코리올리 힘의 學習에 관한 小考

朴 喆 熙
仁荷大學校 機械工學科 敎授

1. 머리말

과학기술이 발달함에 따라 제품들이 輕量化, 高度化 그리고 小形化 되는 추세를 갖고 있다. 이러한 추세를 만족하기 위하여 과학기술자는 動力學의 기본을 이해하여야 한다.

근래에 와서 선진국들은 動力學 교육을 효율적으로 하기 위하여 많은 노력을 하고 있다. 대학교 과정 뿐만 아니라 직장인들의 再敎育도 실시하고 있다.

본 글에서는 動力學에서 좀 어렵게 느껴지는 코리올리 힘(Coriolis force)을 쉽게 알 수 있도록 하기 위하여 몇가지 관련 事例를 써 본 것이다. 먼저 뉴우튼의 법칙에 관한 통찰을 설명하고, 코리올리 힘의 공학적 事例를 몇가지 들었다. 그리고 기초 동역학에서 일반적으로 다루지 않는 푸코振子(Foucault's pehdulum)를 쉽게 설명하고, 지상에서 수평운동 할 때 편차계산을 쉽게할 수 있는 방법을 설명하고자 한다.

2. 뉴우튼의 제 2 법칙

동역학의 기본은 뉴우튼의 법칙이라고 할 수 있다. 제 2법칙은 "한 개의 質點에 힘 $\vec{F}$가 작용되면, $\vec{F}$는 운동량 $\vec{G}$의 변화율과 같다". 는 표현이다. 즉

$$\vec{F}=\frac{d}{dt}\vec{G} \qquad (1)$$

여기서 $\vec{G}=m\vec{v}$로써, m은 질량, $\vec{v}$는 속도이고 t는 시간이다. 특히 질량이 일정할 때에는 제 2 법칙은

$$\vec{F}=m\vec{a} \qquad (2)$$

로 표시되며, 여기서 $\vec{a}$는 질점의 가속도이다. 일반적으로 식(2)를 뉴우튼의 제 2법칙으로 쓰고 있다.

뉴우튼의 제 2법칙을 제대로 이해하기 위하여 다음의 두가지 개념을 확실히 하여야 한다.

(1) 質點(mass particle)

(2) 관성틀(inertial frame of reference)

이 두가지야 말로 뉴우튼의 위대성이라고 할 수 있다. 質點은 질량만 있을 뿐 부피가 없는 點으로서 실제로는 존재할 수 없다. 크기가 있는 물체는 무수히 많은 質點이 모인 質點系로서 각 질점의 운동이 뉴우튼의 법칙을 따른다.

특히 강체는 질점계로서 임의의 두 질점사이의 거리가 변하지 않는 성질을 이용하여 그 운동을 해석한다. 흔히 뉴우튼의 법칙을 말할 때 학생들은 "物體에 힘을 작용하면…"으로 말하는데 이는 잘못되었으며, 물체로 알고있기 때문에 回轉運動을 이해하는 데 어려움이 따른 것으로 생각된다.

속도 $\vec{v}$와 가속도 $\vec{a}$를 측정하려면 기준되는 좌표의 틀이 필요하다. 우주공간에서 영원히 고

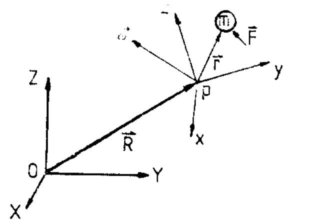

그림 1 관성 및 비관성틀

명중율을 갖기 위하여 이러한 영향을 고려하는 것이 좋을 것이다.

이러한 개념을 발전시키면, 차량이 철로 또는 다리(특히 overhead bridge)위를 고속으로 지나갈 때 코리올리 힘과 원심력의 영향을 받게 된다. 차량의 운동과 철로 또는 다리의 진동이 연계되어 동적상호간섭(dynamic interaction)문제 또는 이동하중(moving load) 문제로 취급된다. 이러한 분야의 연구가 요즈음 활발하게 진행중이다.

4. 질점의 수평운동

수평운동을 하는 질점은 지구의 자전에 의한 코리올리 힘의 영향으로 北半球에서는 오른쪽으로, 南半球에서는 왼쪽으로 휘어지는 것을 잘 알고있다. 그 궤도를 정량적으로 해석하는 것은 기초동역학의 범위를 벗어난다. 그러나 현실적인 가정을 세우면 기초과정의 바탕에서 쉽게 해석될 수 있다.

