

## 信賴度 分析을 위한 故障率 增加品目에 대한 壽命檢定\*\*

(Life Testing of Failure Rate Increasing Items for Reliability Analysis)

徐 南 洙\*

### Abstract

This study is concerned with the development of statistical life test plans for the mean lifetime of an item whose underlying lifetime distribution is a two parameter Weibull, which is perhaps the most widely used lifetime model.

For this purpose, I used the likelihood ratio test method, and I verified the developed test plans and determined the sampling size and censoring number by computer simulation.

### 1. 서 론

지금까지 개발된 수명에 대한 검정절차 혹은 계획은 수명자료의 분포가 지수형인 경우로 한정되어 발전하여 왔다. 사실상 대부분의 제품은 고장율이 시간의 경과나 사용에 의한 악화 또는 마손에 의하여 증가하고 있으나 고장율이 일정하다고 가정한 지수분포하의 수명검정계획은 계산의 용이성과 폐쇄형(closed form) 수식화의 가능성으로 잘 발전되어 왔으며, 특히 Military-Standard 781C의 Epstein의 연구를 기초로 거의 완벽에 가까운 정도로 수명분포가

지수형분포 경우의 통계적 수명검정계획을 제공하고 있으며 많은 품목의 수명들에 대하여 상당한 접근들이 논증되어 왔고 널리 사용되고 있다. 그러나 지수형 분포 경우의 통계적 수명검정계획의 가장 큰 단점은 해당 수명분포가 거의 정확하게 지수형이 아닌 경우 이들 계획을 사용하면 그 계획의 표본추출속성을 크게 변경시킨다는 것이다. 그러므로 이러한 계획들은 해당 수명분포가 지수형이라는 강한 이론적 또는 경험적 확실성이 결여되면 사용해서는 안 된다.

고장율의 감소, 일정, 증가의 모든 경우를 내

\*陸軍士官學校

\*\*本 研究는 科學財團의 研究費支援을 받은 것임.

포하는 와이벌분포는 최근에 가장 인기있는 수명분포로 등장하였지만 이 모형을 적용한 수명검정 계획은 이 모형이 갖는 복잡성과 표본의 크기  $n$ 을 포함하는 폐쇄형 수식화의 불가능 때문에 연구가 부진한 상태이다.

따라서 본 연구의 주 목적은 수명이 두모수 와이벌(two-parameter Weibull)분포를 갖는 품목의 평균수명에 대한 통계적 수명검정계획을 개발하는데 있으며, 세부적으로는 우도비검정(likelihood ratio test)방법의 이용을 위한 type I censoring 과 type II censoring 에 대한 표본의 수가 크다고 가정한 우도함수(likelihood function)를 유도하고 우도비검정을 이용하여 수명검정절차를 개발하고, 개발된 수명검정 계획의 실제 적용의 용이성을 위하여 컴퓨터프로그램을 개발하며, 검정절차의 완성을 위하여 OC 함수를 유도하고 OC 곡선을 위한 컴퓨터프로그램을 개발하며, 실제 적용에 있어서 개발된 검정절차의 타당성을 컴퓨터시뮬레이션을 통하여 검토하며 요구되는 표본의 크기와 censoring number 를 결정하는데 있다.

## 2. 수명실패모형으로서의 와이벌분포

본 연구에서는 위치모수(location parameter)가 짧은 것으로 알고 있거나 자료의 적절한 변환으로 위치모수를 짧은 것으로 놓음으로써 두모수 와이벌 분포에 우리의 관심을 제한하기로 한다.

두모수 와이벌분포를 갖는 무작위 변수  $X$ 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_x(x; s, h) = \begin{cases} (h/s) (x/s)^{h-1} \exp[-(x/s)^h], \\ x > 0, s > 0, h > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (2.1)$$

여기서  $X$ 는 해당 품목의 수명의 실측치가  $x$ 가 되는 하나의 무작위 변수이다. 특성수명이라 불리는 모수  $s$ 는  $X = 100(1 - e^{-1}) \cong 63.2$  분포 백분위수를 지정하는 눈금모수

(scale parameter)이다. 모수  $h$ 는 분포의 형상을 결정하는 형상모수(shape parameter)이다. 만약,  $h \leq 1$ 이면 밀도함수는  $X$ 가 증가함에 따라 단조롭게 감소한다. 만약  $h < 1$  혹은  $h = 1$ 이면 기능실패함수는 각각 감소 혹은 일정하다. 특히  $h = 1$ 인 경우, 와이벌분포는 우리가 이미 익숙한 지수형분포를 내포한다.

