

<論 文>

원통으로 보강된 평판의 응력해석

정인승\* · 이대회\* · 이완익\*\* · 윤갑영\*\*

(1987년 5월 21일 접수)

**Stress Analysis Near a Circular Hole in a Flat Plate Reinforced by a Cylinder**

In-Seung Chung, Dae-Hee Lee, Wan-Ik Lee and Kab-Young Yoon

**Key Words:** Stress Analysis(응력해석), Nozzle to Plate(노즐과 평판), Junction(접합부)

**Abstract**

For precise stress analysis of pressure vessel nozzle junction area, it should be modeled as a cylindrical shell with a cylindrical outlet attached on it, but because of its geometrical complexity, exact analysis and solution is very difficult to obtain. So, when the nozzle diameter is small compared to that of vessel, it is general to simplify the model as a flat plate with a cylinder. As the current nozzle shape is manufactured as "Through Type" to reduce the stress concentration around the nozzle junction part of pressure vessel, a theoretical analysis on the cylinder with finite length should be performed to accommodate this fact. In this paper, the general solutions which were obtained by applying Fülge's theory to the finite length cylinder, membrane and bending theory to the flat plate were superposed to analyze the model. Each theoretical optimal values were obtained through the analysis of stress concentration caused by the variation of cylinder length and thickness, and these results were estimated by performing model experimentation.

기 호 설 명

- $a$  : 원통의 반경
- $C$  : 원통에서 각방향변위의 미정계수
- $D$  :  $E t^3 / [12(1-\nu^2)]$
- $E$  : 탄성계수
- $F, \bar{F}$  : 반경방향응력의 미정계수
- $G, \bar{G}$  : 평판의 처짐의 미정계수
- $H, \bar{H}$  : 원통의 반경방향변위에서 미정계수
- $K$  : 응력집중계수

- $k$  :  $t^3 / (12r^3)$
- $L_n$  : 원통의 무차원 길이,  $l / \sqrt{2Rt}$
- $l$  : 원통의 길이
- $M_r$  : 단위원주길이당 평판의 반경방향 굽힘모우멘트
- $M_{r0}$  : 평판의 단위길이당 비틀림모우멘트
- $M_{rn}$  : 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 축방향 굽힘모우멘트
- $N_{rn}$  : 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 축방향 인장력
- $N_{r0}$  : 원통벽 중립면에서의 단위원주길이당 원주방향 전단력

\* 정회원, 한양대학교 대학원

\*\* 정회원, 한양대학교 공과대학 기계설계학과

- $Q_r$  : 평판의 단위원주길이당 반경방향 전단력
- $Q_s$  : 원통의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력
- $R_c$  : 원통벽 증립면의 반경
- $R_r$  : 평판에서 원공의 반경
- $r$  : 임의의 반경
- $t$  : 판 또는 원통의 벽의 두께
- $V_r$  : 평판의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력
- $V_s$  : 원통벽 증립면에서의 단위원주길이당 반경방향 유효전단력
- $V_o$  : 원통벽 증립면에서의 단위원주길이당 원주방향 유효전단력
- $u, v, w$  : 축방향, 접선방향 및 반경방향변위
- $\beta^2$  :  $3(1-\nu^2)/(R_c^2 t^3)$
- $\sigma_r$  : 막응력의 반경방향성분
- $\sigma_\theta$  : 막응력의 접선방향성분
- $\tau_{r\theta}$  : 원주방향의 전단응력
- $\nu$  : 프와송비

**참 자**

- $d$  : 평판과 원통의 접합부
- $0$  : 영차하중상태
- $2$  : 이차하중상태
- $p$  : 평판
- $c$  : 원통

**1. 서 론**

각종 구조물의 파괴는 대부분 피로(fatigue)에 의한 파괴인 데, 피로파괴에 영향을 주는 인자 중의 하나는 응력집중이다. 응력집중의 규명은 안전설계의 필수조건이며 응력집중부를 복수설계함으로써 경제적인 설계를 할 수 있다.

노즐접합부에서 응력해석에 대한 정확한 해를 구하기 위하여는 원통의 측면에 원통이 붙은 형상의 문제로 해석되어야 하나 이에 대한 해석이 매우 복잡하고 엄밀해는 구하기가 대단히 어렵기 때문에 내압용기 원통의 직경에 비하여 노즐부분의 직경이 작을 때는 원공을 가진 평판에 원통이 부착되어 있는 형상으로 근사시켜 해를 구하는 것이 상책이다.

Waters<sup>(1)</sup>는 내압용기의 노즐접합부의 응력해석에서 평판에 원통이 부착된 형상으로 근사시켜 해를 구하였다. 원통에 대하여는 Donnel 식과 Flugge 식을 사용하여 원통길이 무한히 긴 경우로 식을 간소화시켜 해를 구하였다.

Waters의 이론해석에서는 접합부를 서로 떨어진 두 부분으로 가정하였으나 윤 잡영<sup>(2)</sup>은 접합부를 수정하여 평판의 증립면과 원통벽의 증립면이 교차하는 원주 상에서 모든 부정정력들이 집중하여 작용한다고 가정하여 이론해석하였고, 삼차원판탄성실험을 행하여 이론해와 비교 검토하였다.

Hulbert<sup>(3)</sup> 등은 평판에 원통이 부착된 플러시타일(flush type)의 형상을 경계점최소사승법(boundary point least square method)를 이용하여 해석하였다.

Redkop<sup>(4,5)</sup> 등은 평판에 원통이 붙은 플러시타일의 형상을 원통(cylindrical shell), 원환(ring), 평판(plate)의 세 부분으로 나누어 해석하여 경계점최소사승법(boundary point least square method)로 해를 구하였다.

최근에는 내압용기의 노즐접합부에 발생하는 응력집중을 완화시키기 위하여 플러시타일에서 유한길이에 대한 원통의 이론해석을 하여야 한다.

본 연구에서 원통에 대하여는 Donnel 식과 Flugge 식을 사용하여 원통의 유한길이에 대한 일반적인 해를 구하였고, 평판에 대하여는 막이론과 굽힘이론을 사용하여 일반해를 구한 후 중첩하였다.

평판과 원통에 발생하는 미정력계를 구하기 위하여 가장 합리적이라고 생각되는 접합부에 모든 미정력계가 집중하여 작용한다고 가정하고, 이 부분에서 평판과 원통의 각각에 대한 하중, 모우멘트, 기울기, 변위 등이 연속하도록 접합조건식을 세웠다.

그리고 이론해석의 타당성을 알아보기 위하여 S45C 강재로 플러시타일의 모델을 제작하여 실험을 행하였다.

**2. 이 론**

원통이 붙은 평판에 작용하는 하중상태를 Fig. 1(a)와 같이 균등한 인장응력  $S_0$ 가 작용하는 이축응력상태(영차하중상태)와 Fig. 1(b)와 같이 인장응력과 압축응력  $S_2$ 가 작용하는 이축응력상태(이차하중상태)로 표시하였고 각각의 하중상태에서 평판과 원통에 대한 응력과 변위를 구하였다.