먼저 中間 또는 高等動力學 과정에서 해석된 내용을 간추려 설명하기로 한다. 질점에 작용된 힘의 수직성분(그림 5의 z 성분)은 중력, 양력 등으로 평형을 이룬 것으로 가정한다. 그 이외의 힘은 작용되지 않는 것으로 가정하면, $\vec{F}=0$를 식(3)에 대입하여 해석한 결과[1]를 간략화하면

$$x+iy=v_0t\ \exp[i(\alpha-\omega t\sin\lambda)] \qquad (4)$$

로서 x,y 평면에 그리면 그림 6과 같은 나선형(spiral)이 된다. 여기서 v_o는 초기속력, α는 초기속도와 x 축 사이의 각도, λ는 위도, 그리고 x 및 y는 그림 5의 비관성 좌표이며, $i=\sqrt{-1}$ 이다.

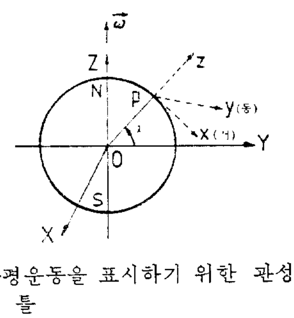

그림 5 수평운동을 표시하기 위한 관성 및 비관성 틀

그러나 윗 해석에서 $\vec{F}=0$ 대신에 질점의 속도를 일정한 것으로 가정하면, 동역학의 기초과정에서 쉽게 해석된다. 지구자전에 의한 코리올리 힘은 수직분력과 수평분력으로 나눌 수 있는데, 수평분력은 지구자전속도 $\vec{\omega}$의 수직성분 $\omega\sin\lambda$에 의하여 발생되며, 그 크기는 $2m\omega v_o\sin\lambda$ 방향은 북반구에서는 진행방향의 오른쪽이고 남반구에서는 왼쪽임을 알 수 있다. 따라서 접선가속도 a_t는 영이며, 법선가속도 a_n은 $2\omega v_o\sin\lambda$이므로 원운동으로서 그 반경 ρ는

$$\rho=\frac{v_o}{2\omega\sin\lambda} \qquad (5)$$

와 같고, 시계방향으로 각속도는 $2\omega\sin\lambda$임을 알 수 있다(그림 7 참조).

이를 x 및 y 좌표로 표시하면

$$x(t)=\frac{v_o}{\omega\sin\lambda}\sin(\omega t\sin\lambda)\cos(\alpha-\omega t\sin\lambda)$$
$$(6)$$
$$y(t)=\frac{v_o}{\omega\sin\lambda}\sin(\omega t\sin\lambda)\sin(\alpha-\omega t\sin\lambda)$$

시간 t가 작을 때에는 두 결과식 (4) 및 (6)의 차이는 아주 작음을 알 수 있다. 예를들면 $t\sin\lambda$가 한시간일 때는 1% 정도이다. 직사포의

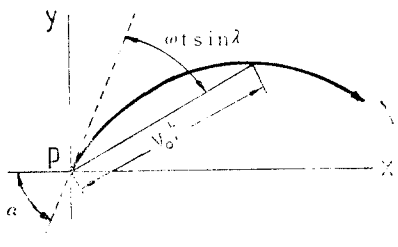

그림 6 $\vec{F}=0$ 일때 질점의 수평운동 궤적

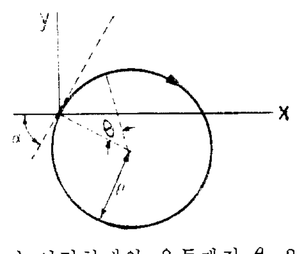

그림 7 속력이 일정할때의 운동궤적 $\theta=2(\omega\sin\lambda)t$

정된 점이나 고정된 방향은 실제로 있을 수 없다. 그러므로 움직이는 틀에서 속도와 가속도를 측정할 수 밖에 없다. 편의상 틀을 직교좌표계로 표시한다.