와이벌분포의 평균값  $\mu = E(X) = s \Gamma(1 + 1/h)$ 이며, 여기서  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt$ 이다.

## 3. 수명검정절차

### 3.1 가설설정

우리의 검정목적이 평균수명에 관계하고 있으므로 기본모수에 평균모수가 포함되도록 재모수화(reparameterization)을 함으로써 목적달성이 용이해진다. 식 (2.1)에서  $s$ 를  $\mu / \Gamma(1 + 1/h)$ 로 대치함으로써 함수  $f_x(x; \mu, h)$ 를 얻을 수 있다.

$$f_x(x; \mu, h) = \begin{cases} h[\Gamma(1 + 1/h) / \mu]^h x^{h-1} \exp \\ \{-\Gamma(1 + 1/h)x / \mu\}^h, & x > 0; \\ \mu, h > 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (3.1)$$

수명검정과정에서 획득한 수명자료인 종속 순위통계량  $X_{1:n} < X_{2:n} < \dots < X_{r:n}$  (여기서  $1 \leq r \leq n$ 이며,  $n$ 은 표본의 크기,  $r$ 은 censoring number이다)에 대한 평균모수  $\mu$ 를 검정하기 위하여 통상적인 수명검정에서와 마찬가지로 제품에 대하여 요구하는 수명  $\mu_0$ 가 accept 되느냐 혹은 reject 되느냐를 결정하는 아래와 같은 가설을 설정하였다.

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

vs.

$$H_1 : \mu < \mu_0 \text{ at the level } \alpha.$$

### 3.2 우도비검정

위에서 설정된 가설은 복합가설을 내포하기 때문에 접근방법으로서 우도비검정방법을 사용하고자 한다. 이를 위하여 우선 우도함수를

유도해야 하며, 이로부터 우도비를 계산하고 우도비의 분포에 접근함으로써 검정목적 달성이 가능해 진다.

### 3.2.1 Type I와 Type II censoring

수명실험자료 획득시 실험 대상 전품목의 수명시간을 다 알지 못하고 수명실험을 종료하게 되는데 어느 시점에서 실험을 종료하느냐에 따라 Type I과 Type II censoring으로 분류된다. 즉  $r(1 \leq r \leq n)$ 째 수명자료를 획득함과 동시에 실험을 종료하는 것을 Type II censoring이라 하고, 특정 시간 T에서 실험을 종료할 때 Type I censoring이라 한다. 그러나 특정 시간 T에서 실험을 종료했을 때 그때까지의 획득 자료로부터 r을 알 수 있기 때문에 본 연구는 Type II censoring을 중심으로 검토하며, 그 결과는 Type I censoring에도 똑같이 이용될 수 있다.

### 3.2.2 주어진 문제를 위한 우도함수

우도비검정에 사용되는 자료는 독립무작위 변수이어야 하나 실험을 통해서 얻은 순위통계량은 종속무작위변수이다. 따라서 실험자료를 우도비검정에 사용하기 위하여 새로운 개념 도입이나 복잡한 과정을 거쳐서 우도함수를 유도해야 한다. 이는 본 저자의 연구 '와이벌분포를 갖는 순위통계량의 우도함수'(1983)<sup>1)</sup>의 결과를 이용하며, 그 결과로부터 Type II censoring 경우의 우도함수는 아래와 같다.

$$L_{X(r)}(\mu, h) = n(n-1) \cdots (n-r+2) h^{r-1} \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{n-r+1} \cdot \exp \{ -(n-r+1) \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{h(r-1)} - \sum_{i=1}^{r-1} \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{h} \frac{r-1}{\pi_i} x_i^{h-1} \} \quad (3.2)$$

