된다.

$$\int_{\Omega} \nabla \theta \nabla v d\Omega + \int_{r_1 \cup r_2} \frac{h}{k} (\theta - \theta_{\infty}) v d\Gamma = 0, \quad v \in K \quad (4)$$

여기서 $K = \{v | v \in H^1(\Omega), v = 0 \text{ on } \Gamma_3\}$ 로 표시되는 admissible set이며 $H^1(\Omega)$ 는 $H^1(\Omega) = \{v \in \mathcal{D}'(\Omega) | \partial^{\alpha} v \in L^2(\Omega), |\alpha| \leq 1\}$ 로 표시되는 1차 Sobolev space이다. 이때 $\mathcal{D}'(\Omega)$ 는 compact support를 갖고 무한히 미분가능한 C_0^{∞} 의 dual space, 즉 distribution space이다. 온도분포 θ 는 식 (4)로부터 유한요소 해석을 통하여 수치적으로 구해될 수 있다.

형상 최적설계를 위해서는 형상의 변분 (variation)을 정의해야 한다. Fig. 2에서와 같이 Ω 내의 모든 x 점에 대한 속도장 (velocity field) $V(x)$ 를 정의하여

$$x_t = x + tV(x) \quad (5)$$

$$\theta_t(x_t) = \theta_t\{x + tV(x)\} \quad (6)$$

로 나타내고 θ' 을

$$\theta'(x) = \frac{\partial \theta_t(x)}{\partial t} \quad (7)$$

로 정의하면 문제의 영역에서 정의되는

$$\phi_0 = \int_{\Omega} F(\theta_t) d\Omega \quad (8)$$

또는 문제의 영역 경계에서 정의되는

$$\phi_r = \int_{\Gamma} G(\theta_t) d\Gamma \quad (9)$$

에 대한 변분을 연속체 역학의 전미분 (material derivative) 개념을 이용하여 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽²⁾

$$\delta \phi_0 = \int_{\Omega} F_{\theta} \theta' d\Omega + \int_{\Gamma} F(\theta_t) \dot{D} d\Gamma \quad (10)$$

$$\delta \phi_r = \int_{\Gamma} \{G_{\theta} \theta' + (\nabla G \cdot n + GH) \dot{D}\} d\Gamma + (V_1 n_2 - V_2 n_1) G \Big|_A^B \quad (11)$$

여기서 F_{θ} , G_{θ} 는 각각 F , G 의 θ 에 대한 미분을 나타내고 $\dot{D} = V \cdot n$, n 은 경계에서 영역의부로 향한 법선방향 단위벡터, H 는 곡률, A , B 는 경계 Γ 의 양끝점을 나타낸다.

식 (10), (11)을 이용하여 식 (2), (3)에 대한 변분을 구하면 다음과 같다.

$$\delta \phi_0 = \int_{r_1} 2(\theta - \theta_1) \theta' d\Gamma + \int_{r_1} \left\{ 2(\theta - \theta_1) \frac{\partial \theta}{\partial n} + (\theta - \theta_1)^2 H \right\} \dot{D} d\Gamma + (V_1 n_2 - V_2 n_1) (\theta - \theta_1)^2 \Big|_A^B \quad (12)$$

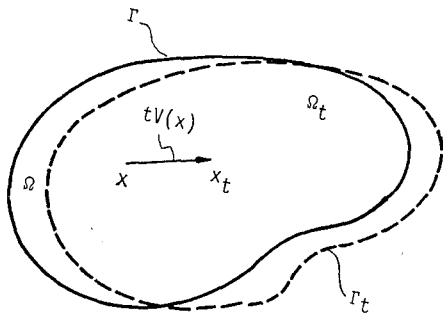


Fig. 2 Variation of domain

$$\delta \phi_1 = \int \dot{D} d\Gamma \quad (13)$$

식 (12)에서 θ' 를 속도장 V 의 함수로 나타내어 영역의 변화에 대한 ϕ_0 의 민감도를 구할 수 있으므로 다음과 같은 adjoint equation을 만든다.

$$\int_{\Omega} \nabla \xi \nabla \lambda d\Omega + \int_{r_1 \cup r_2} \frac{h}{k} \xi \lambda d\Gamma = \int_{r_1} 2(\theta - \theta_1) \xi d\Gamma, \quad v \xi \in K \quad (14)$$

