

< 論 文 >

應答係數法에 의한 溫水 溫突 暖房 시스템의 시뮬레이션

趙相俊* · 閔滿基** · 崔英惇**

(1987年 1月 17日 接受)

Simulation of the Hot Water ONDOL Heating System
by Response Factor Method

Sang Joon Cho, Man Ki Min and Young Don Choi

Key Words: ONDOL Heating System(溫突 暖房係), Response Factor(應答係數), Specific Fuel Consumption(燃料消費率), Absorptivity(吸收率)

Abstract

Simulation on the hot water ONDOL heating system was made in order to investigate the variation of room temperature and specific fuel consumption of boiler.

Heat balance equation was derived by response factors and solved implicitly. Variation of room temperature and specific fuel consumption of boiler were calculated with respect to the thickness of room floor, the absorptivity of wall for solar radiation, on-off temperature range of boiler and air exchange.

The results show that specific fuel consumption of boiler is independent of the thickness of room floor and decreases with increasing the absorptivity of wall and on-off temperature range of boiler. However, it increases with increasing the air exchange.

They also show that, when the absorptivity and on-off temperature range of boiler are increased, the amplitudes of room temperature variation increase.

記 號 說 明

A : 太陽常數(kcal/h m²)

B : 大氣 消散係數

C : 天空 散亂係數

CD_n : 傳導 熱傳達率(kcal/h m²)

CV_n : 對流 熱傳達率(kcal/h m²)

C_0 : 常數

D : 壁높이 (m)

$f_{i,j}$: j 面의 輻射形態係數

H : 房바닥에서 窓門까지의 높이 (m)

H_c : 처마의 길이

h_i : 自然對流 熱傳達係數(kcal/h m²°C)

HL : 房의 세로높이 (m)

h_0 : 強制對流 熱傳達係數(kcal/h m²°C)

h_{10} : 外壁에서의 總熱傳達係數(kcal/h m²°C)

I_s : 임의 면에 대한 總太陽日射量(kcal/h m²° FC)

K : 熱傳導係數(kcal/h m° C)

* 高麗大學校 大學院

** 正會員, 高麗大學校 工科學 機械工學科

- l : 房바닥과 壁 두께
 L : 緯度(deg)
 Q : 熱流動率(kcal/h m²)
 $R1X$: 房바닥에서 熱流動率 勵振에 의한 反對面에서의 應答係數(kcal/h m²°C)
 $R1FY$: 房바닥에서 溫度 勵振에 의한 勵振이 주어진 面에서의 應答係數(kcal/h m²°C)
 $R2FX$: 壁에서 溫度 勵振에 의한 勵振이 주어진 面에서의 應答係數(kcal/h m²°C)
 $R2FY$: 壁에서 溫度 勵振에 의한 勵振이 주어진 反對面에서의 應答係數(kcal/h m²°C)
 R_m : 輻射熱傳達率(kcal/h m²)
 S_m : 單位 時間 單位 面積當 室內로 유입되는 太陽日射量(kcal/h · m²)
 t : 時間(hr)
 T : 溫度(°C)
 T_e : 相當外氣溫度(°C)
 T_o : 外氣溫度(°C)
 T_{avg} : 表面絕對溫도의 時間平均(°K)
 T_R : 直達日射量の 窓門通過率
 T_D : 天空日射量과 地表面 反射日射量の 窓門通過率
 U : 溫度函數
 V : 風速(m/s)
 W : 房의 가로 길이(m)
 W_h : 窓門의 幅(m)
 W_v : 窓門의 높이(m)
 X : 壁斷面에서 壁面에 수직인 방향의 距離(m)
 α : 熱擴散係數(m²/hr)
 α_i : 低溫輻射 吸收率
 α_o : 太陽日射量 吸收率
 α_R : 室外壁面과 주위와의 輻射 熱傳達係數(kcal/h m²°C)
 δ : 太陽赤緯(°)
 θ : 太陽光線의 入射率(°)
 ρ : 地表面의 反射率
 σ : Stefan-Boltzman 常數(kcal/h m² K⁴)

下添字

- i, j : 壁面번호
 m : 無次元 時間
 w : 壁面
 f : 房바닥

1. 序 論

우리나라의 暖房方法은 지금까지 草木이나 煙炭을 사용한 溫突고래에 의한 溫突 暖房方式이 주로 사용되고 있으나 이 方法은 熱效率이 좋지 못하며 房바닥이 고루 따뜻하지 못하고 煉炭가스의 중독 위험이 있어 개선할 점이 매우 많다⁽¹⁾.

그러므로 최근에는 熱效率이 좋고 房바닥이 고루 따뜻한 煉炭보일러나 기름보일러에 의한 暖房方式이 보급되고 있으나 이를 設置함에 있어 正確한 工學理論에 의하지 않고 대략적인 경험에 따라 행하므로써 에너지의 效率的 이용정도를 떨어지게 하였다. 따라서 本 研究에서는 기름보일러에 의한 溫水 溫突 暖房方式을 시뮬레이션하여 방바닥 두께, 太陽日射量 吸收率, 보일러 작동장치의 條件, 換氣量, 壁材料의 熱傳達係數에 따른 室內 各部의 溫度變化와 보일러의 燃料消費率의 變化를 數值解析하였다.

溫水 溫突 暖房係에서의 熱傳達는 非定常 熱傳達이다. 溫突에 대한 實驗의 研究는 비교적 많으나 理論的 解析은 드물고 특히 非定常狀態의 溫突에 대한 理論的 研究는 배순훈과 김두진⁽²⁾ 이외는 거의 없는 형편이므로 이에 대한 많은 연구가 요청되고 있다. 非定常 熱傳達의 解法은 일반적으로 有限差分法(finite difference method)이 사용되고 있으나 이 方法은 계산시간이 많이 소요되기 때문에 불리한 점이 있다. 미국⁽³⁻⁶⁾과 일본^(7,8) 등지에서는 應答係數法(response factor method)이 이미 많이 활용되고 있으나 우리나라에서는 아직 研究된 바 없다. 따라서 本 研究에서는 有限差分法보다는 正確도가 약간 떨어지지만 空氣調和 分野의 計算에 적합하고 計算時間이 적게 소요되는 應答係數法을 사용하여 溫水溫突暖房係의 非定常 熱傳達를 解析하였다.

2. 基本理論

2.1 應答係數法(Response Factor Method)

應考係數法이란 解析하고자 하는 係에 溫度나 熱流動率의 勵振(excitation)이 時間의 函數로 주어질 때 이 勵振을 單位時間 當의 三角波 勵振으로 나누어서 각각의 三角波 勵振에 대한 係의 應答를 積算하여 各 時間마다 熱平衡式을 세우고 이를 연립하여 계산함으로써 時間에 따른 係의 溫度變化와 冷暖房負荷를 구하는 方法이다. 그러므로 한 要素에 대한 應答係數를 단 한번 구하여 기억시켜 놓고 필요할 때마다 이를 이용할 수

있기 때문에 有限差分法보다 소요시간이 적으며 正確度도 空氣調和分野의 計算에 적합하므로 외국에서 많이 사용된다.

이 방법은 Nessi와 Nisolle⁽³⁾에 의해서 階段函數(step function)로 非定常 熱傳達을 解析하는데 사용되었고, Tustin⁽⁷⁾은 線形系의 時系列에 의한 解析方法을 소개하였고, Briskin 등⁽¹⁰⁾등은 四角波 勵振을 이용하여 冷暖房負草를 計算하는데 사용하였고, Stephenson과 Mitalas⁽⁴⁾는 三角波 勵振을 이용한 應考係數法을 冷暖房負草의 계산에 사용하였다.

Fig. 1과 같이 어떤 函數 $F(t)$ 를 重量原理에 의하여 밑변이 2Δ 이고 높이가 $F(t)$ 인 三角波로 나누면 Fig. 1에서 빗금친 部分의 面積 A 와 B 는 같으므로 각각의 三角波의 積分값은 $F(t)$ 의 積分값과 근사적으로 일치한다.

하나의 單位 三角波 勵振에 대한 系의 應考을 구하면 Fig. 2의 (a), (b)와 같으며 이것을 應考係數라 하고 各各의 三角波 勵振에 대한 應考을 모두 積算하면 函數 $F(t)$ 에 의하여 주어진 勵振에 대한 系의 應考을 구할 수 있다.

