

<論 文>

非壓縮 粘彈性 圓筒體의 熱荷重 解析

李 永 臣* · 崔 龍 圭**

(1986年 8月 26日 接受)

Thermal Load Analysis in an Incompressible Linear Visco-Elastic Cylinder Bonded to an Elastic Shell

Young-Shin Lee and Young-Kyu Choi

Key Words: Incompressible Linear Visco-Elastic(비압축 선형점탄성), Thermo-Rheological Simplicity(열유동학적 단순성), Herrmann's Reformulation(재수식화), Incremental Time Marching Procedure(점진적 시간증분과정), Margin of Safety(안전여유)

Abstract

A linear thermoviscoelastic material model, whose basis is on incremental constitutive equation that takes complete strain and temperature histories into account, is derived and computerized in the finite element code.

The thermoviscoelastic F.E.M. code which is intended primarily to analyze the cylinder model during the cool-down period, embodies the assumption of linearly elastic bulk and visco-elastic shear responses, thermo-rheologically simple response to temperature change and isotropic thermal expansion.

The verification of computer program is accomplished by first testing it against a closed form solution of A.M. Freudenthal & M. Shinozuka's.

The stress and strain analyses of five cylindrical models are presented and compared with experimental results.

Analytical results are good agreement with experimental results. Margins of safety are evaluated and its allowable ranges are presented.

기 호 설 명

a : 내 경
b : 외 경

c : 비 열
e_{ij} : 전단 변형률
f : 물체력
H : 평균압력합수
I : Herrmann 변분합수

* 正會員, 忠南大學校 工科大學 機械設計學科
** 正會員, 忠南大學校 大學院

K : 체적모듈러스 또는 열전도도
 L_{ij} : 과거응력
 S_{ij} : 전단응력
 T : 온도
 t : 시간
 u : 변위
 V : 체적
 α : 선형 열팽창 계수
 ϵ_{ij} : 변형률
 θ : 체적변형률
 λ : Lamé 상수
 μ : 전단모듈러스
 ν : 포아송비
 ξ : 등가시간
 ρ : 밀도
 σ : 평균압력
 τ_{ij} : 응력
 Φ : 시간-온도 이송함수

1. 서론

고분자물질은 고무, 나무로부터 나일론, 합성고무, 플라스틱까지 일상생활과 밀접한 관계를 맺어 왔으며 최근 유도 병기나 우주 개발에 필요한 추진기관의 고체추진제에까지 활용되고 있다⁽¹⁻⁴⁾.

이러한 고분자물질의 기계적 반응은 금속에 비해 하중에 대한 변위가 크고 시간과 온도에 종속적인 점탄성특성을 갖고 있다.

粘彈性材料는 L. Boltzmann의 중첩원리⁽⁵⁾에 의해積分形態로 수식화 되었으며 D.R. Bland⁽⁶⁾에 의해 삼차원線形粘彈性理論으로 확장되었다. M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry⁽⁷⁾는 시간과 온도에 종속인高分子物質의 기계적 성질에 열유동학적 단순성(thermo-rheological simplicity)이 존재함을 제시하고 W.L. F. 이송계수, a_T 로 온도를時間化함으로써 제반 기계적 성질을單純化하였다.

非壓縮特性이 있는高分子材料는 Navier의 變位方程式으로는 解析이 不可能하고 포아송비(Poisson's ratio)를 0.5에 가깝게 적용할 경우에는 數值的 誤差가 크게 발생하므로 L. R. Herrmann⁽⁸⁾의 재수식화(reformulation) 과정이 요구된다. 粘彈性 解析은 Laplace 변환을 적용한 탄성-점탄성 상응원리^(9,10)를 활용하고 있으나 粘彈性 構造物의 形狀과 荷重 및 境界條件이 복잡한 경우에는 유한요소법에 의한 數值解析

이 요구된다. 기존 유한요소법을 적용한 컴퓨터 코드는 온도구배가 없는 일정모듈러스(modulus)에서만 해석 가능한 quasi-elastic 解析方法을 적용하고 있으나 실제의 경우 外氣溫度 變化에 粘彈性材料의 內部에 溫度勾配가 존재하므로 各要素의 모듈러스가 서로 다르다.

粘彈性的 應力解析은 L.R. Herrmann과 F.E. Pertsch⁽¹¹⁾에 의한 점진적 시간증분과정(Incremental time marching procedure)이라는 수치해석으로 해결할 수 있음을 제시하였다.

粘彈性材料의 熱荷重問題는 quasi-elastic 方法⁽⁴⁾으로 一次 解析後 實驗에 큰 비중을 두어 수행하고 있으나 최근 점탄성재료의 貯藏壽命問題⁽¹²⁾가 대두되면서 실제 외기온도 변화에 대한 점탄성적 熱應力 거동의 해석이 요구되고 있으며 또한 컴퓨터의 보편화와 實驗에 대한 相對的 經濟性으로 上記 方法^(13,14)이 재조명되고 있다.

