

<論 文>

無人 搬送車의 最適 操向制御

金 玉 鉉* · 鄭 聖 宗**

(1986年 8月 9日 接受)

Study on Optimal Steering Control of an Unmanned Cart

Ock Hyun Kim and Sung Chong Chung

Key Words: Unmanned Cart(無人 搬送車), Steering Control(操向 制御), Optimal PI-Control(最適 比例 및 積分 制御), Lateral Displacement(橫變位), Yaw Angle Deviation(요오각 偏差)

Abstract

An optimal control procedure is presented for steering of an unmanned cart which has two motored wheels on its left and right side. Steering, running and stopping are enabled by controlling the motor speed independently.

An optimal proportional-plus-integral control is employed to eliminate steady state error which is sustained by a simple p oportional control for tracking a circular arc path. A simple and readily-implemented suboptimal control is also examined. The suboptimal control gives comparable performance and therefore provides an effective approach for industrial application of the unmanned cart.

Effects of design parameters of unmanned cart such as forward velocity, wheel radius and position of sensor are investigated. It is shown that within the practicable values of the parameters the controlled performance improves rapidly with increase of those parameters then the improvement becomes negligible, which suggests base values over which the parameters should be taken.

1. 緒 論

無人 搬送車(auto-guided-vehicle, unmanned cart)는 運轉者 없이 物件을 運搬하는 自動化 器機로서 工場 自動化를 위해 必須不可缺한 要素이다⁽¹⁾. 乘客 運送用

無人車의 操向制御에 관하여는 이미 많은 研究가 發表된 바 있다^(2,3). 이들은 無人車의 操向 裝置로서 自動車와 같이 4개의 바퀴를 갖고 앞의 두바퀴 方向을 變化시킴으로써 操向이 이루어지는 形式을 考慮하였다. 그러나 대부분의 貨物運送用 無人 搬送車는 이와 다른 操向構造를 가지며 Fig. 1에 無人 搬送車의 一般의인 操向構造를 보였다. 그림에서 보는 바와 같이 두개의 캐스터와 左右에 두개의 動力 바퀴를 가지고 있으며

* 正會員, 忠北大學校 工科學 機械工學科

** 正會員, 漢陽大學校 工科學 機械設計學科

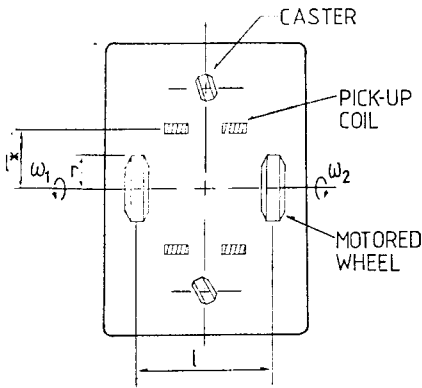


Fig. 1 AGV steering structure

이 바퀴는 減速 기어를 거쳐 DC모우터에 연결된다. 이 바퀴의 回轉速度를 各各 獨立的으로 制御함으로써 操向, 走行, 停止가 可能하게 된다. 無人 搬送車의 軌導는 레이저, 視覺시스템, 誘導케이블 등을 利用하여 設定할 수 있다⁽⁴⁾. 이 중 誘導 케이블 方法이 簡單하고 信賴度가 높고 低價格임으로 해서 現在 가장 널리 使用되고 있으며 그 原理는 다음과 같다. 無人 搬送車가 走行할 원하는 軌導를 따라 케이블을 바닥에 設置한다. 케이블에 3~10KHZ의 高周波 電流를 흘려주며 이로 인해 케이블 周圍에 磁場이 發生하게 된다. 이 磁場의 세기를 測定하기 위하여 픽업 코일 雙을 無人 搬送車에 附着한다(Fig. 1 참조). 한쌍의 픽업 코일 中央이 케이블과 一致하지 않으면 픽업 코일 各各에서 發生하는 신호의 크기가 서로 다르게 되며 이 差異는 피이드백 되어 制御裝置를 통해 그 差異를 없애도록 兩쪽 바퀴의 回轉速度를 制御하게 된다.

