

# 空力騒音에 관하여

盧 五 鉉

서울대학교 航空工學科 教授

## 1. 머리 말

공력소음은 공기역학적 힘에 의해서나 또는 유동내에서의 난류와 같은 유체운동에 의해서만 발생하는 소리와 관계되며, 진동하는 바이올린 줄이나 확성기의 진동에 의해서 발생하는 즉, 고체 표면의 진동에 의해서 발생하는 고전적인 음향학과는 무관하다. 그리고 여기서는 주로 공력소음문제를 다루되 자세하고 엄밀한 수학적 전개보다는, 간단한 실제적인 예를 들어서, 물리적 메카니즘을 가능한 한 자세히 기술하여 공력소음의 이해를 돕고져 하였다. 또한 오래된 고전적 방법을 가능한 한 피하고 최근의 방법으로 설명하도록 하였다.

## 2. 3 차원 음파

### 2.1 파동 방정식과 라플라스 방정식

정지된 유체로부터 미소교란의 운동을 생각하자.

연속방정식

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

선형 운동량방정식

$$\rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial t} + \nabla p' = 0 \quad (2)$$

그리고 미소교란에 의한 파장(sound field)은 등엔트로피 유동으로 가정할 수 있으므로 압력은 밀도만의 함수로 표시할 수 있다. 즉,

$$p = p(\rho) \quad (3)$$

음속의 정의

$$c^2 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (4)$$

여기서 하첨자 "0"는 정지상태에서의 물리적 양을 의미하며, 상첨자 "'"는 미소 교란된 양을 뜻한다.

식 (1)과 식 (2)에서 속도  $v_i$ 를 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0$$

그리고 식 (3)과 식 (4)을 이용하여 즉  $p' = c^2 \rho'$ 를 이용하여 변동 밀도양  $\rho'$ 를 압력변동  $p'$ 로 바꿀 수 있다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (5)$$

또한  $p' = c^2 \rho'$ 를 이용하여 식 (1)과 식 (2)사이에서  $\rho'$ 를  $p'$ 로 바꾸고 난 다음  $p'$ 를 소거하면 속도항으로 표시된 파동 방정식을 얻을 수 있다. 즉,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - \nabla^2 v_i = 0 \quad (6)$$

그리고 음파에 의한 교란은 미소교란이므로 유동장을 비회전 유동으로 가정할 수 있다.

$$v_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (7)$$

속도항으로 표시된 파동방정식은 교란속도 포텐셜 항으로는 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = 0 \quad (8)$$

그리고 교란압력  $p'$ 와 교란속도 포텐셜은 다음 관계로 연결된다.

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (9)$$

종합하면 정지된 상태에서 미소교란의 운동은 위에서 유도한 식들 (5), (6), (7) 중의 어느 하나의 지배를 받으며 문제의 초기 및 경계조건을 고려하여 그중 편리한 방정식을 선택한다.

그러면 음파 방정식과 라플라스 방정식을 비교하여 보자. 음파장의 영역중에 파운동이 비압축성 유동과 구별할 수 없는 영역이나 경우가 있다. 속도 포텐셜로 주어진 파 방정식에서

(1) 음속이 무한대로 갈 때 ( $c \rightarrow \infty$ )

식 (8)에서

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \ll \nabla^2 \phi \text{ as } c \rightarrow \infty$$

$$\therefore \lim_{c \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi \right\} = -\nabla^2 \phi = 0$$

(2) 매우 느린 파동의 경우

$$\lim_{\frac{\partial t}{\partial x} \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi \right\} = -\nabla^2 \phi = 0$$

(3) 특이점 부근

특이점 부근에서는  $\phi \sim r^{-n}$  ( $n$ 은 양의 정수)와 같이 변한다. 그러므로

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \theta(r^{-n}), \text{ 그리고 } \nabla^2 \phi \sim \theta(r^{-n-2})$$

이므로

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \theta(r^2 \nabla^2 \phi) \text{ as } r \rightarrow 0$$

$$\therefore \lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi \right\} = -\nabla^2 \phi = 0$$

