

< 論 文 >

유연한 단일링크 로봇 조작기의 최적귀환제어

하영균* · 김승호* · 이상조** · 박영필**

(1987년 7월 20일 접수)

Optimal Feedback Control of a Flexible One-Link Robotic Manipulator

Young-Kyun Ha, Seung-Ho Kim, Sang-Jo Lee and Young-Pil Park

Key Words: Optimal Feedback Control(최적귀환제어), Flexible(유연한), Manipulator(조작기), Tip Mass(첨단질량), Observer(관측기), Inaccessible State(측정불가상태)

Abstract

A flexible one-link robotic manipulator is modelled as a rotating cantilever beam with a hub and tip mass. An active control law is developed with consideration of the distributed flexibility of the arm. Equation of motion is derived by Hamilton's principle and, for modal control, represented as state variable form using Galerkin's mode summation method. Feedback coefficients are chosen to minimize the linear quadratic performance index(*PI*). To reconstruct the complete state vector from the measurements, an observer is proposed. In order to suppress vibration of the manipulator arm to desirable extent and to obtain accuracy of the positioning, weighting factor of input in *PI* is adjusted. Spillover effect due to the controller which controls several important modes is examined. Experiment is also performed to validate the theoretical analysis.

기 호 설 명

a : 강제허브 길이, m
 E_s : 모터 내부 역기전력, volt
 EI : 조작기 팔의 굽힘강성계수, Nm²
 l : 조작기 팔의 길이, m
 $F(x, t)$: 조작기 팔의 전단력, N
 $H(\)$: Heaviside 계단함수
 h : 조작기 팔의 두께, m
 i : 단위 허수, ($=\sqrt{-1}$)
 J_L : 피구동 기어 및 허브 계의 관성 질량 모멘트

트, kgm²

J_s : 모터 아마추어 및 구동기어 계의 관성 질량 모멘트, kgm²
 K_s : 모터의 전압 상수, V/rads⁻¹
 K_p : 비례제어기의 이득
 K_T : 모터의 토오크 상수, Nm/A
 L_s : 모터 아마추어의 인덕턴스, H
 M : 첨단질량, kg
 M^* : 첨단질량비, ($=M/m$)
 m : 조작기 팔의 단위길이 당 질량, kg/m
 $M(x, t)$: 조작기 팔의 굽힘 모멘트, Nm
 N_1, N_2 : 구동 및 피구동기어의 잇수

* 연세대학교 대학원

** 정희원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

- \bar{N} : 기어비의 역수
- R_a : 모터 아마추어의 권선저항, ohm
- T : 목표회전시간, sec
- T_B : 조작기 팔의 힘에 의해 허브에 걸리는 역토크, Nm
- T_r : 모터의 발생 토크, Nm
- T_1, T_2 : 구동 및 피구동기어의 전달 토크, Nm
- t : 시간, sec
- $V(t)$: 모터 인가 전압, volt
- $w(x, t)$: 조작기 팔의 횡방향 변위, m
- X, Y, Z : 관성 기준 좌표축
- x, y, z : 회전 기준 좌표축
- ΔT : 디지틀 제어 알고리즘의 연산 시간(샘플링 시간), sec
- δ_{ij} : Kronecker 델타
- $\delta(\)$: Dirac 델타 함수
- $\epsilon(x, t)$: x 지점에서 조작기 팔의 스트레인
- $\theta(t)$: 허브 회전각, rad
- $\theta_r(t)$: 목표 회전각 함수, rad
- θ_r : 목표 회전각 상수, rad or deg
- $\Omega(t)$: 허브의 회전각속도, rad/sec
- Ω_1 : 모터의 회전각속도, rad/sec
- ω_j : 균일외팔보의 j 번째 고유진동수
- \underline{A} : 행렬 A
- \underline{A} : 벡터 A
- \underline{I} : 단위행렬,
- $\underline{0, 0}$: 영행렬, 영벡터
- \underline{A}^T : 행렬 A 의 transpose
- $[\]$: 대각 행렬
- $'$: x 에 대한 편미분
- \cdot : t 에 대한 편미분
- \hat{A} : 계의 상태변수 A 에 대한 관측기의 추정 상태변수

1. 서 론

로봇 조작기의 작업능률을 향상시키기 위해서는 조작기의 운동을 고속화하여야 한다. 운동을 고속화하려면 조작기의 경량화가 필수적이며, 경량화에 따른 구동에너지의 절약이라는 장점도 얻을 수 있다. 그러나 이러한 경량의 조작기나 우주공간등에서 작업을 수행하는 길이가 긴 조작기는 강체로 보기에 곤란하며 운동시 탄성에 의한 진동이 발생하여 정밀도에 악영향을 미치게 된다. 따라서 최근에는 이러한 고속 경량화

에 따른 문제를 해결하기 위하여 경량의 유연한(flexible) 로봇 조작기에 대하여 그 진동 및 위치제어를 행하는 연구가 진행되고 있다.

1975년 Book⁽¹⁾은 두개의 보와 두개의 관절을 가진 계의 귀환제어방법에 대해 연구하였으며 그 뒤 몇몇 관계논문들을 발표하였고^(2,3) 1985년 Hastings와 함께⁽⁴⁾ 유연한 로봇 팔의 제어실험에 대해 언급하였으며, 1985년 Fukuda⁽⁵⁾는 이송하중(payload)이 없는 경우에 대해, 1986년 Sakawa⁽⁶⁾는 허브(hub)가 없는 경우에 대해 각각 유연한 로봇 팔을 회전하는 외팔보로 모델링하여 그 제어에 대해 연구하였다. 1986년 Skaar와 Tucker⁽⁷⁾는 유연한 로봇 팔에 대해 계의 지배방정식 대신 분포정수계의 몇개의 점들의 입력에 대한 전달함수를 구하여 이를 이용하여 계를 제어하는 방법에 대해 연구하였다.

본 연구에서는 유연한 로봇 조작기를 허브가 있는 첨단질량이 부착된 유연한 외팔보로 모델링하고 Hamilton의 원리에 의하여 유도된 운동방정식을 Galerkin의 모드 합 방법을 이용하여 유한차원화하여 상태방정식으로 표시하였다. 계를 제어 모드부(controlled mode part)와 잔류 모드부(residual mode part)로 나누어⁽⁸⁾ 제어 모드부에 대해 최적제어 이론을 도입하여 귀환계수(feedback coefficient)를 구하였으며 추정 불가능한 상태변수(inaccessible state)를 근사적으로 추정하기 위하여 Luenberger 관측기가 사용되었다. 2차 성능계수(quadratic performance index)내의 입력에 대한 가중치의 변화에 따른 제어효과 및 제어의 여러 모드중 중요 모드만 제어하는 제어기를 사용함에 따른 spillover 효과가 계의 제어효과에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통하여 고찰하였으며, 또한 실험을 통하여 이론의 타당성을 검토하였다.

