

韓國 軍事運營分析 學會誌
第13卷, 第1號, 1987, 6.

Greedy Heuristic 기법과 열 제조에 의한 관광버스 배차방법

(A Tour Bus Scheduling Method by Greedy Heuristic
and Column Generation Techniques)

박 순 달 *
장 병 만 **

Abstract

This paper presents an optimization based heuristic algorithm for a tour bus scheduling problem where buses consist of various kinds of sightseeing and commutation services.

First, this algorithm transforms the problem into a vehicle routing problem on whose nodes denote trips and arcs denote connections between trips. Second, a greedy heuristic routing technique is applied to find a good feasible bus-route set.

Then the greedy feasible solution is improved by the simplex method using column generation technique. The algorithm provides a better near-optimal solution which gives much reductions in the total tour distance and the number of tour buses.

1. 서 론

관광회사의 주요업무는 여러 차종의 관광용 버스로 일반고객을 위한 관광사업과 일반 기업을 상대로 하는 출퇴근 업무등 여러 가지가 있다. 관광사업의 내용은 영업부 주관으로 주요 관광지까지 버스를 정기적으로 운행시키는

것과 고객과의 전세계약에 의해 형성된 관광 코스로 버스를 운행하는 것이 있다. 이 중에 고객과의 전세계약은 외국인의 국내관광을 위한 국제여행사와의 계약, 낚시회 등과 같은 단체와의 정기적인 계약, 기업체의 출퇴근 계약 등 1년 단위의 장기계약이 있고 수시 고객의

* 서울대학교

** 경기개방대학

필요에 의한 하루 또는 몇 일간의 단기 계약이었다.

관광 배차 계획은 관광버스들이 제반 운행 조건들을 만족하면서 최소의 비용 또는 최소의 공차 및 체류비용 만을 소요하면서 특정일의 관광업무들을 수행하는 운행계획 즉 운행 경로와 시간을 결정하는 것이다.

예로써 <표1>의 관광업무들을 수행하는 관광 배차 계획을 세우는 문제이다. 이 문제는

관광버스가 모기지인 차고를 출발한 후 각 업무를 수행하고 다음 업무를 수행할 때까지 체류하거나 공차운행시에 소요되는 시간이나 비용을 최소화하는 문제로 풀 수 있으며 계약 조건은 버스와 승무원의 운행에 관한 각종 규정과 운행조건, 차고의 수등이 될 수 있다. 또한 차량의 운행거리와 승무원의 제약등 차종별 여러가지 특성 때문에 생기는 제약조건도 있을 수 있다.

표 1. 관 광 업 무 표

순번	업무	코 스	상 행 시 간		하 행 시 간		비 고
1	출 근	청량리 - 영동	7:00-8:20	1:20			
2	출 근	김포공항 - 여의도	7:10-8:10	1:00			
3	출 근	갈현동 - 시청	8:30-9:20	0:50			
4	관 광	신림 - 속리산	9:30-11:30	2:00	19:00-21:00	2:00	
5	관 광	터미널 - 남이섬	9:30-12:00	2:30	15:00-17:30	2:30	
6	관 광	잠실 - 밤섬	8:30-9:30	1:00	17:00-18:00	1:00	
7	관 광	시청 - 천안	12:00-13:00	1:00	15:00-16:00	1:00	국 제
8	퇴 근	시청 - 갈현동	18:00-19:00	1:00			

단. 1일 최대 운행시간 : 12시간

1일 최대 근무시간 : 15시간

관광버스는 차량별로 구입가격, 생산년도, 승차정원 및 내부시설등이 서로 다르기 때문에, 배차담당자는 계약업무내용에 따라 적합한 버스를 배정하며, 고객의 희망시간과 장소에서 이용될 수 있도록 배차계획을 세운다.

그런데 수행해야될 업무건수와 버스 수가 많을수록 경제적인 배차계획을 세우기가 어려워진다. 또한 전국의 도로망과 그 도로사정, 각 지점간의 거리 및 운행시간, 버스의 상태등에 관한 방대한 량의 정보가 사용되어야 하므로

배차 담당자는 오랜기간의 경험과 지식이 있어야 한다. 또한 승무원의 급료와 수송비, 차량유지비등이 날로 증가하고 있으므로 효율적인 배차계획 수립방안이 요청되고 있다. 본 논문에서는 이러한 관광업무등을 수행하는 관광버스의 배차계획문제에 대하여 먼저 양호한 가능해를 발견적기법으로 구한 후에 최종해로 개선시키는 optimization-based heuristic 기법을 개발하고자 한다.

이 문제와 유사한 차량운행 계획에 관한 연

구는 많이 이루어져 있다. Clarke 와 Wright (1964)는 수요처를 2개소이상 차량 한 대로 방문할 때 절약되는 거리를 크게 내는 경로들을 각 차량별로 동시에 형성시키는 절약기법 (saving method)을 개발하여 차량 운행계획 문제에 대한 효율적인 발견적 기법을 제시하였다. 이 절약기법은 그 후에 나오는 대부분의 발견적인 차량운행기법의 기본이 되었다. 그런데 이 기법과 유사한 다른 발견적 기법들은 모두 근사해를 구하며, 절약되는 거리에 대한 계산과 내림차 순의 절약거리목록을 만들어야 함으로 개선의 여지를 남기고 있다.