本 論文에서는 이와 같은 形式의 無人 搬送車(以下 無人車로 줄임)의 最適操向 制御를 研究하였다. 單純한 比例制御(proportional control, P-control)만으로는 定常偏差(steady state error)를 없앨 수 없으므로 本 研究에서는 最適 比例 및 積分制御(proportional-plus-integral control, PI-control) 方式를 採擇하였다. 簡單하고 實現이 쉬운 副最適制御(suboptimal control)도 考察하였으며 最適制御의 경우와 比較 檢討하였다. 또한 無人車의 主要 設計變數가 制御性能에 미치는 影響을 定量的으로 比較 檢討하여 그 設定基準를 考察하였다.

2. 運動 方程式

無人車의 運動方程式을 얻기 위하여 Fig. 2에 보인 바와 같은 座標系를 設定하였다. 單位 벡터 e_i 는 基準

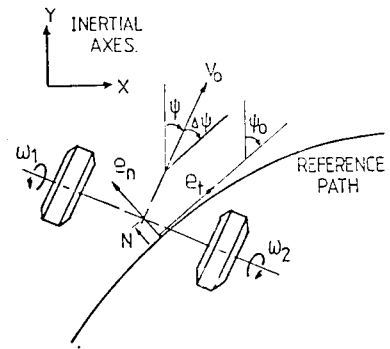


Fig. 2 Coordinate system for AGV motion

軌跡에 接線方向이며 e_n 은 이것에 垂直한 方向이다. ψ_0 는 慣性軸인 Y-軸으로부터 시계 方向으로 測定한 基準 要素角이며 ψ 는 實際의 要素角이다. N_0 와 N 은 各各 基準軌跡으로부터 e_n 方向으로 測定한 基準離脫 距離 및 實際 離脫距離이다. 無人車는 미끄러짐이 없이 走行한다고 假定한다.

이제 要素角 角速度 $\dot{\psi}$ 와 走行 速度 V_0 는 아래의 式으로 表示된다.

$$\dot{\psi} = \frac{r}{l} (\omega_1 - \omega_2) \tag{1}$$

$$V_0 = \frac{r}{2} (\omega_1 + \omega_2) \tag{2}$$

여기서 (Fig. 1 참조) r 는 無人車 바퀴의 半徑, l 는 바퀴 사이의 距離, ω_1, ω_2 는 左側 및 右側 바퀴의 角速度이다. Fig. 2를 참조하면 無人車의 速度 벡터 \vec{V} 는 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V_0 (\sin \Delta\psi \vec{e}_n + \cos \Delta\psi \vec{e}_t) \\ &\approx V_0 \Delta\psi \vec{e}_n + V_0 \vec{e}_t \text{ for } \Delta\psi \ll 1 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $\Delta\psi$ 는 要素角 偏差이며 아래와 같이 定義된다.

$$\Delta\psi = \psi - \psi_0 \tag{4}$$

無人車의 橫方向 速度 \dot{N} 는 \vec{V} 의 \vec{e}_n 成分이므로 式 (3)으로부터 아래와 같이 表示된다.

$$\dot{N} = V_0 \Delta\psi \tag{5}$$

이제 橫方向 位置偏差 ΔN 을 다음과 같이 定義하자.

$$\Delta N = N_0 - N \tag{6}$$

보통의 경우에 N_0 는 一定값으로 固定됨을 考慮하여 式 (6)을 微分하면 아래의 式을 얻는다.

$$\dot{\Delta N} = -V_0 \Delta\psi \tag{7}$$

또한 式 (4)를 微分한 것에 式 (1)을 代入하면 式

$$\dot{\Delta\psi} = -\frac{r}{l} (\omega_1 - \omega_2) + \dot{\psi}_0 \tag{8}$$

을 얻으며 式 (7), (8)은 다음과 같은 하나의 狀態方程式으로 表示된다.

$$\dot{\underline{e}} = \underline{A} \underline{e} + \underline{b} \underline{u} + \underline{d} \phi_0 \quad (9)$$

여기서

$$\underline{e} = \begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & -V_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{r}{l} \end{bmatrix}$$

$$\underline{u} = \{\omega_1 - \omega_2\}$$

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

直線 軌跡에서 $\phi_0 = 0$ 이며 圓弧 軌跡에서 $\phi_0 = \text{常數}$ 이다. 式 (9)에서 ϕ_0 가 攪亂項으로 나타남에 注目하여야 한다.