2. 이론 해석

2.1 지배방정식

유연한 로봇 조작기를 Fig. 1과 같이 첨단질량(tip mass)이 부착된 외팔보계로 이상화하여 해석한다. Euler-Bernovlli 보로 가정된 유연한 조작기 팔은 회전축으로부터 허브길이 a 만큼 떨어져 강체허브에 고정되어 있으며, 허브는 $\Omega(t)$ 의 각속도로 회전하는 것으로 한다. X, Y, Z 는 허브의 회전중심이 원점인 절대좌표축이며 x, y, z 는 외팔보가 허브에 부착된 점을 원점으로 하는 상대회전좌표축으로 x 축은 외팔보의 길이방향이며 y 축은 횡변위 방향이다.

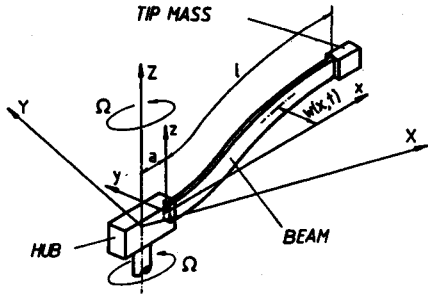


Fig. 1 Flexible robotic manipulator model

\$w(x, t)\$는 상대회전좌표계에서의 로봇팔의 횡방향 변위를 나타낸다. 원심력 및 보의 축방향 변위를 무시하고 평형점 근처에서의 작은 운동만을 고려하면 Hamilton의 원리에 의해 다음과 같은 선형지배방정식 및 경계조건을 얻을 수 있다⁽⁹⁾.

$$EIw''''(x, t) + \{m + M\delta(x-l)\}w(x, t) = -(x+a)\{m + M\delta(x-l)\}\dot{\Omega}(t) \quad (1)$$

$$w(x, t)|_{x=0}=0, \quad w'(x, t)|_{x=0}=0 \quad (2)$$

\$w''(x, t)|_{x=l}=0, \quad w'''(x, t)|_{x=l}=0\$

Galerkin의 모우드 합 방법을 이용하여 식(1)의 해를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w(x, t) = \sum_{j=0}^L \phi_j(x) q_j(t) \quad (3)$$

여기서 \$\phi_j(x)\$는 경계조건 (2)를 만족하는 계의 comparison function, \$q_j(t)\$는 일반화된 좌표(generalized coordinate)이며, \$L\$은 사용하는 모우드 수를 나타낸다. 본 연구에서는 첨단질량이 없는 균일외팔보의 고유함수(eigenfunction)를 \$\phi_j(x)\$로 사용하며 이는

$$\phi_j(x) = (1/\sqrt{ml}) [\cosh\lambda_j(x/l) - \cos\lambda_j(x/l) - \sigma_j \{ \sinh\lambda_j(x/l) - \sin\lambda_j(x/l) \}] \quad (4)$$

(\$j=1, \dots, L\$)

로 나타내어진다[\$\lambda_j\$와 \$\sigma_j\$의 값은 참고문헌 (9)참조].

식 (3)을 식 (1)에 대입하고 \$\phi_i(x)\$를 \$x\$의 영역에 대해 내적(inner product)하여 고유함수의 직교성조건 및 적분공식^(10,11)들을 이용하여

$$M\ddot{Q}_i + K_i Q_i = \dot{Q}(t) F_i \quad (5)$$

과 같은 행렬식을 얻을 수 있으며 여기서

$$M_{i,j} = \delta_{i,j} + 4M^* (-1)^{i+j}$$

$$K_{i,j} = \delta_{i,j} \bar{\omega}_j^2 = \delta_{i,j} \lambda_j^4 (EI/ml^4)$$

$$Q_i = q_i(t)$$

$$F_i = -2\sqrt{ml} [(l/\lambda_j^2) + (a\sigma_i/\lambda_j) + M^*(l+a) (-1)^{i+1}]$$

(\$i, j=1, \dots, L\$)

이며 \$M^*\$는 첨단질량비(tip mass ratio)로서 \$M^* = M/\$

\$ml\$로 정의된다.

식 (5)의 규준화된 모달행렬(normalized modal matrix) \$\underline{P}\$ 및 고유진동수 \$\omega_i\$를 구하여

$$\underline{Q} = \underline{P}\underline{H} \quad (7)$$

의 좌표변환식 및 모달행렬의 직교성 조건을 이용하여 식 (5)를 decoupling 하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{H}_i + \underline{\Lambda} \underline{H} = \underline{\Omega}(t) \underline{E} \quad (8)$$

여기서

$$\underline{\Lambda} = \underline{P}^T \underline{K} \underline{P} = [\omega_i^2]$$

$$\underline{E} = \underline{P}^T \underline{F}$$

이다.

2.2 상태방정식

상태변수벡터(state variable vector)를 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{X} = \begin{Bmatrix} H \\ \dot{H} \\ \bar{\theta} \\ \Omega \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서 \$\underline{H}\$ 및 \$\dot{\underline{H}}\$는 로봇팔의 진동에 관계되는 상태변수들이며, 회전각의 오차를 나타내는 \$\bar{\theta}(t)\$는

$$\bar{\theta}(t) = \theta(t) - \theta_r(t) \quad (10)$$

로 정의되며 \$\theta(t)\$는 허브의 회전각, \$\theta_r(t)\$는 로봇 팔의 목표회전각으로 원활한 회전을 위하여

$$\theta_r(t) = \theta_r \{ 3(t/T)^2 - 2(t/T)^3 \} [H(t) - H(t-T)] + \theta_r H(t-T) \quad (11)$$

인 Fig. 2에 표시된 형태의 함수를 사용하며⁽¹²⁾ \$\theta_r\$는 목표회전각 상수, \$T\$는 목표회전 완료시간, \$H(t)\$는 Heaviside's step function을 나타낸다.

식(9)로 정의된 상태변수벡터를 이용하면 식(8)은 다음과 같은 상태방정식으로 표시된다.

$$\dot{\underline{X}} = \underline{A}\underline{X} + \underline{b}u - \underline{d} \quad (12)$$

여기서

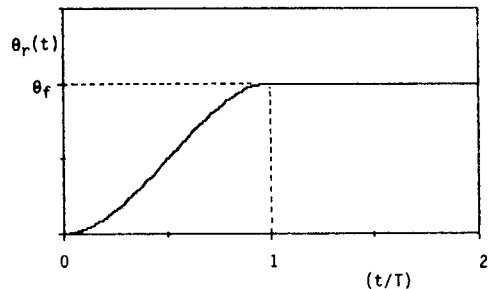


Fig. 2 Profile of reference angle function \$\theta_r(t)\$

$$\underline{A} = \begin{Bmatrix} 0 & I \\ -A & 0 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \underline{b} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \underline{d} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\theta}_r(t) \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

$$u = \hat{Q}(t)$$

이다.