Frieze 와 Galbiati(1972)는 외판원 문제 해법으로 각 거리를 오름차순으로 정리한 목록상에서 차례로 subtour가 생기지 않도록 하면서 Hamiltonian 경로를 만들어가는 Greedy Heuristic 방법을 제안하였다. 그런데 Ong 과 Moor (1984)는 이 방법이 최악경 우분석을 통하여 절약기법보다 나음을 증명하였다. 이 방법은 절약거리 계산과정이 없으므로 계산시간을 단축할 수가 있으면서 양호한 근사해를 주고 있는 것이다. 그리고 장병만과 박순달(1984, 1985)은 항공기 승무계획문제의 해법으로 이 Greedy Heuristic 기법을 수정하고 Holmee 와 Parker 의 최대 절약호 (Best saving arc)를 일시 제외시켜 해를 개선하는 방법을 가미하여 운행제약하의 복수 외판원 문제를 푸는 수정 Greedy Heuristic 기법을 만들었다. 승무원 문제를 승무구간은 마디, 승무구간 사이의 연결 체류시간은 호 (arc)로 표시하는 유방향 네트워크 상에 승무규정을 고려하여 나타낸 다음, 이 네트워크의 호의 체류시간의 오름차순의 목록을 만들

고 운행제약 하에서 수정 Greedy Heuristic 기법으로 동시에 각 승무팀의 승무경로(pattern route)를 만들었는데, 승무계획문제의 좋은 해를 구하였고, 계산시간도 많이 단축 시킬 수 있었다.

Desrosiers et al(1984, 1986)은 방문시간의 범위에 대한 제약이 있는 차량운행문제에 대하여 임의의 가능해를 구하여, 집합분할문제 (set partitioning problem)로 만들고, 이 가능해를 기초로 최단경로문제를 변환시킨 후 해를 개선할 수 있는 기저후보자 열을 제조 (column generation)하고 단체법으로 풀어서 개선 해를 구하고, 분지한 계법으로 정수해를 구하였다. 이 기법은 단체법과 분지한 계법을 반복사용하여야 함으로 계산상의 노력이 상당히 요구된다.

본 연구에서는 관광배차계획문제의 특성을 고려하여 주어진 관광업무계획표를 변환시켜 복수외판원 모형의 유방향 네트워크를 만들고 이 네트워크 상에서 수정 Greedy Heuristic 방법을 적용하여 양호한 가능해를 구하며, 이 가능해로 집합분할문제를 만들고, 최단경로기법으로 기저후보자 열인 최단경로를 제조한 후 다시 Greedy Heuristic기법으로 다른 경로들을 구하는 과정을 반복하면서 최적 근사해를 구하는 기법을 제시하고자 한다.

- 단계 1. 관광업무계획에서 차량운행 네트워크와 연결시간 및 공차거리의 오름차순 목록을 작성한다.
- 단계 2. Greedy Heuristic 기법으로 초기 경로를 작성한다.
- 단계 3. 최단경로법을 이용한 열제조법으로 기저후보자 경로를 구한다. 기저후보자가 기존의 경로와 같으면 최종

해에 도달했다. 단계 5로 간다.

단계 4 . Greedy Heuristic 기법으로 나머지 경로들을 구한다. 단계 3으로 간다.

단계 5 . 경로 업무에 따라 차종을 결정한다. 이 흐름중에서 단계 1과 단계 3, 4의 부분을 자세히 보도록 하자

2 . 복수 외판원 모형과 Greedy Heuristic 기법

관광배차 계획문제를 유방향 네트워크 (directed network) $G(N,A)$ 상에 표현하여 복

수외판원 모형으로 변환시키기로 하겠다. 네트워크 상에서는 작업무들의 편도운행 업무를 마디 (node)로 보며, 편도운행업무들간의 연결여부를 호 (arc)로 표현하다. 마디의 집합 N 에 대해서는, 차고는 가상의 마디 (dummy node)로 간주하고, 출발시간 순서로 마디의 번호를 부여하고 각마디에는 그 편도 운행비용과 거리를 기재한다. 이 운행소요 비용과 거리는 그 마디의 수요량이 된다. (<표2-1> 참조)

표 2.1 연 결 시 간 행 력

From/To	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1				10	110	110	340	640	640	840	940	1040
2				20	120	120	350	650	650	850	950	1050
3					10	10	240	540	540	740	840	940
4							230	530	530	730	830	930
5								330	330	530	630	730
6								300	300	500	600	700
7									200	400	500	600
8										100	200	300
9											30	130
10												
11												
12												

단, 빈칸은 큰 수 M으로 쯤

그리고 1일 이상이 소요되는 장거리 관광업무에는 미리 버스를 배정하기 때문에 이 업무는 네트워크상에 표시하지 않는다. 단 출발시간이 출근업무를 수행할 수 있는 경우는 이 관광업무를 하나의 마디로 표시한다. 또 반드시 같은 차량으로 운행해야 할 국제관광업무 등은 2개이상의 편도 운행으로 따로 구분하지 않고, 하나의 마디로 표시한다. 그리고 호

의 집합 A 에 대해서는, 마디 i 와 j 가 연결되면, 업무 i 를 끝마치고 업무 j 를 수행할 수 있는 것을 나타낸다. 그런데 업무 i 의 도착지와 업무 j 의 출발지가 같은 경우는 체류시간만 소요되나, 다를 경우는 공차 운행을 하는 시간을 고려하여서 연결한다. 그러므로 공차 차 운행시간이 업무 j 의 출발시간에서 업무 i 의 도착시간을 뺀 시간보다 많으면 연결할 수

없다. 공차 운행시간은 한 지역에서의 체류시간과 같이 볼 수는 없으나, 관광 업무 수행 차량의 대수를 적게 하거나, 차량 1대당의 관광 업무 수행량을 많게 하기 위해서 그 차이를 무

시한다. 각 호에는 공차 및 체류시간 즉 연결 시간을 기재하는데 이것은 각 호의 거리가 된다. 호 (i, j) 가 존재하지 않으면 $C_{ij} = +M$ 으로 둔다.(단, M은 대단히 큰 정수)