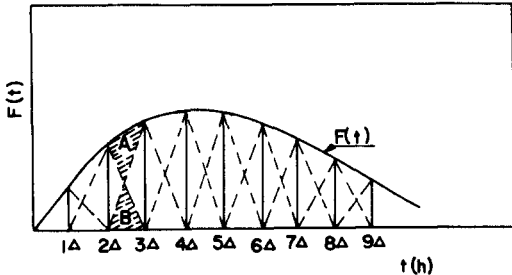


Fig. 1 Division of function $F(t)$ into the triangular pulse

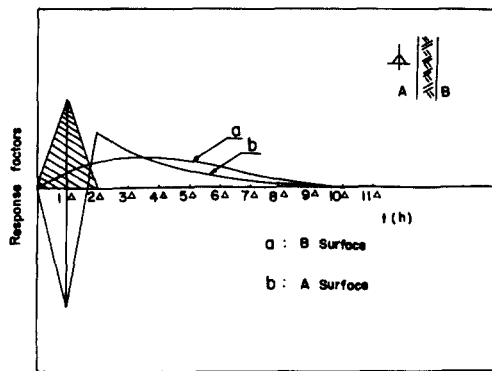


Fig. 2 Response factors at surface A and B for unit triangular pulse excitation on the surface A

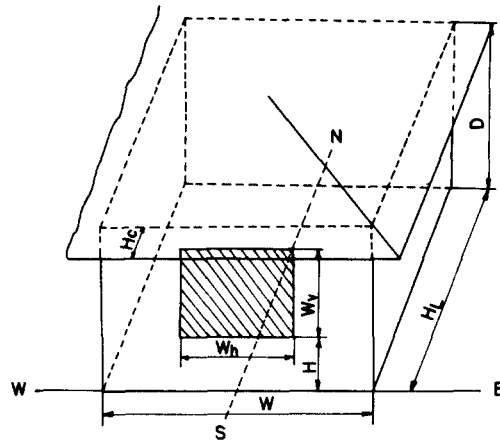


Fig. 3 Model of room

2.2 基本方程式

(1) 房의 모델

本 研究에서 사용한 房은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 房바닥은 $W \times H_1 m^2$ 이고, 두께 $l_1 m$ 의 시멘트 타일 타르로 도장되어 있으며 그 밑에서 기름보일러의 가동에 의하여 溫水가 均一하게 熱을 供給한다고 가정하였다. 또한 壁은 높이가 D_m 이며 두께 $l_2 m$ 의 一般 建築用 벽돌로 築造되었고, 天井은 두께 $l_3 m$ 의 木板으로 되었다고 가정하였다. 窓門은 房바닥에서 H_0 의 높이에서 $W_h \times W_0 m^2$ 인 正南向 單窓이라고 가정하였다.

(2) 傳導 熱傳達

(가) 房바닥

房바닥은 Fig. 4에서 보는 바와 같이 房바닥 表面은 임의의 線形 函數로 溫度가 變하며 아랫면에서는 온수에 의해서 熱이 임의의 線形的 函數로 공급되며 이 열은 모두 上방으로만 전달된다고 가정하였다.

이 경우에 대한 1次元 非定常 熱傳達 方程式은 다음과 같다.

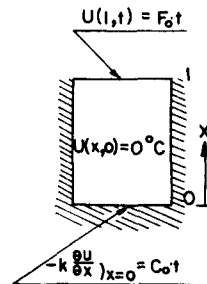


Fig. 4 Boundary condition for the conduction heat transfer of room floor

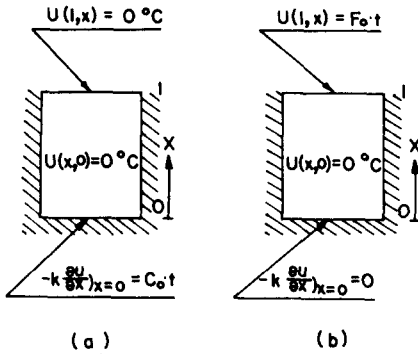


Fig. 5 Division of boundary condition for the conduction heat transfer of room floor

$$\alpha U_{xx} = U_t \quad (1)$$

이 식의 境界條件과 初期條件은

$$\text{境界條件: } U(l, t) = F_0 \cdot t \quad (2)$$

$$-k \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = C_0 \cdot t \quad (3)$$

$$\text{初期條件: } U(x, 0) = 0^\circ\text{C} \quad (4)$$

이 된다. 그러나 房바닥 表面과 아랫편의 境界條件은 重疊의 原理를 사용하여 Fig. 5(a), (b)와 같은 境界條件으로 나누어 이에 대한 應答係數를 구하여 房바닥 表面이 받는 熱流動率을 구하였다⁽¹¹⁾.

應答係數를 구하는 방법은 附錄에 약술하였으며, 그 結果는 다음과 같다.

Fig. 5(a)의 境界條件에 대해서 房바닥 表面($x/l=1$)이 받는 熱流動率은

$$Q = (1, m\Delta) = \frac{4}{\pi} \frac{k}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} \cdot \left[m - \left(\frac{2l_1}{2n-1} \right)^2 \frac{1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} (1 - \gamma_n) \right] \quad (5)$$

이고 여기서

$$\gamma_n = \exp\left(-\left(\frac{2n-1}{2l_1}\right)^2 \pi^2 \alpha_1 \Delta\right)$$

이다. 윗 식에 대한 應答係數는

$$R1FX(1) = \frac{4}{\pi} \frac{k}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} \cdot \left[1 - \left(\frac{2l_1}{2n-1} \right)^2 \frac{1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} (1 - \gamma_n) \right] \quad (6.1)$$

$$R1FX(2) = \frac{16l_1^2}{\pi^3 \alpha_1 \Delta} \frac{k}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} \cdot (\gamma_n^2 - 2\gamma_n + 1) \quad (6.2)$$

$$R1FX(3) = \frac{16l_1^2}{\pi^3 \alpha_1 \Delta} \frac{k}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} \cdot (\gamma_n^3 - 2\gamma_n^2 + \gamma_n) \quad (6.3)$$

$$R1FX(m) = \frac{16l_1^2}{\pi^3 \alpha_1 \Delta} \frac{k}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} \cdot (\gamma_n^m - 2\gamma_n^{m-1} + \gamma_n^{m-2}) \quad (6. m)$$

이다.

Fig. 5(b)의 境界條件에 대해서 房바닥 表面($x/l=1$)이 받는 熱流動率은

$$Q(1, m\Delta) = -k \left(\frac{l_1}{\alpha_1 \Delta} - \frac{8l_1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2 \gamma_n} \right) \quad (7)$$

이며 이에 대한 應答係數는

$$R1FY(1) = -k_1 \left(\frac{l_1}{\alpha_1 \Delta} - \frac{8l_1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2 \cdot \gamma_n} \right) \quad (8.1)$$

$$R1FY(2) = k_1 \left[\frac{l_1}{\alpha_1 \Delta} + \frac{8l_1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot (\gamma_n^2 - 2\gamma_n) \right] \quad (8.2)$$

$$R1FY(3) = \frac{8k_1 l_1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot (\gamma_n^3 - 2\gamma_n^2 + \gamma_n) \quad (8.3)$$

$$R1FY(m) = \frac{8k_1 l_1}{\pi^2 \alpha_1 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot (\gamma_n^m - 2\gamma_n^{m-1} + \gamma_n^{m-2}) \quad (8. m)$$

이다.

(나) 壁과 天井

壁에서는 양쪽면이 모두 Fig. 6과 같이 壁面溫度가 임의의 線形函數로 변화한다. 이 경우의 1次元 非定常 熱傳達 方程式은 式(1)과 같으며 이에 대한 境界條件과 初期條件은

$$\text{境界條件: } U(0, t) = A_0 \cdot t \quad (9)$$

$$U(l, t) = B_0 \cdot t \quad (10)$$

$$\text{初期條件: } U(x, 0) = 0^\circ\text{C} \quad (11)$$

이다.

이 경우도 房바닥에서와 같이 境界條件을 돌로 나누면 Fig. 7(a), (b)와 같다.

Fig. 7(a)인 경우에 대해서 $x/l=1$ 인 壁面이 받는

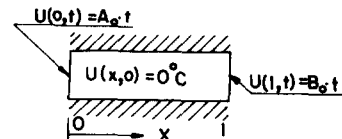


Fig. 6 Boundary condition for the conduction heat transfer of wall and ceiling

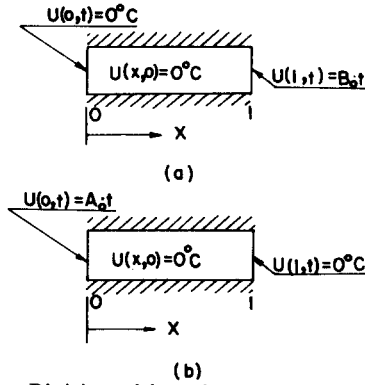


Fig. 7 Division of boundary condition for the conduction heat transfer of wall and ceiling

熱流動率은

$$Q(1, m\Delta) = -\frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha_2 m \Delta}{l_2^2} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \gamma_n \right) \quad (12)$$

이며 이에 대한 應答係數는

$$R2FX(1) = -\frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left(\frac{1}{3} + \frac{\alpha_2 \Delta}{l_2^2} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \gamma_n \right) \quad (13.1)$$

$$R2FX(2) = -\frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left[\frac{1}{3} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\gamma_n^2 - 2\gamma_n) \right] \quad (13.2)$$

$$R2FX(3) = -\frac{2k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\gamma_n^3 - 2\gamma_n^2 + \gamma_n) \quad (13.3)$$

$$R2FX(m) = -\frac{2k_2 l_2}{\alpha_2 \pi^2 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} (\gamma_n^m - 2\gamma_n^{m-1} + \gamma_n^{m-2}) \quad (13.4)$$

이다. Fig. 7(b)인 경우에 대해서 $x/l=0$ 인 壁面이 받는 熱流動率은

$$Q(0, m\Delta) = \frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left(-\frac{1}{6} + \frac{\alpha_2 m \Delta}{l_2^2} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \gamma_n \right) \quad (14)$$

이며 이에 대한 應答係數는

$$R2FY(1) = -\frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left(\frac{1}{6} - \frac{\alpha_2 \Delta}{l_2^2} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \gamma_n \right) \quad (15.1)$$

$$R2FY(2) = -\frac{k_2 l_2}{\alpha_2 \Delta} \left[\frac{1}{6} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (\gamma_n^2 - 2\gamma_n) \right] \quad (15.2)$$

$$R2FY(3) = -\frac{2k_2 l_2}{\alpha_2 \pi^2 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (\gamma_n^3 - 2\gamma_n^2 + \gamma_n) \quad (15.3)$$

$$R2FY(m) = -\frac{2k_2 l_2}{\alpha_2 \pi^2 \Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} (\gamma_n^m - 2\gamma_n^{m-1} + \gamma_n^{m-2}) \quad (15.m)$$

이다. 이 式들로 부터 계산한 應答係數들을 이용하면 Fig. 6과 같은 壁體에서 面B를 出入하는 熱流動率은

$$Q_{B,n} = \sum_{p=1}^{\infty} (T_A(m-p) \cdot R2FY(p) + T_B(m-p) \cdot R2FX(p)) \quad (16)$$

이며, 또 面A를 出入하는 熱流動率은

$$Q_{A,n} = \sum_{p=1}^{\infty} (T_B(m-p) \cdot R2FY(p) + T_A(m-p) \cdot R2FX(p)) \quad (17)$$

로 계산될 수 있다.