Fig. 2, 3에 각각의 하중상태에 대한 평판과 원통에 작용하는 부정정력들을 나타냈다. Fig. 4의  $d$ 는 원통과 평판의 접합부를 표시한다.

**2.1 평판의 막이론**

영차하중상태에서 Fig. 2(b)의 평판에 발생하는 각

방향의 막응력<sup>(6)</sup>은

$$\sigma_{r0} = \frac{F_1}{r^2} + 2F_3 \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta 0} = -\frac{F_1}{r^2} + 2F_3 \quad (2)$$

이고, 반경방향의 변위와 기울기는 Hooke의 법칙에 따라

$$\begin{aligned} \frac{dw_{r0}}{dr} &= \frac{1}{E}(\sigma_{r0} - \nu\sigma_{\theta 0}) \\ &= \frac{1}{E} \left[ \frac{F_1}{r^2}(1+\nu) + 2F_3(1-\nu) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$w_{r0} = \frac{1}{E} \left[ -\frac{F_1}{r}(1+\nu) + 2F_3(1-\nu)r \right] \quad (4)$$

로 표시된다.

이차하중상태에서 Fig. 3(b)의 평판에 발생하는 각

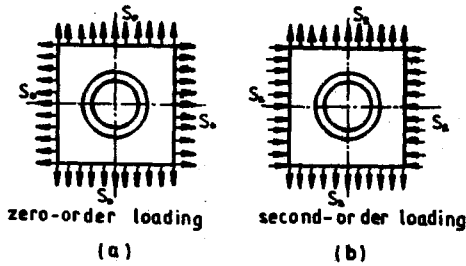


Fig. 1 Loading condition

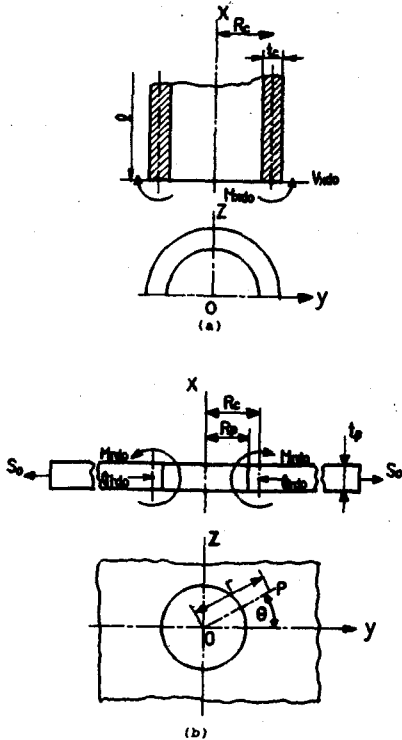


Fig. 2 Symbols for zero-order loading

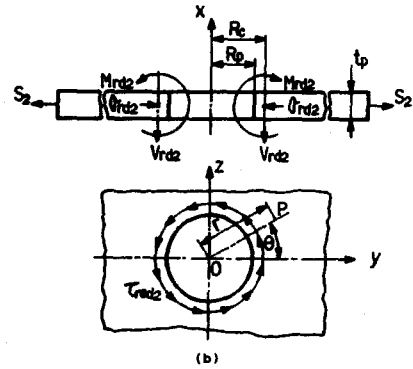
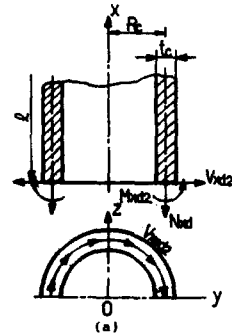


Fig. 3 Symbols for second-order loading

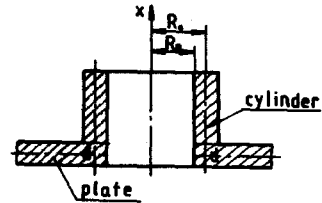


Fig. 4 Flush type

방향의 막응력<sup>(6)</sup>은 다음과 같고

$$\sigma_{r2} = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} = -\left( 2F_5 + \frac{6F_7}{r^4} + \frac{4F_9}{r^2} \right) \cos 2\theta \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta 2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} = \left( 2F_5 + 12F_6 r^2 + \frac{6F_7}{r^4} \right) \cos 2\theta \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta 2} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) = \left( 2F_5 + 6F_6 r^4 - \frac{6F_7}{r^4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4F_9}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (7)$$

반경방향과 접선방향의 변위는

$$\begin{aligned} w_{r2} &= \frac{1}{E} \left[ -2F_5(1+\nu)r - 4F_6 r^3 \nu + \frac{2F_7}{r^3}(1+\nu) \right. \\ &\quad \left. + \frac{4F_9}{r} \right] \cos 2\theta \end{aligned} \quad (8)$$

$$v_{r2} = \frac{1}{E} \left[ 2F_5(1+\nu)r + 2(3+\nu)F_6r^3 + \frac{2F_7}{r^3}(1+\nu) - \frac{2F_8}{r}(1-\nu) \right] \sin 2\theta \quad (9)$$

으로 표시된다.

### 2.2 평판의 굽힘이론

영차하중상태에서 Fig. 2(b)의 평판에 발생하는 굽힘응력<sup>(7)</sup>은

$$u_{r0} = G_1 + G_2 r^2 + G_3 \ln r \quad (10)$$

기울기와 굽힘모우멘트는

$$\frac{du_{r0}}{dr} = 2G_2 r + \frac{G_3}{r} \quad (11)$$

$$M_{r0} = -D_r \left( \frac{d^2 u_{r0}}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{du_{r0}}{dr} \right) = -D_r \left[ 2G_2(1+\nu) - \frac{G_3}{r^2}(1-\nu) \right] \quad (12)$$

로 표시된다.

이차하중상태에서 굽힘과 전단력으로 인한 평판(Fig. 3(b))의 처짐과 기울기<sup>(8)</sup>는

$$u_{r2} = (G_4 r^2 + G_5 r^{-2} + G_6 r^4 + G_7) \cos 2\theta \quad (13)$$

$$\frac{du_{r2}}{dr} = (2G_4 r - 2G_5 r^{-3} + 4G_6 r^3) \cos 2\theta \quad (14)$$

또한 전단력과 유효전단력, 굽힘모우멘트는

$$Q_{r2} = -D_r \frac{du_{r2}}{dr} = 8D_r (-3G_5 r - G_7 r^3) \cos 2\theta \quad (15)$$

$$M_{r2} = (1-\nu) D_r \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u_{r2}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial u_{r2}}{\partial \theta} \right) \sin 2\theta \quad (16)$$

$$V_{r2} = \left( Q_{r2} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{r2}}{\partial \theta} \right) = 4D_r [(1-\nu)G_4 r^{-1} - 3(1-\nu)G_5 r^{-5} - 3(1+\nu)G_6 r - (3-\nu)G_7 r^{-3}] \cos 2\theta \quad (17)$$

$$M_{r2} = -D_r \left[ \frac{\partial^2 u_{r2}}{\partial r^2} + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_{r2}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_{r2}}{\partial \theta^2} \right) \right] = -2D_r [(1-\nu)G_4 + 3(1-\nu)G_5 r^{-4} + 6G_6 r^2 - 2\nu G_7 r^{-2}] \cos 2\theta \quad (18)$$

로 구해진다.