3. 最適 PI-制御

單純한 比例 制御로는 式 (9)의 ϕ_0 에 의해 發生하는 定常偏差를 除去할 수 없으므로 아래의 같은 狀態變數를 追加하여 最適 PI-制御를 구한다.

$$\underline{e}_3 = \int \Delta N dt \quad (11)$$

式 (7)의 양변을 積分하여 整理하면

$$\int \Delta \phi dt = -\Delta N / V_0 \quad (12)$$

이 式으로부터 요오각 偏差의 積分값을 피드백 하기 위하여는 새로운 狀態變數를 追加할 必要가 없음을 알 수 있다. 이제 式 (9), (11)로부터 아래의 같은 \underline{e}_3 를 包含하는 增大된 狀態方程式을 얻는다.

$$\dot{\underline{e}}_a = \underline{A}_a \underline{e}_a + \underline{b}_a \underline{u} + \underline{d}_a \phi_0 \quad (13)$$

여기서

$$\underline{A}_a = \begin{bmatrix} 0 & -V_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\underline{b}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{r}{l} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{d}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

性能 指數 J 를

$$J = \int_0^{\infty} (\underline{e}_a^T \underline{Q} \underline{e}_a + \underline{u}^T \underline{R} \underline{u}) dt \quad (15)$$

으로 定義하면 最適 PI-制御 問題는 J 를 最少로 하는

制御入力 \underline{u} 를 求하는 것으로 歸着되며 \underline{u} 는 다음과 같이 決定된다.

$$\underline{u} = \underline{G}_0 \underline{e}_a = -\underline{R}^{-1} \underline{b}_a^T \underline{K} \underline{e}_a \quad (16)$$

여기서 \underline{K} 는 아래의 Riccati 式으로부터 決定된다.

$$\underline{A}_a^T \underline{K} + \underline{K} \underline{A}_a - \underline{K} \underline{b}_a \underline{R}^{-1} \underline{b}_a^T \underline{K} + \underline{Q} = 0 \quad (17)$$

ΔN 과 $\Delta \phi$ 는 두 개 以上の 센서(픽업코일)를 使用하여 測定할 수 있으며 \underline{e}_3 는 ΔN 을 直接 積分함으로써 구할 수 있다.

4. 副最適 制御

픽업 코일 한쌍만을 使用하는 單純하고 實現이 쉬운 副最適 制御를 考察하자. Fig. 1에 보인 바와 같이 센서가 無人車 바퀴로부터 앞쪽으로 l^* 만큼의 位置에 있다면 이 센서로부터 아래의 式으로 表示되는 \underline{e}_m 을 測定할 수 있게 된다.

$$\underline{e}_m = \Delta N - l^* \Delta \phi \quad (18)$$

副最適 制御의 制御 入力 \underline{u} 는 \underline{e}_m 과 그 積分值로부터 다음과 같이 決定된다.

$$\begin{aligned} \underline{u} &= -\underline{F}_1 \underline{e}_m - \underline{F}_2 \int \underline{e}_m dt \\ &= -\underline{F} \underline{C} \underline{e}_a = \underline{G}_2 \underline{e}_a \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$\underline{F} = [\underline{F}_1 \quad \underline{F}_2] \quad (20)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & -l^* & 0 \\ \frac{l^*}{V_0} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式 (19)를 式 (15)에 代入하면 아래의 같은 性能指數 J 를 얻는다.

$$J = \int_0^{\infty} \underline{e}_a^T \{ \underline{Q} + \underline{G}_2^T \underline{R} \underline{G}_2 \} \underline{e}_a dt \quad (21)$$

副最適 制御問題는 式 (21)을 最少로 하는 入力 \underline{u} 를 구하는 것으로, 즉 式 (19)의 \underline{F} 를 구하는 것으로 歸着된다. 式 (21)의 性能 指數 J 를 最少化하는 것은 아래의 같은 最少化 問題와 等價임이 알려져 있다⁽⁶⁾.

$$\text{Minimize } \{ \hat{J} = \text{Trace } \underline{V} \} \quad (22)$$

여기서 symmetric positive definite 行列 \underline{V} 는 아래의 Liapunov 式으로부터 決定된다.