### 3.2.3 검정기준

검정을 위한 우도비와 기각역을 획득하는데 있어 우도함수(3.2)식에서의  $n(n-1) \cdots (n-r+2)$ 의 요소는 우도비를 계산할 때 서로 상

쇄됨으로 고려할 필요가 없다. 따라서 우리가 고려하고자 하는 우도함수를 다시 정리하면 아래와 같다.

$$L(X, \mu, h) = h^{r-1} \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{n(r-1)} \frac{r-1}{\pi_1} x_1^{h-1} \exp \left\{ - \sum_{i=1}^{r-1} \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{h} x_{(i)} / \mu \right\}^{n-r+1} \left[ \frac{\Gamma(1+1/h)}{\mu} \right]^{h} \quad (3.3)$$

우리가  $\Omega_0$ ,  $\Omega_1$  과  $\Omega$  를

$$\Omega_0 = \{(\mu_0, h) \mid h \in (0, \infty)\}$$

$$\Omega_1 = \{(\mu, h) \mid \mu < \mu_0, h \in (0, \infty)\}$$

$\Omega = \{(\mu, h) \mid \mu \leq \mu_0, h \in (0, \infty)\}$  이라고 정의하면, 검정통계치  $\lambda$  는 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{\max_{(\mu, h) \in \Omega_0} L(x; \mu_0, h)}{\max_{(\mu, h) \in \Omega} L(x; \mu, h)} \quad (3.4)$$

(3.4)식은  $H_0$  하의 우도함수의 최대값에 대한  $H_0$ 와  $H_1$ 하에서의 우도함수의 최대값의 비율인 이상,  $\lambda$ 의 구간은  $0 \leq \lambda \leq 1$ 이다. 따라서 이 검정통계치에 대한 기각역은  $\lambda \leq k'_\alpha$ 이다. 여기서  $k$ 는  $H_0$ 하에서 검정의 크기가  $\alpha$ 가 되도록  $\lambda$ 의 함수  $g(\lambda)$ 의 분포로부터 정해진다.

$g(\lambda)$ 의 분포는 정확하게 알 수도 없고 찾아낼 수도 없기 때문에 그 분포에 대하여 근사적으로 접근할 수밖에 없으며, 이는 표본의 크기  $n$ 이 크다고 가정할시  $H_0$ 하의  $-2 \ln \lambda$ 는 1자유도(본 문제의 경우)를 갖는  $\chi^2$ 분포에 접근한다. [stuart 1960]. 또한 우리의 검정문제는 양측검정이 아니라 단측검정(one-tailed test)이기 때문에 기각치는  $\chi^2_{1-\alpha}$  대신에  $\chi^2_{1-2\alpha}$ 를 사용한다.

따라서 주어진  $\alpha$ 에서의 본 문제의 검정기준은

1. 만약  $-2 \ln \lambda \leq \chi^2_{1-2\alpha}$  이면  $H_0$ 를 Accept,

2. 만약  $-2 \ln \lambda > \chi^2_{1-2\alpha}$  이면  $H_0$ 를 Reject이다.

여기서  $\chi^2_{1-2\alpha}$ 은  $\mu = \mu_0$ 일 때 자유도 1을 갖는  $\chi^2$ 분포의 100(1-2 $\alpha$ )백분위수(percentile)이다.

### 3.3 검정을 위한 컴퓨터 프로그램 개발

최우도비검정은 먼저 우도함수의 모수  $\mu$ 와  $h$ 의 최우추정치(maximum likelihood estimators)를 구해야 한다.  $\mu \leq \mu_0$ 하에서의 우도함수의  $\mu$ 와  $h$ 의 최우추정치를  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{h}$ 라 하고  $\mu = \mu_0$ 하에서 우도함수의  $h$ 의 최우추정치를  $\hat{h}$ 라 하자.

