

레일리 페이딩 알고리즘開發 및 特性分析

李相天 · 金在明 · 朴漢奎

〈要 約〉

본 연구에서는 이동통신 시스템에서 채널 모델의 시뮬레이션을 수행하는데 사용 가능한 알고리즘을 개발하였으며 이동체 속도에 따라 그 특성을 분석하였다. 이동통신 채널에서는 다중 경로에 의하여 레일리 페이딩 채널이 구성되어 지는데 이의 알고리즘 개발을 위하여 실제 제작 구현이 용이한 위상 변조 신호 합성 방법과 shaping 필터를 이용하는 방법을 채택하였다.

개발 알고리즘을 분석한 결과 제시한 두 모델 모두가 채널 시뮬레이션을 위하여 사용 가능함을 확인하였으며 특히 레일리 분포 특성에서는 위상변조 신호 합성방식이 이론치와 더욱 유사됨을 알 수 있었다.

I. 서 론

이동 통신 채널상에서 장애물과 이동체의 속도에 따른 전계 강도의 변화로 일어나는 레일리 페이딩 현상은 이동통신 시스템을 시뮬레이션할 경우 실제의 현상을 고려한 채널 모델링시에 반드시 고려되어 져야만 한다. 이를 위하여 본 논문에서는 레일리 페이딩 현상의 이론적 분포함수 및 스펙트럼과 일치하는 소프트웨어 알고리즘을 개발하고 이동체 속도에 따른 시뮬레이션 결과를 비교 분석하고자 한다. 시뮬레이션 모델에 사용된 이동통신 채널 주파수는 450MHz이며 이동체 속도는 40km/h, 70km/h, 100km/h로 설정하였다.

또한 본 컴퓨터 시뮬레이션에서는 실제 시

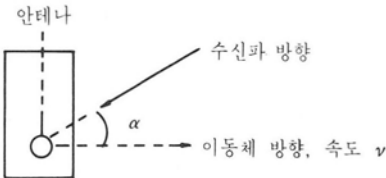
스텝 설계에 적합한 모델 개발에 중점을 두어 레일리 분포함수 및 Level-Crossing Rate (LCR)를 비교 분석하고자 한다.

II. 기본원리 및 특성

건물이 많은 도시에서 이동체의 속도에 따라 Doppler 효과에 의해 신호 파장의 1/2 이 되는 거리를 움직이는 것을 주기로 수신 전계 강도가 증가하거나 감소하는 현상을 레일리 페이딩이라 한다.

〈그림 1〉과 같이 주파수 f 인 신호가 복수 경로를 거쳐 수신기에 수신되면 Doppler shift가 발생한다.

$$\text{즉, } f_i = (V/\lambda) \cos \alpha = f_D \cos \alpha \quad \dots\dots\dots (1)$$



〈그림 1〉 이동체 수신기의 수신파 방향

여기서 V 는 수신기의 속도이고 λ 는 반송파의 파장이며 α 는 i 번째 수신파의 상대 입사각이고 f_D 는 최대 Doppler shift이다. 수신파의 스펙트럼은 다음과 같다.^[1]

$$S(f) = \frac{E^2}{f_D (1 - f^2/f_D^2)^{1/2}} \{ p(\alpha) g(\alpha) |_{\alpha = \cos^{-1}(f/f_D)} + p(\alpha) g(\alpha) |_{\alpha = \cos^{-1}(f/f_D)} \} \quad \dots\dots (2)$$

여기서 $p(\alpha)$ 는 확률밀도 함수이며 $g(\alpha)$ 는 안테나 전력 이득이다. E 는 수신파의 실효치이며 입사각 α 는 실수이다.

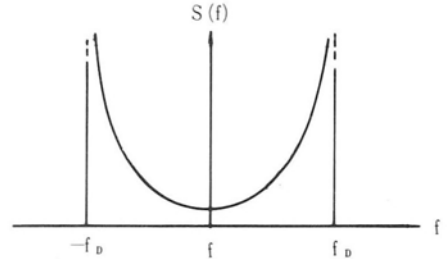
무지향성 안테나의 경우에는 이득함수 $g(\alpha) = 1$ 이고 $p(\alpha)$ 는 $-\pi$ 에서 π 의 범위에서 균일하므로 $p(\alpha) = 1/2\pi$ 이다.