여기서 $T_A(m-p)$: 面A의 表面溫度 時系列(°C)

$T_B(m-p)$: 面B의 表面溫度 時系列(°C)

이다.

(3) 對流 熱傳達

(가) 室內

室內에서는 自然對流 熱傳達이 일어나며 熱傳達率은 $CV_n = h_i (\Delta T)^n$ (18)

로 표시된다. 여기서 h_i 는 自然對流 熱傳達係數이며 本 研究에서는 McAdams⁽¹²⁾가 제시한 Table 1과 같은 式을 사용하여 계산하였고 ΔT 는 壁 표면온도와 실내 空氣의 平均온도와의 온도차이다.

(나) 室外

室外壁인 경우는 바람의 영향으로 強制對流 熱傳達이 일어난다. 風速을 V (m/s)라 하면 強制對流 熱傳達係數 h_o 는 ASHRAE Handbook에 의하면⁽¹³⁾

$$h_o = 4.8572 + 3.3803V \text{ (kcal/h m}^2\text{°C)}$$

이다. 또 주위와의 輻射 熱傳達을 고려할 경우 이 輻

Table 1 Natural convection heat transfer coefficient (Kcal/hr m²°C)

Room floor	$h_i = 1.079386(1.8\Delta T)^{\frac{1}{2}}$
Vertical wall	$h_i = 0.932197(1.8\Delta T)^{\frac{1}{2}}$

射熱傳達係數를 α_R 이라 하면 總熱傳達係數 h_{t0} 는

$$h_{t0} = 4.8572 + 3.3803V + \alpha_R \quad (19)$$

이 된다.

(4) 輻射熱傳達

室內壁面들 사이의 輻射熱傳達率 R_m 은

$$R_m = \sum_{i=1}^j g_{i,j} (T_i - T_j) \quad (20)$$

으로 표시된다. 여기서

$$g_{i,j} = f_{i,j} 4\sigma T_{AV}^3 \alpha_i \quad (21)$$

이며 $f_{i,j}$ 는 輻射形態係數이며 계산은 Chapman⁽⁴⁾, Eckert⁽¹⁵⁾가 제시한 式을 사용하였다.

(5) 太陽日射量

太陽日射量은 直達日射量(direct solar radiation), 天空日射量(diffusive solar radiation), 地表面反射日射量(ground reflect solar radiation)으로 나타나며 서울의 12월 21일 快晴日을 택하여 ASHRAE Handbook⁽¹³⁾을 참고하여 계산하였고 그 결과는 Table 2에 나타나 있다.

(6) 相當外氣溫度(Sol-Air Temperature)

相當外氣溫度란 太陽日射量과 大氣와의 對流熱傳達을 通하여 壁面이 받을 수 있는 熱量과 같은 量의 熱을 壁面に 供給할 수 있는 大氣의 相當溫度로 다음과 같이 표시된다.

$$T_e = T_0 + \alpha_0 I_{t0} / h_{t0} \quad (22)$$

(7) 窓門유리의 太陽日射量 通過率

유리의 通過率은 太陽光線의 波長, 유리의 化學的成分, 유리의 두께, 太陽光線의 入射角등에 따라 變化한다.

두께 3mm의 一般建築用 표준유리의 直達日射量에 대한 通過率 T_R 은

$$T_R = 2.3920 \cdot \cos\theta - 3.8638(\cos\theta)^3 + 3.75684(\cos\theta)^5 - 1.3952(\cos\theta)^7 \quad (23)$$

로 계산하였다⁽⁷⁾. 여기서 θ 는 太陽光線의 入射角이, 天空日射量과 地表面反射日射量에 대한 通過率 T_D 는

$$T_D = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} T_R \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta d\theta \quad (24)$$

에 따라 계산하였다⁽⁷⁾.

(8) 浸透空氣에 의한 熱損失

浸透空氣를 계산하는 방법은 크랙법과 換氣回收法이 있으나 前者는 문틈새, 틈새걸이, 風壓, 溫度差등을 고려한 복잡한 방법이므로 本 研究에서는 후자의 방법을 택하여 계산하였으며 ASHRAE Handbook⁽¹³⁾을 참조하여 1시간에 1번 室內의 空기를 교환한다고 가정하였다.

(9) 電熱器具에 의한 熱取得

室內에는 60W의 電燈이 17時부터 23時까지 켜져 있다고 가정하였고 이 熱이 모두 室內空氣에 吸收된다고 가정하였다.

Table 2 Solar radiation (Kcal/h m²) on December 21 for Seoul on a clear day

t	Sun alti	Normal direct	Direct s. r. on the wall			Sky diffuse	Ground reflect
			East	South	West		
7							
8	2.02	0.82	0.10	0.43		0.02	0.01
9	11.53	308.70	239.40	188.90		8.80	6.21
10	19.53	625.64	402.22	445.39		17.83	20.72
11	25.44	736.24	335.33	588.06		20.98	32.69
12	28.62	781.80	184.07	667.09		22.26	40.29
13	28.64	793.80	23.55	692.78	24.03	22.62	42.88
14	25.49	781.06		666.83	184.94	22.26	40.64
15	19.62	735.90		587.52	335.94	20.97	32.64
16	11.63	624.19		444.47	402.18	17.81	20.65
17	22.14	306.19		187.24	237.57	8.73	6.14
18	-8.34	0.72		0.38	0.61	0.02	0.01
19							
To.		5418.18	1185.28	4468.47	1185.35	162.31	242.88

3. 數值解折

3.1 應答係數의 數值解折

이상의 基本 熱傳達 方程式들을 이용하여 室 內外壁, 室內空氣에 대하여 熱平衡式을 세우고 연립하여 11×11의 行列을 만들고 이 行列의 逆行列을 구하며 各部의 溫度를 구하였다.

(1) 房바닥

房바닥은 시멘트 몰타르로 도장되어 있고 두께가 0.025m, 0.050m, 0.060m, 0.075m, 0.100m, 0.15m인 경우에 대하여 계산하였다. 房바닥 밑면에 供給된 熱은 傳導에 依하여 房바닥 表面溫度를 상승시키고 房바닥 表面은 室內空氣와 自然對流 熱傳達이 있으며 여러 壁面과 輻射熱交換을 하고 太陽日射量을 받는다.

傳導熱傳達에 이용될 Fig. 5(a)의 境界條件에 대한 房바닥의 應答係數는 Fig. 8과 같다. 이 그림에 의하면 房바닥의 두께가 두꺼워질수록 應答遲延이 길어지고 最大 應答係數값이 작아짐을 알 수 있다.

Fig. 5(b)인 경우의 境界條件에 대해서 應答係數를 계산하면 Fig. 9와 같다. 두께가 두꺼워질수록 처음 한 時間 동안의 應答는 절대값이 커지고 그 後의 應答는 그림에서와 같이 변한다.

이상의 방법으로 계산된 應答係數를 使用한 房바닥에서의 熱平衡方程式을 세우면 다음과 같다.

$$(CD_m + CV_m + R_m + S_m)_f = 0 \tag{25}$$

(2) 壁과 天井

壁은 두께가 0.21m인 一般 建築用 單層 벽돌로 축조되었고 熱傳導係數를 식 (25)에서 CD_m 은 房바닥에 傳導熱傳達에 의해 공급되는 熱流動率이고 식 (16)과

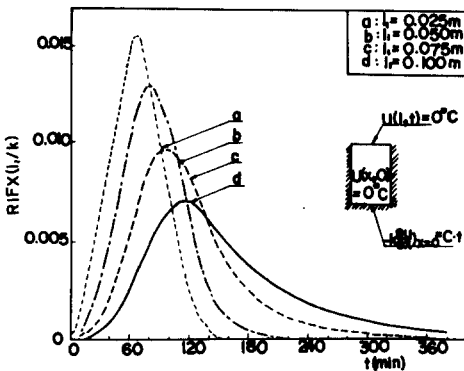


Fig. 8 Response facortcs of the room floor for unit heat flux excitation by one minute time step

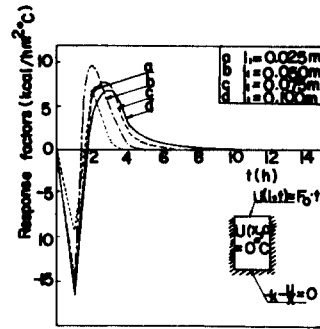


Fig. 9 Response factors of the room floor for unit temperature excitation by one hour time step

같은 형태의 식으로 계산하며 $R2FY, R2FX$ 대신 $R1FY, R1FX$ 를 代入한 CV_m, R_m 는 식 (18), 식 (20)에서 구하는데 이 식들에서의 온도는 현 時間에서의 온도들이므로 미지수이다. 여기서 S_m 은 창문을 통한 태양일사량으로 그 계산법은 복잡하므로 본 논문에서는 약하였다. 결과적으로 식 (25)는 T_1, T_2, \dots, T_7 을 미지수로 갖는 방정식이 된다.