와이벌분포의 모수추정은 지수분포의 모수 추정처럼 간단하지 않다. 즉 와이벌분포하에서는 표본의 크기  $n$ 을 포함하는 폐쇄형 수식 표현이 가능치 못하다. 따라서 컴퓨터를 이용하여  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{h}$ 와  $\hat{h}$ 를 추정함과 동시에 검정통계치  $-2 \ln \lambda$ 를 구하는 프로그램을 작성하고자 하는 것이다.

최우추정치  $\hat{h}$ 는 우도함수  $L$  혹은  $\ln L$ 을 극대화하는  $h$ 의 값이다. 따라서  $\hat{h}$ 의 값은 다음식으로부터 얻을 수 있다.

$$\partial \ln L / \partial h = 0, \text{ with } \mu = \mu_0.$$

여기서 우도함수  $L$ 은 (3.3)식을 의미한다.

반복절차를 이용하여  $\mu = \mu_0$  하에서  $\partial \ln L / \partial h = 0$ 의 해인  $\hat{h}$ 를 구하는데 여러가지 방법이 있다. 여기서는 Newton-Raphson 방법과 golden section search 기법을 이용하여  $\hat{h}$ 를 구하는 프로그램을 작성했다.

다음으로  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{h}$ 에 대하여 알아보면  $\hat{\mu}$ 는  $\partial \ln L / \partial \mu = 0$ , with  $\mu \leq \mu_0$ 의 해이며  $\hat{h}$ 는  $\partial \ln L / \partial h = 0$ 의 해이다.  $\partial \ln L / \partial h = 0$ 로부터 
$$\mu = \frac{\Gamma(1+1/h)}{(r-1)^{1/h}} \left[ \sum_{i=1}^r x_{(i)}^h + (n-r+1) x_{(r)}^h \right]^{1/h} \quad (3.5)$$

가 되며 (3.5)식을  $\partial \ln L / \partial h$ 에 대입하면

$$\frac{\sum_{i=1}^r [x_{(i)}^h \ln x_{(i)} + (n-r+1) x_{(r)}^h]}{\sum_{i=1}^r x_{(i)}^h + (n-r+1) x_{(r)}^h} - \frac{1}{h} - \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^r \ln x_{(i)} = 0 \dots \dots \dots (3.6)$$

가 된다. (3.6)식에서  $h$ 를 구하면 (3.5)식으로부터  $\hat{\mu}$ 를 구할 수 있다.  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{h}$ 를 구하기 위하여 Kuhn-Tucker necessary condi-

tion을 적용하면,

$$\text{Maximize } \ln L(h, \mu)$$

Subject To  $\mu = \mu_0$ 이며 이로부터  $\partial \ln L / \partial h = 0$ ,  $\pi(\mu - \mu_0) = 0$ 가 된다. 여기서  $\pi = 0$ 이고  $\mu \neq \mu_0$ 이며  $\mu \leq \mu_0$ 를 만족하지 않으면  $\mu = \mu_0$ 에서  $\pi > 0$ 를 고려한다. 이의 조건을 golden section search method에 적용하여  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{h}$ 를 구하는 컴퓨터 프로그램을 작성하였다.

이제  $\hat{h}$ ,  $\hat{\mu}$ 와  $\hat{h}$ 를 구한 상태에서  $\lambda = L(\mu_0, \hat{h}) / L(\hat{\mu}, \hat{h})$ 를 구함과 동시에 검정통계치  $-2 \ln \lambda$ 를 계산할 수 있다. 또한 IMSL Program MDCHI를 이용하여  $\chi^2_{1-\alpha}$ 를 계산하고, 이를  $-2 \ln \lambda$ 와 비교하여 "Reject  $H_0$ " 혹은 "Accept  $H_0$ "의 결정을 내릴 수 있다.

위에서 토의한 모든 개념들을 컴퓨터 프로그램화하여 우도비수명검정 프로그램, LRTST를 개발하였다.

## 4. 검사특성별함수 (OC 함수)

검사특성곡선(OC curve)은 대안적 가설지역 내의 여러 상이한 값 하에서는 검정결과가 어떻게 될 것인가에 대한 매우 중요한 정보를 제공한다.