상태 방정식 (4)의 변분을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{d}{dt} (\nabla \theta \nabla v) d\Omega + \int_{\Gamma} \nabla \theta \nabla v \dot{D} d\Gamma + \int_{r_1 \cup r_2} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{h}{k} (\theta - \theta_{\infty}) v \right\} d\Gamma + \int_{r_1 \cup r_2} \left[\nabla \left\{ \frac{h}{k} (\theta - \theta_{\infty}) v \right\} \cdot n + H \left\{ \frac{h}{k} (\theta - \theta_{\infty}) v \right\} \right] \dot{D} d\Gamma = \int_{\Omega} \nabla \theta' \nabla v d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \nabla \theta \nabla v' d\Omega + \int_{\Gamma} \nabla \theta \nabla v \dot{D} d\Gamma + \int_{r_1 \cup r_1} \frac{h}{k} \theta' v d\Gamma \\ & + \int_{r_1 \cup r_2} \frac{h}{k} (\theta - \theta_{\infty}) v' d\Gamma + \int_{r_1 \cup r_2} \frac{h}{k} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial n} v + (\theta - \theta_{\infty}) \frac{\partial v}{\partial n} + H(\theta - \theta_{\infty}) v \right\} \dot{D} d\Gamma = 0 \quad (15) \end{aligned}$$

식 (15)에서 $v' \in K$ 이면 식 (4)에 의해 둘째항과 다섯째항은 소거된다. $\theta' \in K$ 인 경우에 식 (12), (14), (15)를 비교하면

$$\begin{aligned} \delta \phi_0 = & - \int_{\Gamma} \left[\nabla \theta \nabla \lambda \dot{D} d\Gamma - \int_{r_1 \cup r_2} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial n} \lambda + (\theta - \theta_{\infty}) \frac{\partial \lambda}{\partial n} + H(\theta - \theta_{\infty}) \lambda \right\} \dot{D} d\Gamma + \int_{r_1} 2(\theta - \theta_1) \frac{\partial \theta}{\partial n} \right. \\ & \left. + (\theta - \theta_1)^2 H \right] \dot{D} d\Gamma + (V_1 n_2 - V_2 n_1) (\theta - \theta_1)^2 \Big|_A^B \quad (16) \end{aligned}$$

로 되며 모델 경계의 수직방향 속도장을 설계변수 b 를 사용하여

$$\dot{D} = V \cdot n = A(x) \cdot \delta b \quad (17)$$

로 나타낼 수 있으면 식 (16)은 다음과 같이 된다.

$$\delta \phi_0 = - \left\{ \int_{\Gamma} \nabla \theta \nabla \lambda A(x) d\Gamma \right\} \delta b - \left[\int_{r_1 \cup r_2} \left\{ \frac{h}{k} \left(\frac{\partial \theta}{\partial n} \lambda \right. \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + (\theta - \theta_\infty) \frac{\partial \lambda}{\partial n} + H(\theta - \theta_\infty) \lambda \} A(x) d\Gamma] \delta b \\
 & + \left[\int_{\Gamma_1} \left\{ 2(\theta - \theta_1) \frac{\partial \theta}{\partial n} + (\theta - \theta_1)^2 H \right\} A(x) \right. \\
 & \left. d\Gamma \right] \delta b + (V_1 n_2 - V_2 n_1) (\theta - \theta_1)^2 \Big|_A^B \quad (18)
 \end{aligned}$$

이로써 Nonlinear Programming Technique 을 사용하면 형상 최적설계에 대한 수치적 결과를 얻을 수 있다.

4. 계산 방법

유한요소 해석을 위해서 Fig. 3 과 같은 6절점 삼각형 등계수 요소를 사용했다. 이때 온도분포 θ 와 x, y 좌표를 형상함수 $[N]$ 과 절점에서의 온도 $\{\theta\}$, 절점의 좌표 $\{x\}, \{y\}$ 를 사용하여 표시하면 다음과 같다⁽⁵⁾.

$$\begin{aligned}
 \theta &= [N] \{\theta\} \\
 \nabla \theta &= [B] \{\theta\} \\
 x &= [N] \{x\} \\
 y &= [N] \{y\}
 \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 [B] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial X} & \frac{\partial N_2}{\partial X} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial X} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial y} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial L_1} & \frac{\partial y}{\partial L_1} \\ \frac{\partial x}{\partial L_2} & \frac{\partial y}{\partial L_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial L_1} & \frac{\partial N_2}{\partial L_1} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_1}{\partial L_2} & \frac{\partial N_2}{\partial L_2} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial L_2} \end{bmatrix} \\
 &= [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial L_1} & \frac{\partial N_2}{\partial L_1} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_1}{\partial L_2} & \frac{\partial N_2}{\partial L_2} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial L_2} \end{bmatrix} \quad (20)
 \end{aligned}$$

