

水上戰에서의 標的割當 및 砲彈所要量 決定模型

(A Study on Model for Target Assignment and Gun Ammunition Required for Naval Surface Warfare)

閔 啓 了*
金 興 萬*

Abstract

This thesis presents a model to assign targets and to determine gun ammunitions required for naval surface warfare. Delivery errors of weapon systems and vulnerability of moving targets are analyzed, then probability to kill moving battle ships is computed.

A weapon-target allocation model is proposed by using the Out of Kilter technique. A model to determine ammunitions required for killing moving targets is also designed. The models are evaluated by simulation and sensitivity analysis.

1. 序 論

본 研究는 海上戰 중에서 가장 기본인 水上戰에 관한 것으로, 多發武器體系가 일제사격 (salvo) 혹은 연속사격으로 標的인 함정을 要求水準만큼 破壞시키기 위하여 標的을 割當하고 砲彈所要量을 산출하는 模型을 개발한 것이다. 砲彈所要量을 결정하려면 우선 水上標的의 특성인 표적의 크기, 형태등 표적의 脆弱

性 (vulnerability), 그리고 武器體系의 射擊誤差 (delivery error) 및 사격효과등 무기체계의 특성을 종합적으로 分析해야 한다. 또한 표적을 효과적으로 파괴하려면 각 표적에 대한 破壞確率 (kill probability)를 높이면서 동시에 最小費用으로 파괴할 수 있도록 武器體系를 각 標的에 割當하여야 한다. 따라서 本 研究는 多發武器體系를 사용하는 현대의 水上戰에서 武器體系를 標的에 효과적으로 割當하

* 國防大學院

여 의사결정자가 요구하는水準의 標的破壞를 달성하기 위한 砲彈量을 결정하는 水上戰 위 게임 模型 개발에 크게 기여할 것이다.

本 研究의 범위와 방법은 아래와 같다.

(1) 海上戰은 표적과 교전거리를 고려할 때 水上戰, 對空戰 및 潛水艦戰으로 구분되며, 이 중에서 水上戰만을 연구대상으로 한다.

(2) 동일해상의 동일時間帶에서 다수표적과 다수공격함과의 교전상황에서 要求水準의 標的破壞를 위한 砲彈所要量 결정을 武器-標的의 割當으로 산출한다.

(3) 探知, 識別段階에서 各 武器의 특성과 표적의 脆弱性を 分析하며 武器-標的을 割當한다.

(4) 水上戰에서 교전이 可能한 전투함간의 交戰狀況만을 研究하고 비전투함에 관해서는 고려하지 않는다.

(5) 標的割當에서 獨立된 射統裝置(gun fire control system)를 갖는 武器體系와 標的을 상호 대응관계로 보며, 사통장치를 갖지 않은 武器體系는 標的과의 대응관계로 고려하지 않는다.

(6) 各 武器體系는 1회 교전에서 표적함 1척과 전투하고, 피·아 전투능력이 유사하고, 할당된 무기와 표적의 損失率은 동일하다고 가

정한다.

(7) 표적함의 형태는 4각형상자(neetangular box)로, 표적함의 回避可能區域은 부채꼴 형태로 가정한다.

(8) 각 무기체계의 기계적 信賴度(reliability)는 정규적으로 정비점검을 하여 최상이라고 가정한다. 따라서 命中確率 산출시에는 信賴度는 고려되지 않는다.

2. 回避標的의 破壞確率

가. 回避標的의 크기

水上戰에서 함정(표적)은 損傷을 최소화하려고 계속하여 회피기동을 한다. 그러므로 표적을 보는 方位角에 따라 표적의 被彈面積은 상이하며 또한 최종 발견위치의 사격제한으로 표적을 공격하였을 때 砲彈의 탄착위치와 표적위치는 차이가 있다. 회피표적의 命中確率을 구하기 위해서는 회피표적의 크기와 표적의 회피가능구역을 먼저 분석하여야 한다.

砲彈의 彈道誤差가 二變數 正規分布(bivariate normal distribution)을 갖는다고 가정했을 때 命中確率은 표적의 폭과 길이, 탄도오차, 그리고 탄도오차의 상관관계에 의하여 결정된다. 표적은 계속 회피기동을 하므로 공격하는 武器體系에서 보는 표적의 相對方位

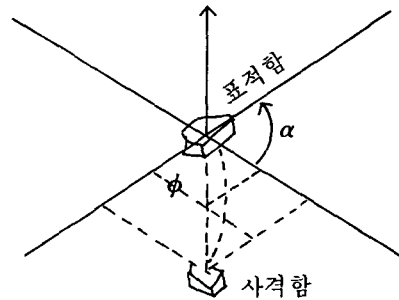
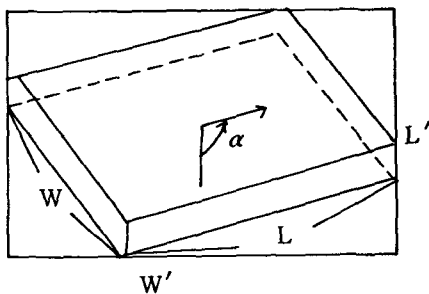


그림 1. 육각형의 標的形態와 相對方位 및 彈着角

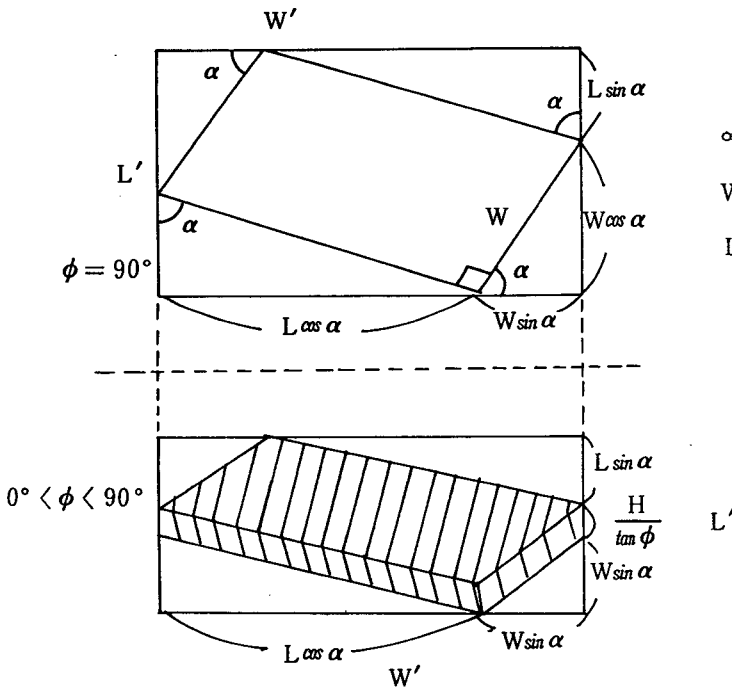
(relative bearing)는 변하게 된다. 이때 표적은 回避可能한 脆弱面積(vulnerable area)과 포탄이 실제 탄착되는 被彈面積(damage area)를 갖게 된다. 무기체계가 표적을 향해 발사될 때 피탄면적은 6각형의 형태(hexagonal shape : HXA)를 갖는다. 이때 전장(length)을 L, 폭(width)을 W, 높이(height)을 H라하고, 탄착각(impact angle)을 ϕ , 표적의 상대방위각을 α 라고 한다. 여기서 공격함이 표적함을 보는 상대방위각(α)은 공격함의 艦首로부터 표적함의 艦首까지 반시계 방향(counter clockwise)의 角을 의미한다. <그림 1 참조>