### 2.3 원통의 이론

영차하중상태는 하중이 축대칭이므로 반경방향의 변위(w)에 대한 원통의 미분방정식은 Donnell 식으로부터

$$\frac{d^4 w_{c0}}{dx^4} + 4\beta^4 w_{c0} = 0 \quad (19)$$

이고, 따라서 반경방향의 변위는

$$w_{c0} = e^{-\beta x} (H_1 \cos \beta x + H_2 \sin \beta x) + e^{\beta x} (H_3 \cos \beta x + H_4 \sin \beta x) \quad (20)$$

기울기는

$$\frac{dw_{c0}}{dx} = \beta e^{-\beta x} [(-H_1 + H_2) \cos \beta x + (-H_1 - H_2) \sin \beta x] + \beta e^{\beta x} [(H_3 + H_4) \cos \beta x + (-H_3 + H_4) \sin \beta x] \quad (21)$$

이다.

모우멘트와 전단력을 변위로 표시하면

$$M_{x0} = 2D_c \beta^2 [e^{-\beta x} (H_2 \cos \beta x - H_1 \sin \beta x) + e^{\beta x} (-H_4 \cos \beta x + H_3 \sin \beta x)] \quad (22)$$

$$Q_{x0} = 2D_c \beta^3 [e^{-\beta x} [(-H_1 - H_2) \cos \beta x + (H_1 - H_2) \sin \beta x] + e^{\beta x} [(H_3 - H_4) \cos \beta x + (H_3 + H_4) \sin \beta x]] \quad (23)$$

로 표시된다.

이차하중상태에서 원통중립면에서의 변위에 대한 미분방정식은 다음과 같다<sup>(8)</sup>.

$$u'' + \frac{1-\nu}{2} u'' + \frac{1+\nu}{2} u'' + \nu w' + k \left( \frac{1-\nu}{2} u'' - w''' + \frac{1-\nu}{2} w'' \right) = 0 \quad (24a)$$

$$\frac{1+\nu}{2} u'' + v'' + \frac{1-\nu}{2} v'' + w' + k \left[ \frac{3}{2} (1-\nu) v'' - \frac{3-\nu}{2} w''' \right] = 0 \quad (24b)$$

$$\nu u' + v' + w + k \left( \frac{1-\nu}{2} u'' - u''' - \frac{3-\nu}{2} v'' + w'''' + 2w'''' + w'''' + 2w'' + w \right) = 0 \quad (24c)$$

(24)식의 미분방정식의 해를 다음과 같이 급수로 가정하면

$$u = \sum_n u_n(x) \cos m\theta \\ v = \sum_n v_n(x) \sin m\theta \\ w = \sum_n w_n(x) \cos m\theta \quad (25)$$

로 표시할 수 있고, (25)식을 (24)식에 대입해서  $u_{c2}$ ,  $v_{c2}$ ,  $w_{c2}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$u_{c2} = u_{n2} \cos m\theta = \left\{ e^{-k_1 \frac{x}{a}} \left[ (\bar{\alpha}_1 \bar{c}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{c}_2) \cos \frac{\mu_1 x}{a} + (\bar{\alpha}_1 \bar{c}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{c}_1) \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right] + e^{-k_2 \frac{x}{a}} \left[ (\bar{\alpha}_3 \bar{c}_3 + \bar{\alpha}_4 \bar{c}_4) \cos \frac{\mu_2 x}{a} + (\bar{\alpha}_3 \bar{c}_4 - \bar{\alpha}_4 \bar{c}_3) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right] + e^{k_1 \frac{x}{a}} \left[ (-\bar{\alpha}_1 \bar{c}_5 + \bar{\alpha}_2 \bar{c}_6) \cos \frac{\mu_1 x}{a} + (-\bar{\alpha}_1 \bar{c}_6 - \bar{\alpha}_2 \bar{c}_5) \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right] + e^{k_2 \frac{x}{a}} \left[ (-\bar{\alpha}_3 \bar{c}_7 + \bar{\alpha}_4 \bar{c}_8) \cos \frac{\mu_2 x}{a} + (-\bar{\alpha}_3 \bar{c}_8 - \bar{\alpha}_4 \bar{c}_7) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right] \right\} \cos m\theta \quad (26a)$$

$$v_{c2} = v_{n2} \sin m\theta = \left\{ e^{-k_1 \frac{x}{a}} \left[ (\bar{\beta}_1 \bar{c}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{c}_2) \cos \frac{\mu_1 x}{a} + (\bar{\beta}_1 \bar{c}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{c}_1) \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right] + e^{-k_2 \frac{x}{a}} \left[ (\bar{\beta}_3 \bar{c}_3 + \bar{\beta}_4 \bar{c}_4) \cos \frac{\mu_2 x}{a} + (\bar{\beta}_3 \bar{c}_4 - \bar{\beta}_4 \bar{c}_3) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right] + e^{k_1 \frac{x}{a}} \left[ (-\bar{\beta}_1 \bar{c}_5 + \bar{\beta}_2 \bar{c}_6) \cos \frac{\mu_1 x}{a} + (-\bar{\beta}_1 \bar{c}_6 - \bar{\beta}_2 \bar{c}_5) \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right] + e^{k_2 \frac{x}{a}} \left[ (-\bar{\beta}_3 \bar{c}_7 + \bar{\beta}_4 \bar{c}_8) \cos \frac{\mu_2 x}{a} + (-\bar{\beta}_3 \bar{c}_8 - \bar{\beta}_4 \bar{c}_7) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right] \right\} \sin m\theta \quad (26b)$$

$$\begin{aligned}
 & -\beta_2 \bar{c}_1) \sin \frac{\mu_1 x}{a} + e^{-\beta_1 \frac{x}{a}} \left[ (\beta_3 \bar{c}_3 + \beta_4 \bar{c}_4) \cos \frac{\mu_2 x}{a} \right. \\
 & + (\beta_3 \bar{c}_4 - \beta_4 \bar{c}_3) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \left. \right] + e^{\beta_1 \frac{x}{a}} \left[ (\beta_1 \bar{c}_5 - \beta_2 \bar{c}_6) \right. \\
 & \left. \cos \frac{\mu_1 x}{a} + (\beta_1 \bar{c}_6 + \beta_2 \bar{c}_5) \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right] + e^{\beta_2 \frac{x}{a}} \left[ (\beta_3 \bar{c}_7 \right. \\
 & \left. - \beta_4 \bar{c}_8) \cos \frac{\mu_2 x}{a} + (\beta_3 \bar{c}_8 + \beta_4 \bar{c}_7) \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right] \left. \right\} \\
 & \sin m\theta \tag{26b} \\
 w_{c2} = w_{n2} \cos m\theta = & \left[ e^{-\beta_1 \frac{x}{a}} \left( \bar{c}_1 \cos \frac{\mu_1 x}{a} + \bar{c}_2 \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right) \right. \\
 & + e^{-\beta_2 \frac{x}{a}} \left( \bar{c}_3 \cos \frac{\mu_2 x}{a} + \bar{c}_4 \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right) + e^{\beta_1 \frac{x}{a}} \\
 & \left( \bar{c}_5 \cos \frac{\mu_1 x}{a} + \bar{c}_6 \sin \frac{\mu_1 x}{a} \right) + e^{\beta_2 \frac{x}{a}} \left( \bar{c}_7 \cos \frac{\mu_2 x}{a} \right. \\
 & \left. + \bar{c}_8 \sin \frac{\mu_2 x}{a} \right) \left. \right] \cos m\theta \tag{26c}
 \end{aligned}$$