종합하여 보면, 매우 느린 유동, 비압축성 유동과 특이점 부근에서의 유동은 동일한 특성 즉, 라플라스 방정식으로 지배된다. 그러나 정상 공기역학(steady aerodynamics)에서의 유동과 위의 극한 경우의 라플라스 방정식으로 주어지는 포텐셜 유동과의 유일한 차이는 압력과 속도와의 관계이다. 정상 공기역학에서는 압력이 베르누이 정리를 통하여 속도와 비선형 관계  $\frac{1}{2} \rho U^2$  을 이루지만 선형파 운동에서는 압력은 속도와 선형 비정상 관계로 이루어져 있다. 즉,

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

## 2.2 간단한 3차원 波場

구 대칭(spherically symmetric)인 경우 포텐셜과 압력 항으로 표시된 파 방정식은 각각 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (10)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p'}{\partial r} \right) \quad (11)$$

위의 방정식의 일반해는 다음과 같다.

$$p' = \frac{f(r-ct)}{r} + \frac{g(r+ct)}{r} \quad (12)$$

위의 해를 1차원 파동 방정식의 해와 비교하여 보면 1차원 선형파에서는 파의 모양이나 진폭이 변하지 않고 일정한 전파속도  $c$ 로 진행되지만, 3차원 선형파에서는 파의 모양은 변하지 않으나 그 진폭이 진행하는 거리에 역비례하여 감소하게 된다. 그림 1에서는 간단한 1, 2, 3차원 파장의 예를 보여준다.

식 (12)의 첫번째 항은 원점으로부터 바깥쪽을 향하여 무한대로 진행하는 파를 나타내며 두번째 항은 무한대로부터 원점을 향하여 전파하여 오는 파는 없고, 그 반대로 원점에서 무한대를 향하여 전파되어 가는 파만이 가능한 조건인 쉐머펠드 방사조건(Sommerfeld radiation condition)을 만족하는 해는 다음과 같다.

$$p' = \frac{f(r-ct)}{r} \quad (13)$$

예 : 맥동구(pulsating sphere)에 의하여 발생된 음파

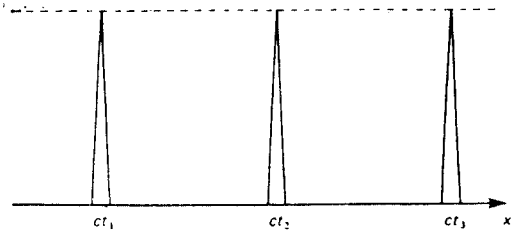
$$\begin{aligned} \text{경계조건 : 반경 } r=\alpha \text{ 에서 반경방향속도, } u(\alpha) \\ = \text{Re}[\hat{u}_a e^{i\omega t}] \end{aligned}$$

예 : 고정 스피커(loud speaker)

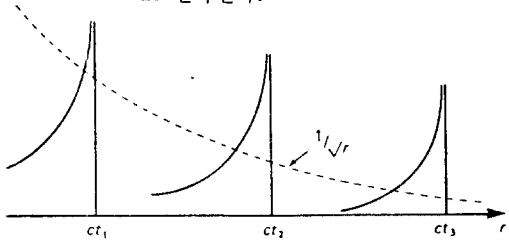
$$\text{해 : } \hat{p}(r) = \frac{a}{r} \frac{i\omega a/c}{1 + \frac{i\omega a}{c}} \cdot \rho_0 c \hat{u}_a e^{-i\omega(r-a)/c}$$

$$p'(r, t) = \text{Re}[\hat{p}_r(r) e^{i\omega t}] \quad (14)$$

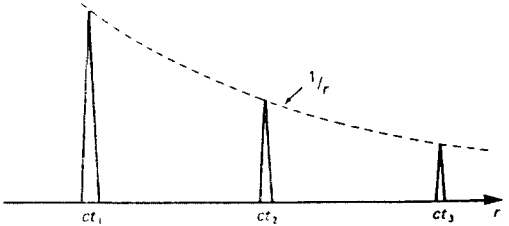
여기서  $\frac{\omega a}{c} = 2\pi \frac{a}{\lambda}$ 는 Helmholtz 수 또는 콤팩트 비(compact ratio)라 부른다. 콤팩트 비는 물리적으로 음파의 파장에 대한 음원의 크기비를 나타내므로 콤팩트 비가 1보다 크면 음원이 파장보다 큰 음원을 나타내고 1보다 작으면 그



1 차원 : 파장이 일정한 크기와 형상을 유지하며 속도  $c$  로 전파한다.