$\mu_1 \leq \mu_0$ 와  $h$ 에 대한 OC 함수는 다음과 같다.

$$1 - P(\mu, h) = 1 - P_i(\text{reject } H_0; \mu = \mu_1, h)$$

### 4.1 우도비통계치에 대한 점근분포

우리의 관심은  $\mu$ 의 실제치가  $\mu_0$ 보다 적은 부분( $\mu_1 < \mu_0$ )에 있다. 따라서  $H_1$  하에서의  $-2 \ln \lambda$ 의 점근분포(asymptotic distribution)를 구해야 한다.

Wilks<sup>2)</sup>(1938)에 의하면  $r$ 개의 제약조건을 부과하는 가설에 대한 검정통계치  $-2 \ln \lambda$ 는  $r$ 자유도를 갖는 비심  $\chi^2$ 분포(non-central chi-

square dist.)로서 점근적으로 분포되어 진다. 모수  $\bar{\theta}$ 의 s-component Vector에 대하여  $\bar{\theta} = (\bar{\theta}_r, \bar{\theta}_{s-r})$ 를 未知의  $\bar{\theta}_{s-r}$ 을 가진 s-모수

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_1^2) & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_1 \partial \theta_2) & \dots & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_1 \partial \theta_s) \\ -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_2 \partial \theta_1) & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_2^2) & \dots & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_2 \partial \theta_s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_s \partial \theta_1) & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_s \partial \theta_2) & \dots & -E(\partial^2 \ln L / \partial \theta_s^2) \end{pmatrix}$$

따라서 비심모수(non-central parameter), C는 다음과 같다.

$$C = (\bar{\theta}_r - \bar{\theta}_{r0})' \bar{V}_r^{-1} (\bar{\theta}_r - \bar{\theta}_{r0}) \dots \dots (4.1)$$

여기서  $\bar{V}_r$ 는  $\bar{V}$ 의 첫 r행과 r열을 포함하는 minor이다.  $H_0$  하에서는  $C=0$ 이며 r 자유도를 갖는 중심  $\chi^2$  분포가 된다.

### 4.2 OC 곡선

(4.1)식의 C를 우리의 점정문제에 적용할 때  $r=1$ 이 되며,  $\bar{\theta}_r = \mu_1$  ( $\mu_1 < \mu_0$ ),  $\bar{\theta}_{r0} = \mu_0$  이고, 따라서  $(\bar{\theta}_r - \bar{\theta}_{r0})'$ 는  $\mu_1 - \mu_0$ 이다. 이리하여

$$C = (\mu_1 - \mu_0)^2 V_1^{-1} \text{이다.}$$

여기서  $V^{-1} =$

$$\begin{pmatrix} -E(\partial^2 \ln L / \partial \mu^2) & -E(\partial^2 \ln L / \partial \mu \partial h) \\ -E(\partial^2 \ln L / \partial h \partial \mu) & -E(\partial^2 \ln L / \partial h^2) \end{pmatrix}$$

C 값을 구하기 위하여 먼저  $\bar{V}_1^{-1}$ 를 구해야 한다. 이를 위하여  $\bar{V}^{-1}$ 로부터  $\bar{V}$ 를 구하고  $\bar{V}$ 로부터  $\bar{V}_1$ 을 취해서  $\bar{V}_1$ 의 역  $\bar{V}_1^{-1}$ 를 구한다.  $\bar{V}_1^{-1}$ 의 계산을 위한 수식과 계산과정은 너무 길며 복잡하므로 본 지면에서는 생략하기로 한다.  $\bar{V}_1^{-1}$ 를 구하게 되면 비심모수 C를 구할 수 있으며 C는  $\mu_0$ ,  $\mu_1$ 과 h를 내포하며 OC함수는 X,  $\mu_0$ ,  $\mu_1$ 과 h의 함수가 된다.