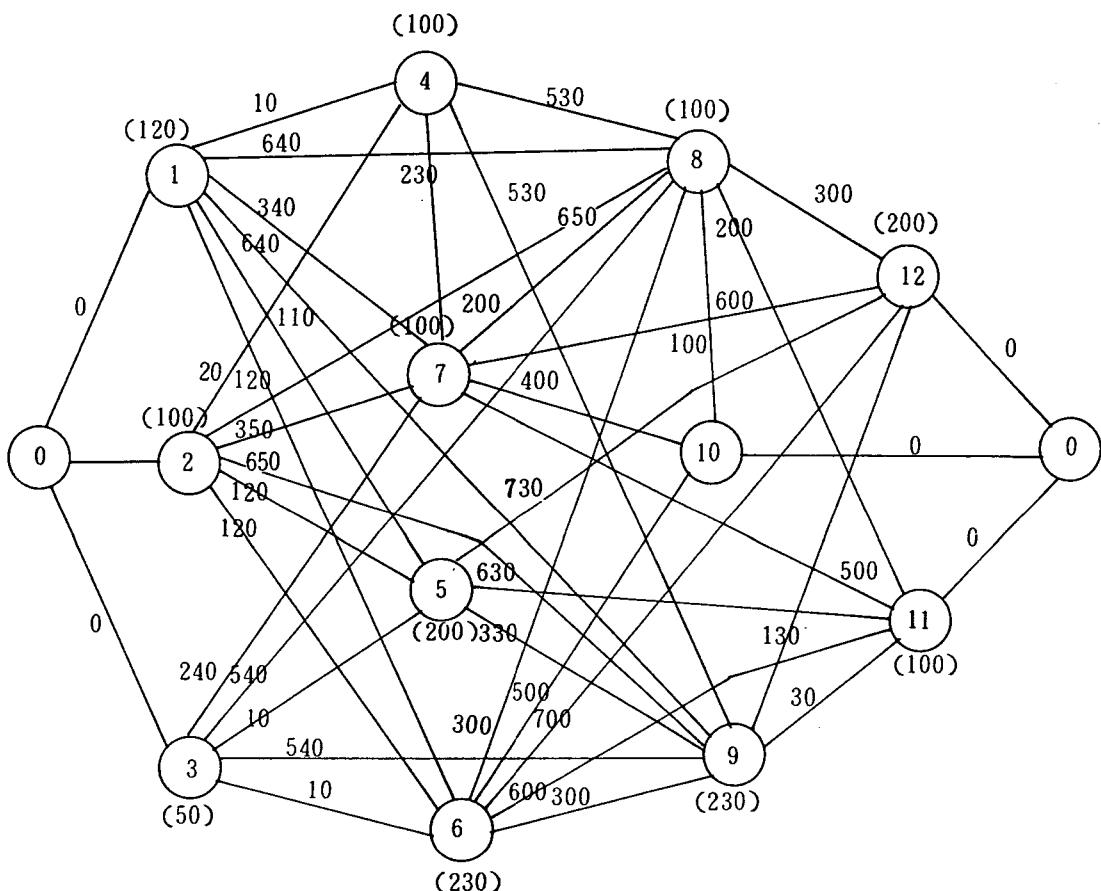


그림 2.1 관광네트워크(연결시간)

이상과 같이 하여 표 1의 예제를 네트워크 $G(N, A)$ 상에 나타내면 그림 2.1과 같이 변환되며, 연결시간 행렬은 표 2.1과 같다. 그래서 이상과 같이 관광 배차 계획 문제를 복수외판원 모형으로 변환시킬 수 있으며, 이 네

트워크에서 관광운행 제약조건을 고려하여 m 대의 관광버스가 차고(마디 0)를 출발하여 각 마디들을 정확하게 한번만 방문하면서 총 공차 및 체류시간을 최소로 하는 m개의 경로의 집합을 구하는 차량운행 문제로 바뀐다.

차량운행 계획 문제에 여러가지 제약 조건 즉 운행거리 제한 조건, 차종의 다양성이 고려될 경우, Lenstra와 Rinnoy(1981)의 연구에서 이 문제는 NP-hard임이 밝혀져 있다. 대부분의 현실적인 관광 배차 계획 문제가 이와같이 여러 제약조건들이 복합적으로 결부되어 있기 때문에, 본 연구에서는 발견적 기법을 이용하되 최적해를 지향하는 optimization-based heuristic기법을 구하고자 하는데 이 기법은 최적해에 가까운 가능해를 발견적 기법으로 신속히 구한 후 최적해를 또는 최적 근사해를 찾는 발견적 기법이다. 본 논문에서는 1차적으로 Greedy Heuristic기법을 이용하여 근사해를 구하는데 그 방법은 장병만과 박순달(1985)에서 제시했던 복수모기지의 복수 외판원 문제를 위하여 만든 수정 Greedy Heuristic기법을 이 문제에 맞게 다음과 같이 수정한 것이다. 관광 배차 Greedy Heuristic기법은 다음과 같다.

유방향 네트워크를 형성할 때는 앞에서 설명 한대로 관광운행조건을 고려하여 차고와 마디(편도 운행업무)간의 연결시간이나 공차거리 를 구하여 차량운행 모형으로 만든다. 그래서 체류시간 목록 대신에 연결시간이나 공차거리 목록을 구하게 된다. 그리고 이 목록의 오름 차순을 따라 관광운행조건을 고려하면서 모기지에서 시작하여 각 경로를 만들어간다.

이 수정 결과를 종합하면 관광배차 Greedy Heuristic기법은 다음과 같다.

- (1) 유방향 네트워크 사이의 차고와 각 마디간의 연결시간 또는 공차거리를 행렬을 구한다.
- (2) 연결시간 또는 공차거리를 오름차 순으로 정리하여 목록을 만든다.

(3) 목록의 순서대로 제약조건들을 고려하면서 Hamiltonian 경로들을 동시에 형성시킨다.