本 研究에서는 非壓縮 線形 粘彈性材料를 圓筒體로 模型化하여 熱荷重에 대한 거동을 漸進的 時間增分過程을 적용하여 數值解를 제시하고 圓筒體를 製作實驗하여 變形과 破壞를 非破壞檢査를 통해 測定하여 比較檢討하였다. 또한 理論的 數值解와 시편과의 안전율을 각 파괴기준(failure criteria)에 적용하여 非破壞檢査結果와 比較하였다.

2. 構成方程式과 解析方法

2.1 非壓縮 彈性學의 數學的 背景

熱荷重에 대한 탄성학적 構成方程式은 아래와 같다.

$$\tau_{ij,i} = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$\epsilon_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \delta_{ij}\sigma \quad (3)$$

$$KT_{,ii} = \rho C_v \dot{T} + 3\alpha \dot{\epsilon} T \quad (4)$$

式 (4)는 Fourier 熱傳達方程式으로서 독립적으로 활용하여 임의의 점에서의 온도 $T(x, t)$ 를 구할 수 있다.

本 研究에서 고려하는 材料는 非壓縮性이므로 $(1-2\nu)$ 가 분모로 표현되는 Navier 變位方程式으로는 해결할 수 없다. 따라서 平均應力 比例變數, H 를 도입한 Herrmann의 再數式化를 적용하여 해결한다. 즉 熱荷重에 대한 平均應力과 平均應力 比例變數, H 는 다음과 같이 정의한다.

$$\sigma = \frac{1}{3}\tau_{ii} = \frac{(3\lambda+2\mu)}{3}(\theta - 3\alpha\Delta T) \quad (5)$$

$$H = 3\sigma/2\mu(1+\nu) \quad (6)$$

式 (5), 式 (6)을 式 (3)에 代入하면

$$\tau_{ij} = \mu[2\epsilon_{ij} + \delta_{ij}(H - \theta + \alpha \Delta T)] \quad (7)$$

式 (1), 式 (2)를 式 (7)에 代入하면 다음과 같은 變位에 대한 再數式代된 平衡方程式을 얻는다.

$$\mu H_{,i} + \mu u_{i,jj} + \alpha \mu T_{,i} = 0 \quad (8)$$

가상일의 원리에 의한 構造物의 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$V = U - \int_V u_i \dot{p}_i ds - \int_V u_i f_i dv \quad (9)$$

式 (7), 式 (8)을 式 (9)에 代入하여 포텐셜 에너지에 相應하는 Herrmann의 變分함수 (variational functional), $I(\epsilon_i, H)$ 를 구한다.

$$I(\epsilon_i, H) = \frac{1}{2} \int_V \tau_{ij} \epsilon_{ij} dv - \int_V u_i \dot{p}_i ds - \int_V u_i f_i dv \quad (10)$$

上記式을 變位로 바꾼 후 $I(u_i, H)$ 를 u_i, H 에 대해 偏微分하고 有限要素法을 適用하여 解를 구한다.

$$\partial I / \partial u_i = 0, \quad \partial I / \partial H = 0 \quad (11)$$

2.2 線形粘彈性材料의 物性 規定

線形粘彈性材料의 熱應力和 變形率에 대한 역학적 현상은 Boltzmann의 중첩원리와 W.L.F.의 熱流動學의 單純性에 의해 기술된다.

$$s_{ij} = 2 \int_0^t \mu(\xi - \xi') \frac{\partial e_{ij}(x, t')}{\partial t'} dt' \quad (12)$$

$$\xi(x, t) = \int_0^t \Phi[T(x, t)] dt \quad (13)$$

函數 ξ 는 等價時間으로서 時間에 따라 溫度가 變할 경우 Moreland-Lee⁽¹⁵⁾의 移送假說에 의해 정의되며 移送函數 Φ 는 粘탄성재료의 弛緩舉動 (relaxation)에 영향을 주는 時間과 溫度를 單一化한 函數로서 W.L.F. 移送函數, 또는 時間-溫度移送函數 a_T 로 알려져 있다. 여기서는 數學的 便宜常 자연로그로 정의한다.

$$f(T) = \ln \Phi(T) \quad (14)$$

剪斷弛緩函數 $\mu(t)$ 는 실제거동을 고려하여 式(15)와 같이 Power Law⁽¹⁶⁾로 표현하나, 여기서는 數學적으로 다루기 容易한 Prony 級數를 사용하여 式 (16)과 같이 표현한다.

$$\mu(t) = \mu_0 + \frac{(\mu - \mu_0)}{(1 - t/\tau_0)^n} \quad (15)$$

$$= \alpha_0 + \sum_{n=1}^m \alpha_n e^{-\beta_n t} \quad (16)$$

α_n, β_n : 상수

2.3 線形粘彈性學의 數值解析의 接近方法

線形的으로 過去履歷에 의해 현재의 應力和 變形率 이 지배되는 線形 粘彈性材料의 數值解析은 前解의 時

間點에서 溫度와 變形率速度 (strain rate)에 의해 반복적으로 구해지는 變數들을 고려하여 現在の 總履歷을 구하는 漸進的 時間增分過程을 적용한다.