$$(\underline{A}_a + \underline{b}_a \underline{G}_2)^T \underline{V} + \underline{V} (\underline{A}_a + \underline{b}_a \underline{G}_2) + \underline{G}_2^T \underline{R} \underline{G}_2 + \underline{Q} = 0 \quad (23)$$

5. 制御 性能

5.1 無人車 設計 變數의 影響

式 (13), (16)으로부터 아래의 같은 最適 및 副最適 制御系의 特性 方程式을 얻는다. 最適 制御系의 경우;

$$s^3 + \frac{r}{l} G_{02} s^2 - \frac{r}{l} G_{01} s - \frac{r}{l} G_{03} V_0 = 0 \quad (24)$$

副最適 制御系の 경우 ;

$$s^3 + \frac{r}{l} l^* F_1 s^2 + \frac{r}{l} V_0 (F_1 + \frac{l^*}{V_0} F_2) s + \frac{r}{l} F_2 V_0 = 0 \quad (25)$$

式 (25)에서 $l^*=0$ 이면 Routh's 安定性 判定法으로부터 系는 不安定하게 될 을 알 수 있다. 따라서 碇코일 한쌍만을 使用하는 副最適 制御의 경우 碇코일의 設置位置가 바뀌어 位置와 一致할 경우 安定한 操向制御가 不可能하게 된다. 式 (24), (25)로부터 特性根을 구하기 위하여 $R=10^{-3}$, $Q=\text{diag}[1, 1, 1]$ 로 하여 式 (16), (17)로부터 G_{0i} 를 구하였으며 Rosenbrock algorithm⁽⁶⁾을 使用하여 式 (19), (22), (23)으로부터 F_1, F_2 를 구하였다.

Fig. 3은 無人車의 走行 速度 V_0 에 따른 最適 制御系의 特性根 軌跡을 보이고 있다. 그림에서 보이고 있는 바와 같이 特性根은 한개의 實數根과 한쌍의 複素數根을 갖는다. V_0 가 增加함에 따라 實數根은 複素平面의 原點을 向하여 移動하여 複素數根은 系의 減衰比를 增加시키는 方向으로 移動하다가 다시 減衰比를 減少시키는 方向으로 移動한다. Fig. 3의 結果로부터 $V_0=1.7\sim 1.8\text{m/s}$ 사이에서 系의 減衰比를 最大로 하는 複素數根이 存在함을 알 수 있다.

r/l 의 變化에 따른 最適制御系의 特性根 軌跡을 Fig. 4에 보였다. 그림에서는 편이상 陽의 實數部를 갖는 複素數根만을 보였다. 그림에서 實數根은 複素數根에 비해 原點으로부터 매우 멀어져 存在함을 알 수 있다. 따라서 複素數根이 系의 支配根이 된다. 또한 r/l 의 變化에 따른 複素數根의 變化는 V_0 의 變化에 따른 경우에 비해 매우 작으므로 r/l 에 의한 系의 動特性 變

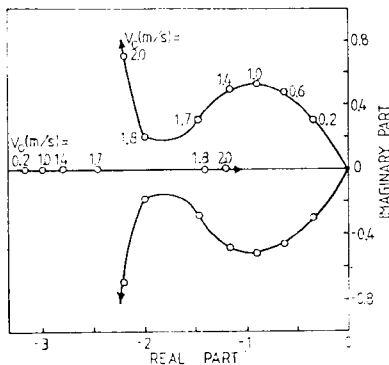


Fig. 3 Root loci of optimal control system as a function of V_0 . $r/l=0.1$

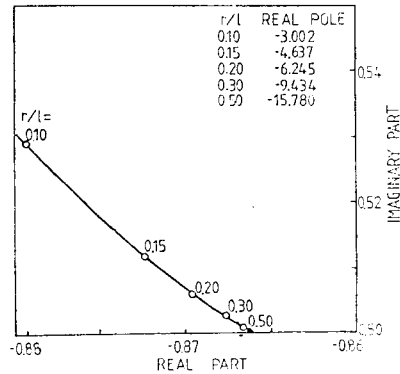


Fig. 4 Root loci of optimal control system as a function of r/l . $V_0=1.0 \text{ m/s}$

化는 매우 작은 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 V_0 의 變化에 따른 副最適 制御系의 特性根 軌跡을 보이고 있다. Fig. 3에 보인 最適 制御系의 경우와는 달리 V_0 의 增加에 따라 實數根은 原點으로부터 멀어지며 複素數根은 系의 減衰比를 減少시키는 方向으로 移動한다.