(4) 모든 마디들이 모두 어느 하나의 경로 속에 포함될 때까지 (3)번 과정을 반복하여 가능해을 구한다.

(5) 가능해가 안 나오거나 만족스럽지 못할 경우 짧은 호에서부터 시작하여 하나씩 호를 일시 제외시켜 경로를 다시 작성하고자 (3)번으로 간다.

3. 열제조 (column generation) 방법

상기의 Greedy Heuristic기법에 의해서 구해질 가능해는 최적해가 아닐 경우가 많다. Ong(1984)은 마디가 n개일 때 외판원문제의 Greedy Heuristic의 해와 최적해에 대한 비율은 ($\text{Greedy} / \text{Optimal}$) $\leq 0.5(\log n+1)$ 이라고 했다. 이 Greedy Heuristic 기법에서 나온 현재의 가능해에서 출발하여 해를 개선시켜 최종해를 찾아 보고자 한다. 이 논문의 유방향 네트워크상의 관광버스 배차계획 문제는 차고에서 출발하여 각 마디를 단 한번씩만 거치면서 다시 차고로 돌아올 때 까지 운행할 수 있는 다수의 관광버스 경로들의 집합중에서 총 연결시간이 가장 작은 경로들의 부분집합을 구하는 집합분할문제(set partitioning problem: SPP)로 볼 수 있다. 이제 차고에서 여러 마디를 거친 후 다시 차고로 돌아올 때까지의 r번째 운행 경로의 연결시간의 합을 C_r , 흐름변수(flow variable)를 Y_r 이라 할 때, SPP의 수식모형은 다음과 같다.

$$\text{Min } \sum_{r \in \Omega} C_r Y_r \quad \dots \dots \dots \quad (3.1)$$

(SPP)

$$s.t \sum_{r \in \Omega} A_{ir} Y_r = 1 \quad i \in p \quad \dots \dots \dots \quad (3.2)$$

$$\text{단, } Y_r = 0, 1 \quad r \in \Omega \quad \dots \dots \dots \quad (3.3)$$

$$Y_r = \begin{cases} 1 & : \text{경로 } r \text{ 이 사용됨} \\ 0 & : \text{사용안됨} \end{cases}$$

$$A_{ir} = \begin{cases} 1 & : \text{경로 } r \text{에 마디 } i \text{ 가 포함됨.} \\ 0 & : \text{포함안됨} \end{cases}$$

Ω : 제약조건들은 만족시키는 경로들의 집합

P : 마디들의 집합

식 (3.1)은 목적 함수로서 총 연결시간의 합을 최소화하려는 식이고, 식 (3.2)은 경로 r 이 사용되려면 $Y_r=1$ 이고 경로 r 에 마디 i 가 포함되어 있어야 한다. 즉, $A_{ir}=1$ 이어야 한다는 것을 뜻한다.

이 SPP 모형으로 문제를 풀 때 처음부터 단체법으로 풀려면 운행제약 조건을 따져 대단히 많은 후보 운행 경로들을 모두 생성시켜야 하고, 많은 이 경로들이 모두 열 (column)이 되고 이 열의 비용인 C_r 의 할인가 \bar{C}_r 을 계산하고, $\min \bar{C}_r < 0$ 을 찾아야 한다.

$$\text{단, } \bar{C}_r = C_r - \pi A \cdot r$$

$$\pi = C_B B^{-1} : \text{쌍대변수의 값}$$

또 이 문제는 NP-hard 이므로 계산시간이 후보 운행경로의 수에 따라 기하급수적으로 증가하게 된다. 그래서 먼저, Greedy Heuristic 기법으로 최적해에 근사한 가능해를 구해 놓고, 여기에서 출발하여 최종해를 찾는 방법은 사용하고자 한다.

여기서 (3.3) 조건을 완화시키면 SPP는 단순한 선형계획문제로 바뀌며, 이 완화된 SPP 문제는 현재의 해를 개선시키는 기저후보자만을 생성시켜서 진입시킴으로 해를 개선시키는 열제조 기법 (column generation)으로 풀 수

있다. 이 Greedy Heuristic의 해에서 나온 경로들을 열로 하여 구성한 축소된 SPP 문제를 만들면 이 SPP의 해는 원래 SPP 문제의 가능해 가운데 하나이다. 이 가능해를 개선하기 위해서는 이 축소된 SPP 문제에 새로운 기저 후보자 즉, 제조된 열 (generated column)이 될 수 있는 경로를 구하여 첨가시켜서 단체법으로 풀면된다. 이 새로운 기저 후보자 열은 축소된 SPP 문제의 쌍대변수 값으로 수정된 네트워크 $G(N, A)$, 단 $A = \{(i, j) : \bar{C}_{ij} = C_{ij} - \pi_i\}$ 상에서의 관광 배차 계획의 제약 조건을 만족하는 음의 최단 경로가 된다.

그런데 이 기저후보자를 구하기 위해 단체법을 사용하면 정수해가 나오지 않는 경우가 발생하여 최단 경로를 구하기 위해 분지한계법을 사용해야 하는 계산상의 어려움이 생긴다. 그러므로 새로운 기저 후보자는 SPP의 쌍대변수값 π_i 를 이용하고 관광버스 운행의 제약조건을 고려한 아래의 최단 경로 문제를 풀어서 구하고자 한다.