時間區間 $(0, t)$ 를 N 등분하면 $t_N = t_{N-1} + \Delta t_N$ 으로 표현되며 따라서 임의의 시간, t_N 에서의 應力和 變形率, $s_{ij}(x, t_N), e_{ij}(x, t_N)$ 을 s_{ijN}, e_{ijN} 으로 표시할 수 있다.

임의의 점, x 에서의 時間區間 直前 (-0) 에서 응력과 변형율이 없다고 가정한다.

$$s_{ij0} = e_{ij0} = 0 \quad (17)$$

漸進的 時間增分過程을 式 (12)와 式 (16)에 적용하여 임의의 시간, t_N 에서의 剪斷應力-變形率 關係式을 구하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} s_{ijN} &= 2\mu_N e_{ijN} + L_{ijN} \\ \mu_N &= \sum_{m=1}^N \alpha_m J_{Nm} + \alpha_0 \\ J_{Nm} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_{N-1}}^{t_N} e^{-\beta_m(t_N - t')} dt' \\ L_{ijN} &= 2 \left[\sum_{m=1}^N \alpha_m c_{ijNm} - (\mu_N - \alpha_0) e_{ijN-1} \right] \\ c_{ijNm} &= e^{-\beta_m \Delta t_N} [c_{ijN-1m} + (e_{ijN-1} - e_{ijN-2}) J_{N-1m}] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

上記 數式의 從屬變數 ξ 는 式 (8)을 式 (9)에 代入하고 時間區間을 $(0, t_{N-1}), (t_{N-1}, t_N)$ 으로 나누면

$$\xi = \xi_{N-1} + \int_{t_{N-1}}^{t_N} e^{f(T)} dt \quad (19)$$

구간 (t_{N-1}, t_N) 에서 溫度가 時間에 線形的으로 變한다고 가정하면

$$T(t) = A_N + A_{2N}t, \quad t_{N-1} \leq t \leq t_N \quad (20)$$

式 (20)을 미분하여 式 (19)에 代入하면

$$\xi = \xi_{N-1} + \frac{1}{A_{2N}} [Q(T) - Q(T_{N-1})] \quad (21)$$

여기서

$$Q(T) = \int_{T^*}^T e^{f(T)} dT \quad (22)$$

T^* 는 기준온도로서 일반적으로 최저온도를 선택한다. 따라서 임의의 시간 t_N 에서의 應力和 變形率에 대한 構成方程式을 정리하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} s_{ijN} &= 2\mu_N e_{ijN} + L_{ijN} \\ e_{ijN} &= \epsilon_{ijN} - \delta_{ij} \theta_N / 3 \\ \sigma_N &= K[\theta_N - 3\alpha(T_N - T_0)] \\ \tau_{ijN} &= s_{ijN} + \delta_{ij} \sigma_N \\ \theta_N &= \epsilon_{ijN} \delta_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

3. 無限圓筒形 粘彈性 모델해석

3.1 理論式 適用

本 研究에서 고려한 모델은 두께가 두꺼운 無限圓筒

形 粘彈性 構造物이므로 반경방향으로 溫度勾配가 있는 軸對稱의 平面變形率 條件 ($\epsilon_z=0$)으로 單純化할 수 있다. 따라서 非壓縮性 物性에 따른 再數式化된 式 (7)을 代입하여 각 방향 성분을 전개하면 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} e_{rr} &= \frac{1}{3}(2\epsilon_{rr} - \epsilon_{\theta\theta}) \\ e_{\theta\theta} &= \frac{1}{3}(2\epsilon_{\theta\theta} - \epsilon_{rr}) \\ \tau_{rr} &= \frac{2\mu}{3}(2\epsilon_{rr} - \epsilon_{\theta\theta}) + \mu H + L_{rr} \\ \tau_{\theta\theta} &= \frac{2\mu}{3}(2\epsilon_{\theta\theta} - \epsilon_{rr}) + \mu H + L_{\theta\theta} \\ \theta &= \epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta} \\ \sigma &= \mu H \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

따라서 式 (24)를 式 (10)에 代入하여 Herrmann의 變分함수를 구하면

$$I(\epsilon_i, H) = \int_a^r \left[\frac{2\mu}{3}(\epsilon_{rr}^2 - \epsilon_{rr}\epsilon_{\theta\theta} + \epsilon_{\theta\theta}^2) + \mu H(\epsilon_{rr} + \epsilon_{\theta\theta}) + \epsilon_{rr}L_{rr} + \epsilon_{\theta\theta}L_{\theta\theta} - \frac{\mu^2}{2K}H^2 - 3\mu\alpha\Delta TH \right] r dr - aP_a U_a \quad (25)$$

여기서 body force는 무시하였으며 표면력은 壓力荷重으로 고려하였다.

3.2 有限要素法 適用

반경구간 $a \leq r \leq b$ 를 M 개로 분할하고 (Fig. 1) 임의의 要素, $r_m (r_a \leq r_m \leq r_b)$ 에서 變位가 線形的이라고 가정하면 變位와 變形率의 關係式은 다음과 같다.