Fig. 6은 r/l 에 따른 副最適 制御系의 特性根 軌跡을 보이고 있다. r/l 의 增加에 따라 實數根은 原點으로부터 멀어지며 複素數根은 系의 減衰比를 增加시키는 方向으로 移動한다. 즉 副最適制御의 경우 r/l 이 클수록 系의 減衰能은 增加하게 된다.

副最適 制御에서 碇코일 的 設置位置 l^* 에 따른 特性根의 軌跡을 Fig. 7에 보였다. 實數根은 l^* 의 增加에 따라 原點으로부터 멀어지며 複素數根은 系의 減衰比를 增加시키는 方向으로 移動한다. 즉 r/l 에 의한 影響과 마찬가지로 l^* 가 증가할수록 系의 減衰能이 向上됨을 보이고 있다.

式 (13), (16), (19)를 풀어 基準 軌跡이 直線일 때

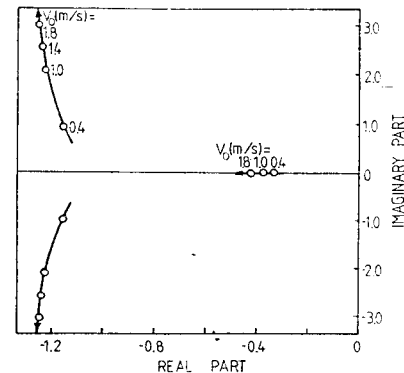


Fig. 5 Root loci of suboptimal control as a function of V_0 . $r/l=0.1, l^*=0.5\text{m}$

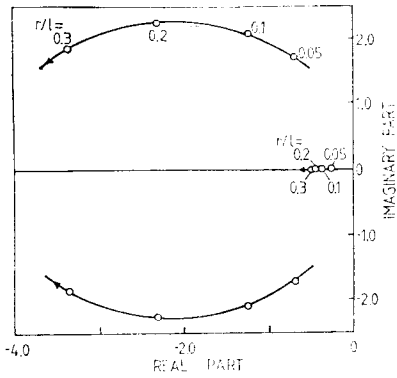


Fig. 6 Root loci of suboptimal control as a function of r/l . $V_0=1\text{m/s}$, $l^*=0.5\text{m}$

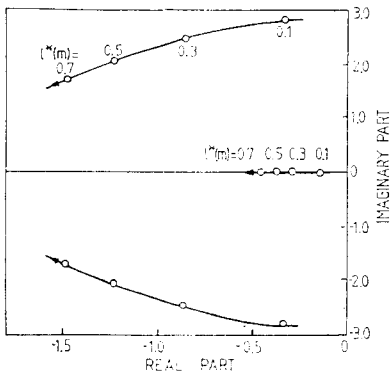
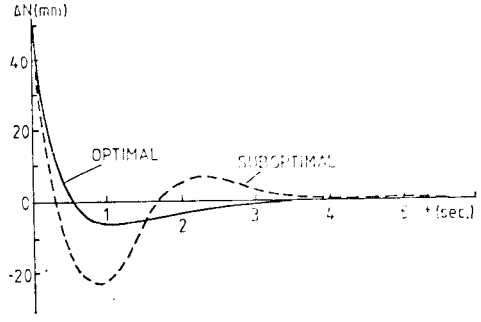
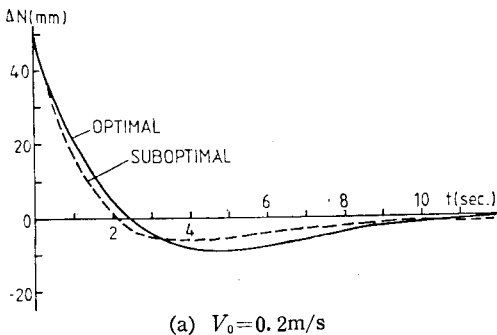