계의 출력(output) y 를 횡방향 두께가 h 인 로봇팔의 x_i 지점에서의 스트레인이라 하면 식(3), (7)을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y = \underline{C}^T \underline{X} = -(h/2)w''(x_i, t) = \underline{\phi}^T \underline{P} \underline{H} \quad (14)$$

여기서

$$\underline{\phi}^T = -(h/2)(\phi_1''(x_i), \dots, \phi_L''(x_i))$$

이며 위 식으로부터 출력벡터 \underline{C} 는 다음 식으로 표시된다.

$$\underline{C} = (\underline{\phi}^T \underline{P} \quad 0^T)^T \quad (15)$$

식(12), (14)로 표시되는 유연한 조작기 계는 가관측(observable), 가제어(controllable)한 계이다.

2.3 조작기 구동부의 해석

구동 모터부를 포함한 전체적인 조작기 계는 Fig. 3과 같다. 이러한 계에 대해 에너지 손실을 무시하고 효율손도를 그리면 Fig. 4와 같으며 L_n 를 무시하면 자루우프 및 루우프사이의 관계식은 다음과 같다.

첫번째 루우프

$$V(t) = R_n I_n(t) + E_n(t) \quad (16)$$

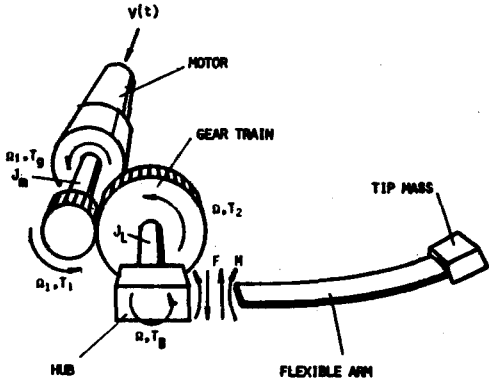


Fig. 3 Flexible robotic manipulator system

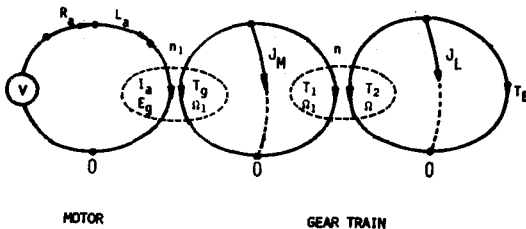


Fig. 4 Flow graph of driving system

DC 모터부 :

$$E_n = K_n \Omega_n, \quad T_n = -K_T I_n \quad (17)$$

$$\text{transformation ratio } n_1 = 1/K_n = 1/K_T$$

두번째 루우프 :

$$T_n(t) + J_n \hat{\Omega}_n(t) + T_1(t) = 0 \quad (18)$$

감속기어 부 :

$$\Omega = n \Omega_n, \quad T_1(t) = -n T_2(t) \quad (19)$$

$$\text{transformation ratio } n = -N_1/N_2 = 1/\bar{N}$$

세번째 루우프 :

$$T_2(t) + J_L \hat{\Omega}(t) + T_3(t) = 0 \quad (20)$$

$$T_3(t) = -M(0, t) + aF(0, t) \\ = -EIw''(0, t) + aw'''(0, t) \quad (21)$$

이들 식(16)~(21)과 식(3)을 이용하면 모터의 인가 전압 $V(t)$ 와 허브의 회전각 가속도 $\hat{Q}(t)$ 와의 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$V(t) = L_1 \hat{Q}(t) - L_2 S^T \underline{H} + L_3 \Omega(t) \quad (22)$$

여기서

$$L_1 = R_n(\bar{N}^2 J_n + J_L) / (\bar{N} K_T)$$

$$L_2 = (R_n EI) / (\bar{N} K_T)$$

$$L_3 = \bar{N} K_n$$

$$S^T = (\phi_1''(0) - a\phi_1'''(0), \dots, \phi_L''(0) - a\phi_L'''(0)) \underline{P}$$

이다.

2.4 제어 모드부와 잔류 모드부

식(3)의 L 은 가정된 식(3)이 계의 거동을 충분히 표현할 수 있도록 고려된 큰 값이며 이 L 개의 모우드 모두 제어하는 것은 제어기 설계시 불합리하므로 이중 중요한 N 개의 모우드만을 제어하는 것으로 하면 ($N \leq L$), 식(9), (12) 및 (14)는 다음과 같은 제어모우드부(하첨자 N 으로 표시)와 잔류 모우드부(하첨자 R 로 표시)로 나뉘게 된다.

$$\underline{\dot{X}}_N = \underline{A}_N \underline{X}_N + \underline{b}_N u - \underline{d}_N \quad (23)$$

$$\underline{\dot{X}}_R = \underline{A}_R \underline{X}_R + \underline{b}_R u \quad (24)$$

$$y = \underline{C}_N^T \underline{X}_N + \underline{C}_R^T \underline{X}_R \quad (25)$$

여기서

$$\underline{X}_N = \begin{Bmatrix} H_N \\ \dot{H}_N \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad \underline{X}_R = \begin{Bmatrix} H_R \\ \dot{H}_R \end{Bmatrix},$$

$$\underline{A}_N = \begin{bmatrix} 0 & I_N \\ -A_N & 0 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{b}_N = \begin{Bmatrix} 0 \\ E_N \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \underline{d}_N = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\theta}_r(t) \\ 0 \end{Bmatrix},$$

(26)

$$\underline{A}_n = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -\underline{A}_n & 0 \end{bmatrix}, \underline{b}_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{E}_n \end{bmatrix},$$

$$\underline{C}_n^T = [(\underline{\phi}^T \underline{P})_n \ 0^T], \underline{C}_n^T = [(\underline{\phi}^T \underline{P})_n \ 0^T]$$

이러한 이들은 식 (9), (13) 및 (15)의 부분행렬들이며 다음과 같이 표시된다.

$$\underline{X} = \begin{Bmatrix} \underline{H}_n \\ \underline{H}_n \\ \underline{\dot{H}}_n \\ \underline{H}_n \\ \underline{\theta} \\ \underline{\Omega} \end{Bmatrix}, \underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_n & 0 \\ 0 & \underline{A}_n \end{bmatrix}, \underline{E} = \begin{bmatrix} \underline{E}_n \\ \underline{E}_n \end{bmatrix},$$

$$\underline{\phi}^T \underline{P} = [(\underline{\phi}^T \underline{P})_n \ (\underline{\phi}^T \underline{P})_n]$$

2.5 관측기를 이용한 최적 제어계의 구성

잔류 모우드부를 무시하고 제어 모우드부만으로 표시되는 식 (23)에 대해 최적제어 이론을 도입하면, 제어 입력 $u(t)$ 는

$$u(t) = -\underline{k}^T \underline{X}_n \tag{27}$$

으로 표시되며 귀환계수벡터 (feedback coefficient vector) \underline{k} 는 다음과 같은 2차 성능계수 (quadratic performance index)

$$PI = \int_0^{\infty} [X_n^T Q_n X_n + R u(t)^2] dt \tag{28}$$

를 최소화시키는 것을 선택하며 이는 다음과 같은 Riccati 방정식

$$\underline{P}_n \underline{A}_n + \underline{A}_n^T \underline{P}_n - R^{-1} \underline{P}_n \underline{b}_n \underline{b}_n^T \underline{P}_n = -Q_n \tag{29}$$

의해 \underline{P}_n 을 구하는 것과 상응한다. \underline{P}_n 은 Potter 방법에 의하여 구하였으며 이 \underline{P}_n 을 이용하여

$$\underline{k} = \underline{P}_n \underline{b}_n R^{-1} \tag{30}$$

의 관계식으로부터 \underline{k} 를 구한다.