(2) 壁과 天井

壁은 두께가 0.21m인 一般 建築用 單層 벽돌로 축조되었고 熱傳導係數를 0.6928kcal/h로 가정하여 계산하였다.

壁과 天井은 內外壁面の 溫度差에 依한 傳導 熱傳達, 室內空氣와의 自然對流 熱傳達, 室內 壁面 사이의 輻射 熱傳達, 太陽日射量등에 의한 熱의 出入이 있다.

남쪽과 동쪽벽은 外壁面이 大氣와 接觸있고 太陽日射을 받기 때문에 相當外氣溫度의 개념이 적용되고 서쪽벽의 반대편은 모뎀방과 같은 조건의 房이어서 그 壁面 溫度가 室內側과 같다고 가정하였고 북쪽벽의 반대편은 북도이어서 空氣溫度가 室內溫度와 같다고 가정하였다.

天井은 熱傳導係數가 0.13kcal/h·m°C이고 熱擴散係數가 0.000921m²/h⁽¹⁶⁾이며 두께가 0.009m인 木坂이라고 가정하였다⁽¹⁶⁾. 天井 위와 지붕 밑 사이의 온도는 室內 空氣溫度와 外氣溫度와의 算術平均으로 約산하여 계산하였다.

Fig. 10은 熱傳導係數가 0.69228kcal/h m°C일 때의 壁과 天井에 대한 應答係數의 計算值이다. 天井의 재료는 熱傳導係數가 매우 적지만 두께가 얇아서 勵振이 주어질 후 2時間 안에 거의 대부분의 應答이 나타난다.

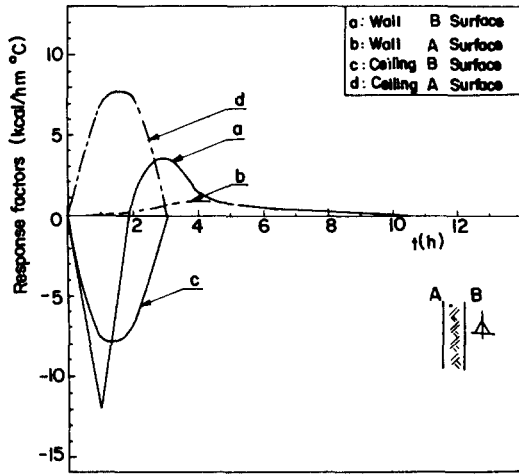


Fig. 10 Response factors of the wall and ceiling for unit temperature excitation by one hour time step

室內側 壁面과 天井에 대한 熱平衡方程式은

$$(CD_m + CV_m + R_m + S_m)_{i,t} = 0 \quad (26)$$

로 나타내진다.

(3) 室內空氣

室內空氣는 各 壁面과 自然對流 熱傳達, 窓門과 壁을 통한 空氣投入率, 室內電燈에 의한 熱取得을 고려하고 室內 空氣溫度를 20°C를 기준하여 온도조절기에 의한 보일러의 自動 開閉系를 가정하였다. 熱平衡式을 쓰면

$$\frac{\delta T}{\Delta} = \frac{Q}{CPAK} \quad (27)$$

이 된다. 여기서 Q는 總熱取得量이고 δT는 Δ동안 室內溫度的 증분이며 CPAK는 室內空氣의 熱容量이다.

式(25), (26), (27)을 연립하면

$$[A] \cdot [T] = [C] \quad (28)$$

의 연립방정식이 된다. 여기서 [A]는 11×11 行列이며 [T]는 未知溫度 行列이다. 未知溫度 [T]를 구하기 위하여 [A]⁻¹을 Subroutine에서 구해서⁽¹⁷⁾ [T]를 계산하였다.

3.2 太陽日射量

(1) 室內 各 壁에서 太陽日射量

Table 2와 같은 太陽日射量이 있을 때 窓門을 통한 室內 各 壁面의 太陽日射量을 계산하면 Fig. 11과 같다⁽¹⁸⁾.

(2) 相當外氣溫度

式(22)에서 壁面의 太陽日射量 吸收率 α₀의 값에 따라서 계산한 相當外氣溫度는 Fig. 12에 도시하였다. α₀가 相當外氣溫度에 큰 영향을 줄 수 있다. 이 그림에서 곡선 g는 外氣의 溫度이다. 이 외기온도는 서울의 12월 21일 중 快晴日의 기온 측정 통계자료를 참조하여 가정한 것이며 시간에 따른 온도는 Table 3에 나타내었다.

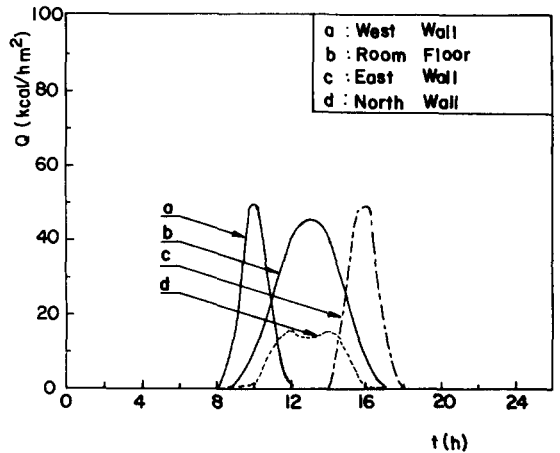


Fig. 11 Solar radiation on the inner wall surface

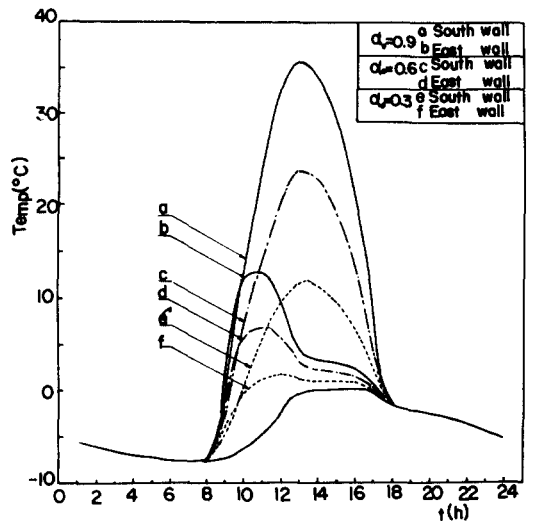


Fig. 12 Sol-air temperature of south and east wall with respect to the absorptivity. Curve g represents out-door air temperature

3.3 보일러

一般的으로 보일러는 처음 점화한 후 순환온수와 초

Table 3 Variation of out-door airtemperature

Time(h)	0	2	4	6	8	10	12
Temperature(°C)	-4.8	-6.0	-6.8	-7.6	-7.6	-6.6	-2.6
Time(h)	14	16	18	20	22	24	2
Temperature(°C)	0	0	-1.6	-2.4	-3.6	-4.8	-6.0

요 설비들을 豫熱하는데 熱이 소모되기 때문에 一定 시간이 지나야 正常狀態가 되며, 보일러가 정지한 후에도 餘熱에 의하여 一定時間 房바닥에 熱을 공급한다. 이 過渡期間을 2시간으로 가정하였고 이 시간동안에는 熱供給이 線形的으로 변한다고 가정하였고 正常狀態에서는 150kcal/h m²의 熱을 공급한다고 가정하였다.

傳導係數가 0.6928kcal/h m²°C일 때 방바닥 두께를 0.025m, 0.050m, 0.075m 로 변화시킬 때 各部의 溫度變化를 도시하면 Figs. 13~15 와 같다. 이 그림에는 보일러의 熱供給率(Q)가 도시되어 있으며 曲線 번호의 설명은 다음과 같다.

3.4 本 研究에서 사용한 資料

앞에 열거한 資料 이외에 本 研究에서 사용한 資料들은 Table 4 와 같다.