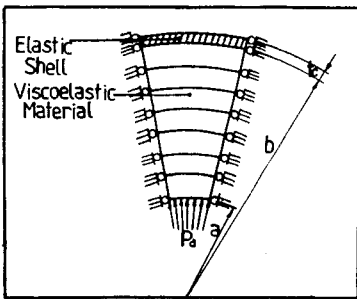


Fig. 1 Axisymmetric mesh model

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_{rr})_i &= \partial u_i / \partial r = T_{1i} u_i \\ (\epsilon_{\theta\theta})_i &= u_i / r = (1/r T_{1i} + T_{2i}) u_i \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

여기서

$$\left. \begin{aligned} T_{1i} &= \left(\frac{r_\beta}{r_\beta - r_a}, \frac{-r_a}{r_\beta - r_a} \right) \\ T_{2i} &= \left(\frac{-1}{r_\beta - r_a}, \frac{1}{r_\beta - r_a} \right) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式 (26)을 式 (25)에 代入하여 $I(U_i, H)$ 를 구하고

U_i 와 H 에 대하여 變分법을 적용하면

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial I_m}{\partial U_i} &= A_{Ki} U_i + B_K H - C_K = 0 \\ \frac{\partial I_m}{\partial H} &= B_i U_i + D H - E = 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

여기서 $K, i=1, 2$

$$m=1, 2, \dots, M$$

$$\left. \begin{aligned} A_{Ki} &= \frac{2\mu}{3} [2(T_{1i} T_{1K} I_1 + T_{2i} T_{2K} I_3) + (T_{1i} T_{2K} + T_{2i} T_{1K}) I_2] \\ B_K &= \mu [T_{1K} I_2 + 2T_{2K} I_3] \\ C_K &= -[T_{2K} I_3 L_{rr} + (T_{1K} I_2 + T_{2K} I_3) L_{\theta\theta}] \\ D &= -\mu^2 I_3 / K \\ E &= 3\mu\alpha\Delta T I_3 \\ I_1 &= \int_{r_a}^{r_\beta} \frac{1}{r} dr = \ln(r_\beta / r_a) \\ I_2 &= \int_{r_a}^{r_\beta} dr = r_\beta - r_a \\ I_3 &= \int_{r_a}^{r_\beta} r dr = \frac{(r_\beta^2 - r_a^2)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式 (28)을 매트릭스로 표현하면

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & B_1 \\ A_{21} & A_{22} & B_2 \\ B_1 & B_2 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ E \end{bmatrix} \quad (30)$$

上記 국부 매트릭스(local matrix)를 全體 組合하여 連립방정식을 풀어서 각 절의 變位 U_i 를 구하고 式 (26)에 代입하여 變形率과 應力을 구한다. 따라서 式 (30)에서 고려될 境界條件은 熱荷重과 壓力荷重이다.

粘彈性 材料가 두께가 얇은 圓筒形 金屬構造物에 接觸된 경우 포텐셜 에너지, F_c 는 다음과 같다.

$$F_c = \int_b^{b+t_c} \left[\frac{E_c}{2(1-\nu_c^2)} \epsilon_{\theta c}^2 - \frac{E_c}{(1-\nu_c)} \alpha_c \Delta T \epsilon_{\theta c} \right] dr \quad (31)$$

여기서 $\epsilon_{\theta c} = U_\beta / b$, $U_\beta |_{r_\beta=b} = U_\beta$ 이므로

$$\frac{\partial F_c}{\partial U_\beta} = \frac{t_c E_c}{b(1-\nu_c^2)} U_\beta - \frac{t_c E_c \alpha_c \Delta T}{1-\nu_c} = 0 \quad (32)$$

따라서 $r_\beta=b$ 에서 A_{22} 에 $\frac{t_c E_c}{b(1-\nu_c^2)}$ 을 c_2 에 $\frac{E_c t_c \alpha_c \Delta T}{1-\nu_c}$ 를 각각 더한다.

또한 내경에 壓力荷重, P_a 가 작용할 경우 $r_a=a$ 에서 c_1 에 $-aP_a$ 를 더해준다.

4. 모델의 理論解析 및 實驗

4.1 모델의 理論解析

上記 過程을 컴퓨터 프로그램하여 그 妥當性을 확인하기 위하여 A.M. Freudenthal과 M. Shinozuka⁽¹⁰⁾의 研究結果와 比較하였으며 Fig. 2, 3과 같다.