최적제어이론에 의해 제어입력 $u(t)$ 는 식 (27)로 결정되나 제어 모우드부에 대한 상태변수벡터 \underline{X}_n 중에서 측정이 가능한 상태변수는 $\underline{\theta}(t)$, $\underline{\Omega}(t)$ 뿐이고 로봇 팔의 진동에 관제되는 \underline{H}_n , $\underline{\dot{H}}_n$ 은 측정이 불가능하다. 이러한 측정이 불가능한 상태변수 (inaccessible state)를 추정하기 위하여 Luenberger 관측기를 사용하며 이러한 관측기의 상태방정식은

$$\dot{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -\underline{A}_n & 0 \end{bmatrix} \underline{Z} + \begin{bmatrix} \underline{G} \\ \underline{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \tag{31}$$

으로 표시된다. 여기서 벡터 \underline{G} 는 관측기의 고유치를 결정함으로써 결정되며 관측기의 상태변수벡터 \underline{Z} 는

$$\underline{Z} = \begin{Bmatrix} \underline{\hat{H}}_n \\ \underline{\hat{H}}_n \end{Bmatrix} \tag{32}$$

로서 $\underline{\hat{H}}_n$ 및 $\underline{\dot{\hat{H}}}_n$ 은 계의 측정 불가능 상태변수벡터 \underline{H}_n 과 $\underline{\dot{H}}_n$ 의 추정치가 된다. 이러한 관측기를 이용하면 식 (27)은

$$u(t) = -\underline{k}^T \begin{Bmatrix} \underline{Z} \\ \underline{\theta} - \underline{\theta}_s \\ \underline{\Omega} \end{Bmatrix} \tag{33}$$

로 쓸 수 있으며 모우더의 인가전압 $V(t)$ 에 대한 관계식 (22)는 다음과 같이 표시 된다.

$$V(t) = L_1 u(t) - L_2 \underline{S}_n^T \underline{\hat{H}}_n + L_3 \underline{\Omega}(t) \tag{34}$$

여기서 \underline{S}_n^T 은 \underline{S}^T 의 부분벡터로서 다음과 같다.

$$\underline{S}^T = (\underline{S}_n^T, \underline{S}_R^T) \tag{35}$$

이들을 이용한 최종적인 제어계의 구성이 Fig. 5에 나타나 있다.

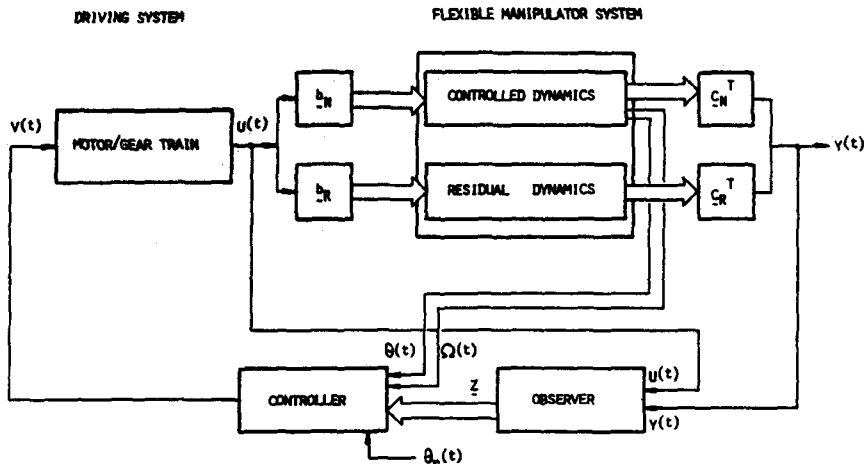


Fig. 5 Block diagram of closed-loop system

3. 수치 해석

수치해석에 사용된 여러 파라미터의 값들은 Table 1 과 같게 하였으며 식 (3)으로 가정되는 계의 모우드수 $L=4$, 목표회전각 상수 $\theta_f = \pi/2 \text{rad}$, 목표 회전시간 $T=0.4$ 초로 하였다.

Table 1 Parameters used in numerical and experimental analysis

Beam	$l : 0.7\text{m}$ $h : 0.001\text{m}$ $m : 0.257125\text{kg/m}$ $EI : 0.520662\text{Nm}^2$
Tip mass	$M : 0.09\text{kg}$
Hub	$a : 0.05\text{m}$
Motor	$R_a : 2.04830\text{ohm}$ $K_T, K_B : 0.4456\text{V/rads}^{-1}$
Driving system	$J_m : 2.724 \times 10^{-5}\text{kgm}^2$ $J_L : 2.121984 \times 10^{-3}\text{kgm}^2$ $\bar{N} : 63$
Strain gage location	$x_s : 0.35\text{m}$

3.1 2차 성능계수 내의 가중치에 따른 제어효과의 변화

가정된 계의 4 개의 모우드를 모두 제어하는 것으로 하고 ($N=4$), 식 (28)로 표시되는 2차 성능계수 내의 가중행렬 Q_N 을

$$Q_N = 1/2 \begin{bmatrix} \lambda_N & 0 \\ 0 & I_N \end{bmatrix} \quad (36)$$

으로 하고 제어입력 $u(t)$ 의 가중치 R 을 0.5, 0.05, 0.001로 변화시키면서 구한 귀환계수들을 이용하여 능동 제어를 수행한 결과가 Fig. 6에 있다. 이로부터 R 이 작아질수록 로봇 팔의 진동의 제어효과는 좋아지나 계의 제어입력의 크기는 커짐을 알 수 있다. 허브가 목

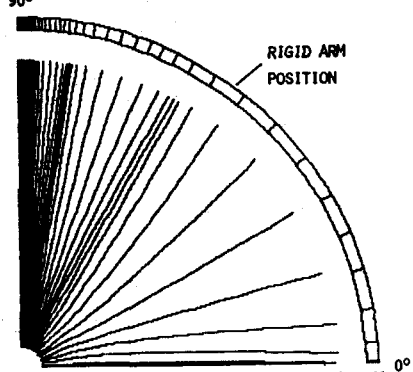


Fig. 7 Computer simulation of rotating flexible manipulator ($L=4, N=4, R=0.001$, animation step=0.125sec)