상태방정식 (4) 와 adjoint equation (14) 를 유한요소 형상함수를 사용하여 표시하면 각각

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \sum_{i=1}^L \int_{\Omega_i} [B]^T [B] d\Omega + \sum_{i=1}^M \frac{h}{k} \int_{\Gamma_i} [N]^T [N] d\Gamma \right\} \{\theta\} \\
 & = \sum_{i=1}^M \frac{h}{k} \theta_\infty \int_{\Gamma_i} [N]^T d\Gamma \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \sum_{i=1}^L \int_{\Omega_i} [B]^T [B] d\Omega + \sum_{i=1}^M \frac{h}{k} \int_{\Gamma_i} [N]^T [N] d\Gamma \right\} \{\lambda\} \\
 & = \sum_{i=1}^M \int_{\Gamma_i} 2([N] \{\theta\} - \theta_1) [N]^T d\Gamma \quad (22)
 \end{aligned}$$

로 되며 이 두 식은 같은 stiffness matrix 를 사용하여 풀 수 있음을 알 수 있다. 여기서 L 은 요소의 수, M 은 복사가 일어나는 Γ_1, Γ_2 에서의 요소경계의 수, N

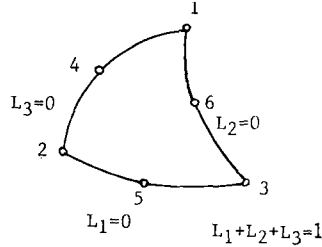


Fig. 3 Triangular isoparametric element

은 Γ_1 에서의 요소경계의 수이다. 수치적분을 위해서 면적적분에 해당하는 항을 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_i} [B]^T [B] d\Omega = \int_0^1 \int_0^{1-L_1} [B]^T [J]^{-T} [J]^{-1} [B] |J| \\
 & dL_2 dL_1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [J]^{-T} [J]^{-1} [B] |J| \\
 & \frac{1-L_1}{4} dt_1 dt_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W(i) W(j) [B]^T [J]^{-T} \\
 & [J]^{-1} [B] |J| \frac{1-L_1}{4} \quad (23)
 \end{aligned}$$

여기서 $W(i), W(j)$ 는 적분점에 해당하는 Gaussian quadrature rule 에 따른 weighting factor 이다. 경계적분은 요소의 어느 경계를 따라 적분하느냐에 따라 ($L_1=0$ 또는 $L_2=0$ 또는 $L_3=0$) 수식을 선택하여 역시 gaussian quadrature rule 에 따라 수치적분 할 수 있다. 이로써 각 절점에서의 온도분포 $\{\theta\}$ 와 adjoint variable $\{\lambda\}$ 의 값을 구할 수 있다. 최적화 과정에서 매번 계산 결과에 따라 식 (21), (22) 를 다시 풀어야 하므로 계산의 간편화와 computer 기억 저장장소의 절약을 위해 sparse matrix symbolic factorization technique 을 사용했다⁽⁶⁾. 유한요소 해석 후에는 민감도 해석 결과를 이용하여 Nonlinear Programming Method 를 사용하여 문제를 최적화 한다. 최적화 과정에서 Γ_1, Γ_4 는 변하지 않도록 하며 Γ_3 는 수평방향만 이동이 가능하도록 하고 Γ_2 는 다음과 같이 3차함수로 근사화하여 Γ_2 의 변화에 따른 최적화를 실시한다.

$$x = a_1 + a_2 y + a_3 y^2 + a_4 y^3 \quad (24)$$

Fig. 1 에서 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ 의 네 점에 의하여 식 (24) 의 곡선이 결정되도록 하면 a_1, a_2, a_3, a_4 는

$$\begin{bmatrix} 1 & y_1 & y_1^2 & y_1^3 \\ 1 & y_2 & y_2^2 & y_2^3 \\ 1 & y_3 & y_3^2 & y_3^3 \\ 1 & y_4 & y_4^2 & y_4^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

로 결정되며 최적설계 과정에서 x_1 은 변하지 않는 것으로 하고 x_2, x_3, x_4 를 설계변수로 하여 각각 b_1, b_2, b_3 로 나타내고 y_1, y_2, y_3, y_4 는 고정된 값으로 하여

$$[C_{i,j}] = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & y_1^2 & y_1^3 \\ 1 & y_2 & y_2^2 & y_2^3 \\ 1 & y_3 & y_3^2 & y_3^3 \\ 1 & y_4 & y_4^2 & y_4^3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