그림 1의 틀 $OXYZ$는 고정된 것으로 생각하고 틀 $pxyz$의 原點 p는 3차원 공간에서 움직이며, 축 x,y 및 z는 $\vec{\omega}$의 각속도로 회전하는 움직이는 좌표계(moving coordinate system)이다. 뉴우튼의 법칙(2)에는 $OXYZ$에서 측정한 가속도 $\vec{a}$를 써야하며, 이 틀을 관성틀이라 한다. 만일 $pxyz$에서 측정한 가속도 $\vec{a}'$를 식(2)에 쓰면, 완전한 운동을 얻을 수 없다. 그러나 만일 $pxyz$가 움직이는 효과를 무시한다면, $\vec{a}'$을 식(2)에 쓸 수 있으며, 이때에는 이를 관성틀이라고 생각할 수 있다. 즉, $\vec{a}$를 계산하여 식(2)에 적용하면

$$\vec{F}=m\vec{a}'+m[\ddot{\vec{R}}+\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})+\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}]+m[2\vec{\omega}\times\vec{v}'] \qquad (3)$$

으로서 둘째 및 셋째항이 $pxyz$의 움직임에 대한 효과이다. 여기서 $\ddot{\vec{R}}$은 점 p의 가속도, $\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$와 $\dot{\vec{\omega}}\times\vec{r}$은 질점 m이 $pxyz$좌표계에 고정되었을 때의 법선 및 접선방향 가속도이며, $\vec{v}'$은 $pxyz$에서 측정된 속도이다. 식(3)의 마지막항 $2\vec{\omega}\times\vec{v}'$은 불란서 포병장교 Coriolis가 포탄의 탄착점이 탄도계산치보다 편차가 생기는 원인을 밝히면서 발견되어 코리올리 가속도(Coriolis acceleration)라 부른다.

3. 코리올리 가속도

이 가속도는 이후 機構學, 流體力學, 氣象學, 彈道學, 振動 等 여러 분야에서 활용되어 왔다. 몇가지 예를 들기로 한다.

그림 2는 동역학 교과서에 흔히 나오는 문제로서 막대 AB를 회전하면 핀 B가 막대 OC의 홈을 따라 움직이면서 막대 OC를 회전시킨다. 그림 2와 같이 $Oxyz$ 좌표계를 설정하면, $\vec{v}'$은 핀 B가 막대 OC를 따라 미끄러지는 속도로써 코리올리 가속도 $2\vec{\omega}\times\vec{v}'$ 이 문제해석에 필수적임을 알 수 있다.

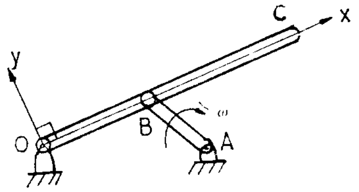

그림 2 코리올리 가속도를 필요로하는 기구학문제

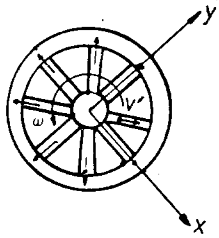

그림 3 원심펌프

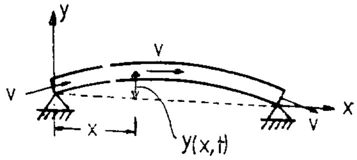

그림 4 파이프 내부에 유체가 흐를때의 진동

두번째 예로써 그림 3의 간단한 원심펌프를 생각하면, 물의 질점은 중앙으로부터 깃(vane)을 따라 v'의 속도로 토출된다. xyz 좌표계를 깃에 고정하면 이 좌표계는 펌프의 회전속도 ω와 같다. 따라서 코리올리 가속도 $2\omega v'$은 ω와 같은 방향이다. 즉 펌프는 이 가속도에 해당하는 힘을 물에 작용해야 하므로 펌프에 소요되는 토오크(torque)를 계산할 수 있다.

다른 예로서 그림 4에서와 같이 진동하는 파이프 내부에 유체가 속도 v로 흐를 때, 파이프의 기울기는 $\frac{\partial y}{\partial x}$이며 그 기울기의 변화율 $\frac{\partial^2 y}{\partial t\partial x}$가 가속도이므로, 코리올리 가속도는 $2v\frac{\partial^2 y}{\partial t\partial x}$의 크기를 가지며 방향은 파이프를 더 휘게한다. 물론, 이 경우 원심가속도 $v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ 역시 파이프를 휘게하는 역할이 더 크지만 코리올리 가속도의 영향도 중요하다.