2 차원 : 특이 파전면(singular wave front)이 일정 속도  $c$  로 전파되며 그 뒤를 따르는 후류(wake)는 진행될수록 약해진다.



3 차원 : 파장이 일정한 형상과 속도로 전파되나 크기는 진행된 거리에 역비례하여 감소된다.

그림 1 간단한 파장의 예

반대이다.

식 (14)로 표시된 해를  $\frac{\omega a}{c} \gg 1$  인 경우와  $\frac{\omega a}{c} \ll 1$  인 경우로 나누어 조사하여 보자.

(1)  $\frac{\omega a}{c} \gg 1$  [논콤팩트 음원(non-compact source)]

$$\hat{p}(r) = \frac{a}{r} \rho_0 c \hat{u}_a e^{-i\omega(r-a)/c}$$

$$p'(r, t) = \frac{a}{r} \rho_0 \hat{u}_a e^{-i\omega(t - \frac{r-a}{c})} \quad (15)$$

$$\frac{Z}{\rho_0 c} = \frac{i\omega a/c}{1 + \frac{i\omega a}{c}} = 1 \text{ as } \frac{\omega a}{c} \rightarrow \infty$$

여기서  $Z$  는 방사 임피던스(radiation imped-

ance)이며 표면압력의 섭동(perturbation)의 반경방향 속도에 대한 복소 크기비(complex amplitude ratio)를 나타낸다. 따라서 이 경우는 평면파와 같은 특성을 갖는다.

(2)  $\frac{\omega a}{c} \ll 1$  [콤팩트 음원(compact source)]

$$\hat{p}(r) = \frac{i\omega a^2}{r} \rho_0 \hat{u}_a e^{-i\omega(r-a)/c}$$

$$p'(r, t) = \frac{a}{r} \rho_0 \frac{\partial u_a}{\partial t} \left( t - \frac{r-a}{c} \right) \quad (16)$$

$$\hat{p}(r) \propto a^2, \omega$$

식 (16)으로부터 알 수 있는 바와 같이  $c$  에 독립적이므로 압축성과 무관하며 주파수 함수이므로 고주파수 소리는 저주파수 보다 더 효과적으로 소리를 발생시킨다. 식 (15)와 식 (16)을 비교하여 보면 논콤팩트 음원은 콤팩트음원보다 소리를 더 효과적으로 발생시킨다. 그러므로 스피커와 같은 작은 음향 방사체(acoustic radiator)는 소리 발생면에서 비효과적이며 더우기 주파수의 함수이다. 그러나 큰 음원은 주파수에 무관하며 평면파와 같은 특성을 가지고 있다.

### 3. 강제항을 갖는 파 방정식의 해

이 절에서는 유한한 체적에 분포된 음원항을 갖는 비제차 선형파 방정식(non homogeneous linear wave equation)의 수학적 해를 구해 본다. 즉, 다음과 같은 파 방정식의 해를 구하는 것이 된다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = q(x, t) \quad (17)$$

3 차원 해 중에서 방사조건을 만족하는 해  $p' = \frac{f(t-r/c)}{r}$  는 3 차원 파 방정식을 만족한다.

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \frac{f(t-r/c)}{r} = 0 \quad (18)$$

위의 방정식을 자세히 조사하여 보면  $r \neq 0$  인 모든 점에서는 만족이 되나  $r=0$  인 점은 제외되어야 함을 알 수 있다. 왜냐하면 연산자  $\nabla^2 p' = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p'}{\partial r} \right)$  는  $r=0$  에서 의미가 없기 때문이다. 그러면 방정식 (18)의 좌변에 의하여 계산

된 함수는  $r=0$ 인 좌표의 원점부근에서 어떤 값을 갖게 되는가를 정확하게 조사하여 보자.  $\frac{f(t-r/c)}{r}$ 은 원점에서 특이성(singularity)을 가지고 있다. 2절에서 조사 하였듯이 특이점 부근에서는 파 방정식이 라플라스 방정식으로 된다. 즉,

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' \right) = -\nabla^2 p' = 0$$

$$\nabla^2 \left[ \frac{f(t-r/c)}{r} \right] = 0, \quad r=0 \text{ 부근에서} \quad (19)$$

$\nabla^2 \left[ \frac{f(t-r/c)}{r} \right]$ 은 보통함수(ordinary function)가 아니다. 원점으로부터 반경이  $\epsilon$ 인 매우 작은 체적을 생각하고 이 체적에 대한 위 식의 체적 적분은 유한한 값을 갖게되는 매우 중요한 성질을 부여주고 있다.