$\mu_1 < \mu_0$ 에 실제 평균값이 있을 때에  $H_0$ 를 accept하는 확율을 나타내는 OC 곡선은

$$G(\mu, h) = 1 - Pr(\chi^2(C) > \chi^2_{1-\alpha, 1})$$

이된다. 이로 부터 상이한  $\mu_1$  ( $\mu_1 < \mu_0$ ) 값에 대한  $G(\mu_1, h)$ 를 구해서 OC 곡선을 스케치할 수 있다.

( $r \geq 1, s-r \geq 0$ )의 벡터라고 하면 분산행렬 (dispersion matrix)의 역은 다음과 같다.

### 4.3 OC 곡선을 위한 컴퓨터 프로그램 개발

OC 함수는 비심모수 C의 함수이며, C는  $\mu_1$ 과 h에 따라 수많은 상이한 값을 갖는다. 여기서는 가장 합리적인 접근으로 h를 앞에서 정의된 최우추정치  $\hat{h}$ 로 고정하고 상이한  $\mu_1$ 만 고려한다. 즉  $G(\mu_1, h)$ 는  $G(\mu_1, \hat{h})$ 가 된다.

위에서 고려된 모든 개념들을 컴퓨터 프로그램화하여 OC 곡선을 스케치할 수 있는 프로그램 OCLRT를 개발하였다.

### 5. 개발된 수명검정계획, 요구되는 표본의 크기 및 censoring number에 대한 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 검토

우리는 표본의 크기 n이 크다고 가정하고 우도비검정통계치에 대한 접근법을 이용하여 수명검정계획을 개발하였다. 그러나 본 계획의 실제 적용을 위하여 개발된 계획이 충분히 타당한가? 또한 표본의 크기를 어느 정도로 해야 하며 censoring number는 얼마가 적합한가를 결정하는 것이 매우 중요하다. 이를 위하여 IMSL 프로그램들을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였다.

본 시뮬레이션에 사용한 가설검정은  $H_0 : \mu = 10$ , vs  $H_1 : \mu < 10$ , at the given level  $\alpha$ 이며, 이의 각 검정을 2,000표본에 대하여 표본의 크기, censoring no.와  $\alpha$ 를 달리하면서 실시하였으며 그 결과는 표 5.1에 나타나 있다.

Table 5.1 : Results of Simulation with 2,000 Repetitions

Sample Size (n)	Censoring No. (r)	$\alpha = .025 (2.5\%)$		$\alpha = .05 (5.0\%)$		$\alpha = .1 (10.0\%)$	
		No. of Reject	Proportion (%)	No. of Reject	Proportion (%)	No. of Reject	Proportion (%)
5	3	39	1.95	76	2.80	144	7.2*
	4	29	1.45*	51	2.55*	92	4.6*
10	3	50	2.50	98	4.90	176	8.8
	5	31	1.55	67	3.35*	111	6.55*
	7	27	1.35*	63	3.15*	113	5.65*
15	3	61	3.05	121	6.05	231	11.55
	5	54	2.70	98	4.90	179	8.95
	10	34	1.70	63	3.15*	145	7.25*
20	3	67	3.35	128	6.40	242	12.10*
	5	48	2.40	93	4.65	170	8.50
	7	40	2.00	93	4.65	173	8.65
	10	36	1.80	71	3.55	138	6.90*
30	3	68	3.40	138	6.90*	246	12.30*
	5	52	2.60	100	5.00	197	9.85
	7	58	2.90	101	5.05	187	9.35
	10	45	2.25	89	4.45	177	8.85
	15	54	2.70	88	4.40	181	9.05
	20	35	1.75	75	3.75	146	7.30*
40	3	79	3.95*	147	7.35*	264	13.20*
	5	61	3.05	114	5.70	220	11.00
	7	48	2.40	101	5.05	187	9.35
	10	47	2.35	104	5.20	185	9.25
	20	41	2.05	81	4.05	160	8.00
	30	33	1.65	80	4.00	163	8.15
50	3	83	4.15*	139	6.95*	255	12.75*
	5	49	2.45	106	5.30	201	10.05
	7	46	2.30	101	5.05	206	10.30
	10	59	2.95	107	5.35	206	10.30
	20	44	2.20	86	4.30	174	8.70
	30	40	2.00	85	4.25	170	8.50

\*The proportion which is outside of 99% prediction interval.