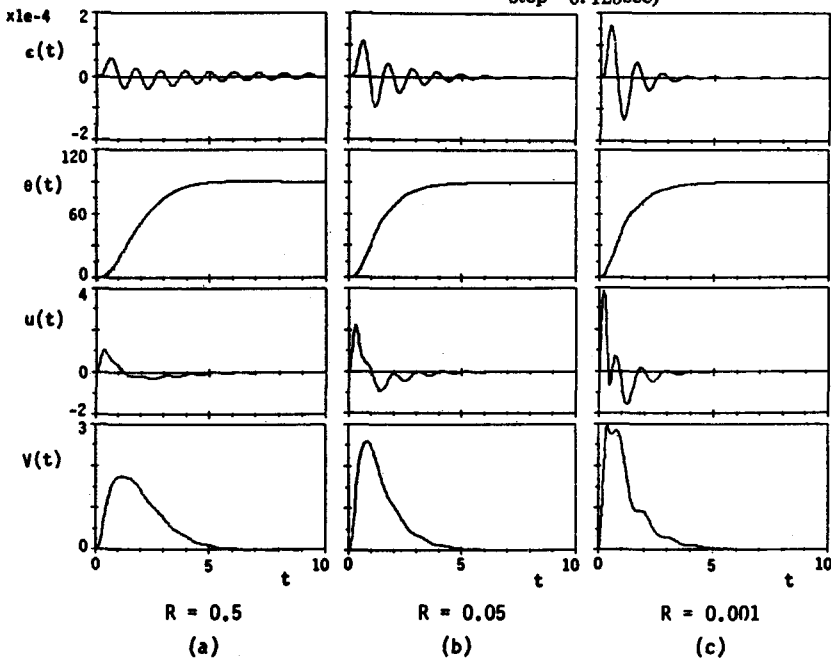


Fig. 6 Dependence of control performance upon the weighting factor R . ($L=4, N=4$)

표 회전각만큼 회전하는데 걸리는 시간은 R 의 변화에 큰 영향을 받지 않으며 목표회전시간 $T=0.4$ 초보다는 훨씬 더 걸리는 것을 보여준다.

Fig. 7은 유연한 조작기의 회전상태를 컴퓨터 시뮬레이션 한 것이며 이는 조작기 팔이 회전할 때는 진동하고 있으나 목표회전각에 이를때는 진동이 감쇠되어 조작기의 위치가 정확하게 제어됨을 보여준다.

3.2 일부 중요 모드만의 제어

유연한 조작기 계와 같은 분포정수계 (distributed parameter system)를 제어 모드부와 잔류 모드부로 나누어서 제어 모드부만에 대해 최적제어 이론을 적용하는 경우, Fig. 5 및 식 (25)에서 보는 것과 같이 측정되는 계의 출력은 제어 모드부만이 아닌 잔류 모드부의 신호가 포함되어 있는 관측 (observation) spillover 효과가 있고, 또한 제어에 가해지는 제어력이 제어 모드부만이 아닌 잔류 모드부에도 영향을 미치게 되는 제어 (control) spillover 효과가 존재한다. 따라서 이러한 효과가 계의 제어정도에 얼마나 영향을 미치는가를 살펴볼 필요가 있다. 수치해석은 처음 두 모드만을 제어하는 경우와 첫번째 모드만을 제어하는 경우에 대해서 행하였으며 2차 성능계수내의 가중행렬 Q_N 은 식 (36)과 같이, 가중치 $R=0.001$ 로 하였으며 관측기의 고유치는 -3 으로 하였다.

계의 처음 두 모드 및 첫번째 모드만을 제어할 때, 관측 spillover가 있는 경우와 ($C_R \neq 0$) 없는 경우

($C_R=0$)에 대해서 수치해석한 결과가 Fig. 8에 있다. 이 결과를 네개의 모드를 모두 제어 하는 경우인 Fig. 6의 (c)와 비교해 보면 계의 두번째 모드까지 또는 첫번째 모드만 제어하여도 네개의 모드를 모두 제어하는 것과 거의 동일한 제어효과를 얻을 수 있으며 이는 계의 첫번째 모드가 진동에 지배적인 영향을 미치기 때문이라고 생각된다. 또한 spillover 효과도 계의 제어정도에 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

관측 spillover가 관측기의 상태추정 성능에 미치는 영향에 대해 살펴본 것이 Fig. 9, 10에 있다. $N=2$ 인 경우인 Fig. 9에서 보면 관측 spillover 존재여부에 관계없이 상태변수 H_1, \dot{H}_1 은 근사하게 추정해내나 H_2, \dot{H}_2 에 대해서는 관측 spillover가 있는 경우엔 오차를 보임을 알 수 있다. 그러나 그 크기가 상태변수 H_1, \dot{H}_1 에 비해 훨씬 작으므로 계의 제어정도에 큰 영향을 미치지 않는다는. $N=1$ 인 경우인 Fig. 10에서 보면 관측 spillover 존재여부에 관계없이 상태변수 H_1, \dot{H}_1 를 잘 추정함을 보여주며, 계의 상태변수 H_2, \dot{H}_2 는 제어되지 않은채로 진동하고 있으나 그 크기가 너무 작아 계의 제어정도에 거의 영향을 미치지 않음을 보여준다.

4. 실험적 해석

실험장치에 관계되는 파라미터들은 Table 1과 같으며, 가정된 계의 4개의 모드중 첫번째 모드만 제어하는 것으로 하여 마이크로 컴퓨터를 이용하여 디지털

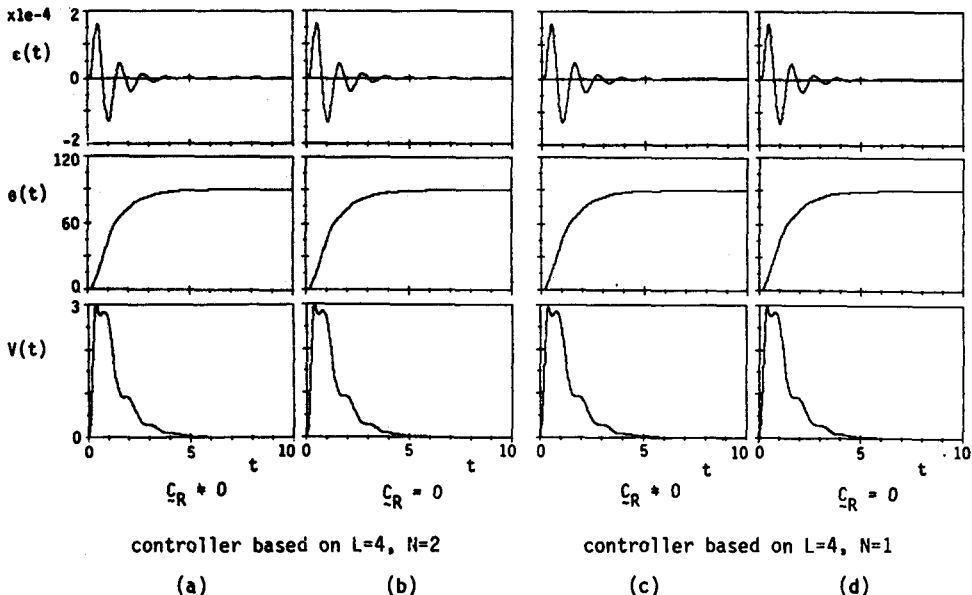


Fig. 8 Dependence of control performance upon the controller type and spillover effect ($R=0.10$)