$$\int_V \nabla^2 \left( \frac{f(t-r/c)}{r} \right) dV$$

$$= \int_S \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{f(t-r/c)}{r} \right) dS \quad (20)$$

$$= 4\pi\epsilon^2 \left\{ -\frac{f(t-r/c)}{\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \left( t - \frac{\epsilon}{c} \right) \right\}$$

$$= -4\pi f(t) \text{ as } \epsilon \rightarrow 0 \quad (21)$$

3 차원 델타함수

$$\int_V \delta(\underline{x}) dV = 1, \quad V \text{가 } x=0 \text{를 포함하면,}$$

$$= 0, \quad V \text{가 } x=0 \text{를 포함하지 않으면}$$

를 이용하면 원점을 포함한 모든 파장(sound field)에서 유효한 다음과 같은 중요한 결과를 얻는다.

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \frac{f(t-r/c)}{r}$$

$$= 4\pi f(t) \delta(\underline{x}) \quad (22)$$

식 (22)는 식 (17)로 표시된 비등차 파 방정식의 해를 구하는데 사용하게 된다. 식 (17)의 우변 강제항  $q(\underline{x}, t)$ 는 음원(sound source)항이며 유한한 영역  $V$ 에 한하여 분포되어 있다.  $q(\underline{x}, t)$ 는 델타함수를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$q(\underline{x}, t) = \int_V q(\underline{y}, t) \delta(\underline{x}-\underline{y}) d^3y \quad (23)$$

방정식 (22)에서  $f(t)$  대신에  $q(\underline{y}, t)$ 를 대입하면

다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \frac{q(\underline{y}, t-r/c)}{r}$$

$$= 4\pi q(\underline{y}, t) \delta(\underline{x}-\underline{y}) \quad (24)$$

여기서  $r=|\underline{x}-\underline{y}|$ 이다. 즉, 음원과 관찰자 사이의 거리이며,  $\underline{x}, \underline{y}$ 를 각각 음원변수와 필드(field) 변수라 부른다.

방정식 (17)을 방정식 (24)와 비교하면

$$4\pi p'(\underline{y}, t) \delta(\underline{x}-\underline{y}) = \frac{q(\underline{y}, t-r/c)}{r}$$

를 얻을 수 있으며 위 결과를  $\underline{y}$ 변수에 대하여 음원이 분포된 체적  $V$ 에 대해 적분하면 강제항을 갖는 비등차 파 방정식의 해를 얻게 된다.

$$4\pi \int_V p'(\underline{y}, t) \delta(\underline{x}-\underline{y}) d^3y = \int_V \frac{q(\underline{y}, t-r/c)}{r} d^3y$$

$$p'(\underline{x}, t) = \int_V \frac{q(\underline{y}, t-|\underline{x}-\underline{y}|/c)}{4\pi} d^3y \quad (25)$$

$\underline{y}$ 에 위치하는 각 음원 요소는  $\underline{x}$ 에 위치한 관찰자를 향하여 소리를 발생시킨다. 시간  $t$ 에 위치  $\underline{x}$ 에 도달한 소리는 음원으로부터 관찰자까지의 거리  $|\underline{x}-\underline{y}|$ 를 전파속도  $c$ 로 진행하기 때문에 시간  $t-|\underline{x}-\underline{y}|/c$  전에 음원으로부터 출발한 것이다.  $t-|\underline{x}-\underline{y}|/c$ 를 지연시간(retarded time)이라 부른다.

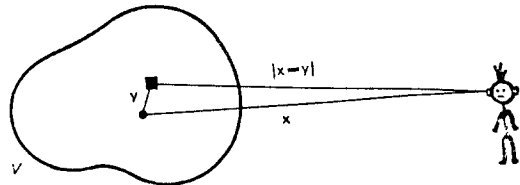


그림 2 관찰자와 음원사이의 거리와 지연시간의 관계

#### 4. 공력 소음원의 발생과정 및 波場

3절에서는 단지 음원항을 갖는 비등차 파 방정식의 수학적 해를 구했다. 이 절에서는 음원  $q(\underline{x}, t)$ 를 실제로 자연에서 일어나는 현상에서 찾고 발생하는 메카니즘을 조사하여 본다.