4. 結果 및 考察

4.1 溫度分布

(1) 房바닥 두께에 따른 變化

太陽日射量에 대한 吸收率이 0.6 이고 壁材料의 熱

- 1 : Temperature of room floor
- 2 : Temperature of ceiling
- 3 : Temperature of inner south wall
- 4 : Temperature of inner east wall
- 5 : Temperature of inner north wall
- 6 : Temperature of inner west wall
- 7 : Temperature of room air
- 8 : Temperature of outer south wall
- 9 : Temperature of outer east wall
- 10 : Temperature of outer ceiling
- 11 : Temperature of outer north wall

Table 4 Data

Variables	Value
Radiation heat transfer coefficient at outer wall surface: α_r (kcal/h m ² °C)	4.0
Stefan-Boltzmann constant : σ (kcal/h m ² K ⁴)	4.89801 × 10 ⁽¹⁹⁾
Apparent solar irradiation at air mass=0. : A (kcal/h m ²)	1064.951885 ⁽¹⁹⁾
Atmospheric extinction coefficient : $B(l/mass)$	0.142 ⁽¹³⁾
Diffuse radiation factor : C	0.057 ⁽¹³⁾
Latitude : L (°)	37°34'
Longitude : RO (°)	126°58'
Solar declinatioo : δ (°)	-23°24'
Ground reflectivity : ρ	0.2 ^(4,18)
Thickness of wall : l (m)	0.21
Thickness of ceiling : l (m)	0.009
Vertical length of room : HL (m)	3.0
Horizontal length of room : W (m)	3.6
Height of room : D (m)	2.38
Heightof window : H (m)	0.78
Height of window glass : W_g (m)	1.2
Width of window glass : W_s (m)	1.5

Fig. 13은 두께가 0.025m일 때 溫度 變化이다. 남과 동쪽 내벽의 溫度를 살펴보면 오전에는 동쪽벽이 쪽벽보다 太陽日射量을 많이 받아 높은 것을 알 수 있다. 室內 各 部分의 極大 極小 溫度가 보일러의 開閉時間보다 1時間 뒤에 나타나는 것은 房바닥의 熱傳에 대한 應答遲延 때문이다. 房바닥 두께가 얇기 때에 溫度의 變化幅이 크고 週期도 매우 짧다. 특히 房바닥 表面의 溫度 變化가 15°C 정도로 매우 커서 快適을 좋게 하는 溫度幅인 10°C를 크게 벗어나고 있다. 한 보일러의 開閉頻度는 매우 잦아서 보일러 熱效率 影響을 크게 미칠 것으로 생각된다. 室內空氣의 變化幅도 6°C 정도로 매우 커서 快適度의 범위를 벗어나 있다.

Fig. 14는 房바닥 두께가 0.050m일 때의 各部 溫度 變化이다. 두께가 0.025m일 때와 비교하면 보일러의 開閉頻度가 많이 줄었고 豫熱時間은 5時間 정도 더

진어졌다. 房바닥 表面溫度 曲線의 振幅도 13°C 정도로 작아졌고 室內溫度의 變化幅은 5°C, 약간 떨어졌다.

Fig. 15는 房바닥 두께가 0.075m인 경우를 나타내며 역시 Fig. 14와 거의 같은 양상을 나타내지만 보일러의 開閉頻度數가 줄었으며 豫熱時間이 훨씬 증가하였고 室內空氣 溫度 變化幅이 4°C 정도로 감소하였다.

Fig. 16은 이상을 종합하여 各 部分의 4일째와 5일째의 2일간의 平均溫度 變化幅을 두께에 따라 도시한 것이다. 房바닥 두께가 0.06m 부근에서 溫度의 變化幅이 가장 작다. 安樂度의 見지에서 이 系의 房바닥의 最適두께는 0.06m이다. 그러나 이 두께는 앞에서 가정한 보일러의 성능에 대한 것이고 正常 熱供給量, 過渡時間 등의 보일러 특성이 변하면 最適두께도 변할 것이다.

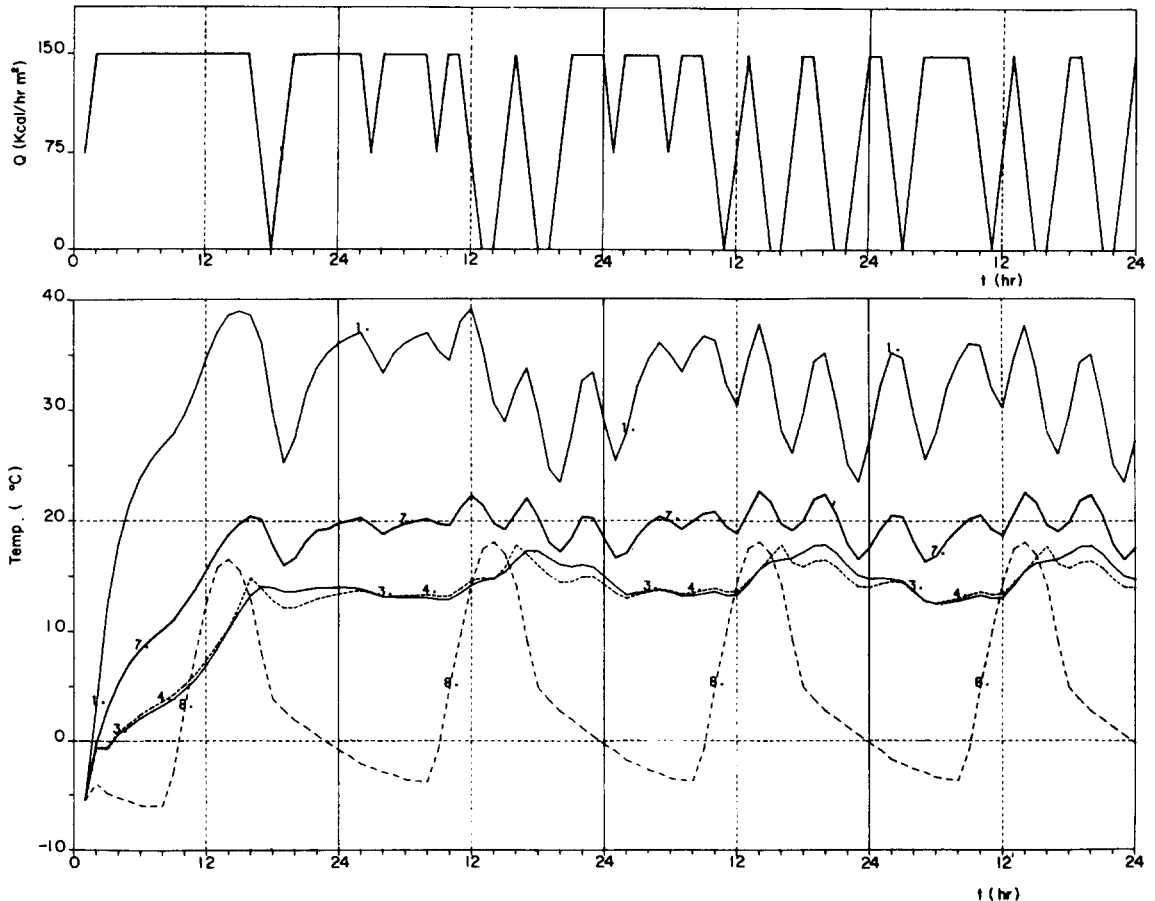


Fig. 13 Temperature variation of room and the heat supply of boiler for $l=0.025m$, $\alpha_0=0.6$

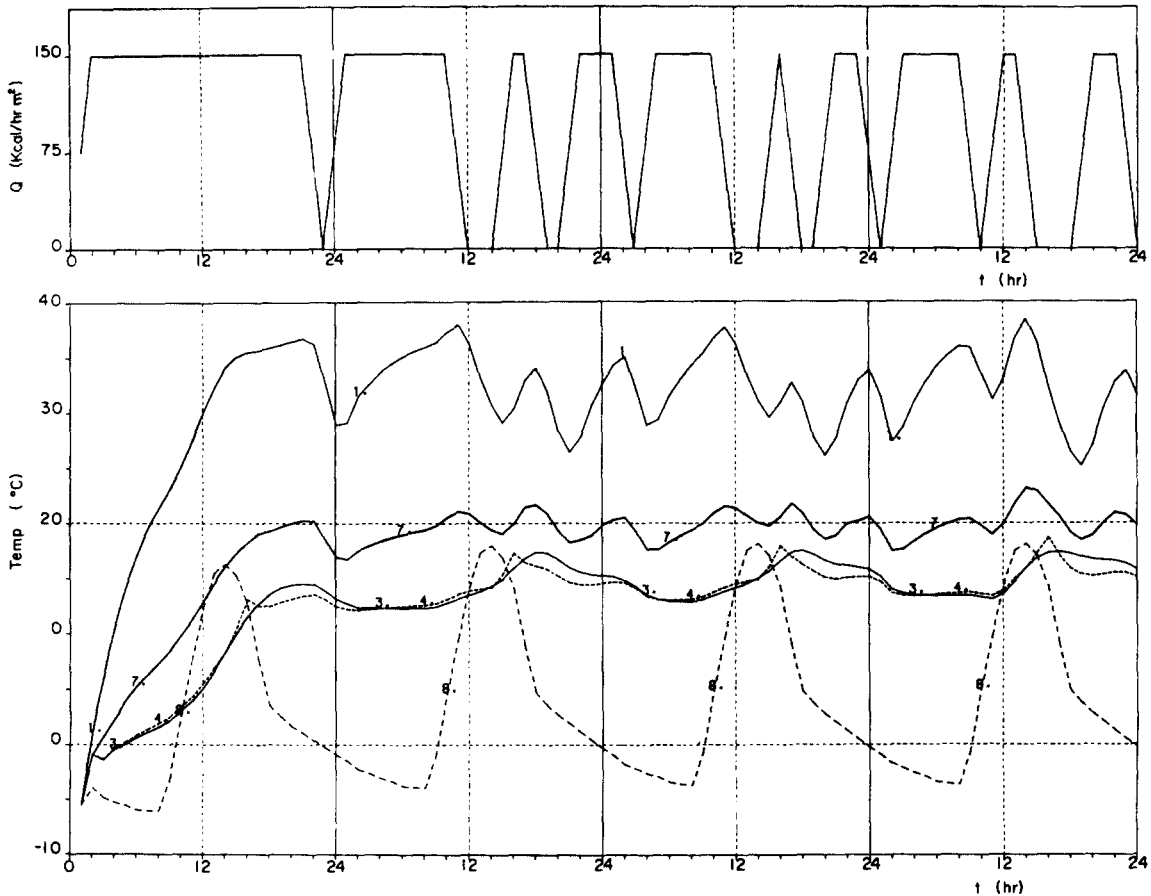


Fig. 14 Temperature variation of room and the heat supply of boiler for $l=0.050m$, $\alpha_0=0.6$

(2) 吸收率의 變化

Fig. 17은 Fig. 14와 같은 조건에서 太陽日射量 吸收率을 0.9로 變化시켰을 때 各部의 溫度變化이다. 보일러의 開閉頻度가 잦아졌고 房바닥과 室內 各部의 溫度變化가 증가되었다.