식(2)에서

$$S(f) = \frac{E^2}{f_D (1 - f^2/f_D^2)^{1/2}} \{ 1 \cdot (2\pi)^{-1} + 1 \cdot (2\pi)^{-1} \}$$

$$= \begin{cases} E^2/\pi f_D \{1 - (f/f_D)^2\}^{-1/2}, & f \leq f_D \\ 0, & f > f_D \end{cases} \quad \dots\dots (3)$$

〈그림 2〉에는 수신파 스펙트럼을 보였다.



〈그림 2〉 Rayleigh 페이딩 신호의 이론적 스펙트럼 (무지향성 안테나의 경우)

Rice^[2]에 의하여 수신파를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$S = x(t) \cos \omega_c t + y(t) \sin \omega_c t = R \cos(\omega_c t + \theta) \quad \dots\dots\dots (4)$$

여기서 $x(t)$ 와 $y(t)$ 는 상호 독립인 Gaussian Process이고 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \\ y(t) &= \sum A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

식(5)에서 A_i, ω_i, ϕ_i 는 i 번째 정현파의 진폭, 주파수, 위상을 나타낸다.

수신파의 포락선 R 과 위상 θ 는 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} R &= (x^2 + y^2)^{1/2} \\ \theta &= \tan^{-1}(y/x) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

x 와 y 가 서로 독립인 Gaussian Random 변수이므로 R 은 레일리 분포를 이루며 θ 는 $[0, 2\pi]$ 에서 균일 분포한다.

레일리 확률 밀도함수는 식(4), (5), (6)에서 x 와 y 가 평균이 0이고 표준편차가 σ 이면 식(7)과 같이 표현된다.^[3]

$$P(R) = R/\sigma^2 \exp(-R^2/2\sigma^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

또한 수신파의 포락선이 레벨 A 이하일 때의 확률, 즉 R 의 누적 확률 분포는 식(8)과 같다.

$$P(R < A) = \int_0^A (R/\sigma^2) \exp(-R^2/2\sigma^2) dR$$

$$= 1 - \exp(-A^2/2\sigma^2) \quad \dots\dots\dots (8)$$

수신파의 포락선이 레벨 A에서 단위시간 당 교차되는 회수를 Level Crossing Rate (L-CR)이라 정의하며 시간에 따른 수신파의 강도를 측정할 수 있는 한 방법으로서 이는 식(9)과 같다.

$$N_R = \sqrt{2} \pi f_D \rho e^{-\rho^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

여기서 $\rho = R/R_{RMS}$ 이다.

III. 알고리즘 개발을 위한 모델 설정

1. 위상변조 신호합성에 의한 모델

중첩된 평면파를 수식으로 표현하면 식(10)과 같다.⁽⁴⁾

$$E(t) = \text{Re}\{T(t) e^{j\omega t}\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

여기서 $T(t) = E_0 \sum_{n=1}^N C_n e^{j(\omega_D t \cos \alpha_n + \phi_n)}$

$$C_n^2 = p(\alpha_n) d\alpha = (1/2\pi) d\alpha \quad \dots\dots\dots (11)$$

이다.
 $d\alpha$ 는 $2\pi/N$ 인 균일분포라고 가정하면 $C_n^2 = 1/N$ 이고 $\alpha_n = 2\pi n/N, n = 1, 2, \dots, N$ 이 되며 ϕ_n 은 n 번째 수신파의 위상을 나타낸다.
 $N/2$ 가 기수이면 식(11)은 식(12)과 같이 전개된다.

$$T(t) = E_0/N^{1/2} \left\{ \sum_{n=1}^{N/2-1} [e^{j(\omega_D t \cos \alpha_n + \phi_n)} + e^{-j(\omega_D t \cos \alpha_n + \phi_n)}] + e^{j(\omega_D t + \phi_N)} + e^{-j(\omega_D t + \phi_N)} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