예 1 : 연소 소음(combustion noise)

열이 유체에 가해질 때 유체의 밀도가 변하며

밀도는 두 변수 즉, 압력과 유체 단위 질량에 가해지는 열  $h(x, t)$ 의 함수로 나타낼 수 있다.

즉,  $\rho = \rho(p, h)$

$$\begin{aligned} d\rho &= \rho' = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_h dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)_p dh \\ &= \frac{1}{c^2} dp + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h}\right)_p dh \end{aligned}$$

완전 기체의 관계식  $\rho = p/RT$ 을 이용하면,

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\rho_0(\gamma-1)}{c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

을 얻을 수 있으며 이 결과로부터 가열이 있는 경우의 파동 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \frac{\rho_0(\gamma-1)}{c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (26)$$

식 (26)의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p'(x, t) &= \frac{\rho_0(\gamma-1)}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ &\int_V \frac{h\left(y, t - \frac{|x-y|}{c}\right)}{|x-y|} d^3y \quad (27) \end{aligned}$$

윗 식은 파장(sound field)이 비정상적인 가열에 의하여 발생됨을 보여주며 이에 비해 정상적인 가열은 음파를 발생시키지 않는다. 그리고  $\frac{\rho_0(\gamma-1)}{c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$ 은 단극(monopole)음원이며 물리적으로 순전히 유체의 비정상 팽창에 의하여 발생된다. 일정한 압력에서는  $\frac{\rho_0(\gamma-1)}{c^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \underline{V})$  즉, 단위 물질 체적의 단위시간의 체적 팽창과 같다.

예 2: 외부 공기력이나 질량 생성(mass creation)에 의한 음파의 발생

질량 생성이나 외부력이 존재할 때의 선형 연속 방정식 및 운동량 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \underline{V} = m(t)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} = -\nabla p' + \underline{f}$$

여기서  $m(t)$ 는 단위 시간당 질량 생성이며  $\underline{f}$ 는 단위 체적당 유체에 가해지는 외부력이다. 위 두 방정식에서 속도  $\underline{V}$ 를 소거하면 음원 항을 갖는 파 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = \rho_0 \frac{\partial^2 \beta}{\partial t^2} - \nabla \cdot \underline{f} \quad (28)$$

여기서  $m\alpha \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \beta)$ 로서  $\beta$ 는 단위 질량이 갖는 체적 중에서 체적이 변하는 부분의 체적을 나타낸다. 식 (28)에서 우변 첫번째 항은 단극 음원으로서 소리를 발생시키는 것은 질량 생성 자체에 의한 것이 아니라 질량 생성이 차지하는 체적에 의한 것임을 보여주고 있다. 이와 같은 사실은 위에 기술한 연소 소음에서도 설명한 바 있으며 매우 효과적인 소리 발생원이다. 그리고 우변 두번째 항은 양극(dipole)음원 항이며 양극세기는 단위 체적의 유체에 가해지는 힘의 크기와 같다. 양극음원에 의해 발생하는 소리는 단극에 비해 덜 효과적이다.

예 3: 유동에 의해 발생하는 소리

—Lighthill 이론—

위에서는 질량의 생성 또는 외부력에 의하여 발생하는 소리를 조사하였으며 선형 유동으로 가정하였다. 그러나 본란에서는 유동의 비선형을 무시할 수 없는 경우의 소음 발생을 조사해 본다.

$$\text{연속 방정식: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0 \quad (29)$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (p_{ij} + \rho v_i v_j) = 0 \quad (30)$$

여기서  $p_{ij} = p' \delta_{ij} - \tau_{ij}$ 이며  $\tau_{ij}$ 는 점성 응력이다. 식 (29)와 (30)에서  $V_i$ 를 소거하면 다음과 같은 비등차 파 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (31)$$

여기서  $T_{ij}$ 는 Lighthill의 응력 텐서 항이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \rho v_i v_j + p_{ij} - c^2 \rho' \delta_{ij} \\ &= 4 \text{극(quadrupole)음원의 세기} \end{aligned}$$

식 (31)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\rho'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}$$

$$\int_V \frac{T_{ij}\left(y, t - \frac{|x-y|}{c}\right)}{4\pi|x-y|} d^3y \quad (32)$$

난류 유동에서는  $T_{ij}$ 는 영이 되지 않으며 난류는 4극 음원으로서 소리를 발생시킨다. 난류에 의해 발생하는 소리의 세기를 계산하기 위해서는