공격함은 연속적으로 사격을 하기 위하여 표

적이 회피한 만큼 기동해야 하므로 탄착각 ϕ 와 상대방위각 α 는 변동되고 따라서 표적의 피탄면적도 변동된다.

그러므로 被彈面積의 정확한 계산이 필요하다. <그림 1>에서 W' 와 L' 는 표적의 피탄면적(6각형면적)을 포함하는 새로운 4각형의 폭과 길이이다. 정확한 피탄면적은 <그림 2>와 같이 표시할 수 있다. HXA를 피탄면적인 6각형면적이라 하면 식(1)과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} HXA &= W' \cdot L' - (W^2 + L^2) \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ &= (L \sin \alpha + W \cos \alpha) (W \sin \alpha + L \cos \alpha \\ &\quad + \frac{H}{\tan \phi}) - (W^2 + L^2) \sin \alpha \cos \alpha \dots (1) \end{aligned}$$



여기서,

$$W' = L \sin \alpha + W \cos \alpha$$

$$L' = W \sin \alpha + L \cos \alpha$$

$$+ \frac{H}{\tan \phi}$$

그림 2. 標的의 被彈面積

나. 標的의 回避可能區域

標的은 交戦중의 損傷을 最小化하기 위하여 針路와 速力을 변화시켜 사격함이 照準하며 사격하는 시간과 포탄이 비행하는 시간 즉 사격 장치의 사격제원 산정기관과 포탄비행시간 동안에 標的은 최종 관측위치로부터 회피기동을 한다. 이때의 회피기동속력은 통상 작전속력이며, 짧은 시간에 기동속력과 침투의 큰 변화를 시도하기는 해상조건에서 어렵다.

<그림 3>은 최종 관측위치로부터 표적의

回避可能區域과 標的豫想位置를 설명하고 있다. <그림 3>에서 標的이 0점에서 P점까지 이동한 거리는 식(2)와 같이 표시된다.

$$D = U (T_f + T_s) \dots\dots\dots (2)$$

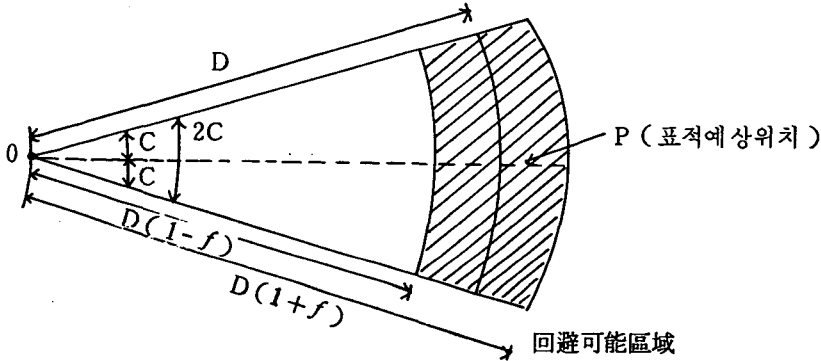
여기서

U : 최종관측위치에서의 표적 속력
(통상 작전속력)

T_f : 포탄 비행시간

T_s : 사통장치의 사격제원 산정시간

표적의 속력을 S% 변경할 수 있다면 속력



- O : 최종 관측위치
- D : 표적의 이동거리
- C : 표적의 침로변경폭
- f : 표적의 속력변경률 (변속률)
- P : 변침, 변속이 없을 때 표적의 예상위치

그림 3. 標的의 回避可能區域

의 최대변경률은 $f = S / 100$ 이 된다. 또 표적의 침로 변경폭을 C라 하면 표적은 포탄비행예측선 (O-P선)의 左右로 침로변경이 가능하므로 실제 변경폭은 2C가 된다. 그러므로 표적의 회피가능구역 (ARA)은 식(3)과 같이 된다.

$$ARA = \frac{2\pi C}{360} \{ [D(1+f)]^2 -$$

$$\{D(1-f)\}^2 \} = \frac{2\pi C}{360} (4fD^2) \dots (3)$$

다. 回避標的에 대한 命中確率

무기체계의 사격오차가 圓形二變數正規分布 ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma$)을 갖는 경우에, 6각형표적에 單發射擊 (single shot)시의 命中確率は 식(4)와 같이 6각형표적과 동일면적을 갖는 원형표적으로 환산하여 쉽게 계산될 수 있다.

$$P_H = 1 - \exp\left[-\frac{A}{2\pi\sigma^2}\right] \dots\dots\dots (4)$$

여기서

$$A = \pi R^2$$

R = 원형표적의 반경

σ = 사격오차의 표준편차

따라서 식(4)의 6각형표적의 명중확률, 식(1)의 피탄면적, 그리고 식(3)의 회피可能區域에 의하여 회피標的의 單發射擊命中確率は 식(5)와 같이 된다.

$$P_H = \left(\frac{HXA}{ARA}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{HXA}{2\pi\sigma^2}\right)\right] \dots\dots (5)$$

식(5)에서 표준편차(σ) 대신에 圓形公算誤差(circular probable error : CEP)를 사용하면 명중확률은 식(6)과 같이 된다.

$$P_H = \left(\frac{HXA}{ARA}\right) \left[1 - \exp\left\{-\frac{(1.3863)HXA}{2\pi(CEP)^2}\right\}\right] \dots\dots\dots (6)$$

또한 사격오차의 표준편차가 $\sigma_x \neq \sigma_y$ 이면, Polya-Williams 近似式을 이용하여 6각형표적의 명중확률을 같은 면적의 원형표적명중확률로 변환시킬 수 있다. 즉, 무기체계의 사격오차가 橢圓形二變數正規分布($\sigma_x \neq \sigma_y$)를 갖는 경우에, 원형표적에 대한 命中確率は Polya-Williams 近似式에 의하여 식(8)과 같다.