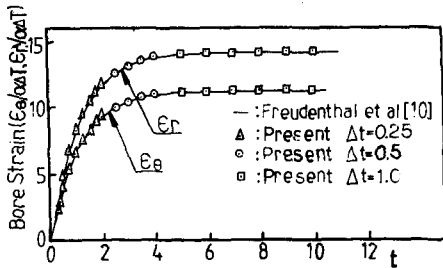


Fig. 2 Inner bore strain vs. time ($b/a=3$)

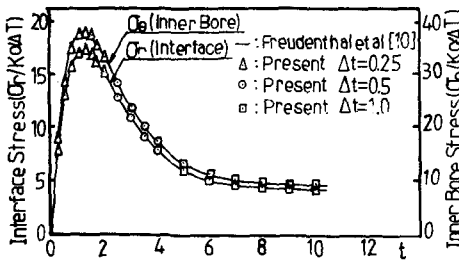


Fig. 3 Interface bond stress vs. time ($b/a=3$)

따라서 본 연구에서 고려한 HTPB 계열의 粘彈性材料의 熱 및 機械的 特性은 Table 1 및 Fig. 4 와 같으며 Fig. 5 와 같은 다섯종류의 圓筒體로 모델化하였다.

熱荷重에 대한 總所要時間의 최적조건을 구하기 위하여 粘彈性解析 컴퓨터 프로그램을 적용하여 Fig. 6 과 같은 熱荷重計劃을 수립하였다.

解析時 사용된 要素의 个数를 30 개로 하여 자 모델의 時間에 따른 變形率과 應力 結果는 Figs. 7~10 과 같다.

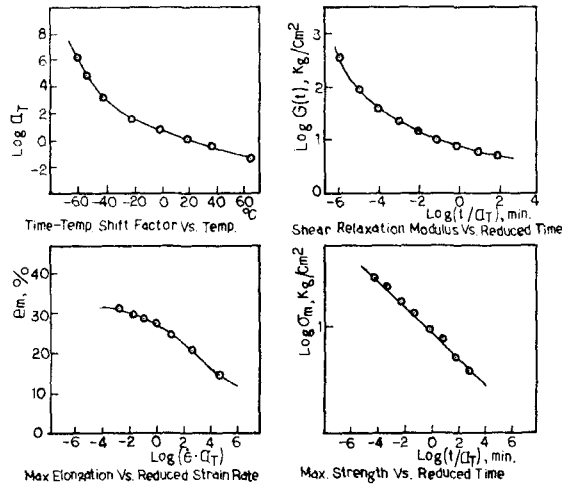


Fig. 4 Mechanical properties master curve

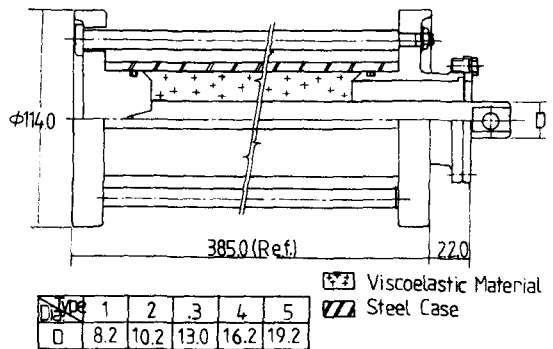


Fig. 5 Model for a hollow cylinder bounded to a steel case

Table 1 Material properties

Property	Unit	Elastic case	Viscoelastic material
Density	kg/m ³	7.8 × 10 ⁶	1.72 × 10 ⁶
Specific heat	J/kg-K	5.86 × 10 ²	1.20 × 10 ³
Thermal conductivity	J/Hr. K. m	1.08 × 10 ⁵	1.10 × 10 ³
Heat transfer coeff.	W/m ² .K	-1.26 × 10 ⁵	—
Yonung's modulus	kg/m ²	2.04 × 10 ¹⁰	Table 1(a), 1(b)
Poisson's ratio		0.33	0.5
Coeff. of thermal expansion	mm/mm°C	1.134 × 10 ⁻⁵	1.0386 × 10 ⁻⁴
Bulk modulus	kg/m ²	2.00 × 10 ¹⁰	1.375 × 10 ⁹

Table 1(a) Shear relaxation modulus function, $\phi(t) = \sum \alpha_n e^{-\beta_n t}$ (kg/cm²)

m	0	1	2	3	4
α_n	3.79	1.06	1.63	2.00	4.00
β_n	0.0	2.76×10^{-3}	6.7×10^{-2}	7.73×10^{-1}	1.46×10^1
m	5	6	7	8	9
α_n	7.28	15.18	26.34	43.34	57.42
β_n	1.71×10^2	2.04×10^3	1.96×10^4	2.01×10^5	1.83×10^6

Table 1(b) Time-temperature shift function, $f(T) = \ln \phi$

$T, ^\circ\text{C}$	74	43	25	4	-18	-40	-54	-60
$f(T)$	3.715	1.155	0.0	-1.620	-3.348	-6.908	-11.012	-13.816