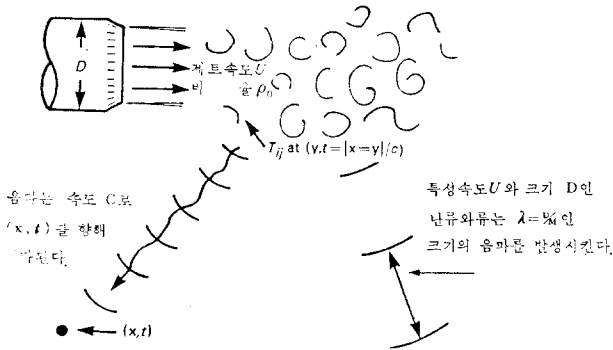


그림 3 아음속 제트에 의해 방사되는 소리

난류에 대한 정확한 지식을 가지고 있지 않으면 안되므로 차원 해석에 의존하는 수 밖에 없다.

예 :

(1) 아음속 제트 소음 ( $M \ll 1$ )

직경이  $D$ 이고 속도가  $U$ 인 제트를 생각하자. 그러면 특성 시간은  $D/U$ , 음원의 주파수 또는 소리의 주파수는  $U/D$  정도이며 파장은 유동의 특성 길이로써  $\lambda = c \frac{D}{U} = DM^{-1}$ 이다. 콤팩트니스 비 (compactness ratio)  $= \frac{\lambda}{D} = \frac{1}{M} \ll 1$  이므로 아음속 제트는 콤팩트 음원이므로 음원이 분포된 체적에 대한 지연시간의 변화를 무시할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sim \frac{1}{\lambda} \text{ 또는 } M/D$$

$$\int_V d^3x \sim D^3$$

$$T_{ij} \sim \rho_0 U^2$$

$$\rho' \sim \rho_0 M^4 \frac{D}{|x|}$$

$$\overline{\rho'^2} \sim \rho_0^2 M^8 \frac{D^2}{|x|^2}$$

소리의 세기는  $M^8$  또는 제트 속도의 8승에 비례함을 보여주며 실험적으로 확인되었다.

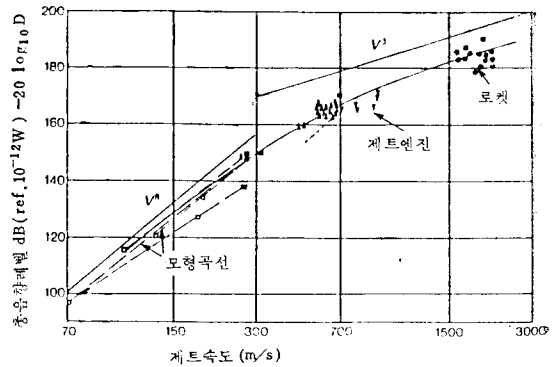
(2) 초음속 제트 ( $M > 1$ )

음원이 분포된 체적에 대한 지연 시간의 변화를 무시할 수 없다.

$$\rho' \sim \rho_0 M \frac{D}{|x|}$$

$$\overline{\rho'^2} \sim \rho_0^2 M^2 \frac{D^2}{|x|}$$

소리의 세기는  $M^2$  또는 제트 속도의 자승에 비례함을 나타내고 있으나 실제 실험에 의하면 제



● 로켓; ▼ 터어보제트(후연소용); ▲ 터어보제트(군사용); ■ 출구속도  $M=0.8$ ; □ 공기모형(출구속도  $M=0.8$ )

$D$ 는 제트의 직경(m)

그림 4 음향레벨의 변화(Chobotov & Powell로부터: 1957 Ramo Woolridge Corp. Rep. EM-7-7)

트 속도의 삼승에 비례하고 있다. 이 차이는 난류의 eddy 수가  $M$ 이 증가함에 따라 증가하기 때문인 것으로 알려져 있다. 그림 4에서는 여러 제트 엔진에 대한 제트 속도의 변화에 따르는 총음향레벨(overall sound power level)의 측정치를 보여주고 있다.