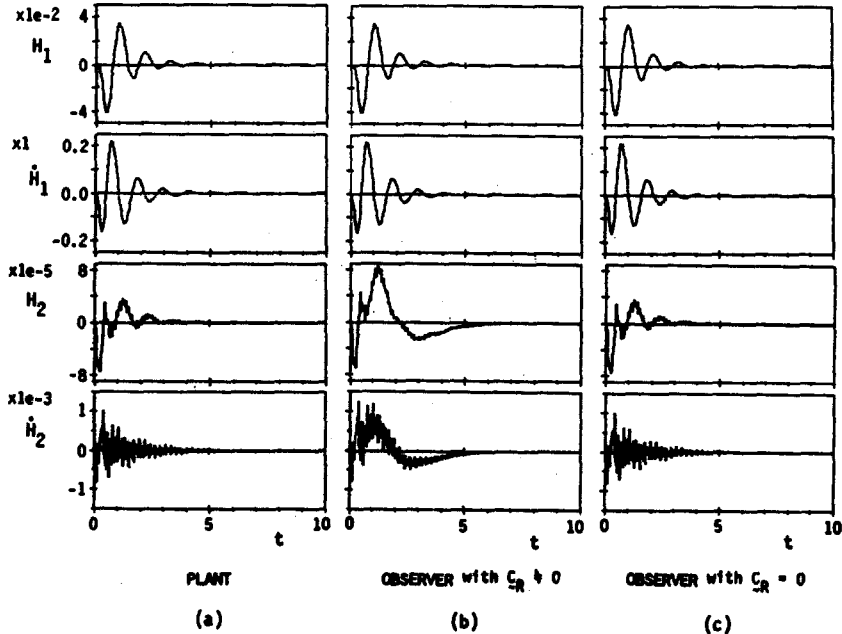


Fig. 9 Comparison of plant-states with observer-estimated states ($L=4, N=2$)

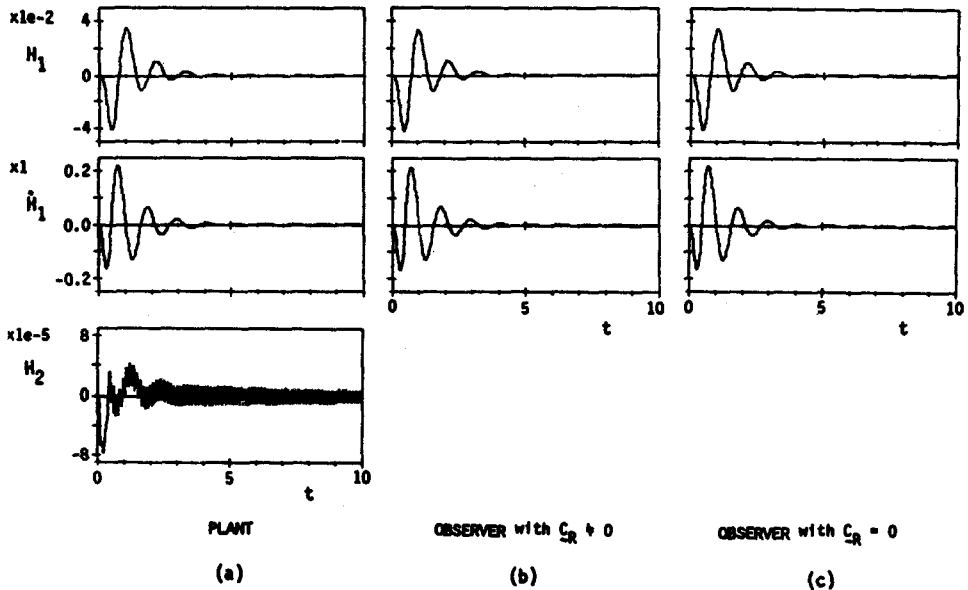


Fig. 10 Comparison of plant-states with observer-estimated states ($L=4, N=1$)

를 제어계를 구성하고 계에 대해 능동제어 실험을 행하였다.

4.1 실험장치 및 디지털 제어 알고리즘

Fig. 5와 같은 귀환제어계를 마이크로 컴퓨터 IBM PC/XT를 이용하여 디지털 제어계로 구성한다. 로봇

조작기 팔의 x_i 지점에서의 스트레인 및 모터의 회전각 속도는 스트레인 게이지 및 tachogenerator를 통하여 컴퓨터에 입력되어 $e(t)$ 및 $D(t)$ 로 환산되며, 허브의 회전각에 대한 정보는 모터축에 부착된 60slit encoder disk 및 한 쌍의 photo interrupter, up/down counter를 이용하여 컴퓨터에 입력되고 $\theta(t)$ 로 환산된다.

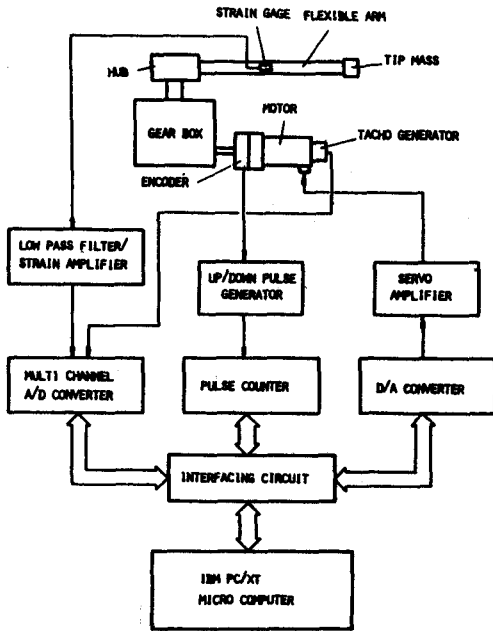


Fig. 11 Schematic diagram of experimental set-up

특히 스트레인게이지는 두개를 조작기 팔의 양면 동일 위치에 부착해 사용하여 온도변화 및 측방향 변형과 비틀림 변형에 의한 영향을 보상한다. 또한 컴퓨터에 의해 계산된 모우터 인가전압 $V(t)$ 는 변환기 및 서어보 증폭기를 통하여 모우터에 전달된다. 전체적인 실험장치의 개략도는 Fig. 11과 같다.