식(12)에서 첫째항은 n 이 1에서 $N/2-1$ 일 때 $+\omega_0 \cos(2\pi/N)$ 에서 $-\omega_0 \cos(2\pi/N)$ 이 되는 Doppler shift를 나타내고 둘째항은 $-\omega_0 \cos(2\pi/N)$ 에서 $+\omega_0 \cos(2\pi/N)$ 이 되는 Doppler shift이므로 이들 두 항의 주파수는 서로 중복된다. 그리고 세째 및 네째항은 각각

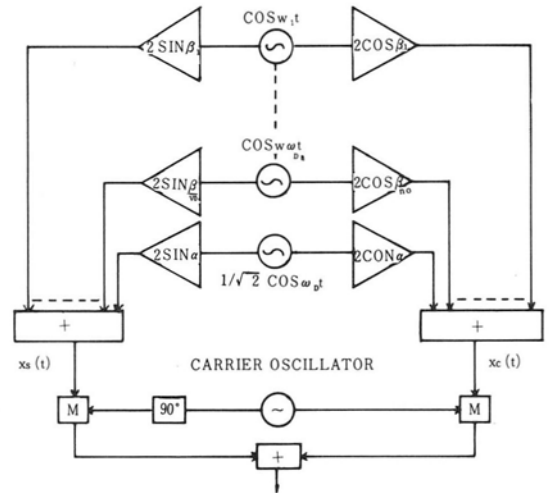
$+\omega_0$ 와 $-\omega_0$ 의 최대 Doppler shift를 나타낸다. 그래서 주파수가 중복된 항을 정리하면 식(13)으로 표현된다.

$$T(t) = E_0/N^{1/2} \left\{ 2^{1/2} \sum_{n=1}^{N_0} [e^{j(\omega_D t \cos \alpha_n + \phi_n)} + e^{-j(\omega_D t \cos \alpha_n + \phi_n)}] + e^{j(\omega_D t + \phi_N)} + e^{-j(\omega_D t + \phi_N)} \right\}$$

$$N_0 = 1/2(N/2-1) \quad \dots\dots\dots (13)$$

위 식에서 총전력을 일정하게 설정하기 위하여 $\sqrt{2}$ 의 factor를 사용하였다. Bennet⁽⁵⁾과 Slack⁽⁶⁾에 의하면 식(13)은 $N_0 \geq 6$ 일 때 레일리 근사치가 된다.

〈그림 3〉은 식(13)을 이용한 위상 변조 신호 합성 모델의 구성도이다.



$$y(t) = x_c(t) \cos \omega_c t + x_s(t) \sin \omega_c t$$

〈그림 3〉 위상변조 신호합성에 의한 모델구성도

〈그림 3〉에서 ω_0 는 최대 Doppler shift 된 신호를 만들기 위한 것이고 N_0 는 레일리 근사치가 되는 8로 하였다.

이때 $\omega_n = \omega_0 \cos 2\pi n/N, (N=34, n=1, 2, \dots, 8)$ 이며 ω_0 성분의 진폭은 $1/\sqrt{2}$ 이고 그 이외는 1이다.

위상 β_n 은 균일분포 $1/2\pi$ 에 근사하는 확률 분포를 이루도록 $\beta_n = \pi n/N_0$ 으로 하였다. 그리고 이 성분에 대한 위상은 $2 \cos \beta_n$ 혹은 $2 \sin \beta_n$ 으로 설정하였으므로 inphase $x_c(t)$ 와 quadrature $x_s(t)$ 성분은 다음과 같다.