로 나타내면

$$x = (C_{11} + C_{21}y + C_{31}y^2 + C_{41}y^3)x_1 + (C_{21} + C_{22}y + C_{32}y^2 + C_{42}y^3)x_2 + (C_{13} + C_{23}y + C_{33}y^2 + C_{43}y^3)x_3 + (C_{14} + C_{24}y + C_{34}y^2 + C_{44}y^3)x_4 \quad (27)$$

로 되어,

$$V = (C_{12} + C_{22}y + C_{32}y^2 + C_{42}y^3)\delta b_1 + (C_{13} + C_{23}y + C_{33}y^2 + C_{43}y^3)\delta b_2 + (C_{14} + C_{24}y + C_{34}y^2 + C_{44}y^3)\delta b_3 \quad (28)$$

로 나타낼 수 있다. 또한 식 (18)의 민감도 계산을 위한 변수들은 다음과 같다.

$$n_1 = \frac{f'}{\sqrt{1+f'^2}} \quad (29)$$

$$n_2 = \frac{-1}{\sqrt{1+f'^2}} \quad (30)$$

$$H = \frac{-f''}{(1+f'^2)^{3/2}} \quad (31)$$

여기서, $f' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{a_2 + 2a_3y + 3a_4y^2}$

$$f'' = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-(2a_3 + 6a_4y)}{(a_2 + 2a_3y + 3a_4y^2)^3}$$

식 (18)의 경계적분시에 Γ_2 위의 각 절점들의 위치는 b_1, b_2, b_3 에 의하여 식 (27)로부터 결정하고 적분시에는 등계수요소의 경계를 따라 적분했다. 식 (21), (22)의 유한요소 해석결과와 식 (18)의 민감도 계산

결과를 사용하여 최적화 과정을 거치면 매번 계산결과에 따라 모델의 영역이 변화하며 이에 따라 모델영역을 요소로 재분할 해야한다. 이때 요소들의 크기를 유사하게 조절하여 유한요소 해석의 정확도를 높이기 위하여 각 y좌표에 따른 x좌표의 길이를 각 요소마다 같게 재조정하였다.

5. 계산결과 및 결론

제 4장에서 설명된 방법에 의하여 목적함수 및 제한 조건의 설계변수에 대한 민감도 계수를 계산하고 비선형 프로그램(Nonlinear Programming) 최적화 이론을 이용하여 반복적으로 최적설계를 진행하게 된다. 본 연구를 위해서는 참고문헌⁽³⁾에 수록된 Gradient Projection Method를 사용했다. 본 논문에서 제시된 열전달 모델의 최적 설계를 위해서 $\theta_1 = -50(T_1 = 250^\circ C)$, $A_0 = 1.6m^2$ 를 사용하였다. 모델 면적이 A_0 보다 작으면 목적함수 값이 최소로 되도록 할 때 Fig. 1의 모델을 최적설계로 하였으며 이때 $x_1 = 1, y_1 = 2, x_4 = 0.5, y_4 = 0$ 으로 하였으며 x_2, x_3 는 모델의 높이를 3등분하는 y_2, y_3 에 대하여 $(x_1, y_1), (x_4, y_4)$ 를 잇는 직선상에 있도록 하였다. 이와 같은 최적설계의 목적함수 값은 116.40 이고 $\|\delta b_1\| = 1058.39$ 이며 이때의 온도분포는 Fig. 4에 나타난 바와 같다. 최적화 후의 목적함수값은 17.45로, $\|\delta b_1\| = 1.75$ 로 각각 감소하였으며 이때 설계변수 x_2, x_3, x_4 가 변화한 모델의 형상과 온도 분

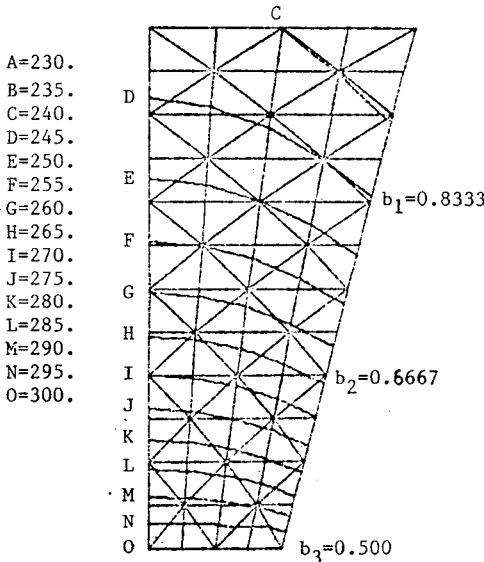


Fig. 4 Temperature distribution before optimization (a)