$$P_H = \left\{ \left[1 - \exp\left(-R^2/2\sigma_x^2\right)\right] \left[1 - \exp\left(-R^2/2\sigma_y^2\right)\right] \right\} \dots\dots\dots (8)$$

식(8)에 $\pi R^2 = HXA$ 를 대입하고, 식(1) 및 식(3)에 의하여 회피표적에 대한 單發射擊命中確率は 식(9)와 같이 된다.

$$P_H = \left(\frac{HXA}{ARA}\right) \left\{ \left[1 - \exp\left(-\frac{HXA}{2\pi\sigma_x^2}\right)\right] \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{HXA}{2\pi\sigma_y^2}\right)\right] \right\} \dots\dots\dots (9)$$

라. 破壞確率

무기체계 분석에서 표적을 破壞(무력화)하는 確率は 명중할 확률과 명중시 파괴할 확률(條件附確率)의 곱으로 정의된다.

$$P_K = P_H \cdot P_{K/H} \dots\dots\dots (10)$$

여기서

$$P_K = \text{파괴 확률}$$

$$P_{K/H} = \text{명중시 파괴 확률}$$

식(10)에서 단발사격으로 표적을 명중하고 파괴시키는 조건부확률($P_{K/H}$)은 표적은 취약성과 무기의 특성(폭약정도 및 기계적장치)에 의해 평가된다.

多發射擊時에 연속으로 발사되는 포탄간의 상관관계가 없고($\rho = 0$), 탄착중심의 이동이 없으며 그리고 각 탄의 명중확률(파괴확률)이 동일하다면, n발 발사중 적어도 1발이 명중되어 표적이 파괴될 확률($P_K(n)$)은 식(11)과 같이 된다.

$$P_K(n) = 1 - (1 - P_K)^n = 1 - [1 - (P_H \cdot P_{K/H})]^n \dots\dots (11)$$

표적을 요구수준만큼 파괴하기 위해서는 다발사격을 해야하며, 따라서 파괴 혹은 치명적인 손상을 주기 위한 구체적인 분석이 필요하다. 우선 1개포가 표적에 공격을 가했을 때 損傷程度를 알아야 한다. 포탄이 표적에 명중되었다면, 표적은 自體脆弱性인 표적의 견고

성과 포탄의 탄두 특성에 의하여 일정량의 손상을 입게된다.

水上戰에서 함정은 강철판의 선체로 되어있다. 그러나 강철판의 두께는 선체 부분마다 다르며, 함정의 老朽化에 의해서 선체의 취약부분이 있을 수 있다. 최근에 와서 함정 선체는 기동성과 腐蝕性을 고려하여 알루미늄으로 건조되고 있다. 또한 탄두 폭약의 강도에 따라 표적의 손상정도는 차이가 있다.

따라서 일정량의 포탄이 선체에 명중되었을 때, 선체가 약하거나 혹은 탄착점이 선체의 약한 부분일 경우에는 완전히 파괴되지만, 선체가 강하고 폭약량이 적은 포탄이 명중되었을 경우에는 포탄량의 어떤 倍數만큼 명중되어야 표적이 파괴된다.

표적의 손상은 통상 戰鬪力의 손상정도를 말한다. 그리고 標的 損傷은 명중확률과 파괴확률을 산출하는 과정에서 포탄이 명중될 때의 破壞確率이므로 조건부확률($P_{K/H}$)을 의미한다. 표적에 명중될 때의 파괴확률 $P_{K/H}$ 은 표적의 排水噸數(displacement tonnage)와

彈頭重量(pounds)의 비율로 평가되며 함수로 나타내면 식(12)와 같이 된다.

$$P_{K/H} = \frac{\beta \times \text{命中된 砲彈의 彈頭重量 (Lbs)}}{\text{標的艦의 排水噸數 (tm)}} \dots\dots\dots (12)$$

여기서

β = 彈頭重量과 噸數의 比率母數
(scale parameter)

만일 $P_{K/H}$ 값이 1이면 표적은 완전히 파괴되어 격침됨을 의미한다. 일정량의 손상을 받은 후 표적의 殘餘戰鬪效果指數(remaining effectiveness of a target : RET)는 1에서 損失된 戰鬪效果指數(lost effectiveness of a target : LET)를 감한 값이다. 즉, $RET = 1 - LET$ 이다.

戰鬪艦의 戰鬪效果指數는 ① 사격가능 탄, 포, 미사일, 어뢰등으로 나타낼 수 있는 攻擊能力, ② 探知裝置와 通信裝備 등으로 나타낼 수 있는 防禦能力과, ③ 機關과 航海裝備등으로 나타낼 수 있는 機動能力으로 정의한다.

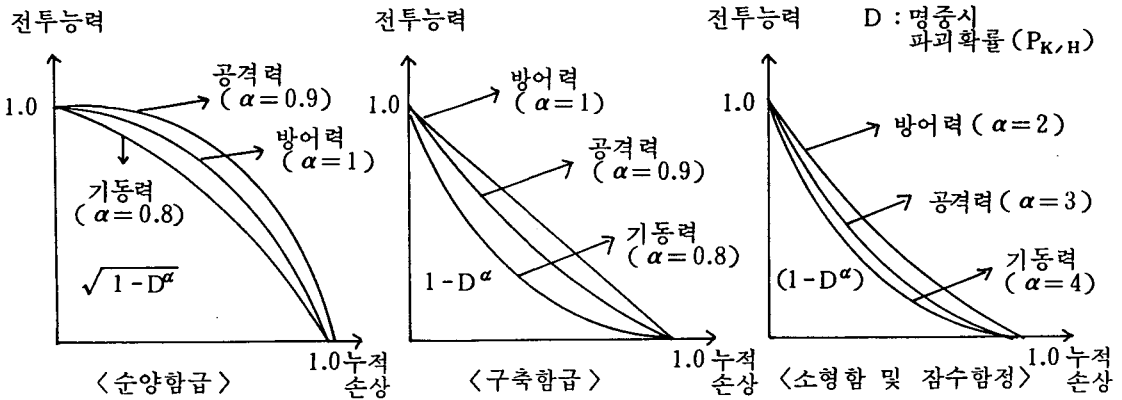


그림 4. 戰鬪能力과 累積損傷과의 關係

SEATAG (sea tactical game) 보고서에 의하면 표적이 명중된 포탄에 의하여 손상되어지는 戰鬥能力(공격능력, 방어능력, 기동능력)과 누적손상의 관계는 <그림 4>와 같이 분석하고 있다.