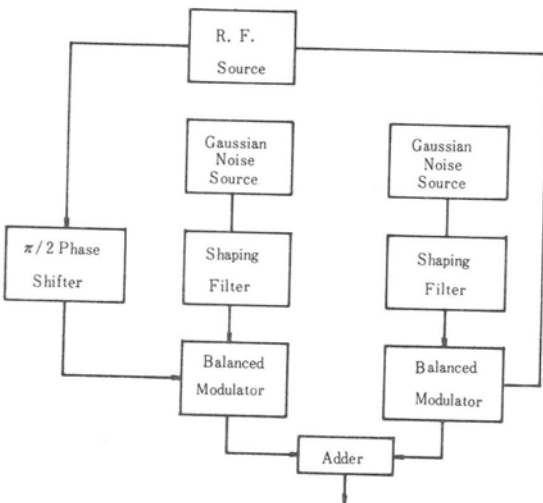
$$x_c(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \cos \beta_n \cos \omega_n t + \sqrt{2} \cos \alpha \cos \omega_0 t$$

$$x_s(t) = 2 \sum_{n=1}^{N_0} \sin \beta_n \cos \omega_n t + \sqrt{2} \sin \alpha \cos \omega_0 t$$

이때 $y(t)$ 의 위상은 $[0, 2\pi)$ 에서 random 이고 균일분포한다.

2. Shaping 필터를 이용한 모델

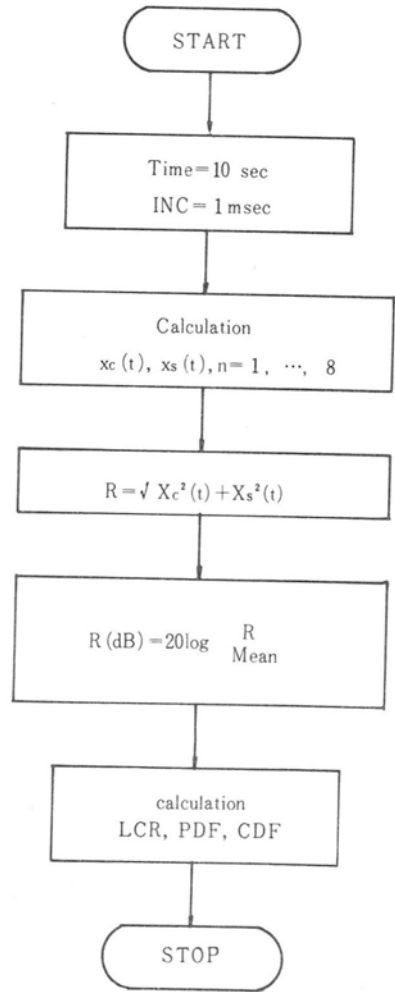
Shaping 필터를 이용한 모델 구성도는 <그림 4>와 같으며 여기서는 2개의 독립적인 가우스 잡음을 shaping하여 식(3)과 같은 페이딩 스펙트럼을 만들었으며, 필터의 차단 주파수 f_b 를 변화하면 수신기 속도를 변화시키는 효과를 얻을 수 있다. 수신기 속도는 40km/h, 70km/h, 100km/h이며 반송파 주파수는 450MHz로 설정 하였다. 가우스 잡음원은 random 수를 발생하였으며 평균은 0이며 표준편차는 1이다.



<그림 4> Shaping 필터를 이용한 모델구성도

IV. 알고리즘 개발 및 특성분석

<그림 5>는 위상 변조합성에 의한 시뮬레이션 흐름도이다. 레일리 페이딩의 LCR 및 분포함수의 특성은 식(6)과 같이 포락선에 의한 것이므로 Doppler shift 주파수에 의해 결정된다. 그래서 본 시뮬레이션에서는 반송파 주파수 및 이동체 속도에 따라 변화되는 Doppler shift 주파수 f_b 를 변화하였다.