디지털 제어기의 모든 연산 및 입출력 알고리즘이 한 번 수행되는데 걸리는 시간(numerical algorithm step size)을 ΔT 라 하면 시간 $t = k\Delta T (k=0, 1, 2, \dots)$ 이며 제어계를 이러한 discrete time system으로 생각 하고

$kT \leq t < (k+1)T$ 동안 $y(k) = y(t)$, $u(k) = u(t)$ 이라 가정하면 식 (31)로 표현되는 관측기의 상태방정식은

$$Z(k+1) = \underline{F} * Z(k) + \underline{G} * \begin{Bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{Bmatrix} \quad (37)$$

와 같은 state transition matrix 형태로 표시될 수 있다 제어 알고리즘의 흐름선도는 Fig. 12와 같으며 무우프가 한 번 수행될때 ΔT 만큼 시간이 걸리게 된다. 제어 프로그램은 TURBO PASCAL로 작성하였으며 $\Delta T = 0.0115$ 초이다. 식 (37)에 사용되는 $u(k)$ 즉 $D(k)$ 는 허브의 각 가속도를 센서로 측정하는 대신

$$u(k) = D(k) = \frac{D(k) - D(k-1)}{\Delta T} \quad (38)$$

의 유한차분식을 이용하여 구하여 사용한다. 최종적인

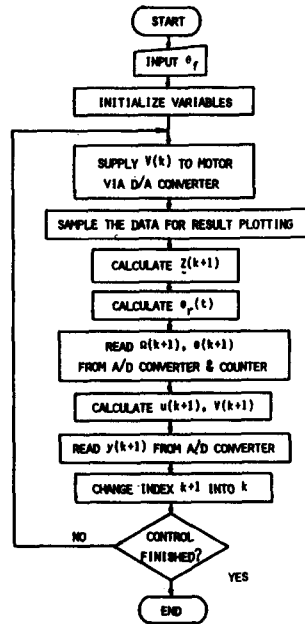


Fig. 12 Flow chart of control software

모우터 인가전압 $V(k)$ 는 식 (33), (34)에 의해 결정된다. 실험시에는 계산된 모우터 인가전압 $V(k)$ 에 실험으로 구한 구동부의 정마찰을 보상하는 bias 전압을 더하여 모우터에 가한다.

4.2 실험결과 및 고찰

유연한 조작기 계에 대해 디지털 제어계를 구성하여 $T=0.4$ 초로 하고 $\theta_r=90^\circ, 60^\circ$ 인 경우에 대한 능동제어 실험을 행하여 수치해석 결과 및 로봇 팔의 유연성을 고려하지 않고 허브의 회전각의 오차에 대해 Fig. 13과 같이 비례제어(proportional control)를 행하였을 때의 결과와 비교한 것이 Fig. 14, 15에 있다.

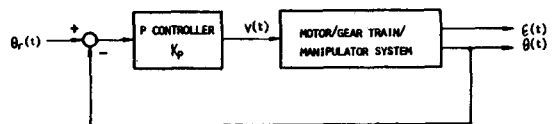


Fig. 13 Block diagram of proportional control system

$\theta_r=60^\circ$ 인 경우 디지털 관측기로부터 추정해낸 상태변수와 수치해석 결과와의 비교가 Fig. 16에 있다. Fig. 16은 실험에서 사용된 디지털 관측기가 계의 첫 번째 모우드에 관계되는 상태변수들을 근사하게 추정해낼을 보여주며, 이에 따라 계의 진동이 효과적으로 제어됨을 알 수 있다.

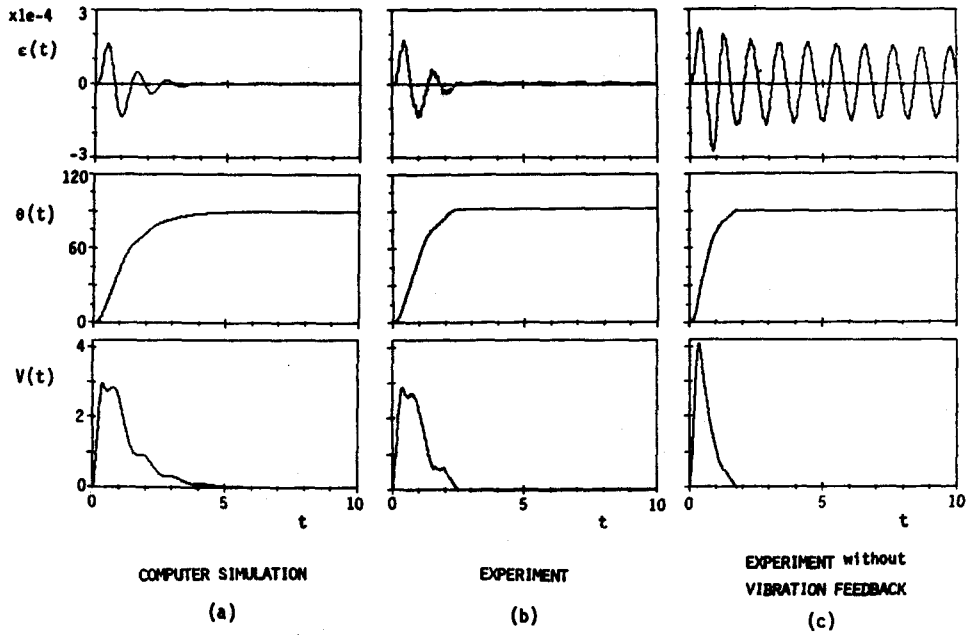


Fig. 14 Comparison of computer simulation with experiment. ($L=4$, $N=1$, $\Delta T=0.0115\text{sec}$, $T=0.4\text{sec}$, $\theta_r=90^\circ$, $K_s=75$)

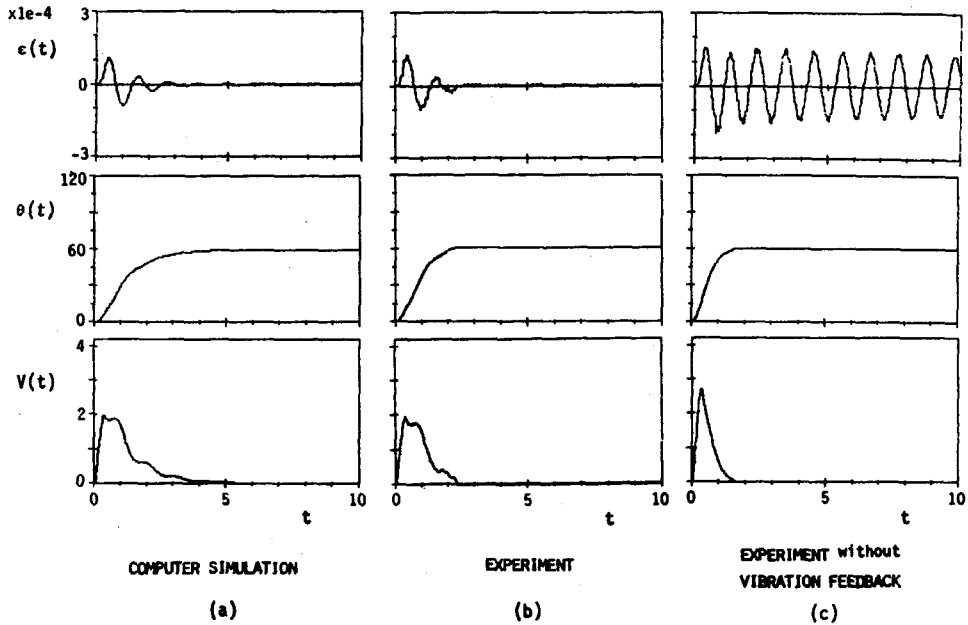


Fig. 15 Comparison of computer simulation with experiment. ($L=4$, $N=1$, $\Delta T=0.0115\text{sec}$, $T=0.4\text{sec}$, $\theta_r=60^\circ$, $K_s=75$)