Fig. 18은 吸收率의 變化에 따른 各部 溫度의 變化幅을 나타낸다. 吸收率이 커질수록 溫度 變化幅이 대체적으로 커진 것을 알 수 있으며 특히 남쪽과 동쪽 내벽의 기울기가 가장 큰 것을 알 수 있다.

(3) 보일러 開閉 溫度幅에 따른 變化

Fig. 19는 房바닥 두께가 0.1m일 때 보일러 開閉 溫度幅에 따른 各部 溫度의 變化幅을 나타낸다. ΔT_R 이 6°C 부근에서 溫度 變化溫이 最大인 것은 특이하다. 그러나 이 값은 房바닥 두께에 따라서 變할 것으로 料된다.

4.2 보일러의 燃料消費率

本 研究에서는 5일간의 溫度 變化를 計算하였으며 5일간의 平均燃料消費率과 定常狀態에 이르렀다고 보는 4일째와 5일째의 平均燃料消費率을 房바닥 두께, 太陽日射量 吸收率, 보일러 開閉 溫度幅, 換氣量의 變化에 따라 구하여 도시하였다.

(1) 房바닥 두께에 따른 變化

Fig. 20은 房바닥 두께에 따른 燃料消費率을 나타내며 房바닥 두께가 두꺼워지면, 4일, 5일 平均 燃料消費率은 거의 變化가 없으나 5일간의 平均 燃料消費率은 약간 증가함을 알 수 있다. 이것은 두께가 두꺼워질수록 房을 豫熱하는데 많은 燃料이 소모되기 때문이다.

(2) 太陽日射量 吸收率에 따른 變化

Fig. 21은 太陽日射量 吸收率에 따른 燃料消費率을

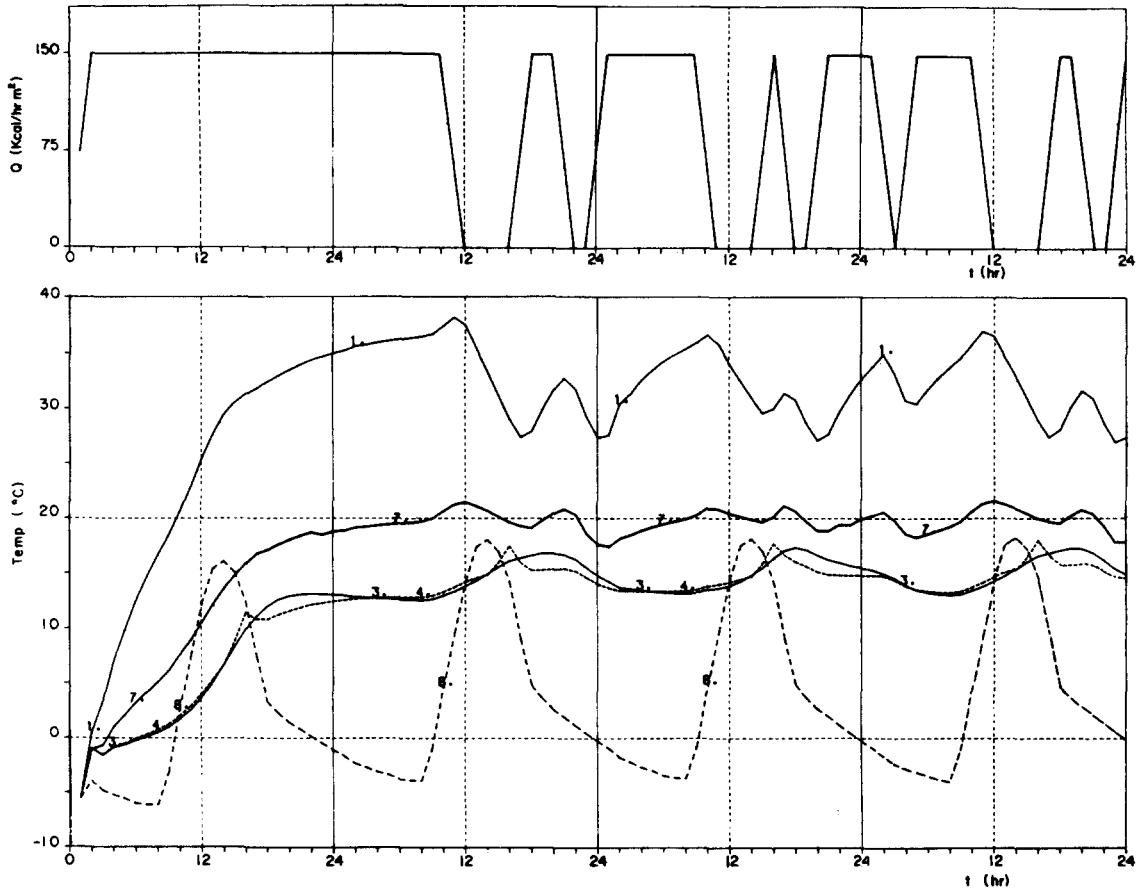


Fig. 15 Temperature variation of room and the heat supply of boiler for $l=0.075m$, $\alpha_0=0.6$

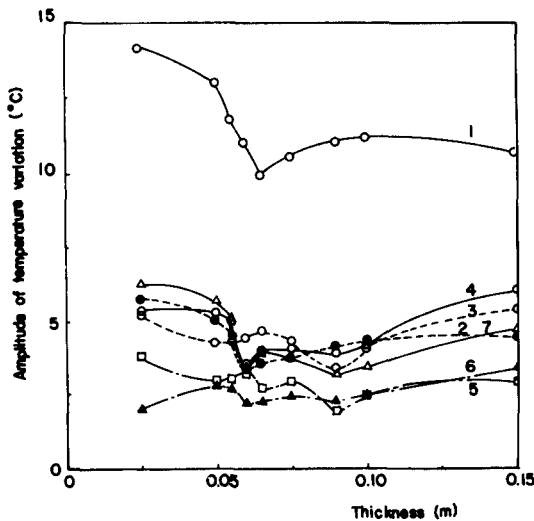


Fig. 16 Amplitude of temperature variation with respect to the thickness of room floor for $\alpha_0=0.6$

나타낸다. 吸收率이 증가할수록 燃料消費率은 감소한다. 그러나 吸收率이 증가되면 快適度가 떨어지므로 실제 吸收率을 정할 때는 경제적인 면과 快適度를 함께 考慮해야 한다.

(3) 보일러 開閉 溫度幅에 따른 變化

Fig. 22는 房바닥 두께가 0.1m일 때 보일러開閉 溫度幅에 따른 燃料消費率의 變化를 나타낸다. ΔT_R 가 $5^\circ C$ 부근에서 燃料消費率이 가장 작은 것을 알 수 있다. 그러나 Fig. 19에 의하면 ΔT_R 가 $6^\circ C$ 부근에서 溫度 變化幅이 가장 크기 때문에 보일러 開閉 溫度幅의 선정을 위해서도 역시 경제적인 면과 快適度를 함께 고려해야 한다.

(4) 換氣量에 따른 變化

Fig. 23은 換氣量에 따른 燃料消費率을 나타낸다. 換氣量이 커질수록 燃料消費率이 증가함을 알 수 있다.