예 4: 파장내에 외부 물체가 존재할 경우

파장내에 외부 물체가 있을 경우 Lighthill이 유도한 4극 음원의 적분은 다음과 같이 수정된다.

$$\rho'(x, t) = \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \left\{ \frac{T_{ij}}{r} \right\} dV - \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_j} \int_S n_i \left\{ \frac{\rho v_i v_j + p_{ij}}{r} \right\} dS + \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left\{ \frac{\rho v \cdot n}{r} \right\} dS \quad (33)$$

식 (33)을 자세히 조사해 보면 앞 절에서 구한 난류 유동에 의한 4극 소리 항 외에 두 항을 추가적으로 가지고 있다. 이 나머지 두 항으로 주어지는 해는 외부 물체에 의한 영향을 나타내는 해이다. 우변 두번째 항의 적분을 외부물체 표면을 따라 행하는 적분이므로 외부 물체가 한곳에 정지하여 있을 경우에는 표면을 따라 속도가 영이므로  $v_i v_j / \rho$ 는 영이다. 그러므로 다음과 같이 된다.

$$\rho'(x, t) = -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S n_i \left[ \frac{p'}{r} \right] dS$$

그리고 외부 물체가 충분히 콤팩트한 물체로 가정할 수 있을 경우에는 지연 시간에 대한 변화는 무시할 수 있으며 뒷 식은 다음과 같이 간단하게 된다.

$$\rho'(x, t) = -\frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{F_i}{r} \right] \quad (34)$$

여기서  $F_i = \int_S n_i p' dS$ 이며 물체에 의하여 유체에 작용하는 힘이다. 식 (34)는 난류 유동내의 콤팩트한 강체는 강체에 작용하는 비정상 힘에 의하여 소리를 발생시킬 수 있음을 보여주고 있으며 양극 음에 해당한다.

$F \sim \rho_0 U^2 D^2$  (여기서  $D$ 는 외부 물체의 특성 길이)

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sim M/D$$

$$\rho' \sim \rho_0 M^3 \frac{D}{r}$$

$$\overline{\rho'^2} \sim \rho_0^6 M^6 \frac{D^2}{r^2}$$

저속 ( $M \ll 1$ ) 난류 유동에 의한 소리가  $\rho'^2 \propto M^6$  이므로 외부 물체에 작용하는 힘은 아음속 난류에 의한 것보다  $M^{-2}$  배만큼 소리를 더 효과적으로 발생시킴을 알 수 있다. 프로펠라나 송풍기의 팬소리, 그리고 웅웅하는 바람소리(바람이 진행하는 방향에 놓인 고체 물체에 작용하는 변동 압력에 의한)는 양극소리의 좋은 예이다. 그리고 식 (33)의 우변 세번째 항은 외부 물체가 체적 변화가 일어날 때 발생하는 소리이며, 단극 소리에 해당하며 양극소리나 4극 소리보다 소음 발생면에서 가장 효과적이다.

외부 물체가 콤팩트하고 평균밀도를 균일하다고 가정할 수 있을 때 다음과 같이 간단히 된다.

$$\rho'(x, t) = \frac{1}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{Q}{r} \right]$$

$$\text{여기서 } Q/\rho_0 = \int_{S_2} v_n dS = \int_S v_n dS$$

이며 물체 표면으로부터 유체내로 들어가는 체적량이다. 연소 소음에서 밝혔듯이 체적 변화율에 의한 소음은 단극소리임이 본 란에서 확인되었다.

$$\rho' \sim \rho_0 M^2 \frac{D}{r}$$

$$\overline{\rho'^2} \sim \rho_0 M^4 \frac{D^2}{r^2}$$

예 : 액체속의 기체의 맥동 운동 공기 기포를 포함하는 물이 관속을 흐를 때 관끝에서 내는 소리

## 5. 결 론

지금까지 공력소음과 관계되는 자연 현상들을 체계적인 이론적 전개를 피하고 가능한한 물리적 메카니즘을 자세히 기술함으로써 공력소음의 이해를 돕고자 하였다. 그리고 여기에 포함된 내용은 공력소음의 극히 일부분이고 더 체계적이고 자세한 것은 참고문헌을 참조하기 바란다.

## 참 고 문 헌

- (1) Dowling, A.P., and Ffowcs, Williams, 1983, "Sound and Sources of Sound", Ellis Horwood, England.
- (2) Goldstein, M.E., 1976, "Aeroacoustics", McGraw-Hill, New York.
- (3) Lighthill, J., 1978, "Waves in Fluids", Cambridge University Press, Cambridge.