<그림 5> 시뮬레이션 흐름도

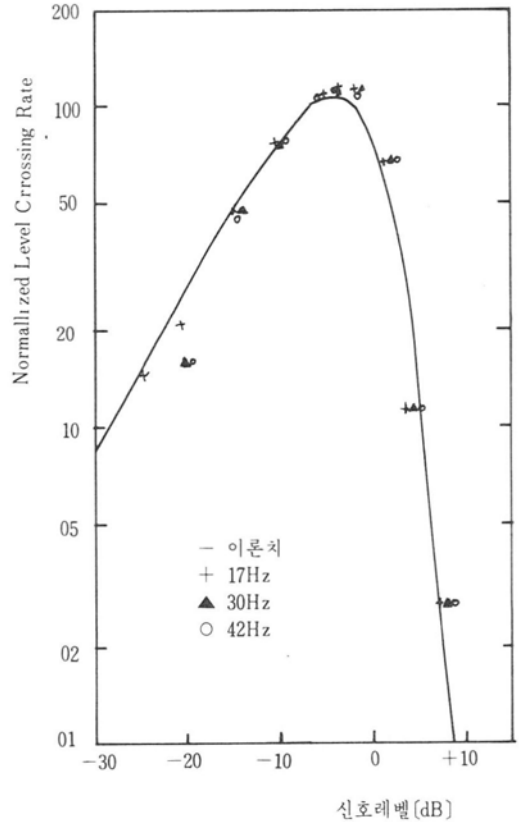
레이리 페이딩의 포락선은 자승 평균치를 정규화하여 데시벨로 환산하였으며 <그림 6>에 일부를 보였다.

<그림 7>에는 LCR이론치 및 17Hz, 30Hz, 42Hz에 대한 LCR 시뮬레이션 결과를 나타내었는데 17Hz 일때는 이론치와 거의 일치함을 보였으나 30Hz, 42Hz에서는 다소 벗어남을 알 수 있다.

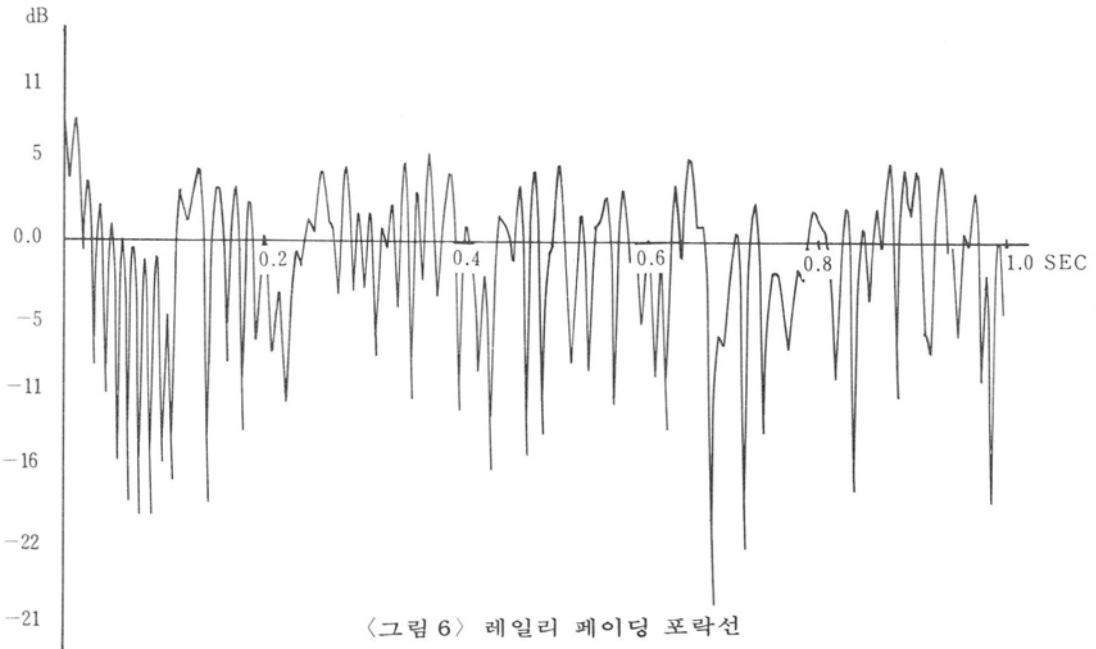
이것은 <그림 3>의 블록 선도에서 $N_0 = 8$ 로 하였기 때문에 Doppler shift가 높아짐에 따라 레이리 분포에서 조금씩 벗어난다. 확률 밀도함수 및 누적 분포함수는 <그림 8> 및 <그림 9>에 나타난 바와 같이 이론치와 유사함을 알 수 있다.