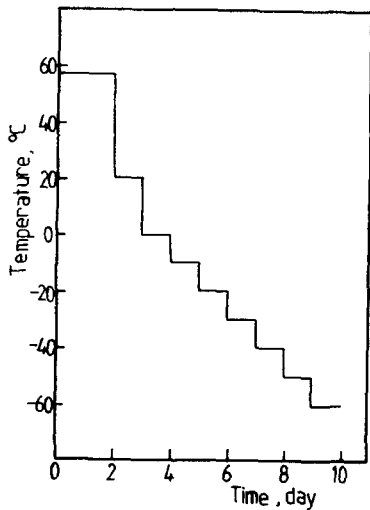


Fig. 6 Temperature profile with time

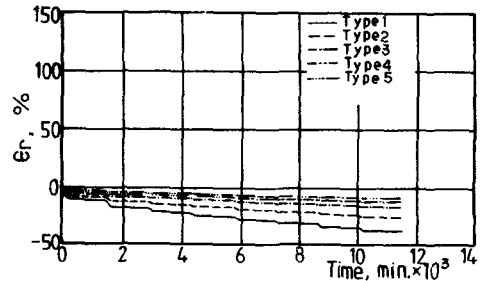


Fig. 8 Inner bore radial strain vs. time

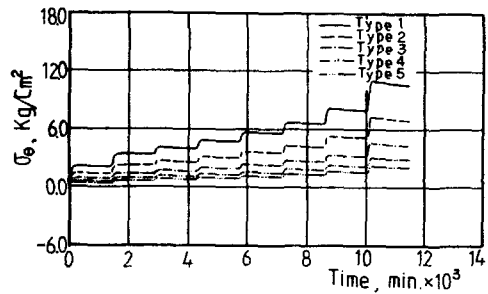


Fig. 9 Interface hoop stress vs. time

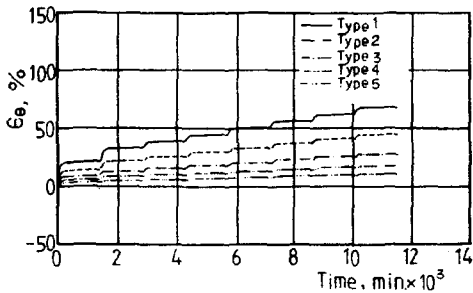


Fig. 7 Inner bore hoop strain vs. time

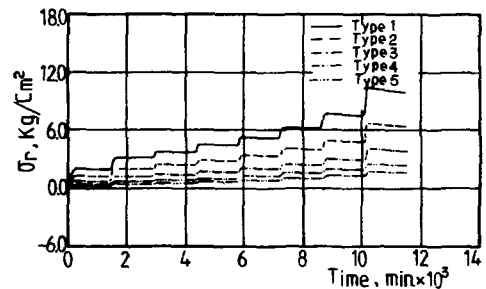


Fig. 10 Interface radial stress vs. time

外氣熱도가 변하여 溫度勾配가 심한 1 시간까지는 12분 간격으로 해석하였고, 그후 30분, 60분, 2시간 3시간의 時間 間隔으로 해석하여 컴퓨터 계산시간을 節約하였다. Figs. 7~10에서 알 수 있듯이 해석결과 低溫으로 갈수록 粘彈性材料的 熱流動性이 작아져 충분한 弛緩舉動을 시키기 위하여서는 長期間 低溫에 貯藏하여야 함을 알 수 있다.

4.2 모델 實驗

本 實驗裝置는 實驗의 精確性和 取扱時 容易性에 기준을 두고 平面 變形率領域이 존재하도록 Fig. 5와 같이 設計製作하였다. 理論解析 結果에 의해 수립된 Fig. 4와 같은 溫度荷重을 부가하여 內徑의 變位와 破壞發生 與否를 X-線 檢査와 擴大內視鏡 및 육안으로 하루 1회 수행하였다. 각 온도에 따라 測定된 원주방향의 變位 및 變形率은 Table 2, 3과 같고 破壞發生 溫度와 크랙길이는 Table 4와 같다.

Table 2 Measured inner diameter at various temperature (unit: °C, mm)

Type	1	2	3	4	5
Temp. 57	8.33	10.30	13.10	16.30	19.47
20	9.80	11.17	14.06	17.03	20.00
0	10.53	12.41	14.65	17.40	20.22
-10	10.77	12.75	14.06	17.80	20.50
-20	10.82	12.85	15.27	18.02	20.71
-30	10.83	13.16	15.61	18.38	20.90
-40	10.86	13.20	15.77	18.53	21.03
-50	10.89	13.22	15.93	18.68	21.21
-60	10.90	13.28	16.03	18.89	21.57

Table 3 Experimental inner bore hoop strain at temperature (unit: °C, %)

Type	1	2	3	4	5
Temp. 57	1.59	0.98	0.77	0.62	0.36
20	19.51	13.96	8.13	5.12	3.09
0	28.41	21.70	12.70	7.42	4.22
-10	31.34	24.96	15.87	9.88	5.67
-20	31.95	25.98	17.46	11.22	6.75
-30	32.07	29.02	20.05	13.47	7.73
-40	32.44	29.41	21.35	14.40	8.40
-50	32.80	29.61	22.54	15.34	9.33
-60	32.99	30.76	23.27	16.58	11.18

Table 4 Crack length at temperature(unit: °C,mm)

Type	Temp. 57	20	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60
1	—	—	15	18	25.8	36.5	143	156	166
2	—	—	—	21.8	22.2	27.5	29.5	29.5	29.5
3	—	—	—	—	—	—	12.5	13	13
4	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 4에서 알 수 있듯이 Type 1은 0°C에서 內面 크랙이 처음 發生하였으며 Type 2는 -10°C에서 Type 3는 -40°C에서 접착부위에 크랙이 發生하였다. 일단 크랙이 發生하면 內徑의 變位가 급격히 增大되는 현상이 나타났으며 이는 크랙에 의한 변형이 이완된 것으로 판단된다.