예를들어 교전중에 함대함미사일(탄두중량 2,500 LBS)이 표적(A형 구축함 3,200톤)에 명중되었을 때 파괴확률 즉 조건부확률 $P_{K/H}$ 은 식(12)에 의하며 다음과 같이된다.

$$P_{K/H} = \frac{1 \times 2,500}{3,200} = 0.625$$

여기서 $\beta = 1$

그리고 <그림 4>에 의하여 殘餘戰鬥能力은 아래와 같이 된다.

공격능력 : $1 - (0.625)^{0.9} \approx 0.34$

방어능력 : $1 - (0.625)^1 \approx 0.38$

기동능력 : $1 - (0.625)^{0.8} \approx 0.31$

즉 A형 구축함에 2,500 LBS의 미사일 1발이 명중되었을 때 總火力은 34%, 探知 및 通信裝備의 能力은 38%, 그리고 機關 및 航海裝備의 能力은 38%로 감소된다.

3. 標的의 割當模型

각 무기는 고유의 능력이 있는 반면에 한계가 있다. 즉 사정거리, 정확도, 치사면적 그리고 발사률등의 특성을 지니고 있기 때문에 이를 고려하지 않고 무작정 사격하는 것은 계획적으로 사격하는 것보다 비효과적임을 알 수 있다. 표적에 대하여 요구수준의 파괴효과를 달성하기 위해서는 모든 무기의 전투효과를 最大化할 수 있도록 표적을 割當하여야 한다.

水上戰의 戰鬥能力 혹은 戰鬥效果는 함정의 隻數, 전투요원의 수에 의하여 평가되어 지는 것이 아니고, 무기체계능력에 의하여 결정되어진다. 1隻의 함정에 여러개의 무기체계를 장비하고 있으나 1개의 射統裝置로 운영되고 있다면 그 함정은 여러무기로 여러표적을 동시에 공격할 수 없으며 오직 1개 표적과 교전하거나, 사통장치에 의하지 않은 사격을 할 수 밖에 없다. 반면에 1척의 함정에 2개의 사통장치를 갖는 여러개의 무기체계가 있다면, 그 함정은 2개의 표적과 동시 교전이 가능하다.

본 연구는 m 개의 獨立된 사통장치를 갖는 무기체계와 n 개의 표적이 교전하는 경우로 한정하며, 이때 m 은 n 보다 크거나 같다.

즉 $m \geq n$ 이다.

① m 이 n 보다 클 경우에는 1개 표적에 1개 이상의 무기체계가 할당된다.

② m 과 n 이 같을 경우에는 1개 표적에 1개 무기가 할당된다.

반면에 m 이 n 보다 적은 경우에는 무기수가 표적수 보다 적으므로 사통장치가 없는 副砲로 표적에 대하여 手動射擊(manual fire) 혹은 어떤 표적에 대해서는 전혀 사격을 할 수 없고 일방적인 공격을 받게된다. 그러므로 교전이 불가능하다.

最大破壞效果/最小費用을 얻도록 무기체계를 표적에 할당하는 방법은 네트워크의 最大흐름/最小費用 기법중에서 Out of Kilter 기법을 이용하여 구할 수 있다. 이때 목적함수는 요구수준의 破壞效果/最小費用이다. 제한사항은 ① 네트워크내의 흐름보존법칙(conse-ration of flow)에 의하며 각 무기는 반드시 1개표적에만 割當되고 전체무기는 반드시

요구수준의 파괴를 위하여 전체표적에 割當되어야 한다. ② 네트워크의 각 孤의 흐름량은 무기의 최대수를 만족해야 하며, 上限值(upper limit)와 下限值(lower limit)를 만족해야 한다. 표적할당을 네트워크문제로 구성하면 식 (13)과 같이된다.

$$\min Z = \sum_{(i,j) \in S} r_{ij} f_{ij}$$

subject to

$$\sum_{j \in S} f_{ij} - \sum_{i \in S} f_{ji} = 0, \text{ all } i \in S, i \neq j$$

$$0 \leq f_{ij} \leq 1, (i,j) \in S \dots\dots\dots (13)$$

여기서 $r_{ij} = \frac{C_{ij}}{P_{ij}}$ 이며, i 무기가 j 표적을

파괴시키기 위한 破壞費用指數이고, P_{ij} 는 파괴확률, 그리고 C_{ij} 는 파괴비용이다.

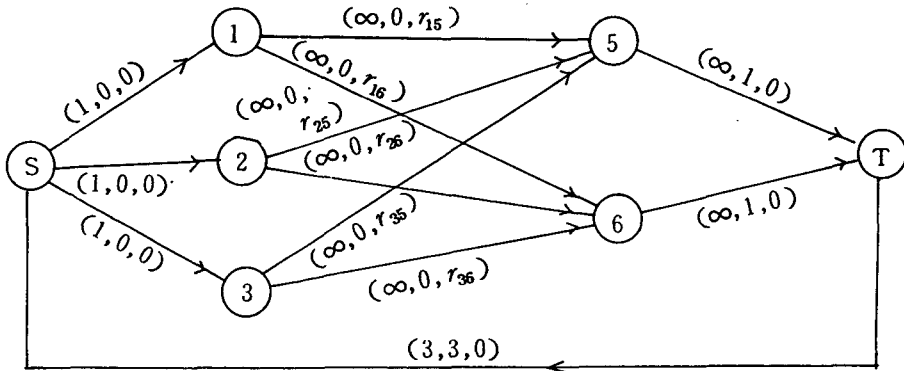
f_{ij} 는 i 무기와 j 표적의 連結孤를 통과하는 흐름량이다. i 무기가 j 표적에 할당되면 흐름 $f_{ij} = 1$ 이고, 아니면 $f_{ij} = 0$ 이다. 그리고 C_{ij} 는 포탄비용, 연료비용, 기회비용등 여러비용을 포함할 수 있다. 막대한 규모의 워-게임에서는 모든 비용을 포함시켜야 하지만, 연료비용과 기회비용등은 변동폭이 매우크므로 본 연구에서 C_{ij} 는 포탄비용만 고려한다.

표적할당기준은 파괴확률을 최대화하면서 동시에 파괴비용을 최소화하는 것이다.

즉 $r_{ij} = \frac{C_{ij}}{P_{ij}}$ 를 최소화하는 것이다. 표적할

당문제를 네트워크를 이용하며 그림으로 나타내면 <그림 5>와 같이된다.