<그림 10>은 shaping 필터에 의한 시뮬레이션 흐름도이다.

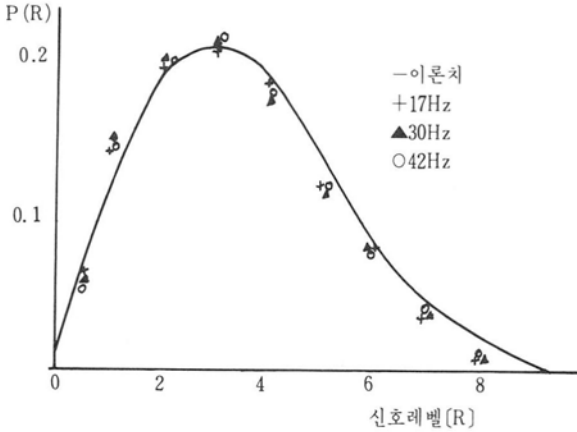
여기서 shaping 필터는 식(3)의 스펙트럼을 shaping하는 필터이며 256차 FIR 필터를 사용하였다. Shaping된 가우시안 잡음의 평균과 표준편차를 구하고 자승 평균치를 구하여 평균이 0 dB가 되도록 정규화하였다.



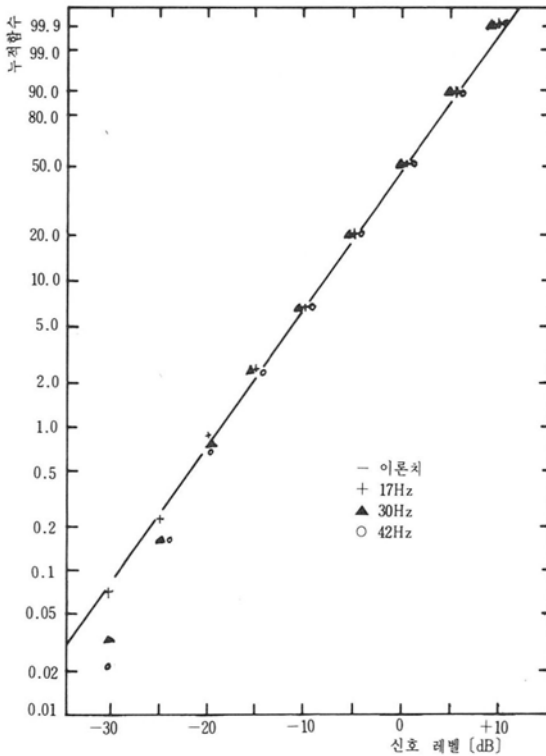
<그림 7> Level Crossing Rate



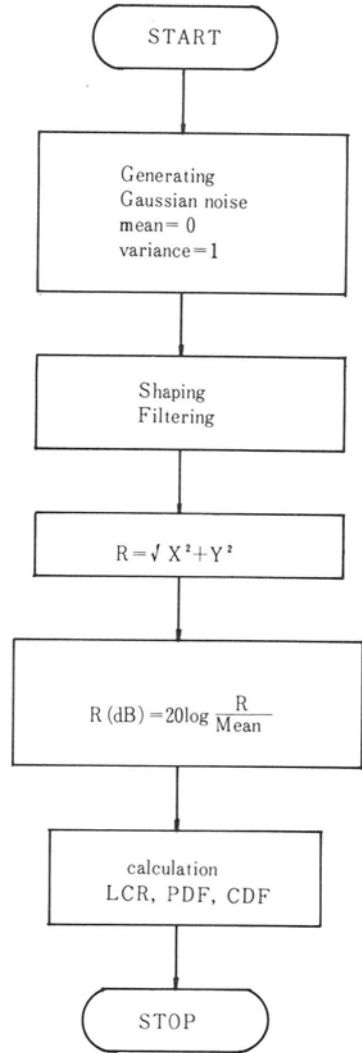
<그림 6> 레이리 페이딩 포락선



〈그림 8〉 확률 밀도 함수



〈그림 9〉 누적 분포함수



〈그림 10〉 Shaping 필터에 의한 시뮬레이션

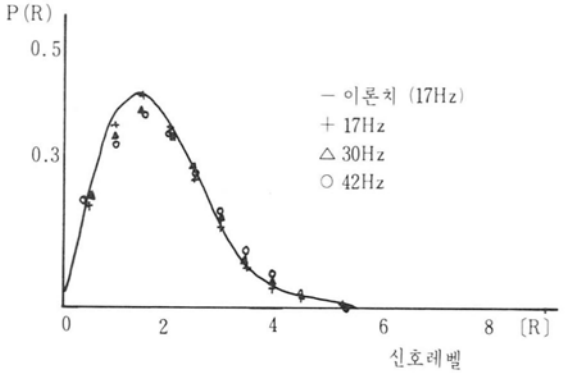