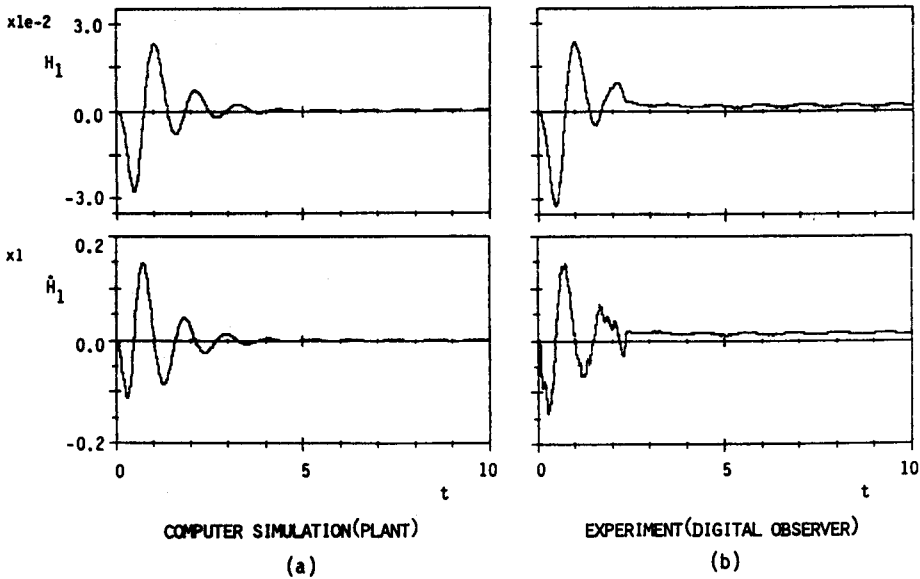


Fig. 16 Comparison of plant-states in computer simulation with observer-estimated states in experiment. ($L=4, N=1, \Delta T=0.0115\text{sec}, T=0.4\text{sec}, \theta_r=60^\circ$)

Fig. 14, 15에서 보면 실험결과 (b)와 수치해석 결과 (a)는 거의 일치하는 것을 알 수 있으며, 이론보다 실험에서는 제어 후 고차 모우드의 진동이 제어되지 않은 채로 잔존하고 있음을보여준다 이는 미지의 외란 (disturbance)에 의해 계의 고차 모우드가 가진된 때문인 것으로 보이나 조작기 끝단의 정밀도에 지배적인 영향을 미치는 것은 계의 첫번째 모우드이므로 이 첫번째 모우드만 제어하여도 그 정밀도는 크게 향상될 수 있다고 생각된다. 실험에서의 회전완료시간이 이론보다 짧은 것은 계산된 모우터 인가전압에 정마찰 보상 전압을 더하여 가한 때문인 것으로 생각되나 이는 실질적인 로봇팔의 진동제어에는 큰 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

Fig. 14, 15에서 (b)와 계의 유연성을 고려하지 않은 채 위치제어만을 행한 경우인 (c)와 비교하여 보면 계의 유연성을 고려한 제어가 로봇 팔의 진동의 감쇠효과는 월등히 좋으나 회전완료시간이 더 걸리는 것을 알 수 있다.

이로부터 유연한 조작기 계에 대해 능동제어를 행함으로써 위치제어와 병행하여 유연한 로봇 팔의 진동을 효과적으로 제어할 수 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

유연한 로봇 조작기 계를 Galerkin 모우드 합 방법을

사용하여 비번계 모우드까지 고려하여 모델링하고 이의 능동제어에 대해 수치해석 및 실험을 행하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 유연한 로봇 조작기의 능동제어에 대한 수치해석결과와 실험결과가 잘 일치한다.
- (2) 유연한 로봇 조작기 계의 첫번째 모우드만을 제어하여도 네 개의 모우드를 모두 제어하는 것과 거의 동일한 제어효과를 얻을 수 있으며 spillover 효과는 큰 영향을 미치지 않는다.
- (3) 최적능동제어이론에 의한 유연한 로봇 조작기의 제어는 위치제어와 병행하여 효과적으로 로봇 팔의 탄성에 의한 진동을 감쇠시켜 유연한 로봇 조작기계의 정밀도를 크게 향상시킨다.

참 고 문 헌

- (1) W.J. Book, O. Maizza-Neto and D.E. Whitney, 1975, "Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility", Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 424~431.
- (2) W.J. Book, 1979, "Analysis of Massless Elastic Chains with Servo Controlled Joints", Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 187~192.

- (3) W.J. Book and M. Majette, 1983, "Controller Design for Flexible, Distributed Parameter Mechanical Arms Via Combined State Space and Frequency Domain Techniques," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, pp. 245~254.
- (4) Gordon G. Hastings and W.J. Book, 1985, "Experiment in Optimal Control of a Flexible Arm", Proc. of the American Control Conf., pp. 728~729.
- (5) T. Fukuda, 1985, "Control of Flexible Robotic Arms," J. of JSME, Vol. 51, No. 468, pp. 2140~2144.
- (6) Y. Sakawa and F. Matsuno, 1986, "Modeling and Control of a Flexible Arm", Measurement and Control, Vol. 25, No. 1, pp. 64~70.
- (7) S.B. Skaar and D. Tucker, 1986, "Point Control of a One-Link Flexible Manipulator", Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics, Vol. 53, pp. 23~27.
- (8) Mark J. Balas, 1978, "Feedback Control of Flexible Systems", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-23, pp. 673~679.
- (9) 박영필, 하영균, 김승호, 1986, "유연한 로봇트 팔의 진동제어", 한국정밀공학회지, 제 3권, 제 3호.
- (10) R.D. Blevins, 1979, "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- (11) 하영균, 1987, "유연한 로봇트 조작기의 능동제어", 연세대학교 공과대학 기계공학과 석사논문.
- (12) John J. Craig, 1986, "Introduction to Robotics Mechanics & Control", Addison-Wesley Publishing Company, pp. 194~196.