4.3 解析과 實驗의 比較 檢討

理論解析에서 구한 應力과 變形率을 溫度에 따라 圖表化하고 實驗 結果와 重疊시키면 Fig. 11, 12와 같다 實驗에서 구한 원주방향 변형율이 해석치보다 적은 것은 理論解析時 假定한 軸方向 變形率, $\epsilon_z=0$ 의 영향으

Table 5(a) Inner bore hoop strain and safety factor at time (type 1)

hr	t/a _r	ε _θ	log(εa _r)	(ε _θ) _{allow}	M.S.
6	796.3	20.25	-3.59	24.3	0.20
24	1634	21.70	-3.87	24.5	0.13
30	1743	33.02	-3.72	24.4	-0.26
48	1928	33.54	-3.76	24.4	-0.27
54	1964	29.20	-3.70	24.4	-0.38

Table 5(b) Inner bore hoop strain and safety factor at time (type 2)

hr	t/a _r	ε _θ	log(εa _r)	(ε _θ) _{allow}	M.S.
6	982	14.15	-3.84	24.5	0.73
24	1617	14.40	-4.05	24.6	0.70
30	1724	21.91	-3.93	24.5	0.12
48	1910	22.24	-3.93	24.5	0.10
54	1945	26.00	-3.87	24.5	-0.06
72	2024	26.17	-3.89	24.5	-0.06
78	2039	29.96	-3.83	24.5	-0.18
96	2070	30.08	-3.84	24.5	-0.19
102	2074	33.87	-3.79	24.4	-0.28

Table 6 Interface bond stress and safety factor at time

		Type 1			Type 2			
hr	t/a _r	σ _r	σ _m	M.S.	t/a _r	σ _r	σ _m	M.S.
5	571	2.05	3.88	0.89	570	1.32	3.88	1.94
24	1424	1.99	3.40	0.71	1421	1.27	3.40	1.68
29	1406	3.25	3.37	0.04	1403	2.07	3.37	0.63
48	1696	3.19	3.28	0.03	1693	2.04	3.28	0.58
53	1724	3.88	3.16	-0.18	1722	2.47	3.16	0.28
72	1807	3.80	3.08	-0.19	1804	2.42	3.08	0.27
77	1819	4.57	3.07	-0.33	1816	2.91	2.07	0.05
96	1850	4.45	3.00	-0.31	1847	2.84	3.00	0.08
101	1853	5.34	3.00	-0.43	1850	3.41	3.00	-0.10

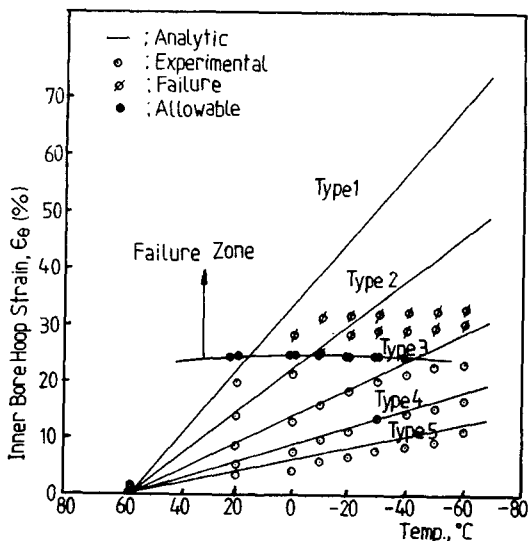


Fig. 11 Analytic and experimental hoop strain vs. temperature

로서 실제로 금속셀의 熱變形率 $\epsilon_z = \alpha_c \Delta T$ 가 존재하기 때문에 판단된다. 또한 本 研究에 적용한 HTPB 계열의 점탄성재료의 無應力 溫度(stress zero temp)는 63~65°C로 판단되며 이는 粘彈性 材料의 固型化 溫度, $T_c = 60^\circ\text{C}$ 보다 3~5°C 높으며 固型化時 變縮(cure shrinkage) 現象에 기인된 것으로 생각된다.