〈그림 11〉에는 LCR을 나타내었고 〈그림 12〉 및 〈그림 13〉에는 확률 밀도함수 및 누적분포 함수를 나타내었다.

Shaping 필터에 의한 시뮬레이션 결과를 위상변조 합성방식과 비교하여 살펴보면 LCR 및 확률 밀도함수는 거의 유사하나 누적 분포함수에서 성능이 조금 저하됨을 알 수 있다.

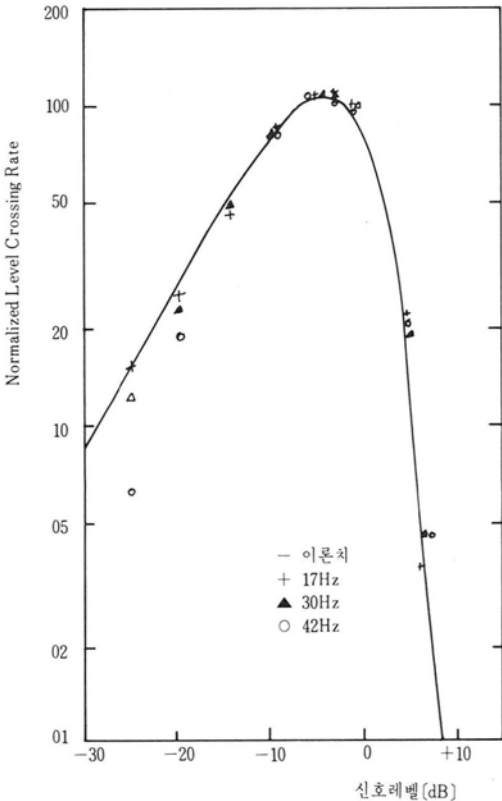
이는 랜덤 데이터 수의 확장과 shaping 필터의 특성을 개선하면 더욱 성능 향상을 이룩할 수 있을 것으로 판단되며, 또한 이 방식은 하드웨어 제작이 위상변조 방식보다는 용이하다는 장점을 갖고있다.

V. 결 론

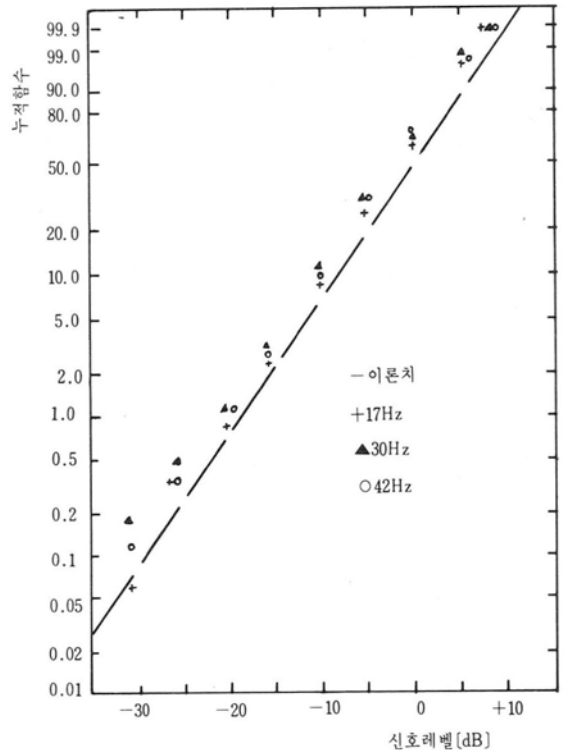
본 연구에서는 이동통신 채널 모델링을 위한 레일리 페이딩 알고리즘을 개발하고 확률 밀도함수, 분포함수 및 LCR을 비교하는 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.