2.4 평판과 원통의 경계조건

(1) 평판의 경계조건

평판과 원통의 접합원주(Fig. 5의  $r=R_c$ )상의 모든 미정력계가 작용하므로 평판을 Fig. 5와 같이 I, II로 나누어 각각에 대한 응력과 변위를 구한 다음 경계조건을 이용하여 미정계수를 결정하였다.

(a) 영차하중상태

막응력은 접합원주상에  $\sigma_{rd0}$ 가 작용하므로 경계조건은  $r=R_c$ 에서  $\sigma_{rd0}^I=0$ ,  $r=R_c$ 에서  $\sigma_{rd0}^I + \sigma_{rd0}^{II} = \sigma_{rd0}$ ,  $w_{p0}^I = w_{p0}^{II}$ ,  $r \rightarrow \infty$ 에서  $w_{p0}^I = 0$ 이다.

굽힘모멘트는 접합원주상에  $M_{rd0}$ 가 작용하므로 경계조건은  $r=R_c$ 에서  $M_{rd0}^I=0$ ,  $r=R_c$ 에서  $u_{p0}^I = u_{p0}^{II}$ ,  $du_{p0}^I/dr = du_{p0}^{II}/dr$ ,  $M_{rd0}^I + M_{rd0}^{II} = M_{rd0}$ ,  $r \rightarrow \infty$ 에서  $u_{p0}^I = 0$ ,  $du_{p0}^I/dr = 0$ 이다.

(b) 이차하중상태

막응력에 대하여는  $R_c$  원주상에  $\sigma_{rd2}$ ,  $\tau_{rd2}$ 가 작용

하므로 경계조건은  $r=R_c$ 에서  $\sigma_{rd2}^I=0$ ,  $\tau_{rd2}^I=0$ ,  $r=R_c$ 에서  $\sigma_{rd2}^I + \sigma_{rd2}^{II} = \sigma_{rd2}$ ,  $\tau_{rd2}^I + \tau_{rd2}^{II} = \tau_{rd2}$ ,  $w_{p2}^I = w_{p2}^{II}$ ,  $v_{p2}^I = v_{p2}^{II}$ ,  $r \rightarrow \infty$ 에서  $w_{p2}^I = 0$ ,  $v_{p2}^I = 0$ 이다.

굽힘이론에서는  $R_c$  원주상에  $M_{rd2}$ ,  $V_{rd2}$ 가 작용하므로 경계조건은  $r=R_c$ 에서  $M_{rd2}^I=0$ ,  $V_{rd2}^I=0$ ,  $r=R_c$ 에서  $u_{p2}^I = u_{p2}^{II}$ ,  $du_{p2}^I/dr = du_{p2}^{II}/dr$ ,  $M_{rd2}^I + M_{rd2}^{II} = M_{rd2}$ ,  $V_{rd2}^I + V_{rd2}^{II} = V_{rd2}$ ,  $r \rightarrow \infty$ 에서  $u_{p2}^I = 0$ ,  $du_{p2}^I/dr = 0$ 이다.

(2) 원통의 경계조건

(a) 영차하중상태

경계조건은

$$(Q_{x0})_{x=0} = V_{x0}, (Q_{x0})_{x=l} = 0$$

$$(M_{x0})_{x=0} = M_{x0}, (M_{x0})_{x=l} = 0$$

로부터 상수  $H_1 \sim H_6$ 를 구하여 반경방향의 변위와 기울기를 미정력계로 표시하면 (27)식과 같다.

$$w_{c0} = H_5 M_{x0} / R_c + H_6 V_{x0} \tag{27a}$$

$$\frac{dw_{c0}}{dx} = H_7 M_{x0} / R_c + H_8 V_{x0} \tag{27b}$$

(b) 이차하중상태

경계조건

$$(N_{x2})_{x=0} = N_{x2}, (N_{x2})_{x=l} = 0 \tag{28a}$$

$$(M_{x2})_{x=0} = M_{x2}, (M_{x2})_{x=l} = 0 \tag{28b}$$

$$(N_{\theta 2})_{x=0} = N_{\theta 2}, (N_{\theta 2})_{x=l} = 0 \tag{28c}$$

$$(V_{x2})_{x=0} = V_{x2}, (V_{x2})_{x=l} = 0 \tag{28d}$$

으로부터 상수  $\bar{c}_1 \sim \bar{c}_8$ 를 구하고 각 방향의 변위와 회전각을 구하면 다음과 같다.

$$u_{n2} = U_n N_{x2} + U_n M_{x2} / R_c + U_c Q_{x\theta 2} + U_v V_{x2} \tag{29a}$$

$$v_{n2} = V_n N_{x2} + V_n M_{x2} / R_c + V_c Q_{x\theta 2} + V_v V_{x2} \tag{29b}$$

$$w_{n2} = W_n N_{x2} + W_n M_{x2} / R_c + W_c Q_{x\theta 2} + W_v V_{x2} \tag{29c}$$

$$\frac{dw_{n2}}{dx} = \eta_n N_{x2} + \eta_n M_{x2} / R_c + \eta_c Q_{x\theta 2} + \eta_v V_{x2} \tag{29d}$$

2.5 접합조건

(1) 플러시타입(flush type)

평판과 원통의 접합부 d(Fig. 4)에 모든 미정력계  $\sigma_{rd}$ ,  $\tau_{rd}$ ,  $V_{rd}$ ,  $M_{rd}$ ,  $N_{rd}$ ,  $M_{x2}$ ,  $N_{x2}$ ,  $V_{x2}$  등이 작용한다고 가정하고  $\theta$ 의 모든 값에 대하여

- (1) 원주방향의 힘의 성분(tangential shear force)
- (2) 반경방향의 힘의 성분(radial force)
- (3) 원통축방향의 힘의 성분(transverse shear force, axial force)
- (4) 모우멘트 성분:  $M_{rd}$ ,  $M_{x2}$ (radial bending moment, longitudinal bending moment)

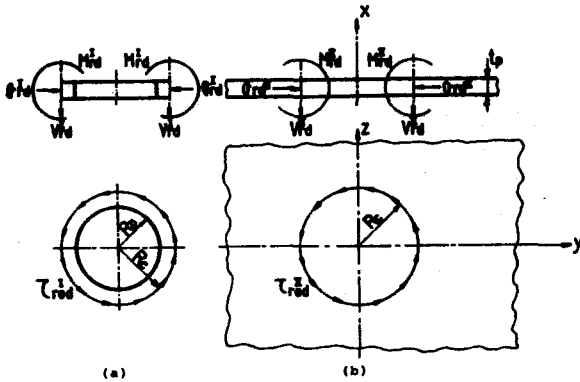


Fig. 5 Model for the plate analysis

- (5) 원주방향의 변위 (tangential displacement)
- (6) 반경방향의 변위 (radial displacement)
- (7) 원통축방향의 변위 (lateral displacement)
- (8) 회전각 (angle of dish, angle of flare)

들이 평판과 원통에 각각 동일하도록 결합조건식을 만든다.