$$\min \sum_{(i,j) \in A} (C_{ij} - \pi_i) * X_{ij}$$

$$s.t \sum_{(k,j) \in A} X_{kj} - \sum_{(i,k) \in A} X_{ik} = \begin{cases} 1 & : k \text{ 가 시발점(차고)} \\ -1 & : k \text{ 가 종착점(차고)} \\ 0 & : k \text{ 가 그외 마디} \end{cases}$$

$$\sum_i d_i * \sum_j X_{ij} \leq UP$$

$$X_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad (i, j) \in A$$

$$\text{단, } d_i : \text{마디 } i \text{ 의 운행시간}$$

$$UP : \text{한 경로의 운행상한시간}$$

이 관광 배차 계획은 화살이 한쪽으로만 흐르는 무환 (acyclic) 네트워크상에 표현되었으므로 최단 경로는 쉽게 구할 수 있다. 지금

마디 i 와 j 사이의 화살(유방향호)의 비용(거리나 시간)을 d_{ij} 라고 하고, 마디 i 까지의 최단경로가 알려졌고 그 최단거리를 d_i 라고 두면, 마디 j 까지의 최단경로를 마디 j 를 도착점으로 하는 모든 호(i, j)를 찾아 다음식, 즉

$$d_j = \min_i \{ d_{ij} + d_i \}$$

으로 구할 수 있다. 무환 네트워크의 최단 경로 해법은 박순달(1984)을 참고하면 된다.

이때, 마디 i 에 꼬리표(\bar{C}_i, t_i, k)를 부착한다. \bar{C}_i 는 출발차고에서 마디 i 까지의 최소 상대비용 즉 수정된 경로비용이고, t_i 는 총 운행시간, k 는 바로 앞의 마디 번호를 의미한다.

그 다음에는 새로운 최단경로를 찾은 뒤에 변화된 다른 경로들을 구하면, 전체 경로의 총 연결시간이나 공차거리가 개선된 새로운 가능해를 구할 수 있게 된다. 이 가능해는 구해진 새로운 최단경로를 하나의 경로로 두고 여기에 포함안된 마디들을 가지고 Greedy Heuristic 기법을 이용하여 구할 수 있다.

그리고 문제의 크기가 방대할 경우에는 $\bar{C}_i < 0$ (단, i 는 마지막 마디)인 다수의 최소 비용의 경로들을 다수의 기저 후보자로하여 이것들을 새로운 최단경로들로 확정지어 놓고, 여기에 포함안된 마디들만으로 다른 경로들을 형성시키면 전체의 계산회수와 시간을 줄일 수 있다.

그리고 SPP의 쌍대변수값 π_i 는 본 문제의 특성 때문에 다음과 같이 쉽게 구할 수 있다.

$$\pi_i = \begin{cases} \bar{C}_r : i \text{ 가 경로 } r \text{ 처음 마디} \\ 0 : 그 외의 경우 \end{cases}$$

그 이유는 SPP 문제 상에서 우변 값이 1이

므로 기저 탈락자는 $\min(1/\bar{A}_{ir}) = 1/\bar{A}_{sr}$ 인 S 번째 행의 기저 변수가 된다. 그런데 $\bar{A}_{sr} = 1$ 인 Y_s 가 r 번째 경로속에서 포함되어 있는 마디의 수만큼 있다. 여기서 임의로 Y_s 를 선택해도 되지만, 가장 작은 지수의 Y_s 를 선정하면

$$\bar{A}_{sr} = 1$$

$$\begin{aligned} \pi_s &= C_{n+r} - (-C_r) * (\bar{A}_{s,n+r}/\bar{A}_{sr}) \\ &= C_r \end{aligned}$$

그의 경우의 마디의 쌍대변수값은 $\pi_i = 0$ 이다.

관광 배차 계획문제와 같은 scheduling 문제는 각 업무(마디)의 시작과 종료 시작이 미리 결정되어 있다. 그러므로 해들의 특성을 살펴보면 운행 경로의 수가 같고, 경로들의 시작마디의 집합과 종료마디의 집합이 같으면 각 경로의 코스에 관계없이 총 연결시간 즉, 공차운행 체류시간의 합이 동일하다. 그런데 연결시간을 최소화 시킬수록 이 문제에서는 운행경로의 수 즉 관광버스의 투입 대수가 감소하게 되고 이는 고정비 투자비용의 축소를 도모하게 해 준다.

그리나 공차운행거리를 최소화시키려면 관광버스의 투입대수 즉 운행경로의 수가 증가하게 되므로, 해의 경제성을 개선시켜 나가려면 연결시간과 함께 공차거리의 최소화도 함께 도모해야 한다. 연결시간과 공차거리와의 관계를 도표상에 표시하면 <그림 3.1>과 같다.

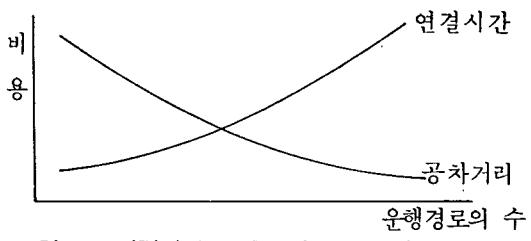


그림 3.1 연결시간과 공차거리와 운행경로 수

그러나 연결시간과 공차거리의 비용 단위가 같지 않으므로 총 최소비용의 운행경로 수가 나오는 균형점 (trade-off point)를 찾기가 어렵다. 그런데 문제 특성상 운행경로의 수를 고정하면 연결시간의 합계가 시작과 종료마다 (업무)에 따라 약간의 차이가 발생하지만 연결시간의 변화 이상으로 공차거리의 감소를 가져올 수 있다. 그러므로 해의 경제성의 개선을 도모하고자 다음과 같은 과정으로 해법을 진행시킨다.

1. 연결시간 최소화를 위하여 Greedy Heuristic 기법을 이용하여서 운행경로의 수를 결정한다.
2. 정해진 운행경로의 수를 유지하면서, 공차거리의 감소를 열제조 및 Greedy Heuristic 기법으로 시도한다.