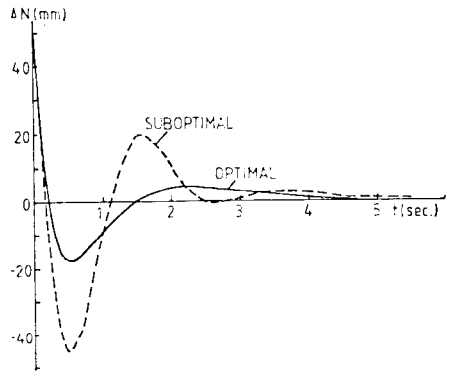
Fig. 7 Root loci of suboptimal control as a function of l^* . $V_0=1\text{m/s}$, $r/l=0.1$

最適 및 副最適 制御 경우의 制御性能을 數值 시뮬레이션으로 구하였으며 Fig. 8에 그 結果를 보였다. 그림에서 보는 바와 같이 初期 偏差 ΔN 은 操向制御에 의해 急速히 除去되며 副最適 制御의 경우 偏差의 變動이 보다 길게 持續됨을 보이고 있다.

V_0 , r/l , l^* 가 制御性能에 미치는 影響을 Fig. 9, 10, 11에 보인 바와 같이 定量的으로 考察하였다. 그



(b) $V_0=1.0\text{m/s}$



(c) $V_0=1.8\text{m/s}$

Fig. 8 Lateral deviation response. $r/l=0.1$, $l^*=0.5\text{m}$

림에서 最適 制御의 경우 $\hat{f}=T, \underline{K}$ 이며 副最適 制御의 경우 $\hat{f}=T, \underline{V}$ 이다. 그림으로부터 이들 變數의 增加에 따라 性能 指數는 初期에는 크게 減少하나 어느 限度 以上에서는 그 減少速度가 크게 鈍化됨을 알 수 있다. 이 結果는 이들 變數의 設計值가 性能指數의 減少速度가 鈍化되는 값 以上으로 決定하는 것이 바람직함을 提示하고 있다.

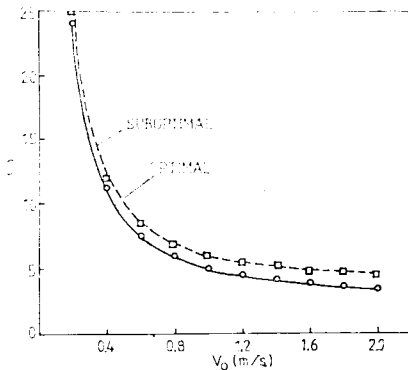


Fig. 9 Effect of V_0 on controlled performance $r/l=0.1$, $l^*=0.5\text{m}$

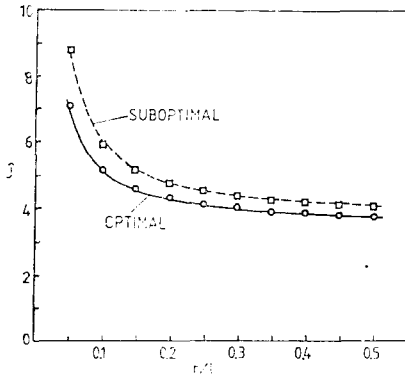


Fig. 10 Effect of r/l on controlled performance $V_0=1.0\text{m/s}$, $l^*=0.5\text{ m/s}$

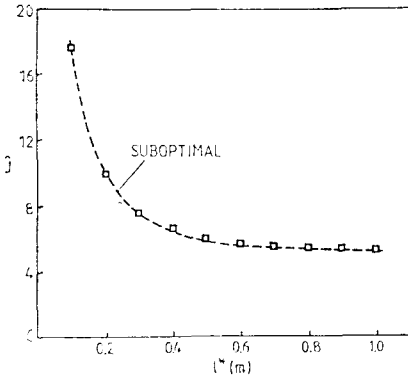


Fig. 11 Effect of l^* on controlled performance $V_0=1.0\text{m/s}$, $r/l=0.1$

5.2 定常 偏差 解析

單純한 P-制御 入力 $u = G_p e$ 의 경우를 생각하자. 이 때 이것을 式 (9)에 代入하고 最終值 定理(final value theorem)을 適用하면 아래의 式을 얻으며