<그림 5>에 있는 네트워크를 數學式으로 나타내면 식 (14)와 같이된다.



- S, T : 假想마디
- 1, 2, 3 : 武器
- 5, 6 : 標的
- (U, L, r_{ij}) : (上限值, 下限值, r_{ij})

그림 5. 標的割當問題의 네트워크 構成

$$\text{Min } Z = r_{s1}f_{s1} + r_{s2}f_{s2} + r_{s3}f_{s3} + r_{15}f_{15} + r_{16}f_{16} + r_{25}f_{25} + r_{26}f_{26} + r_{35}f_{35} + r_{36}f_{36} + r_{5t}f_{5t} + r_{6t}f_{6t} + r_{ts}f_{ts}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & f_{s1} + f_{s2} + f_{s3} && && && && && - f_{ts} &= 0 \\ & -f_{s1} && && f_{15} + f_{16} && && && &= 0 \\ & && -f_{s2} && && + f_{25} + f_{26} && && &= 0 \\ & && && -f_{s3} && && + f_{35} + f_{36} && &= 0 \\ & && && && -f_{15} && -f_{25} && -f_{35} &+ f_{5t} &= 0 \\ & && && && && -f_{16} && + f_{26} && -f_{36} &+ f_{6t} &= 0 \\ & f_{s1} && && && && && & & & & & \leq 1 \\ & & f_{s2} && && && && & & & & & & \leq 1 \\ & & & f_{s3} && && && && & & & & & \leq 1 \\ & & & & f_{15} && && && & & & & & & \leq 1 \\ & & & & & f_{16} && && && & & & & & \leq 1 \\ & & & & & & f_{25} && && & & & & & & \leq 1 \\ & & & & & & & f_{26} && && & & & & & \leq 1 \\ & & & & & & & & f_{35} && & & & & & & \leq 1 \\ & & & & & & & & & f_{36} && & & & & & \leq 1 \\ & & & & & & & & & & f_{5t} && & & & & \leq 1 \\ & & & & & & & & & & & f_{6t} && & & & \leq 1 \\ & & & & & & & & & & & & f_{s1} && & & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & f_{s2} && & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & f_{s3} && \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & f_{15} & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & f_{16} & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & f_{25} & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & & f_{26} & \geq 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & & & f_{35} & \geq 0 \\ & f_{36} & \geq 0 \\ & f_{5t} & \geq 0 \\ & f_{6t} & \geq 0 \end{aligned}$$

$$i, j = s, 1, 2, 3, 4, 5, 6, t \dots\dots\dots(14)$$

식 (14)를 雙對式으로 바꾸면 식 (15)와 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \text{Max } T &= -w_{s1} - w_{s2} - w_{s3} - w_{15} - w_{16} - w_{25} - w_{26} - w_{35} - w_{36} - w_{5t} - w_{6t} - w_{5s} \\
 \text{s. t.} \quad &v_s - v_1 && -w_{s1} && +y_{s1} && \leq r_{s1} \\
 &v_s & -v_2 && -w_{s2} && +y_{s2} && \leq r_{s2} \\
 &v_s & & -v_3 && -w_{s3} && +y_{s3} && \leq r_{s3} \\
 &v_1 & & -v_5 && -w_{15} && +y_{15} && \leq r_{15} \\
 &v_1 & & & -v_6 && -w_{16} && +y_{16} && \leq r_{16} \\
 &v_2 & -v_5 && && -w_{25} && +y_{25} && \leq r_{25} \\
 &v_2 & & -v_6 && && -w_{26} && +y_{26} && \leq r_{26} \\
 &v_3 & -v_5 && && && -w_{35} && +y_{35} && \leq r_{35} \\
 &v_3 & & -v_6 && && && -w_{36} && +y_{36} && \leq r_{36} \\
 &v_5 & & & -v_t - w_{5t} && && && +y_{5t} && \leq r_{5t} \\
 &v_6 & -v_t & -w_{6t} && && && && +y_{6t} && \leq r_{6t} \\
 &v_i & & -w_{is} && && && && +y_{is} && \leq r_{is}
 \end{aligned}$$

여기서 v_i : unrestricted
 $w_{ij}, y_{ij} \geq 0$
 $i, j : s, 1, 2, 3, 4, 5, 6, t \dots\dots\dots (15)$

4. 砲彈所要量の 決定模型

할당된 표적을 요구수준 만큼 파괴 및 손상 시키기 위해서 무기체계는 多發射擊을 가하게 된다. 이때 독립된 사통장치를 갖는 무기체계 수 m 와 표적수 n 가 동일하면 ($m=n$), 특정표적의 요구수준 파괴를 위한 砲彈所要量은 1개무기에 의하여 결정된다. 그러나 무기체계 수 m 가 표적수 n 보다 큰 경우 ($m > n$)에는 표적의 요구수준파괴를 위한 포탄소요량은 2개이상의 무기체계의 파괴능력을 고려하여 결정된다.

식 (11)의 多發射擊時 破壞確率 $P_K(n)$ 으로부터 요구수준의 破壞을 위한 砲彈所要量 다음과 같이 유도된다.

$$(1 - P_H \cdot P_{K/H})^n = 1 - P_K(n)$$

양면에 \log 를 취하면 식 (16)과 같이된다.

$$n = \frac{\ln [1 - P_K(n)]}{\ln [1 - P_H \cdot P_{K/H}]} \dots\dots\dots (16)$$

식 (16)에서 $P_{K/H}$ 대신에 식 (12)를 대입하면, 표적의 요구수준파괴를 위한 砲彈所要量 n^* 는 식 (17)과 같이 된다.

$$n^* = \frac{\ln [1 - P_K(n)]}{\ln [1 - \frac{P_H \cdot \beta \cdot w}{t}]} \dots\dots\dots (17)$$

여기서

t = 標的의 排水噸數 (tons)
 w = 彈頭重量 (LBS)

식 (17)은 $m=n$ 인 경우의 砲彈所要量 n^* 를 산출한다. 그러나 무기체계수 m 가 표적수 n 보다 많은 경우에는 각 무기체계의 破壞能力(kill power capacity)에 의하여 비례적으로 각 무기의 砲彈所要량이 결정된다. 파괴능력이란 일정시간내에 여러무기가 동시에 1개 표적을 공격하였을 때 각 무기의 명중확률, 발사률, 탄두중량을 말한다. 각 무기의 파괴능력(U_a)은 다음식으로 정의된다.

$$U_a = \frac{P_{Ha} \cdot \rho_a}{\sum_{a=1}^k P_{Ha} \cdot \rho_a}, \quad \sum_{a=1}^k U_a = 1 \dots\dots (18)$$

여기서

$a = 1$ 개 표적에 할당된 무기체계수
(1, 2, ……………, k)

$\rho =$ 각 무기의 分當發射數(RPM) ×
포문수(# of mount) × 彈頭重量

식 (18)를 이용하여 2개 이상의 무기가 1개 표적을 동시에 공격할 때 각 무기의 砲彈所要量)은 식 (19)와 같이 된다.

$$n_a^* = \frac{\ln[1 - P_K(n)]}{\ln[1 - \frac{P_H \cdot \beta \cdot w}{U_a \cdot t}]} \dots\dots\dots (19)$$

식 (19)에서 $m=n$ 인 경우에는 $U_a = 1$ 이며, 식 (17)과 같이 된다.