그리고 미리 정해진 운행경로의 수를 고정해 놓고 열제조 및 Greedy Heuristic 법을 사용하면, 경로 속에 포함 안되는 마디가 나오기도 하는데, 이것들은 최소의 공차거리 증가로 경로들 속에 삽입될 수 있도록 한다. 삽입 가능한 호 (i, j)에 대하여 다음식, 즉

$$\Delta d_{ij} = \min_{i,j} (d_{ik} + d_{kj} - d_{ij})$$

으로 최소의 증가거리 Δd_{ij} 가 요하는 마디 i 와 j 사이에 마디 k 를 삽입시키도록 한다. 이상을 총합하면 관광버스 배차 방법은 다음과 같이 된다.

〈관광버스 배차 계산법〉

단계 1. 차량 운행 문제 모형의 네트워크형성

- (1) 관광업무 제약조건을 고려하여 유방향 네트워크를 형성한다.
- 마디는 편도운행업무, 호 (arc)는 편도

운행업무들간의 연결을 나타낸다.

- (2) 연결시간 (공차 및 체류시간) 행렬과 오름차순의 연결시간 목록을 작성한다.
- (3) 공차거리 행렬과 오름차 순의 공차거리 목록을 작성한다.

단계 2. 초기 경로의 작성 (Greedy Heuristic 기법)

- (1) 초기해가 없으면 연결시간 목록, 있으면 공차거리 목록을 선택한다.
 - (2) 목록상의 순서에 따라 관광운행 조건을 고려하면서 동시에 Hamiltonian 경로들을 형성한다.
 - (3) 모든 마디들이 어느 하나의 경로속에 포함될 때까지 (2)번 과정을 반복한다.
 - (4) 가능해가 나오면 단계 3 으로 간다.
- 포함 안된 마디 k 가 생기면, 삽입(insertion) 가능한 호들에 대하여 $\min_{i,j} (d_{ik} + d_{kj} - d_{ij})$ 인 i 와 j 마디 사이에 삽입한다.

단계 3. 새로운 경로 선택 (열제조 기법)

- (1) 마디간의 연결시간을 공차거리로 조정한 후 쌍대변수 값 π_i 를 구한다.
- $$\pi_i = \begin{cases} C_r : i \text{ 가 경로 } r \text{ 의 처음 마디} \\ 0 : 그외의 경우 \end{cases}$$
- (2) 네트워크 상의 공차거리를 $\bar{C}_{ij} (=C_{ij} - \pi_i)$ 로 수정하여 무환네트워크 최단경로 기법으로 최단경로를 구한다.
 - (3) 경로의 마지막 마디 상의 \bar{C}_{ij} 가 가장 음인 경도를 기저 후보자 경로를 선택한다.
 - (4) 이 경로가 새로운 경로이면 단계 2 (2)-(4)를 수행하여 나머지 경로들을 찾는다.
- 그렇지 않으면 현재의 해를 최종해로 하고, 단계 4 로 간다.

(5) 운행경로의 수가 초기의 경로 수보다 같거나 적으며, 총 공차거리가 적으면 개선해이다. 단계 3(1)로 간다.
만약, 운행경로의 수가 초기의 경로 수 보다 많거나 총 공차거리가 개선되지 않으면 그 다음 순서의 음의 기저후보자 경로를 선택한다. 단계 3(4)로 간다.

단계 4 . 관광버스 배차

경로 속의 관광업무들의 특성에 따라 관광버스 차종을 결정 배차한다.

4 . 적용예제

예로써 표 1의 관광업무표에 대한 관광버스 배차 계획문제를 풀어보기로 한다. 각 승무원 및 버스의 1일 최대운행시간이 12시간, 1일 최대근무시간이 15시간이고 공차 및 체류시간 행렬 계산방법과 네트워크의 형성방법이 앞에 서 상술한 바와 같다.

단계 1 . 네트워크 형성

- (1) 연결시간과 공차거리의 행렬과 네트워크는 <표 2-1>, <그림 2-1>과 같다.
- (2) 연결시간 공차시간의 오름차순의 목록을 작성한다.

연결시간의 오름차순 리스트

순위	호(arc)	연결시간
1	1 - 4	10
2	3 - 5	10
3	3 - 6	10
4	2 - 4	20
5	9 - 11	30
6	8 - 10	100
7	1 - 5	110
8	1 - 6	110
9	2 - 5	120

순위	호(arc)	연결시간
10	2 - 6	120
11	9 - 12	130
12	7 - 8	200
13	8 - 11	200
14	4 - 7	230
15	3 - 7	240
16	6 - 8	300
17	6 - 9	300
18	8 - 12	300
19	5 - 8	330
20	5 - 9	330
21	1 - 7	340
22	2 - 7	350
23	7 - 10	400
24	7 - 11	500
25	6 - 10	500
26	4 - 8	530
27	4 - 9	530
28	5 - 10	530
29	3 - 8	540
30	3 - 9	540
31	6 - 11	600
32	7 - 12	600
33	5 - 11	630
34	1 - 8	640
35	1 - 9	640
36	2 - 8	650
37	2 - 9	650
38	6 - 12	700
39	5 - 12	730
40	4 - 10	730

공차거리의 오름차순의 리스트

순위	호(arc)	공차시간
1	3 - 7	0
2	4 - 10	0
3	5 - 12	0
4	6 - 9	0
5	7 - 8	0

순위	arc	공차시간
6	8 - 11	0
7	1 - 6	3
8	3 - 6	6
9	9 - 11	6
10	1 - 5	8
11	2 - 7	8
12	1 - 4	10
13	1 - 7	10
14	2 - 5	10
15	2 - 6	10
16	3 - 5	15
17	2 - 4	20
18	3 - 10	40
19	4 - 7	40
20	8 - 10	40
21	1 - 8	50
22	4 - 9	50
23	5 - 8	50
24	6 - 10	50
25	7 - 12	50
26	2 - 8	55
27	3 - 8	55
28	7 - 11	55
29	4 - 8	65
30	7 - 10	65
31	9 - 12	90
32	5 - 11	95
33	8 - 12	95
34	1 - 9	100
35	3 - 9	100
36	5 - 9	100
37	5 - 10	100
38	6 - 11	100
39	6 - 12	100
40	2 - 9	105