〈그림 12〉 확률 밀도 함수



〈그림 11〉 Level Crossing Rate



〈그림 13〉 누적 분포함수

시뮬레이션을 통하여 얻은 결과를 요약하여 보면 다음과 같다.

- 제시한 두가지 방식의 알고리즘은 성능분석 결과 이론치와 거의 유사하므로 이동 통신 채널 모델을 구성하는데 사용 가능하다.
- 위상변조 신호합성에 의한 방법은 위상이 균일 분포가 이루어지도록 위상 변화된 신호를 합성하면 레일리 분포 함수가 되므로 시뮬레이션하기에 편리하며 N_c 의 갯수를 증가함으로써 성능 개선을 용이하게 실현할 수 있다.
- Shaping필터에 의한 방법은 이론적인 스펙트럼과 일치하는 가우시안 잡음의 shaping에 문제가 있으나 하드웨어 시뮬레이터 제작이 용이하며 필터의 특성에 의해 개선할 수 있다.
- 이동통신 시스템에서 상기 제시한 모델을 이용하여 신호 전송시에 정확한 시스템 성능을 판단 할 수 있으며 modem방식을 설정할 경우에 이용가능할 것이다.

(参 考 文 献)

1. R. H. Clarke, "A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception", B. S. T. J., July-August, pp. 957 - 1,000, 1968.

2. S. O. Rice, "Mathematical Analysis of Random Noise", B. S. T. J., Nov. 24, 1945.

3. William C. Y. Lee, Mobile Communication Engineering, McGraw-Hill, pp. 65, 1982.

4. W. C. Jakes, Ed. Microwave Mobile Communication, New York, Wiley, pp. 70, 1982.

5. W. R. Bennett, "Distribution of the Sum of Randomly Phased Components", Quart. Appl. Math., 5, pp. 385 - 393, Jan., 1948.

6. M. Slack, "The Probability of Sinusoidal Oscillations Combined in Random Phase", J. IEEE, 93, Part III, pp. 76 - 86, 1946.

7. G. A. Arredondo, W. H. Chriss, E. H. Walker, "A Multipath Fading Simulator for Mobile Radio", IEEE Trans. on Comm. Vol. COM-21, No. 11, Nov., 1973.

8. John L. Smith, "A Computer Generated Multipath Fading Simulation for Mobile Radio", IEEE Trans. on Vehicular Tech., Vol. VT-24, No. 3, Aug., 1975.



李 相 天 (Lee, Sang Cheon)
1960년 8월 25일생
1983. 2. : 동아대학교 전자공학과 공학사
1986. 2. : 동아대학교 대학원 전자공학과 석사
1986. 1 - : 한국전자통신연구소
1986. 12현재 : 기초기술개발실 연구원



朴 漢 奎 (Park, Han Kyu)
1941년 6월 21일생
1964. : 연세대학교 전기공학과 졸업
1968. : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (공학 석사)
1973. : 불란서 파리대학교 (소르본느대학교) 박사과정 수료 (DEA)



金 在 明 (Kim, Jae Moung)
1951년 12월 17일생
1974. : 한양대학교 전자공학과 공학사
1981. : 미국 남가주대학교 전기공학과 공학석사
1983. ~ : 연세대학교 전자공학과 박사과정

1975. : 불란서 파리 6 대학 (Ph. D.)
1976. ~ 현재 : 연세대학교 공과대학 전자공학과 교수

1977~1979. : 한국통신기술연구소 근무
1983~현재 : 한국전자통신연구소 기초기술개발실 실장