영차하중상태에 대하여는 (1), (3), (5), (7)항은 없고 (2), (4), (6), (8)항으로부터 (30)식을 얻는다.

$$\left[ S_0 \left( 1 - \frac{R_p^2}{R_c^2} \right) + \sigma_{rd0} \right] t_p = V_{xd0} \quad (30a)$$

$$M_{rd0} = M_{xd0} \quad (30b)$$

$$\begin{aligned} S_0 \left[ (1-\nu) R_c + \frac{R_p^2}{R_c} (1+\nu) \right] + \bar{F}_1 \sigma_{rd0} \\ = H_5 \frac{M_{xd0}}{R_c} + H_6 V_{xd0} \end{aligned} \quad (30c)$$

$$\bar{G}_1 M_{rd0} = H_7 \frac{M_{xd0}}{R_c} + H_8 V_{xd0} \quad (30d)$$

단,  $F_1$  은 (4)식의  $(w_{p0})_{r=R_c}$ 에서 구하고,  $\bar{G}_1$  은 (11)식의  $\left( \frac{du_{p0}}{dr} \right)_{r=R_c}$ 에서 구한다.

이차하중상태에 대하여는 결합조건 (1)~(8)로부터

$$\left[ S_2 \left( 1 + 2 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \tau_{rd2} \right] t_p = -Q_{xd2} \quad (31a)$$

$$\left[ -S_2 \left( -1 + 4 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \sigma_{rd2} \right] t_p = V_{xd2} \quad (31b)$$

$$V_{rd2} = -N_{xd2} \quad (31c)$$

$$M_{rd2} = -M_{xd2} \quad (31d)$$

$$\begin{aligned} S_2 \left[ -(1+\nu) R_c - 4 \frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{R_c^3} \right] + [\bar{F}_2 \sigma_{rd2} \\ + \bar{F}_3 \tau_{rd2}] = W_n N_{xd2} + W_m M_{xd2} / R_c + W_q Q_{xd2} \\ + W_r V_{xd2} \end{aligned} \quad (31e)$$

$$\begin{aligned} S_2 \left[ (1+\nu) R_c + 2(1-\nu) \frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{R_c^3} \right] \\ + \bar{F}_4 \sigma_{rd2} + \bar{F}_5 \tau_{rd2} = V_n N_{xd2} + V_m M_{xd2} / R_c \\ + V_q Q_{xd2} + V_r V_{xd2} \end{aligned} \quad (31f)$$

$$\bar{G}_2 V_{rd2} + \bar{G}_3 M_{rd2} = U_n N_{xd2} + U_m M_{xd2} / R_c \\ + U_q Q_{xd2} + U_r V_{xd2} \quad (31g)$$

$$\bar{G}_4 V_{rd2} + \bar{G}_5 M_{rd2} = \eta_n N_{xd2} + \eta_m M_{xd2} / R_c \\ + \eta_q Q_{xd2} + \eta_r V_{xd2} \quad (31h)$$

단,  $\bar{F}_2, \bar{F}_3$  는 (8)식의  $(w_{p2})_{r=R_c}$ ,  $\bar{F}_4, \bar{F}_5$  는 (9)식의  $(v_{p2})_{r=R_c}$ ,  $\bar{G}_2, \bar{G}_3$  는 (13)식의  $(u_{p2})_{r=R_c}$ ,  $\bar{G}_4, \bar{G}_5$  는 (14)식의  $\left( \frac{du_{p2}}{dr} \right)_{r=R_c}$ 에서 구해진다.

(2) 드로우타일 (through type)

Fig. 6 은 드로우타일의 모델이고, 플러시타일의 평면 이면에 길이가 짧은 원통을 부착시킨 형상이다.

드로우타일의 이론해석은 플러시타일의 평판, 원통

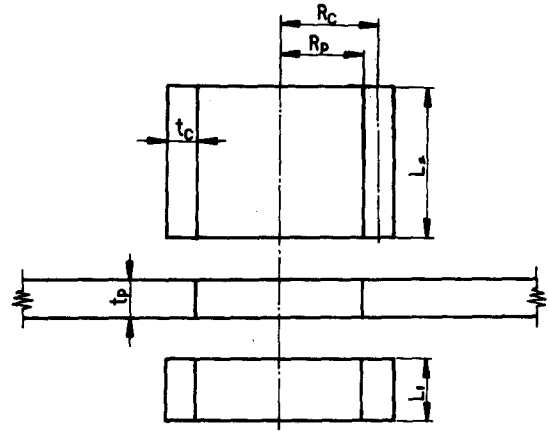


Fig. 6 Through type

에 대한 해석과 동일하나, 원통부분이 양면에 부착되어 있으므로 결합조건에 변위에 대한 항이 추가된다.

영차하중상태에 대하여는 (6), (8)항에서 2개의 결합조건이 첨가되므로 6개의 결합조건식을 얻을 수 있다.

$$\left[ S_0 \left( 1 - \frac{R_p^2}{R_c^2} \right) + \sigma_{rd0} \right] t_p = V_{xd0}^1 + V_{xd0}^2 \quad (32a)$$

$$M_{rd0} = M_{xd0}^1 + M_{xd0}^2 \quad (32b)$$

$$\begin{aligned} S_0 \left[ (1-\nu) R_c + \frac{R_p^2}{R_c} (1+\nu) \right] + \bar{F}_1 \sigma_{rd0} \\ = H_5 M_{xd0}^1 / R_c + H_6 V_{xd0}^1 \\ = \bar{H}_5 M_{xd0}^2 / R_c + \bar{H}_6 V_{xd0}^2 \end{aligned} \quad (32c)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_1 M_{rd0} = H_7 M_{xd0}^1 / R_c + H_8 V_{xd0}^1 \\ = \bar{H}_7 M_{xd0}^2 / R_c + \bar{H}_8 V_{xd0}^2 \end{aligned} \quad (32d)$$

단,  $H_5 \sim H_8$  은 원통부의 길이가  $l_1$  일때의 계수이고,  $\bar{H}_5 \sim \bar{H}_8$  은 원통부의 길이가  $l_2$  일때의 계수이다.