단계 2 . 관광운행경로의 형성

운행 경로	연결시간	공차거리
1-4-7-8-10	540	90
2-6-9-11	450	16
3-5-12	740	15
계	1810	121

단계 3 . 새로운 경로의 선택

(1) 쌍대변수값 π_i 계산

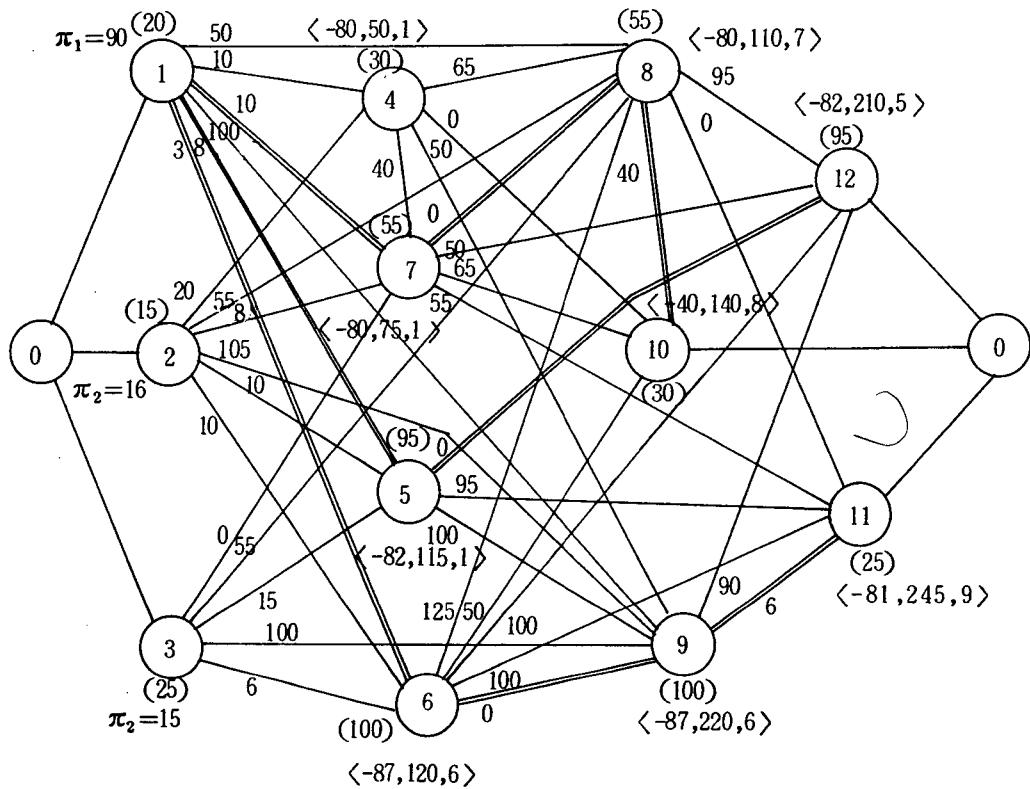
$$\pi_1 = 90, \quad \pi_2 = 16, \quad \pi_3 = 15,$$

$$\pi_4 = \pi_5 = \dots = \pi_{12} = 0$$

(2) 네트워크 상의 공차거리 수정 및 최단 경로 문제 계산.

.....다음의 공차거리 네트워크를 참조 할 것.

(3) 공차거리 네트워크와 기저 후보자 경로 선정.



(2 회)

단계 3 . (4), (5) 새로운 운행경로 형성

운행 경로	연결시간	공차거리
1-5-12	840	8
3-7-8-11	640	0
4-10	730	0
2-6-9	420	10
계	2710	18

운행경로의 수가 증가하여 투입차량수는 증
가하고, 연결시간도 증가함.

(4), (5) 다음 순서의 최단 경로 1-6-9-11

을 기저후보자 경로를 선정함.

새로운 운행경로 형성

운행 경로	연결시간	공차거리
1-6-9-11	440	9
3-7-8	440	0
4-10	730	0
2-5-12	850	10
계	2540	19

운행경로의 수가 증가함

(4), (5) 다음 순서의 최단경로 1-7-8-10을 기저후보자 경로로 선정함.

NO.	운행 경로	연결 시간	공차거리
1	1-4-7-8-10	540	90
2	2-5-12	850	10
3	3-6-9-11	630	12
	계	1810	112

마디 4를 1-7-8-10 경로에 삽입

→ 개선해가 나옴(공차거리 단축 121 → 112)

(3회)

단계 3. 새로운 경로 선택

(1) 쌍대 변수의 값 π_i 계산

$$\pi_1 = 90, \pi_2 = 10, \pi_3 = 12$$

(2), (3). 네트워크 상의 공차거리 수정 및

최단경로 계산

새로운 경로가 없음.

최종해 도달.

경로 번호	운행 경로	공차, 체류시간	운행 시간
1	갈현 - 시청 - 터미날 - 남이섬 - 터미날 - 갈현	340	650
2	청량리 - 영동 - 잠실 - 밤섬 - 시청 - 천안 - 시청 - 밤섬 - 잠실	540	520
3	김포공항 - 여의도 - 신림 - 속리산 - 신림	850	500

단계 4. 경로 1에는 국제관광업무(시청 - 천안 - 시청)가 있으므로 최고급 버스를 배정한다.

5. 결 론

관광버스 배차계획 문제를 복수외판원 모형의 유방향 네트워크 상에 표시하고, 본 문제의 특성에 맞는 optimization-based heuristic 기법을 개발하여 Greedy Heuristic 기법과 최단 경로문제를 이용한 열제조 기법으로 최적 근사해를 구할 수 있게 되었다.