시뮬레이션 결과를 분석하기 위하여 reject 비율( $p$ )에 관하여 binomial 모수  $p$ 에 대한  $(1-\alpha)100\%$  prediction interval 을 고려하였다.

표 5.1에서 "\*"가 99% prediction interval 을 벗어나는 비율들에 표시되어 있다. 우리가 시뮬레이션 결과 전체를 고려할 때 90개의 상이한 검정에서 22의 "\*"가 나타났으며 이는 24.4%에 해당한다. 그러나 표본의 크기  $n$ 이 5, 10, 15이고 censoring no. 가 3인 경우를 제외한다면 54개의 상이한 검정에서 2개의 "\*"만이 남게 된다. 또한 95% prediction interval 을 고려한다면 우리가 개발한 검정절차는 충분히 양호하다고 결론지을 수 있다.

만약에 99% prediction interval 를 고려하고 시뮬레이션 결과만 갖고 분석한다면 시뮬레이션 결과에서 비록 적은 표본의 양인 표본의 크기 5에서도 ( $\alpha=0.025$ 과  $\alpha=0.05$ ) 충분히 양호하다고 할 수 있다. 그러나 검정 개수를 고려한다면 너무 적은 표본의 크기 및 censoring no. 는 약간의 위험을 내포한다고 말할 수 있다. 그러므로 요구되는 표본의 크기와 censoring no. 는 표본의 가용성, 기대평균수명실

패시간, 검정품목의 고장에 대한 경제성 등에 따라 어느 정도 융통성을 갖는다고 말할 수 있다.

## 6. 결 론

본 연구는 기능실패시간(수명)에 대한 분포가 와이별인 경우의 통계적 수명검정수용절차에 역점을 두었다.

와이별분포는 매우 유용한 수명모형으로 인식되지만 와이별모형하의 수명검정계획은 그 분포가 갖는 복잡성으로 인하여 철저히 연구되지 못한 상태이다. 형상모수를 알고 있다고 가정하고 지수형모형으로 수정하여 분포의 모수 추정이나 수명검정계획들은 많은 저자들에 의하여 논의되어 왔었다.

결론적으로 본 연구에서 논리적 전개와 시뮬레이션 과정을 통하여 그 타당성의 검증을 거쳐 개발된 수명검정 절차는 검정을 하고자 하는 수명분포가 와이별형일때 수명자료만 갖게 되면 개발된 프로그램 LRTST와 OCLRT를 이용하여 용이하게 검정결과를 얻을 수 있으며 OC곡선도 그릴 수 있다.

## Reference

1. 서남수, "와이별분포를 갖는 順位統計量의 尤度函数", 한국군사운영분석학회지, 9권, 2호, PP. 39-43, 1983.
2. Wilks, S. S., "The Large-Sample Distribution of the likelihood Ratio Testing Composite Hypotheses", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 9, pp. 60-62, 1938.
3. Epstein, B. and Sobel, M., "Life Testing", *J. of American Statistical Association*, Vol. 48, pp. 486-502, 1953.
4. Epstein, B., "Truncated Life Tests in the Exponential Case", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 27, pp. 555-564, 1954.
5. Harter, H. L. and Moore, A. H., "An Evaluation of Exponential and Weibull Test Plans," *IEEE Transactions on Reliability*, R-25, pp. 100-109, 1976.
6. IMSL-DCADRE, GGWIB, MDCHI, MDCHN, VSRTA, *The IMSL Library Reference Manual*, International Mathematical & Statistical Libraries, Inc., Houston, Texas, 1982.

7. *Military Standard 781C*, U. S. Government Printing Office, Washington, D. C., 1974.
8. Stuart, A. and Kendal, M. G., *The Advanced Theory of Statistics*, Hafner Publishing Co., N. Y., 1960.
9. Wald, A., *Sequential Analysis*, John Wiley and Sons. N. Y. 1947.
10. Weibull, W., "A Statistical Distribution Function of Wide Applicability", *J. of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 293-297. 1951.