5. 適用例 및 感度分析

가. 概 要

水上戰의 예를 통하여 상기의 模型이 요구 수준의 標의破壞를 달성하며 동시에 최소비용으로 砲彈所要량을 결정하여 주는가를 檢討하고, 또한 變數의 값을 변화시켜 포탄량의 변

화를 분석하는 感度分析을 한다. 공격무기와 표적수가 같은 水上戰의 경우를 아래와 같은 방법으로 분석한다.

① 공격무기의 특성과 표적의 취약성을 분석하여 單發命中確率(식(6)), 命中條件附 破壞確率(식(12)), 그리고 破壞費用指數값을 산출한다.

② 파괴비용지수, 무기수 그리고 표적수를 이용하여 표적을 割當한다. (식(13)),

③ 할당된 표적에 대하여 식(19)를 이용하여 砲彈所要량을 결정한다. 또한 표적의 相對方位變化, 標의噸數와 彈頭重量의 比率母數變化 그리고 標의割當의 Z값 變化에 따른 砲彈變化量에 대하여 感度分析을 한다.

공격무기와 표적수가 같은 경우의 入力資料는 <表1> 및 <表2>와 같다.

表 1. 攻擊武器의 諸元

제원 무기 (m)	CEP	w	RPM	Cost	T _f	T _s	K
1	20	55	20	40	15	10	1
2	18	13	18	30	12	10	1
3	7	0.79	600	7	10	10	1
4	17	1.98	120	9	10	10	1
5	8	13.67	85	60	13	10	1
6	1	535	1	4,000	25	20	1
7	1	350	1	3,000	25	20	1
8	1	400	1	3,500	25	20	1

CEP : 원형공산오차

w : 탄두중량 (lbs)

RPM : 분당 발사탄수

cost : 1발당가격 (포탄)

T_f : 포탄 비행시간 (sec)

T_s : 사통장치사격제원 해결시간 (sec)

k : 포문수 (# of mount)

表 2. 標的의 諸元

표적(m) \ 제원	L	W	H	ton	U	f	C
A	126.6	24.9	31.2	215	50,000	0.3	20°
B	83.9	22.9	28.7	82	50,000	0.3	20°
C	72.3	16.1	20.12	40	60,000	0.3	20°
D	196.8	23.9	29.88	420	40,000	0.3	20°
E	201.8	24.6	30.75	440	40,000	0.3	20°
F	137.8	19.4	24.25	215	50,000	0.3	20°
G	127.9	22.6	5.9	210	76,000	0.3	20°
H	87.9	20.3	4.9	85	60,000	0.3	20°

L : 전장 (YDS) U : 작전속력 (YDS/hour)
 W : 폭 (YDS) f : 회피기동시 속도변화률
 H : 높이 (YDS) C : 회피기동시 침로변화각 (°)
 ton : 배수톤수 (tons)

나. 命中確率, 破壞確率 및 破壞費用指數
 공격무기와 표적의 제원을 이용하여 單發命中確率, 破壞確率 그리고 破壞費用指數를 구한 결과는 <表1>, <表4> 및 <表5>와

같다. 여기서 표적의 피탄면적 (HXA) 은 Monte - Carlo 기법에 의하여 상대방위각 α 를 500회 抽出하여 HXA를 계산한 결과를 평균하여 산출하였다.

表 3. 單發命中確率 (P_H)

표적 \ 무기	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0.256	0.140	0.043	0.631	0.674	0.201	0.023	0.016
2	0.270	0.153	0.049	0.638	0.690	0.206	0.026	0.016
3	0.294	0.191	0.078	0.665	0.705	0.245	0.045	0.043
4	0.277	0.160	0.052	0.654	0.696	0.223	0.028	0.019
5	0.294	0.19	0.078	0.665	0.705	0.246	0.044	0.041
6	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
7	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
8	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77

表 4. 破壞確率 ($P_{K/H}$)

무기 \ 표적	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0.065	0.093	0.042	0.082	0.084	0.051	0.006	0.010
2	0.016	0.024	0.015	0.020	0.020	0.013	0.013	0.002
3	0.001	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.0002	0.0004
4	0.003	0.004	0.003	0.003	0.003	0.0002	0.0003	0.0005
5	0.019	0.032	0.026	0.022	0.022	0.016	0.003	0.006
6	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
7	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
8	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77	0.77

($\beta = 1$ 適用)

表 5. 破壞費用指數 (r_{ij})

무기 \ 표적	A	B	C	D	E	F	G	H
1	14	6	34	9	8	23	1,761	633
2	179	80	192	118	114	281	18,008	6,155
3	9,659	3,340	4,735	7,190	7,029	13,820	398,097	72,059
4	2,230	966	2,202	1,520	1,475	3,441	203,007	67,257
5	274	94	135	203	199	392	11,569	2,220
6	5	5	5	5	5	5	5	5
7	4.6	4.6	4.6	4.6	8.9	4.6	4.6	4.6
8	4.9	4.9	4.9	4.9	6.6	4.9	4.9	4.9

다. 標的割當 및 破彈所要量

破壞費用指數 r_{ij} 를 이용하여 武器 - 標的의 割當은 식 (13)에 의한 네트워크를 Out-of-Kilter 法으로 해결하면 <그림 6>과 같이

된다.

그리고 각 무기체계가 할당된 표적을 80% ($P_K(m) = 0.8$) 만큼 파괴시키는데 필요한 砲彈量은 <表 6>과 같이된다.