이와같은 예로서 포가 발사될 때 포신의 진동을 생각할 수 있다. 포탄이 진동에 의해 휘어진 포신을 통과할 때 코리올리 힘과 원심력은 그 진동을 증가시킨다. 포탄의 속도가 크고, 높은

탄도계산에서 그 탄도가 평탄하므로 식(5) 또는 (6)을 활용하면, 코리올리 힘에 의한 편차는 쉽게 알 수 있을 것으로 생각된다. 비행기 또는 로켓이 수평비행할 때, 추진력과 공기의 저항력이 상쇄되어 속력이 일정할 때에는 식(5)와 같은 원운동임을 알 수 있다.

속력의 변동이 크지 않을 때에는 접선가속도 a_t와 법선가속도 $a_n=2\omega v\sin\lambda$를 활용하면 운동의 윤곽을 해석할 수 있다. 고기압을 갖는 공기가 저기압 쪽으로 움직일 때 그 氣流의 운동의 해석도 가능할 것이다. 세면기에서 물이 밑에 있는 배수구를 통하여 흘러 내려갈 때 와류가 생기는 流動解析이나, 액체상태의 용탕이 저장탱크에서 출구를 통하여 흘러 내릴 때의 유동해석 등이 가능할 것이다.

5. 푸코 진자(Foucault's Pendulum)

푸코진자의 해석은 기초동역학의 범위를 벗어난다[1,2]. 푸코진자의 회전속도가 $\omega\sin\lambda$로 되는 것을 쉽게 알 수 있도록 설명하고자 한다.

우선 球面振子(spherical pendulum)가 북극에 설치되었다고 생각한다. 이 진자를 옆으로 약간 당겼다가 놓아주면, 지구 밖에서 보면 고정된 수직평면 내에서 단진자 운동을 하지만, 관찰자가 지구에서 보면 지구의 자전을 느끼지 못하고 진자가 ω의 가속도로 회전하고 있음을 알 수 있다. 지구에 고정시킨 좌표계를 설정하여 운동방정식을 세워 보면, 코리올리 힘의 수평분력은 $2m\omega v$으로써 그 방향은 진자의 추가 진행하는 방향에서 오른쪽임을 알 수 있다.

위도 λ에 설치된 푸코진자를 생각해 보면, 추

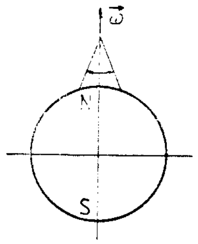

그림 8 북극에 설치된 푸코진자

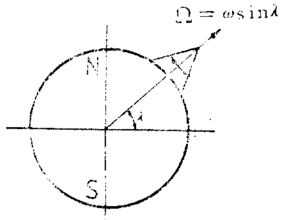

그림 9 위도 λ에 설치된 푸코진자가 느끼는 지구자전속도

를 옆으로 당겼다가 놓아주면 추가 받는 코리올리 힘의 수평분력은 지구의 자전속도 $\vec{\omega}$의 수직분력 $\omega\sin\lambda$에 의하여 발생됨을 알 수 있다. 즉 코리올리 힘의 수평분력은 $2mv\omega\sin\lambda$로서, 북극에 설치된 푸코진자와 비교하면, 진자의 회전속도는 $\omega\sin\lambda$임을 곧 알 수 있다.

6. 맺음말

동역학을 이해하는데 뉴우튼의 법칙을 위시하여 코리올리 힘等 비교적 까다로운 부분이 많은 것으로 알고 있다. 이를 쉽게 이해하고 배우는 사람들의 흥미를 돋우기 위해서 가르치는 사람들의 노력이 필요할 것으로 생각된다.

오늘날과 같이 첨단기술이 강조되는 이때, 푸코진자와 같은 이론의 활용성은 당장 눈에 보이지 않지만, 기초과학의 저변을 확대하고 과학기술자를 양성하는데 도움이 될 것으로 믿는다, 선진국에서는 많은 사람들이 모이는 과학박물관 등에 여러 개의 푸코진자를 운용하여 과학의 기초를 국민들의 생활속으로 가까이 할 수 있도록 노력하는 것을 엿볼 수 있다.

우리나라는 불과 3~4개의 푸코진자를 갖고 있으나, L백화점에 있는 것이 제대로 작동될 뿐이다. 그나마 그 진자도 일본에서 수입된 것이 마음에 걸린다.

참 고 문 헌

(1) Synge, J.L., 1959, "Principles of Mechanics", McGraw- Hill.

(2) Meirovitch, L., 1970, "Methods of Analytical Dynamics", McGraw-Hill.