이차하중상태에 대하여는 (5), (6), (7), (8)항에서 4개의 결합조건이 첨가되므로 12개의 결합조건으로부터 다음 식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \left[ S_2 \left( 1 + 2 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \tau_{rd2} \right] t_p = -(Q_{xd2}^1 \\ + Q_{xd2}^2) \end{aligned} \quad (33a)$$

$$\left[ -S_2 \left( -1 + 4 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \sigma_{rd2} \right] t_p = V_{xd2}^1 + V_{xd2}^2 \quad (33b)$$

$$V_{rd2} = -(N_{xd2}^1 + N_{xd2}^2) \quad (33c)$$

$$M_{rd2} = M_{xd2}^1 + M_{xd2}^2 \quad (33d)$$

$$\begin{aligned} S_2 \left[ -(1+\nu) R_c - 4 \frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{R_c^3} \right] + \bar{F}_2 \sigma_{rd2} \\ + \bar{F}_3 \tau_{rd2} = W_n^1 N_{xd2}^1 + W_m^1 M_{xd2}^1 / R_c \end{aligned}$$

$$+W_6^1 Q_{x\theta d_2}^1 + W_7^1 V_{x d_2}^1 = W_n^1 N_{x d_2}^1 + W_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + W_8^1 Q_{x\theta d_2}^1 + W_9^1 V_{x d_2}^1 \quad (33e)$$

$$S_2 \left[ (1+\nu) R_c + 2(1-\nu) \frac{R_p^2}{R_c} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{R_c^3} \right] + \bar{F}_4 \sigma_{r d_2} + \bar{F}_5 \tau_{r\theta d_2} = V_n^1 N_{x d_2}^1 + V_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + V_4^1 Q_{x\theta d_2}^1 + V_5^1 V_{x d_2}^1 = V_n^1 N_{x d_2}^1 + V_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + V_4^1 Q_{x\theta d_2}^1 + V_5^1 V_{x d_2}^1 \quad (33f)$$

$$\bar{G}_2 V_{r d_2} + \bar{G}_3 M_{r d_2} = U_n^1 N_{x d_2}^1 + U_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + U_6^1 Q_{x\theta d_2}^1 + U_7^1 V_{x d_2}^1 = U_n^1 N_{x d_2}^1 + U_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + U_6^1 Q_{x\theta d_2}^1 + U_7^1 V_{x d_2}^1 \quad (33g)$$

$$\bar{C}_2 V_{r d_2} + \bar{C}_3 M_{r d_2} = \eta_n^1 N_{x d_2}^1 + \eta_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + \eta_4^1 Q_{x\theta d_2}^1 + \eta_5^1 V_{x d_2}^1 = \eta_n^1 N_{x d_2}^1 + \eta_n^1 M_{x d_2}^1 / R_c + \eta_4^1 Q_{x\theta d_2}^1 + \eta_5^1 V_{x d_2}^1 \quad (33h)$$

단, I은 길이  $l_1$ 의 원통에 대한 경우이고, II는 길이  $l_2$ 의 원통에 대한 경우이다.

### 3. 실험

실험에 사용한 모델은 Fig. 7의 형상이고, 제원은 Table 1과 같다.

모델 I에서는 스트레인게이지를 ①~⑤의 위치에

Table 1 Specification of specimen (mm)

Model	$t_p$	$t_c$	$R_p$	$L$
I	8	0	30	0
II	8	1.8	30	140
III	8	2.5	30	140
N	8	3.2	30	140

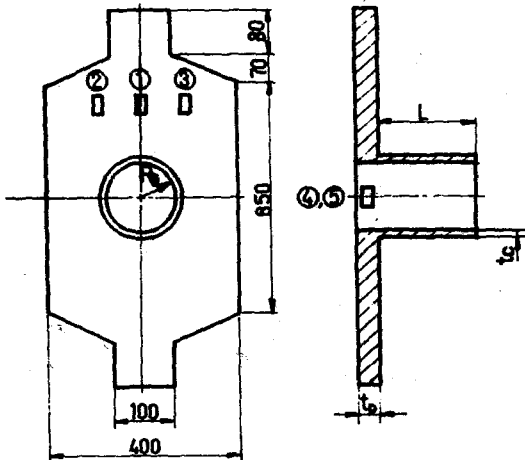


Fig. 7 Configuration of specimen (unit: mm)

5개를 부착하였고, 모델 II~N에서는 ①, ④, ⑤, ⑥의 위치에 4개의 스트레인게이지를 부착하여 스트레인값을 측정하였다.

Fig. 8은 4가지 모델의 사진이고 Fig. 9은 실험장치의 사진이다.

### 4. 결과 및 고찰

#### 4.1 실험결과

시편재료의 탄성계수와 프와송비는 각각  $E=2.15 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\nu=0.3$ 임을 인장실험으로 확인하였다.

모델 I에 부착된 게이지 ①, ②, ③의 변형률은 거의 같으며 평판 전체에 균일한 응력이 발생되었고, 게이지 ④, ⑤는 게이지 ①의 약 3배 정도로 나타났다.

이는 용접이나 가공에 의한 잔류응력이 적절한 어니 일링으로써 제거되어 측정결과에 영향을 미치지 않았고 시편크기도 무한판의 근사수치로 적합함을 의미한다.

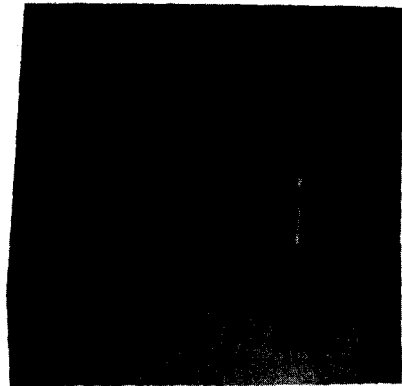


Fig. 8 View of the test model

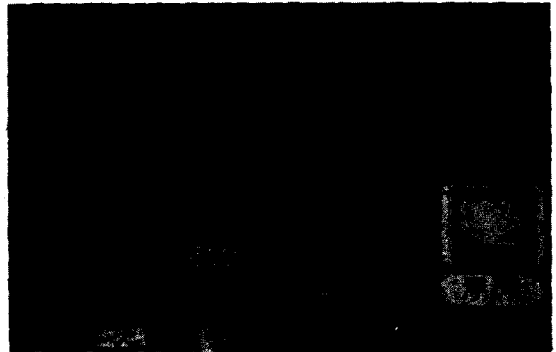


Fig. 9 View of the test apparatus

Table 2 Stress concentration factor of Model I (Experimental value)

Strain gauge	1	2	3	4	5
K	1.045	1.02	1.016	3.01	3.035

Table 2는 모델 I을 단축인장하중상태인 경우에 ①~⑤ 위치에서 측정된 변형률로써 응력집중계수를 계산하여 표시한 것이다.

모델 II~IV는 원통의 길이에 의한 응력집중계수의 변화를 알아보기 위하여 원통의 길이를 10, 20, 40, 80, 140(mm)로 변화시킨 것이며 이에 대한 실험결과를 Fig. 10에 표시하였다.