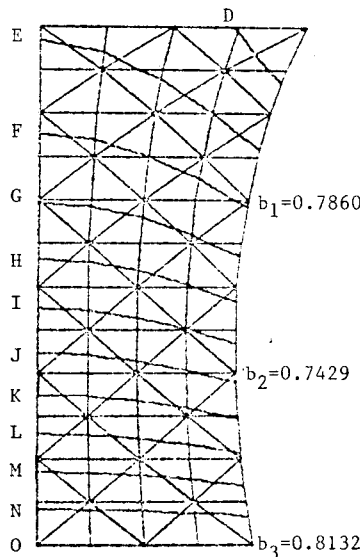


Fig. 5 Temperature distribution after optimization (b)

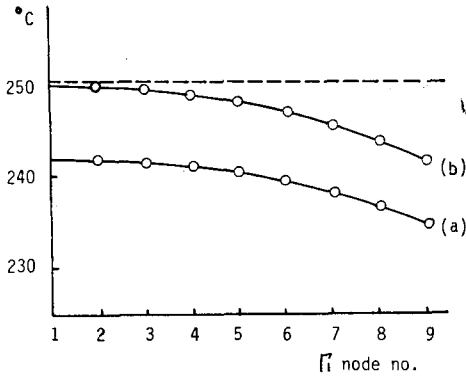


Fig. 6 Temperature distribution on Γ_1

또는 Fig. 5에 도시되었다. 최적설계 전 (a)과 최적설계 후 (b)의 Γ_1 에서의 온도분포는 Fig. 6에 비교되어 있으며 최적설계전의 온도분포인 235.01~241.75°C를 250°C에 근접시키기 위한 모델의 형상은 온도가 균일한 Γ_3 의 길이를 최대로 하면서 b_1 을 줄이고 b_2 를 늘림으로써 전도와 대류를 적절히 조절하여 Γ_1 의 온도를 상승시키는 Fig. 5의 모습으로 변화되었다. 이 때 Γ_1 의 온도는 241.25~249.34°C이고 모델의 면적은 제한조건으로 준 1.6m²이다. 면적 제한조건을 1.6m²보다 크게 잡으면 Γ_1 의 온도분포는 보다더 주어진 온도 $T_1 = 250^\circ\text{C}$ 에 근접할 것으로 판단된다. 형상 최적설계 문제의 민감도 해석시에 저차 요소의 유한 요소법을 사용하면 민감도의 정확도가 떨어지는 것으로 알려져 있으므로⁽⁷⁾ 본 연구에서는 6절점 삼각형 등계수 요소를 사용하여 설계변수를 변화시킬 때 목적함수와 제한조건에의 실제 변화량에 대한 민감도 계산에 의한 변화량 즉 민감도 계수와 설계변수 변화량의 곱한 값을 비교하여 그 정확도가 85% 이상을 유지하도록 하였으며 모델 경계를 3차함수로 근사화하여 최적화 결과에 의

한 모델의 형상이 부드러운 곡선이 되도록 했다.

참 고 문 헌

- (1) Zolesio, J.P., "The Material Derivative (or Speed) Method for Shape Optimization", Optimization of Distributed Parameter Structures (Eds. E.J. Haug and J. Cea), Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, Netherlands, 1980
- (2) E.J. Haug, K.K. Choi, J.W. Hou and Y.M. Yoo, "A Variational Method for Shape Optimal Design of Elastic Structures", New Directions in Optimum Structural Design (Ed. E. Atrek, R.H. Gallagher, K.M. Ragsdell and O.C. Zienkiewicz), Wiley, pp. 105~137, 1984
- (3) E.J. Haug, J.S. Arora, Applied Optimal Design, John Wiley & Sons, 1979
- (4) Karel Rektorys, Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland/Boston-U.S.A., 1977
- (5) S.S. Rao, The Finite Element Method in Engineering, SanDiego State Univ., 1982
- (6) Hung Ly Lam, E.J. Haug, "Numerical Methods for Iterative Structural Optimization with Emphasis on Problems with Repeated Eigenvalues", Technical Report No. 82-6, Center for Computer Aided Design, Univ. of Iowa, 1982
- (7) Yang, R.J. and Choi, K.K., "Accuracy of Finite Element Based Design Sensitivity Analysis", J. of Struct. Mechanics, Vol. 13, No. 2, pp. 223~239, 1985