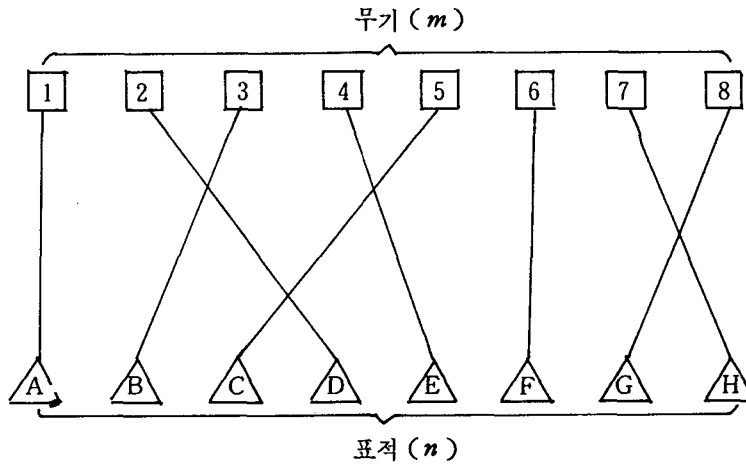


그림 6. 武器 - 標的의 割當

表 6. 砲彈所要量

무기	할당된 표적	포탄소요량(발)
1	A	23.86
2	D	79.44
3	B	873.84
4	E	513.07
5	C	59.57
6	F	1.00
7	H	1.16
8	G	1.10

라. 標的의 相對方位角 (α)의 變化에 따른 砲彈所要量의 變化

사격함이 표적을 보는 상대방위각은 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ 이므로 표적은 α 범위내에서 損傷을 最小化하기 위하여 回避機動을 한다. 이때 표적의 被彈面積(HXA)의 變化率은 식(1)에서 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial HXA}{\partial \alpha} = \frac{H}{\tan \phi} (L \cos \alpha - W \sin \alpha),$$

$$0^\circ \leq \alpha, \phi \leq 90^\circ \dots\dots\dots (20)$$

그리고 $\alpha = 0^\circ$ 와 $\alpha = 90^\circ$ 일 때 HXA는 다음과 같이 된다.

$$\alpha = 0^\circ : HXA_1 = WL + \frac{HW}{\tan \phi} = W \left(L + \frac{H}{\tan \phi} \right)$$

$$\alpha = 90^\circ : HXA_2 = WL + \frac{HL}{\tan \phi} = L \left(W + \frac{H}{\tan \phi} \right)$$

그러므로 $HXA_1 \leq HXA \leq HXA_2$ 이다.

식(1)을 이용하여 標的A에 砲彈이 탄착각 $\phi = 15^\circ$ 로 낙하할 때 $\alpha = 0^\circ \sim 90^\circ$ 변화에 대한 被彈面積(HXA)은 <表 7> 및 <그림 7>과 같이 된다.

<그림 7>에서 보는 바와 같이 상대방위각이 0° 와 45° 사이에서 被彈面積의 變化率이 매우 크다. 또한 무기 1이 표적A를 80% 수준 파괴시키는 경우에 相對方位角의 變化에

表 7. 被彈面積의 變化

α	H X A	HXA 變化率
0°	6051.69	1
15°	9768.23	1.61
30°	13033.966	2.15
45°	15626.17	2.58
60°	17368.36	2.93
75°	18141.76	2.99
90°	18245.65	3.01

L = 126.6 H = 31.12
W = 24.9 $\phi = 15^\circ$

피탄면적의 變化율

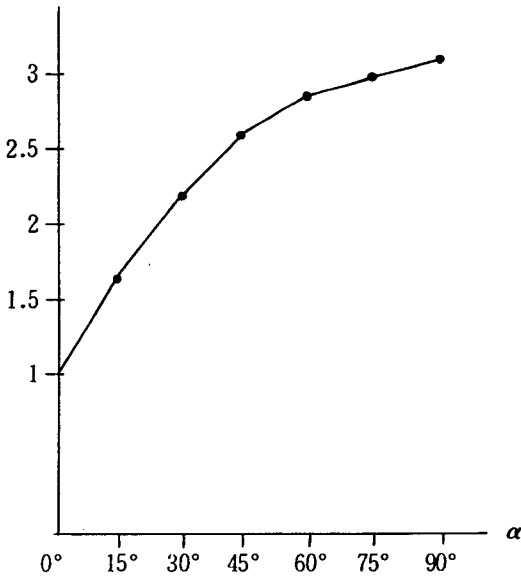


그림 7. α 와 被彈面積 變化率

따른 砲彈所要量은 <表 8> 및 <그림 8>과 같이 된다. 單發破壞確率(P_{KH})을 계산할 때 $\beta = 1$ 로 가정하였다. <그림 8>에서 보는 바와 같이 상대방위각이 0°~45°사이에서 所要

砲彈量의 變化가 크며, 상대방위각이 90°에 가까울수록 표적을 파괴하는데 필요한 포탄량이 적어짐을 알 수 있다.

表 8. 砲彈所要量의 變化

α	P_{KH}	n_1^* (발)
0°	0.1156	53.43
15°	0.1925	31.79
30°	0.2579	23.57
45°	0.3093	19.54
60°	0.3439	17.42
75°	0.3592	16.71
90°	0.3613	16.61

砲彈所要量

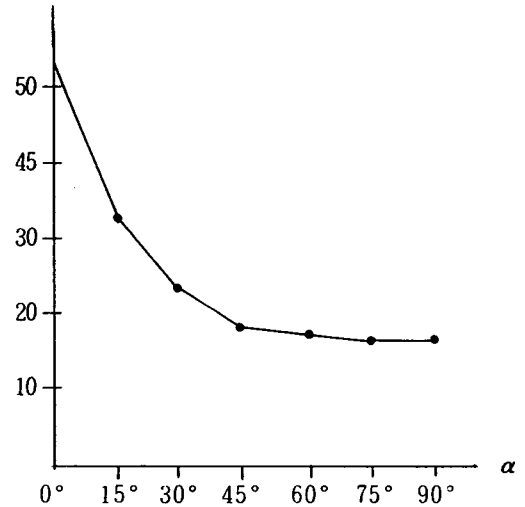


그림 8. 相對方位角(α)과 砲彈所要量

마. 比率母數(β) 값의 變化에 따른 砲彈所要量의 變化

명중시 파괴확률 P_{KH} 는 比率母數 β 를 포

함하고 있다. β 는 표적함의 船體材質(강철, 알루미늄등), 船體의 老朽化 그리고 砲彈의 彈着位置에 따라 그 값이 변한다. β 값의變化에 따른 포탄소요량 n^* 은 다음과 같이 변한다. 식(17)에서

$$n_{\beta+\Delta\beta}^* = \frac{\ln[1 - P_K(n)]}{\ln[1 - \frac{(\beta+\Delta\beta) \cdot W \cdot P_H}{t}]}$$