構造解析의 最終 目標은 安全率 算出로서 理論解析과 시편 시험값과의 비교로 구하며 安全率의 信賴度는 適用 破壞基準과 設計係數에 종속된다. 現在 金屬圓筒셀에 內面 接着된 두께가 두꺼운 粘彈性 材料의 破壞 基準 理論은 構造物 內徑에 最大 主變形率 理論을, 接着部에는 最大 主應力 理論을 適用하고 있다. 따라서 破壞가 發生한 Type 1, 2, 3에 對하여 時間과 溫度를

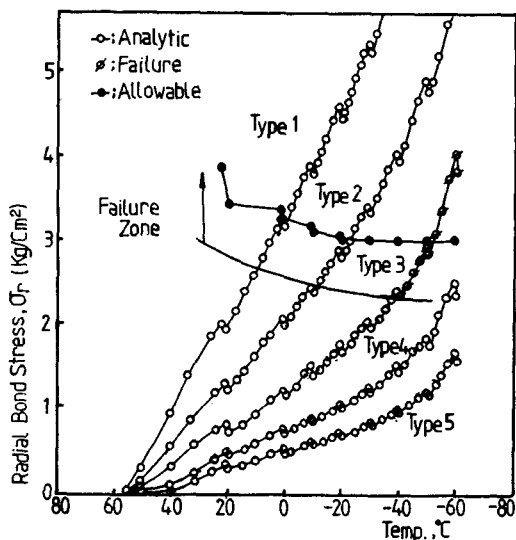


Fig. 12 Analytic and experimental bond stress vs. temperature

고려한 等價時間에 따른 安全餘裕(margin of safety)는 Table 5, 6과 같다.

上記 시편물성치를 Fig 11, 12에 重疊시켜 實驗 結果와 比較하여 破壞領域을 區分하였고, 檢討 結果 適用 粘彈性材料의 許容變形率은 약 22%, 許容應力은 약 2.4kg/cm²으로서 시편물성치보다 變形率은 0.1 정도, 應力은 0.2~0.3 정도 작은 結果를 나타내었다.

5. 結 論

金屬셀에 內面 接着된 非壓縮 粘彈性 無限 圓筒體의 熱荷重을 解析하고 모형을 製作實驗하여 시편물성치를 破壞基準에 적용하여 安全度를 比較 檢討한 結果 다음

과 같은 결론을 얻었다.

(1) 非壓縮 粘彈性 圓筒體의 熱荷重을 有限要素法을 適用하여 數值解析하고 實驗과 比較한 結果, 解析이 잘 일치함을 보이었다.

(2) 實驗을 통해 破壞發生을 確認하고 破壞基準을 適用하여 安全度を 算出하여 比較한 結果, 適用粘彈性 材料의 構造設計時 變形率에 대해서는 0.1 정도 應力에 대해서는 0.2~0.3 정도의 安全餘裕가 되도록 設計基準을 提示하였다.

참 고 문 헌

- (1) Wilhelm Flügge, "Viscoelasticity", Springer-Verlag, 1975
- (2) H.J. Hoffman, "Solid Propellant Mechanical Behavior Manual", CPIA Pub. 21, SEC. 3.0~4.8, 1980
- (3) R.M. Christensen, "The Theory of Viscoelasticity", Academic Press, pp.79~109, 1982
- (4) 김유, "점탄성물질의 물성에 관한 연구", 대한기계학회춘계 학술대회초록집, pp.820~824, 1985
- (5) Y.C. Fung "Foundations of Solid Mechanics", Prentice-Hall, pp.412~433, 1965
- (6) D.R. Bland, "Theory of Linear Viscoelasticity", Pergamon Press, pp.19~55, 1960
- (7) M.L. Williams, R. F. Landel, J. D. Ferry, "The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-Forming Liquids", J. Am. Chem. Soc., Vol.77, No. 14, pp. 3701~3707, July, 1955
- (8) L.R. Herrmann, "Elasticity Equation for Incompressible and Nearby Incompressible Materials by a Variational Theorem", AIAA J., Vol. 3, No. 10, pp. 1896~1900, 1965
- (9) M.L. Williams, "The Structural Analysis of Visco-Elastic Materials," AIAA J., Vol. 2, pp.785~808, 1964
- (10) A.M. Freudenthal, M. Shinozuka, "Shrinkage Stress in a Viscoelastic Cylinder Bonded to a Rigid Case", AIAA J., Vol. 1, pp107~115, 1963
- (11) L.R. Herrmann, F. E. Peterson, "A Numerical Procedure for Viscoelastic Stress Analysis," CPIA Pub., No.177, pp.155~166, Oct., 1968
- (12) K.W. Bills, Jr., et al, "An Application of Cumulative Damage Concepts", Aerojet Report 1159~81F, 1970
- (13) Irving, W. Jones, E. Pierre-Louis, "A Linear Thermoviscoelastic Material Model for Solid Rocket Motor Structural Analysis," Computers & Structures, Vol. 21, pp.235~243, 1985
- (14) S. Yadagiri, C. Papi Reddy, "Viscoelastic Analysis of Nearly Incompressible Solids", Computers & Structures, Vol.20, pp.817~825, 1985
- (15) L.W. Morland, E.H. Lee, "Stress Analysis for Linear Viscoelastic Materials with Temperature Variation", Trans. Soc. of Rheology, Vol. IV, pp.233~263, 1960
- (16) C.R. Furrar, D.I. Thrasher, "Iterative Curve Fit of a Power Law Equation to Solid Propellant Shift Factor Data", AD-A-124112, 1962