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta N(t) = \left. \frac{s^2 \phi_0(s)}{\frac{r}{l} G_{p1}} \right|_{s=0} \quad (26)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta \phi(t) = \left. \frac{-s^3 \phi_0(s)}{\frac{r}{l} G_{p1} V_0} \right|_{s=0}$$

또한 最適PI-制御의 경우 式 (13), (16)으로부터 다음의 式을 얻는다.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta N(t) = \left. \frac{s^3 \phi_0(s)}{\frac{r}{l} G_{03}} \right|_{s=0} \quad (27)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta \phi(t) = \left. \frac{-s^4 \phi_0(s)}{\frac{r}{l} G_{03} V_0} \right|_{s=0}$$

副最適 制御의 경우 式 (27)은 단지 G_{03} 가 G_{r3} 로 바뀌게 된다. 無人車가 走行하며 作業해야 할 軌跡은 대

부분의 경우 直線과 圓弧로 構成할 수 있으므로 直線 軌跡의 경우와 圓弧 軌跡의 경우만을 考慮하자. 直線 軌跡일 때 $\phi_0(s)=0$ 이므로 式 (26), (27)로부터 어느 制御의 경우에는 定常 偏差는 發生하지 않음을 알 수 있다. 圓弧 軌跡일 때 圓弧 半徑을 C 로 하면 $\phi_0(s) = \frac{V_0}{C} \cdot \frac{1}{s^2}$ 이 되므로 單純한 P-制御로는 $\Delta N(t)$ 의 定常 偏差를 除去할 수 없으며 最適 PI-制御와 副最適 制御의 경우에는 定常 偏差를 모두 除去할 수 있음을 알 수 있다.

6. 結 論

左右에 두 개의 動力 바퀴를 가지며 이 두바퀴의 速度를 各各 獨立의으로 制御함으로써 操向, 走行, 停止가 可能한 形式의 無人車에 관한 最適, 操向, 制御方法을 研究하였다. 單純한 P-制御로는 圓弧 軌跡의 경우 定常 偏差가 發生하므로 本 論文에서는 最適 PI-制御 方式을 提示하였다. 센서를 한개만을 使用하며 簡單하고 實現이 쉬운 副最適 制御를 檢討하였으며 最適 制御의 경우와 定量的으로 比較하였다. 그 結果 副最適 制御로도 最適 制御에 匹敵하는 制御性能을 얻을 수 있음을 보였으며 이를 통해 實際 現場에서의 利用에 適合한 副最適 操向制御 方法을 提示하였다.

無人車의 走行速度 V_0 , 바퀴 半徑 r 과 바퀴 사이의 距離 l 의 比 r/l , 副最適 制御에서의 센서 位置 l^* 의 設計 變數가 制御性能에 미치는 影響을 定量的으로 解析하였다. 그 結果 이들 變數의 一般의인 範圍에서는 變數의 增加에 따라 初期에는 制御 性能이 크게 向上되나 어느 限度 以上에서는 向上 效果가 크게 鈍化됨을 알 수 있었으며 이것으로부터 設計變數의 下限值設定 基準을 提示하였다.

參 考 文 獻

- (1) Tsunehiro, K., AGV System in FMS, Robot, No. 44, pp. 43~47, 1985
- (2) Shjunko, T., 'Rescent Development of AGV', Automation Technology, Vol. 16, No. 10, pp. 26~29, 1984
- (3) Shladover, S.E., Wormley, D.N., Richardson H. H. and Fish, R., 'Steering Controller Design for Automated Guideway Transit Vehicles', J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Trans

- ASME, Vol. 100, pp. 1~8, 1978
- (4) Fenton, R.E., Melocik, G.C., Olson, K.W., 'On the Steering of Automated Vehicles: Theory and Experiments', Trans IEEE, AC-21, No. 3, pp. 306~315, 1976
- (5) Kosut, R.L., 'Suboptimal Control of Linear Time-Invariant Systems Subject to Control Structure Constraints', Trans IEEE, AC-15, No. 5, pp. 557~563, 1970
- (6) Kuester, J.D. and Mize, J.H., Optimization Technique with Fortran, McGraw-Hill Call Company New York, pp. 320~330, 1973