이다. 그러므로

$$\frac{n_{\beta+\Delta\beta}^*}{n_{\beta}^*} = \frac{\ln[1 - \frac{\beta \cdot W \cdot P_H}{t}]}{\ln[1 - \frac{(\beta+\Delta\beta) \cdot W \cdot P_H}{t}]}$$

..... (21)

식(21)에서 β 값이 $\Delta\beta$ 만큼 증가하면 포탄소요량 n^* 는 식(21)의 우변만큼 감소한다. 그리고 β 가 포함된 命中時 破壞確率 $P_{K/H}$ 는 $0 \leq P_{K/H} \leq 1$ 이므로, $0 \leq \frac{\beta \cdot W}{t} \leq 1$ 의 관계가 성립한다. (식(12)참조)

따라서 β 값은 $0 \leq \beta \leq \frac{t}{W}$ 에서 변화되는데, $\frac{t}{W}$ 이상이면, $P_{K/H} = 1$ 이 되며, 이는 完全破壞(sinking) 혹은 超過破壞(overkill)이 되는 경우이다. <表6>의 포탄소요량은 $\beta=1$ 인 경우이다. β 가 1에서 9사이의 값으로 변화할 때의 砲彈所要量은 <表9> 및 <그림9>와 같이 된다.

表 9. 比率母數(β)값의 變化에 대한 砲彈所要量(發)

β 무기	1	3	5	7	9
1	23.86	7.39	5.47	5.47	5.47
2	79.44	25.93	15.23	10.64	8.08
3	873.84	270.74	174.12	124.14	96.37
4	513.07	170.48	101.97	72.60	56.29
5	56.57	19.82	19.82	19.82	19.82
6	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
7	1.16	1.16	1.16	1.16	1.16
8	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10

砲彈所要量(發)

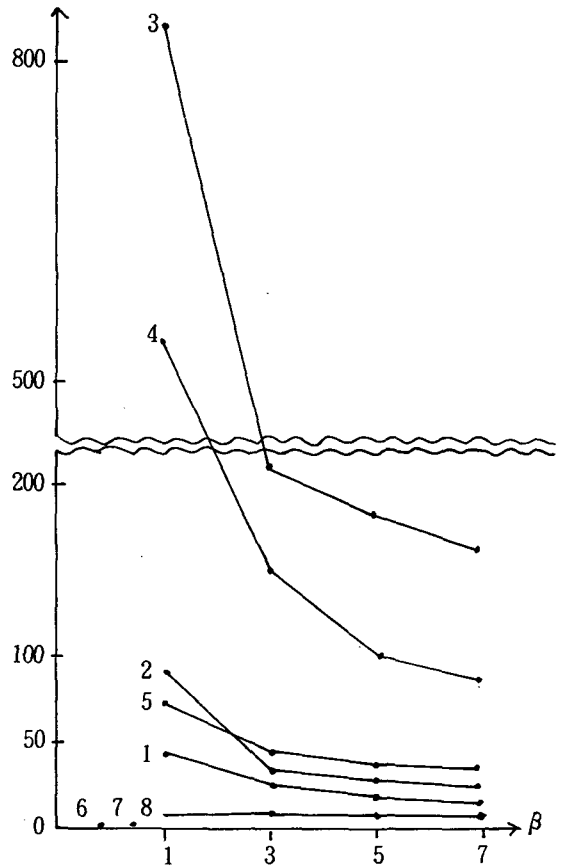


그림 9. 比率母數(β)와 砲彈所要量과의 關係

6. 結 論

水上戰에서 의사결정자가 제한된 무기체계로 표적을 효과적으로 요구수준 만큼 파괴시키는 것은 어렵고도 매우 중요한 일이다.

본 논문은水上戰에서 제한된 표적함을 요구수준 만큼 파괴시키는데 있어 비용을 최소화할 수 있도록 武器-標的을 割當하고 砲彈所要量を 산출하는 模型을 개발하고, 水上戰의 戰略樹立 및 위-게임을 실시하는데 기여하고자 한다. 이를 위해 표적의 脆弱性 分析과 攻擊武器體系의 特性分析을 한 후 標的을 割當하고 砲彈所要量を 결정하고 感度分析을 하였다. 適用例 및 感度分析에서 본 바와 같이 最小費用으로 要求水準의 破壞效果를 달성하기 위해서는 아래사항을 고려하여야 한다.

① 표적의 相對方位(α)에 따라 命中確率과 破壞確率は 상당한 차이를 갖는다. 즉 표적을 상대방위 45° 에서 90° 까지의 각으로 보면서 교전할 때 포탄량이 最小로 소요된다. 따라서 파괴효과를 크게 하기 위해서 공격함은 표적의 상대방위를 最適位置로 하는 기동을 하여야 한다.

② 破壞確率(砲彈所要量)은 彈頭重量과 표적함의 排水噸數의 比率母數인 β 값의 變化에 큰 차이가 있다. 그러므로 β 값에 대한 정확한 推定이 요구된다.

③ 제한된 무기체계로 교전하여야 하므로 무기의 표적파괴효과 및 비용을 동시에 고려하여 최소비용으로 요구수준의 표적파괴를 달성할 수 있도록 하여야 한다. 그러므로 威脅度가 높은 표적(機動성이 우수한 표적 혹은 大型標的)에는 반드시 破壞效果가 큰 무기 혹은 다수의 무기가 割當되어야 한다. 따라서 교전

전에 표적을 探知 및 식별하여 標的割當과 豫備機動을 할 수 있도록 探知裝備(sensory system)의 개발이 중요함을 알 수 있다.

본 논문은水上戰 狀況만을 대상으로 하고, 對空機, 潛水艦戰등을 포함하는 複合戰狀況을 고려하지 못하였으므로 이 분야에 대한 연구가 지속적으로 있어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. Manne, Alan S., "A Target-Assignment Problems," Journal of Operations Research, 6, 1958.
2. Headquarters US Army Material Development & Readiness Command, Engineering Design Handbook (I, II), 5001 Eisenhower Avenue, Alexandria VA 22333.
3. Phillips, Don T., and P.A. Jensen, "Network Flow Analysis; The Out of Kilter Algorithm," Industrial Engineering, Feb. 1974.
4. Operations Analysis Study Group United States Naval Academy, Naval Operations Analysis, 2nd Ed., Annapolis, Maryland: Naval Institute Press, 1979.
5. Park, Jea-Ha, "Modelling Naval Encounters," Journal of the Korean Operations Research Society, Vol.5, No.2, Dec, 1980.
6. US Naval War College, A Sea Control Tactical Analysis Game, 2nd Ed., 1978.
7. 閔啓了, 金忠英, 軍事運營分析, 國防大學院, 1985.