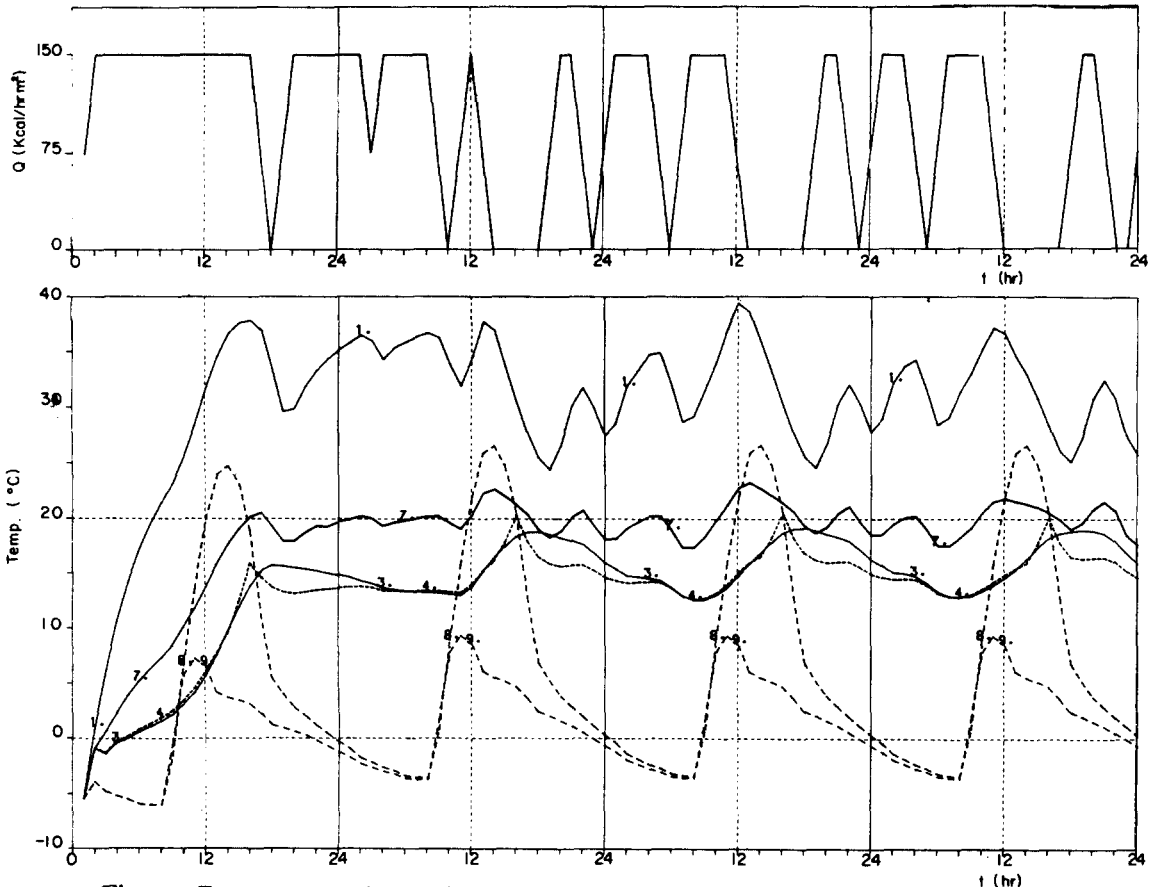


Fig. 17 Temperature variation of room and the heat supply of boiler for $l=0.050\text{m}$, $\alpha_0=0.9$

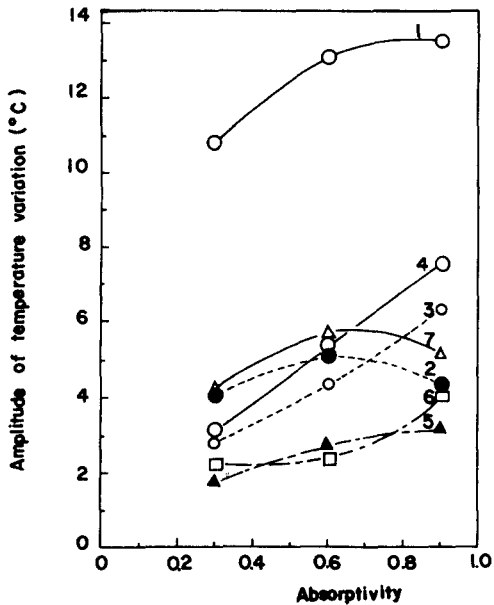


Fig. 18 Amplitude of temperature variation with respect to the absorptivity for $l=0.050\text{m}$

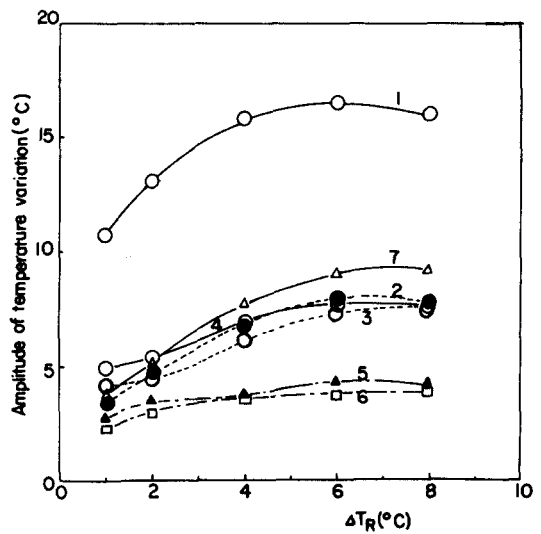


Fig. 19 Amplitude of temperature variation with respect to the on-off temperature range for $l=0.1\text{m}$, $\alpha_0=0.6$

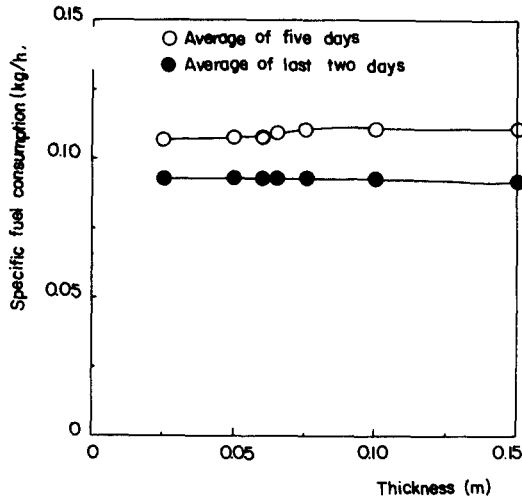


Fig. 20 Specific fuel consumption with respect to the thickness of room floor for $\alpha_0=0.6$

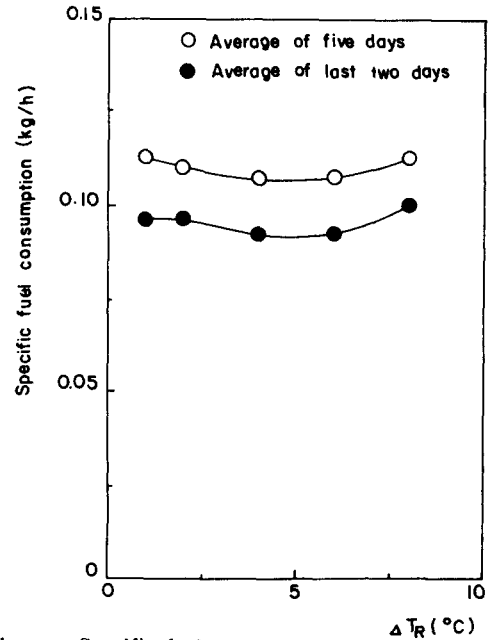


Fig. 22 Specific fuel consumption with respect to the on-off temperature range for $l=0.1m$, $\alpha_0=0.6$

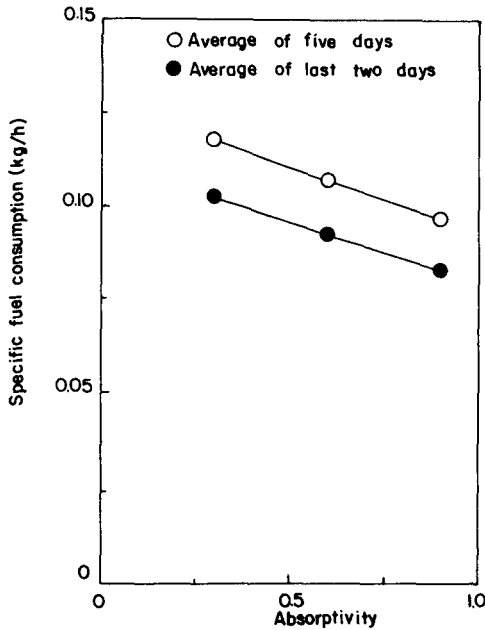


Fig. 21 Specific fuel consumption with respect to the absorptivity for $l=0.05m$

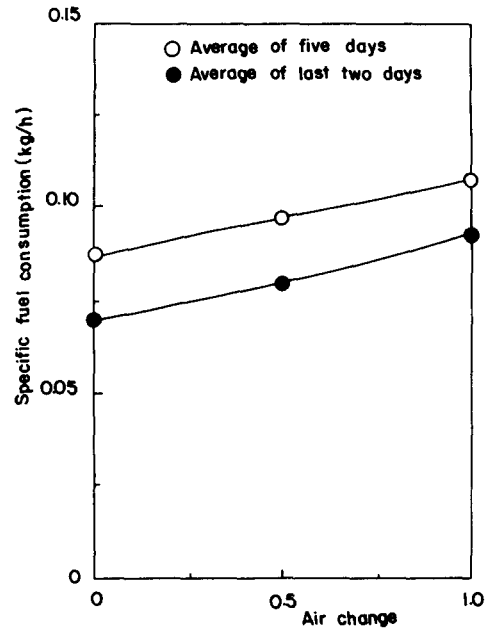


Fig. 23 Specific fuel consumption with respect to the air-change for $l=0.05m$, $\alpha_0=0.6$

5. 結 論

應答係數法에 의해 溫水溫突 暖房系의 房바닥 두께, 太陽日射量 吸收率, 보일러 開閉 溫度幅, 換氣量을 變化시키며 시뮬레이션한 結果로부터 다음과 같은 結論

을 얻었다.