이론치와 실험치는 비교적 잘 일치하고 원통의 두께 ( $t_c/R_c$ )가 두꺼울수록 그리고 원통의 길이가 길수록 응력집중계수가 감소하며 어느길이 이상에서는 그 값이 일정한 값으로 수렴하게 되는 공통된 특성을 보인다.

4.2 이론계산

해석모델에 있어서 응력집중계수의 최대치는 평판의 원공주위에서 발생하는 원주방향응력이므로 앞에서 구한 미정력계를 이용하여 영차하중상태와 이차하중상태의 응력집중계수를 각각 구한 다음, 이 값들을 중첩하여 단축인장하중상태, 이축인장하중(1:1/2) 상태의 응력집중계수 (K)를 구하였다.

(1) 영차하중상태의 경우

$$\sigma_{\theta\theta} = 2S_0 + \bar{F}_4 \sigma_{r,02}^I \quad (K = \sigma_{\theta\theta}/S_0)$$

( $\bar{F}_4$ 는 (2)식의 ( $\sigma_{\theta\theta}$ )<sub>r=2R</sub>에서 구해진다.)

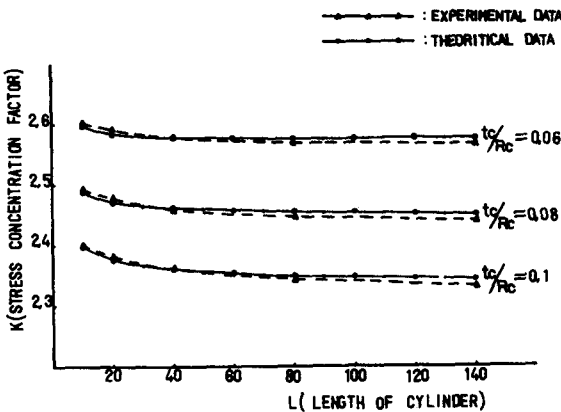


Fig. 10 Comparison analytical theory with experimental data for the uniaxial loading condition

(2) 이차하중상태의 경우

$$\sigma_{\theta\theta} = 4S_2 + \bar{F}_5 \sigma_{r,02}^I + \bar{F}_6 \sigma_{r,02}^I \quad (K = \sigma_{\theta\theta}/S_2)$$

( $\bar{F}_5, \bar{F}_6$ 는 (6)식의 ( $\sigma_{\theta\theta}$ )<sub>r=2R</sub>에서 구해진다)

(3) 단축인장하중상태의 경우

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}, \quad (K = \sigma_{\theta\theta}/S)$$

(4) 이축인장하중(1:1/2)상태의 경우

$$\sigma_{\theta\theta} = 3/4 \sigma_{\theta\theta} + 1/4 \sigma_{\theta\theta}, \quad (K = \sigma_{\theta\theta}/S)$$

4.3 이론해석결과 및 고찰

압력용기의 노즐접합부를 최적설계하기 위하여 원통의 길이, 원통의 두께변화에 따른 응력집중계수를 비교·검토한 결과는 다음과 같다.

원통의 길이가 증가하고 두께가 두꺼워지면 원통접합부를 구축시키는 효과가 크므로 응력집중계수는 감소한다.

그러나 감소폭은 각각의 하중조건과 원통의 두께에 따라 달라지며 원통의 길이가 일정한 값에 이르면 응력집중계수는 더 이상 감소하지 않는다. 일반적으로 응력집중계수가 가장 작은 영차하중상태에서는  $L_n=5$  정도까지 급격한 감소를 하고 그 이상에서는 일정한 값에 수렴한다. 응력집중계수가 원통의 일정길이에서 수렴하는 특성은 원통의 두께비  $t_c/t_p$ 에 따라 달라지며  $t_c/t_p$ 가 작을수록  $L_n$ 은 작아지지만 수렴하는 정도는 하중이 비교적 복잡하여 응력집중계수가 커지는 이차하중상태에서 더욱 민감하게 감소한다.

실용되고 있는 원통형압력용기는 하중이 이축인장하중(1:1/2)이므로 이 경우에는 Fig. 11과 같이  $t_c/t_p$ 가 0.2일 때  $L_n=3$ 에서  $K=2.13$  정도에 수렴하고  $t_c/t_p=1.0$ 일 때는  $L_n=11$ 에서  $K=1.82$ 에 수렴한다.

또한 Fig. 12와 같이  $t_c/t_p=1$ 인 경우에 원통의 두께를 두껍게 하면 응력집중계수는  $K=2.35$ 에서 1.78 정도까지 감소시킬 수 있으므로  $t_c/t_p=1, L_n=25, t_c/R_c=0.1$ 로 설계한 원통탱크의 경우에 노즐의 보강효과는 약 25%가 된다. Fig. 13~16은 표면의 원통의 길이가  $L_{n1}=25$ 이고 이면의 원통길이가 각각  $L_{n2}=1, 7$ 인 2개의 드로우타일에 대하여 원통의 두께를 변화시켜 응력집중계수를 계산하고 그 결과치를 도시한 그래프이다.

어느 하중의 경우이나 공통적으로 응력집중계수는 플러시타일보다 드로우타일에서 현저하게 감소되었으며 감소폭은  $t_c/R_c$ 가 클수록 크게 증가한다. 이면의 원통길이  $L_{n2}$ 의 영향은 하중조건에 따라서 다소 차이가 있으나  $t_c/R_c=0.1$ 인 경우 5% 미만이므로 크지



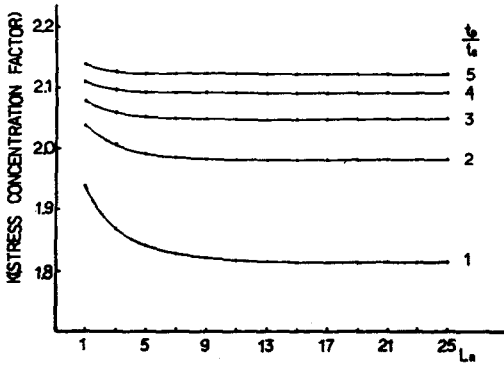


Fig. 11 Stress concentration factor according to cylinder length for the biaxial(1:1/2) loading condition

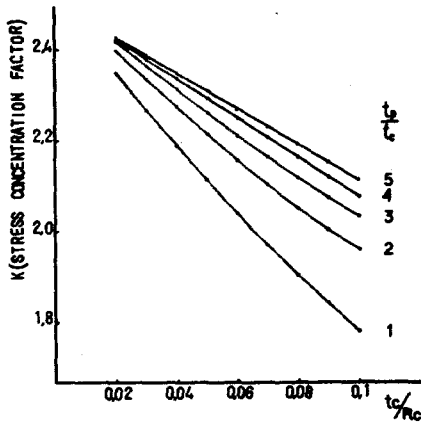


Fig. 12 Stress concentration factor according to cylinder-thickness for the biaxial(1:1/2) loading condition ( $L_n=25$ )