본 연구로 차종이 여러가지이고, 관광 업무 특성상 배차 우선 순위가 있는 배차 계획을 최소의 관광버스로 가능한 많은 관광 업무를 수행할 수 있도록 세울 수 있다. 차고가 복수인 문제에 대해서는 차고들을 마디들로 두고 이 마디들과 기존의 편도 운행업무의 마디들 간의 공차 및 체류시간을 네트워크 상에 표시하고, 출발차고와 마지막 귀환 차고가 동일하도록 하면 풀 수가 있다. 이 기법은 관광버스 배차 계획 문제뿐 아니라, 일반 차량 경로 및 운행문제, 항공기 승무계획 문제등에 적용할

수 있다. 앞으로의 연구방향은 복잡한 현실을 융통성 있게 대처해 나가면서 효율적인 배차 계획을 세울 수 있도록 전문가 시스템을 이용하여 interactive 한 배차계획기법을 연구하면 좋을 것이다.

참 고 문 헌

1. 박순달, OR(경영과학) 11장, 대영사 (1984), 329-330
2. 송성현, 차량 경로 비용을 고려한 단일분 배센타 입지 선정 문제, 서울대학교 대학원, 박사 논문(1987)
3. 장병만, 박순달, 복수 외판원 모형과 절약 기법에 의한 승무계획 문제의 해법, 한국 O.R 학회지, 제 9권 제 1호, 25-35(1984)
4. 장병만, 박순달, 복수모기지의 항공기 응행 계획 및 승무계획 문제의 발견적 기법, 대한산업공학회지, 제 11권 제 2호, 155-163(1985)
5. E.K.Baker, L.D.Bodin, W.F.Ferguson, and R.J.Ponder, "Efficient Heruistic Solution to an Airline Crew Scheduling Problem," *Arie Trans*, 79-85(1979)
6. M.Ball, L.Bodin and R.Dial, "A Matching Based Heruistic for Scheduling Mass Transit Crews and Vehicles," *Transp.Sci*, 17, 4-31(1983)
7. L.Bodin and B.Golden, "Classification in Vehicle Routing and Scheduling," *Networks*, II, 97-108(1981)
8. L.Bodin, B.Golden, A.Assad, and M.Ball, "The State of the Art in the Routing and Scheduling of Vehicles and Crews," *Comput. & Operations Res*, 10, 63-211(1983)
9. W.Brandani, G.Cataoli, G.Orsi, and P.Toni, "Bus Scheduling Program Development for ATAF Florence, Comput. Scheduling of Public, Transport :Urban Passanger Vehicle and Crew Scheduling," 71-84, North-Holland, Amsterdam(1981)
10. N.Christofides, and S.Eilon, "An Algorithm for the Vehicle Dispatching Problem," *Oper. Res.Q.*, 20, 309-318(1969)
11. N.Christofides, A.Mingozzi, P.Toth, and C.Sandi, "Combinatorial Optimization," John Wiley & Sons, New York(1979)
12. N.Christofides, A.Mingozzi, and P.Toth, "Exact Algorithms for the Vehicle Routing Problem, based on Spanning Tree and Shortest Path Relaxations," *Math. Program.*, 20, 255-282, (1981)
13. N.Christofides, A.Mingozzi, and P.Toth, "State-space Relaxation Procedures for the Computation of Bounds for the Traveling Salesman Problem," *Networks*, II, 145-164 (1981)
14. G.Clarke and T.Wright, "Scheduling of Vehicles from a central depot to a number of delivery point", *Oper. Res.*, 12, 568-581 (1964)
15. Dantzig.G.B., and T.Ramser, "The

- Truck Dispatching Problem", Magt. Sci., 6, 80-91(1959)
16. Desrosiers et al, "Method for Routing with Time Window", European Journal of Oper. Res., 23, 236-245(1986)
 17. Fisher & Jaikumar, "A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing", Networks, II, 109-124 (1981)
 18. A.Frieze, and G.Galbiati, "On the Worst-Case Performance of Some Algorithms for the Asymmetric Travelling Salesman Problem", Networks, 12, 23-39(1982)
 19. I.Hoffstadt, "Computerized Vehicle and Driver Scheduling for the Hamburg Hochban Aktiengesellschaft, Comput. Scheduling of Public Transport", North-Holland, Amsterdam(1981)
 20. R.Holmes and R.Parker, "A Vehicle Scheduling Procedure based upon Savings and a Solution Perturbation Scheme," Oper. Res. Q., 27(1), 83-92(1976)
 21. J.Lenstra and A.Rinnooy Kan, "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems," Networks, II, 221-227(1981)
 22. S.Lin and D.Kernighan, "An Effective Heuristic Algorithms for the Travelling Salesman Problem," Oper. Res., 21, 498-517(1973)
 23. G.Laporte et al, "An Exact Algorithm for the Asymmetrical Capacitated Vehicle Routing Problem," Network, 16,33-46(1986)
 24. T.Magnanti, "Combinatorial Optimization and Vehicle Fleet Planning: Perspectives and Prospects," Networks, II, 179-214(1981)
 25. H.Ong. and J. Moore, "Worst case Analysis of Two Travelling Salesman Heuristics," Oper.Res. letters, 2(6), 273-277(1984)
 26. A.Swesry and W.Ballard, "Scheduling School Buses," Magt. Sci., 30, 844-853(1984)
 27. Solomon, "On the Worst Case Performance of Some Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Window Constraints," Networks, 16, 161-174(1986)
 28. F.Tillman and T.Cain, "An Upper bound Algorithm for the Single and Multiple Terminal Delivery Problem," Magt. Sci., 18(11), 664-682(1972)
 29. A.Wren, "Computer Scheduling of Public Transport," North-Holland, Amsterdam.(1981)