- (1) 燃料消費率은 房바닥 두께에 무관하다.

- (2) 房바닥 두께가 증가할수록 室內 各部의 溫度 變化幅이 감소하다가 다시 증가하므로 快適度를 가장 좋게 하는 最適두께가 存在한다.
- (3) 太陽日射量 吸收率이 커질수록 溫度 變化幅은 커지고 燃料消費率은 감소한다.
- (4) 보일러 開閉 溫度 變化幅이 커지면 燃料消費率은 減少하다가 증가하며 溫度 變化幅은 증가한다.
- (5) 換氣量이 증가할수록 보일러 燃料消費率은 증가한다.

參 考 文 獻

- (1) 姜信榮, 1975, “주택 난방의 熱效率에 관한 研究” 한국과학기술원, 석사학위논문.
- (2) 배순훈, 김두천, 1975, “溫突의 구들장과 땅 바닥의 非定常 熱傳導解析”, 空氣調和·冷凍工學會誌, Vol. 4, No. 1, p. 6.
- (3) A. Nessi and L. Nisolle, 1925, “Regimes Variables de Fonctionnement dans les Installations de Chauffage Central”.
- (4) D.G. Stephenson, G.P. Mitalas, 1967, “Thermal Response Factors”, ASHRAE Transactions, Vol. 73, Part I.
- (5) R.H. Tull, 1968, “ASHRAE Program on Energy Requirements for Heating and Cooling”, ASHRAE Journal, Vol. 10, No. 4.
- (6) T. Kusuda, 1969, “Thermal Response Factors for Multi-Layer Structures of Various Heat Conduction Systems”, ASHRAE Transactions, Vol. 75, Part I, pp. 264~271.
- (7) 日本空調設備 基準委員會 第2小委員會負荷計算法分科會, 1972, “電算機にする動的空調負荷計算法”, 공기조화·위생공학, Vol. 46, No. 3.
- (8) Yoo Matsuo, Hitoshi Takeda, 1971, “The Calculation Method of Heat Load and its Examples by Response Factor Method”, Transactions SHASE JAPAN, Vol. 9, pp. 1~15.
- (9) A. Tustin, 1947, “A Method of Analyzing the Behavior of Linear System in Terms of Time Series”, J. Inst. Elec. Engineers, Vol. 94, Part II-A, p. 130.
- (10) W.R. Brisken, N.J. Bloomfield, S.G. Reque, N. Y. Schenectady, 1956, Heat Load Calculations by Thermal Response, ASHRAE Transactions, Vol. 62, p. 391.
- (11) 趙相俊, 1981, 應答係數法에 의한 溫水 溫突 暖房 System의 Simulation, 高麗大學院 碩士學位論文.
- (12) Williams, H. McAdams, 1954, “Heat Transmission”, 3rd ed., pp. 165~183, McGraw-Hill.
- (13) ASHRAE, ASHRAE Handbook & Product Directory 1972 Fundamentals, Chap. 2, Chap. 21, Chap. 22.
- (14) Alen J. Chapman, 1967, “Heat Transfer”, 3rd ed., pp. 411~490, McGraw-Hill.
- (15) E.R.G. Eckert, and Robert M. Drake, Jr., 1972, “Analysis of Heat and Mass Transfer”, 1st ed., pp. 570~646, McGraw-Hill.
- (16) 연재진, 1978, “건축학 총람”, pp. 3-33~3-35, 산업도서출판공사.
- (17) Shams, Kuo, 1972, “Computer Application of Numerical Method”, 1st ed., pp. 189~203, Addison-Wesley.
- (18) 金斗千, 1979, “한국 快晴日의 日射量 자료산출과 그 이용”, 空氣調和·冷凍工學會誌, Vol. 8, No. 4, p. 266.
- (19) J.P. Holman, 1977, “Heat Transfer”, 4th ed., 이정오, 김희용 역, 광림사.
- (20) G. Myers, 1971, “Analytical Methods in Conduction Heat Transfer”, 1st ed. pp. 74~205, McGraw-Hill.

附 錄

房바닥에 대한 應答係數

1. Fig. 5(a)의 境界條件에 대한 解析

우선 Duhamel's theorem⁽²⁰⁾을 적용하기 위하여 境界條件과 初期條件을

$$\text{境界條件: } -k \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = 1 \text{ (unit step)} \quad (\text{A. 1})$$

$$U(l, t) = 0 \quad (\text{A. 2})$$

$$\text{初期條件: } U(x, 0) = 0 \quad (\text{A. 3})$$

로 바꾸고 부분해를 구하기 위하여 온도 U 가 거리 x 만의 函數라고 가정하면 式(1)은

$$\bar{U}_{xx} = 0 \quad (\text{A. 4})$$

이 되며 境界條件은

$$-k \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \Big|_{x=0} = 1 \quad (\text{A. 5})$$

$$\bar{U}(l) = 0 \quad (\text{A. 6})$$

이 된다. (A. 5), (A. 6)을 적용하여 식(A. 4)의 해를 구하면

$$\bar{U}(x) = \frac{1}{k}(l-x) \quad (\text{A. 7})$$

이 된다. 식(1)의 해는 거리와 시간의 函數이므로

$$U(x, t) = v(x, t) + \bar{U}(x) \quad (\text{A. 8})$$

로 나타낼 수 있고 식(A. 8)을 식(1)에 대입하여 정리하면

$$av_{xx} = v_t \quad (\text{A. 9})$$

이 얻어지고 이 식의 境界條件은

$$-k \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (\text{A. 10})$$

$$v(l, t) = 0 \quad (\text{A. 11})$$

이 되고 初期條件은

$$v(x, 0) = \frac{1}{k}(x-l) \quad (\text{A. 12})$$

가 된다. 식(A. 9)은 變數分離法으로 풀어서 식(A. 10), (A. 11), (A. 12)를 적용하면

$$v(x, t) = -\frac{8l}{k\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos\left(\frac{2n-1}{2l}\pi x\right) \cdot e^{-\left(\frac{2n-1}{2l}\right)^2 \pi^2 a t} \quad (\text{A. 11})$$

이 얻어지고 식(A. 11)을 식(A. 8)에 대입하면

$$U(x, t) = \frac{1}{k} \left(l - x - \frac{8l}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2l}\pi x\right) \pi x e^{-\left(\frac{2n-1}{2l}\right)^2 \pi^2 a t} \right) \quad (\text{A. 12})$$

가 얻어진다. Duhamel's theorem에 의하면

$$Q(x, t) = \int_0^t C_0 \cdot Q \frac{\partial}{\partial t} \left(-k \frac{\partial U}{\partial x} \right) dQ \quad (\text{A. 13})$$

이 되며 식(A. 13)에 식(A. 12)를 대입하여 정리하면 식(5)가 얻어진다. 식(5)에서 應答係數 $R1FX(1)$, $R1FX(2)$, $R1FX(3)$...는

$$R1FX(1) = Q(1, l) \quad (\text{A. 14. 1})$$

$$R1FX(2) = Q(1, 2l) - 2Q(1, l) \quad (\text{A. 14. 2})$$

$$R1FX(3) = Q(1, 3l) - 3R1FX(1) - 2R1FX(2) \quad (\text{A. 14. 3})$$

와 같이 계산된다.

2. Fig. 5(b)의 境界條件에 대한 解析

식(1)과 境界條件에 대하여 Laplace 변환을 취하면

$$\alpha U_{xx} = SU \quad (\text{A. 15})$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (\text{A. 16})$$

$$U(l, s) = \frac{F_0}{s^2} \quad (\text{A. 17})$$

이 된다. 식(A. 15)의 解에 식(A. 16), (A. 17)을 적용하면

$$U(x, s) = \frac{F_0 \cdot \cosh x \sqrt{s/\alpha}}{s^2 \cdot \cosh l \sqrt{s/\alpha}} \quad (\text{A. 18})$$

이 되고 (A. 18)의 Laplace 逆變換을 취하면

$$U(x, t) = F_0 \left(t + \frac{x^2 - l^2}{2\alpha} + \frac{16l^2}{\pi^3 \alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2l}\pi x\right) \pi x \cdot e^{-\left(\frac{2n-1}{2l}\right)^2 \pi^2 a t} \right) \quad (\text{A. 19})$$

이 되고 이 식에서 熱流動率을 구하면

$$Q(x, t) = -kF_0 \left(\frac{x}{\alpha} - \frac{8l}{\pi^2 \alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2} \cdot \sin\left(\frac{2n-1}{2l}\pi x\right) \pi x \cdot e^{-\left(\frac{2n-1}{2l}\right)^2 \pi^2 a t} \right) \quad (\text{A. 20})$$

가 된다. 식(A. 20)에서 식(7)이 얻어진다. 식(7)에서 應答係數 $R1FY(1)$, $R1FY(2)$, $R1FY(3)$...는

$$R1FY(1) = Q(1, l) \quad (\text{A. 20. 1})$$

$$R1FY(2) = Q(1, 2l) - 2Q(1, l) \quad (\text{A. 20. 2})$$

$$R1FY(3) = Q(1, 3l) - 3R1FY(1) - 2R1FY(2) \\ \vdots \quad (\text{A. 20. 3})$$

와 같이 계산된다.