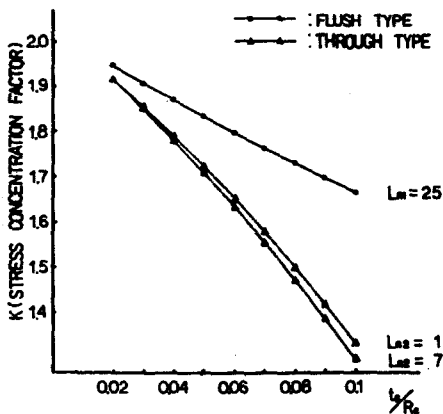


Fig. 13 Comparison Flush type with Through type for the zero-order loading condition

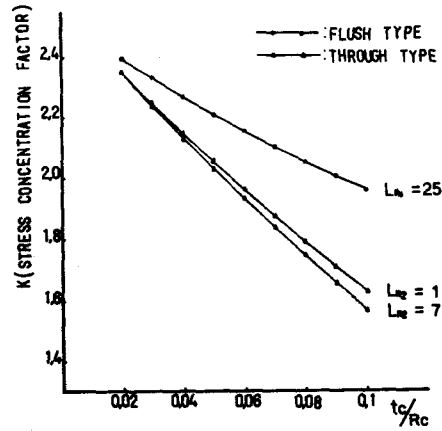


Fig. 14 Comparison Flush type with Through type for the biaxial(1:1/2) loading condition

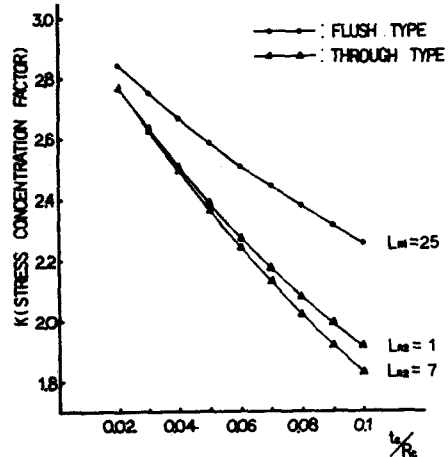


Fig. 15 Comparison Flush type with Through type for the uniaxial loading condition

않았다.

원통병크에 상당하는 Fig. 14의 이축인장하중(1:1/2)상태에서  $t_c/R_c=0.1$ 인 경우에 플러시타일에서는 응력집중계수  $K=1.96$ 이고 드로우타일에서는  $L_n=1$ 일 때  $K=1.63$ ,  $L_n=7$ 일 때  $K=1.57$ 이므로 이면질의 영향은 2% 미만이다.

그러나 플러시타일을 드로우타일로 변경함으로써 얻어지는 보강효과는  $L_n=1$ 인 경우에는 약 18% 정도이므로 가능한 한  $L_n=1$  정도의 드로우타일로 설계함이 노즐접합부 설계에 적합함을 알았다.

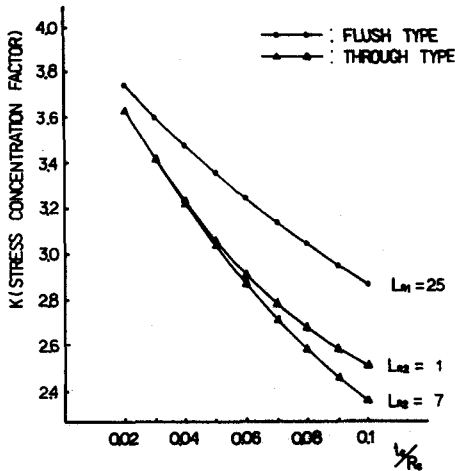


Fig. 16 Comparison Flush type with Through type for the second-order loading condition

### 5. 결 론

압력용기의 노즐접합부의 응력집중을 규명하기 위하여 평판에 원통이 붙은 형상으로 근사시켜 응력해석을 하였다.

평판에 대해서는 굽힘이론을 도입하고 원통에 대해서는 Flügge의 식을 도입하여 해를 구하고, 평판과 원통에서 접합조건과 합리성과 유한길이에 의한 플러시타일 및 드로우타일의 보강효과를 규명하였다.

또한 평판에 붙은 원통의 두께 및 길이변화가 보강 효과에 미치는 영향을 제시하였으며 모델실험을 수행하여 이론해의 정확성을 확인하였다.

본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 평판의 원통접합부에서 원통의 길이와 두께를 변화시키면서 모델실험을 행한 결과 이론치와 잘 일치함을 확인하였다.

(2) 평판의 원통접합부에서 원통의 길이가 증가할수록 응력집중계수는 감소하나, 어느길이 이상에서는 일정한 값으로 수렴한다.

(3) 원통의 두께가 증가할수록 응력집중계수가 감소하고, 감소율은 원통의 두께증가에 따라 커진다.

(4) 드로우타일의 경우, 이면 원통의 길이변화에 의한 노즐접합부에서 응력집중계수의 변화는 무차원화된 길이  $L_n$ 이 1일 때까지는 급격히 감소하나 1 이상에서는 변화가 적으며, 압력용기에 있어서 노즐형상을 드로우타일로 제작하면 큰 보강효과를 얻을 수

있다.

### 참 고 문 헌

- (1) E.O. Waters, 1959, "Theoretical Stresses Near a Circular Opening in a Flat Plate Reinforced with a Cylindrical Outlet", J. Eng. Power, Trans, ASME, Vol. 173, No. 11.
- (2) K.Y. Yoon, 1973, "Stress Analysis Near a Circular Hole in a Flat Plate Attached to a Cylinder and a Study on a Some Methods of Pacifying the Stress Concentration", Ph. D. dissertation, Han Yang University.
- (3) L.E. Hulbert, A.T. Hopper, E.F. Rybicki, 1971, "The Stress Analysis of Plate with Single a Clustered Nozzles by Boundary Point Least Squares Method", Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Vol. 93, pp.929~934.
- (4) D. Redekop, 1977, "Three-Dimensional Analysis of an Elastic Plate-Cylinder Intersection by the Boundary Point Least Square Techniques", Journal of Pressure Vessel Technology, Trans. ASME, Vol. 99, pp.17~25.
- (5) D. Redekop, J. Schroeder, 1977, "Further Three-Dimensional Stress Analysis of an Intersection of a Cylindrical Shell with a Plate", Nuclear Engineering and Design, Vol. 44, pp.61~73.
- (6) S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, 1970, "Theory of Elasticity", McGraw Hill, London, pp.90~95.
- (7) S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, 1959, "Theory of Plates and Shells", McGraw Hill, Kogakusha.
- (8) W. Flügge, 1973, "Stresses in Shells", Springer Berlin, pp.204~230.
- (9) R.J. Roark, W.C. Young, 1975, "Formulars for Stress and Strain", McGraw Hill, pp.324~353.
- (10) J.F. Harvey, 1967, "Pressure Vessel Design: Nuclear and Chemical Application", VAN NOST RAND COMPANY, Inc., pp.89~99.
- (11) A.C. Ugural, 1981, "Stresses in Plates and Shells", McGraw Hill Inc., pp.27~41.