# 우리나라 集計生產函數의 推定

朴　埈　卿
李　鎬　彰

▷ 目　次 ◁



## Ⅰ. 序

集計問題나 資本貯量의 測定에 관한 論議는 生產函數의 實用性에 대하여 의문을 제기하지만, 個別產業의 生產性, 技術變化 特性, 要素雇傭量, 價格·賃金의 決定 등에 관한 論議로부터 國民經濟의 成長要因, 構造變化, 所得分配, 景氣變動 등에 관한 論議에 이르는 많은 分野에서, 生產函數는 實際現象의 把握을 위한 實證分析과 經濟豫測이나 政策手段의 效果分析에 보편적으로 사용되고 있다[1].

集計問題는 生產理論뿐 아니라 集計量들간의 관계를 다루는 經濟分析에 공통된 문제로서, 集計量들간의 關係設定(specification of aggregate relationship)은 복잡한 經濟現象의 중요한 斷面을 近似的으로 설명하기 위한 分析手段이라 하겠다. 分析期間 중 生產의 集計量과 要素投入의 集計量들간에 실제로 안정적인 관계가 지속되었고 集計量들과 集計量들간의 관계가 적절히 測定되고 設定된다면, 個個假定의 現實性이나 論理的 嚴密性이 결여된다 해도, 分析目的에 합당한 實際現象의 近似的 說明(approximation to reality)이 가능할 것이다. 近似的 說明이 가능한 조건들이 사전에 分析的으로 판별될 수 없으므로 集計方法이나

筆者 : 朴埈卿—本院 研究委員, 李鎬彰—本院 研究員

* 本稿를 읽고 유익한 助言을 하여준 姜文秀 博士, 朴元巖 博士께 感謝드린다.

1) 集計問題(aggregation problem)에 관한 論議를 보면, 異質的인 財貨들의 生產量이나 異質的인 生產要素들의 投入量들의, 특히 生產性(productivity), 耐久性(durability), 移動性(mobility) 등에서 다양한 特性을 지니는 資本財들의 貯量(stock)의 時系列 變動을 정확히 나타낼 수 있는 集計量(aggregate)이 존재하고, 個別事業體(establishment)의 生產函數로부터 이들 集計量들간의 技術的 關係를 나타내는 集計生產函數(aggregate production function)가 定義되려면, 集計水準(aggregation level)에 관계없이 細分類產業의 경우에도 生產技術, 產業組織, 事業體의 要素需要行態에 관하여 극히 非現實的인 條件들이 충족되어야 한다. 資本貯量의 集計問題에 관한 論議는 Brown(1980)을 參照. 集計條件(aggregation condition)이 충족된

模型設定이 임의로 採擇되지만, 推定된 生産函數나 要素需要函數가 經驗的 事實(observed fact)을 비교적 정확히 설명하거나 만족할 만한 豫測成果를 보일 수 있다[2].

그러나 生産函數나 要素需要函數의 推定이 分析目的에 합당한 近似的 說明을 제공하는 것이 일반적인 사례는 아니며, 消費函數 등의 추정에 비해서도 近似的 說明을 제공할 기회가 적다. 所得階層別 消費行態나 所得分布는 비교적 안정적이어서 消費函數의 母數의 推定値는 큰 변동을 보이지 않는 반면에 技術變化, 産業構造變化, 景氣變動 등의 영향으로 生産函數나 要素需要函數의 母數의 推定値는 使用資料, 集計水準, 集計方法, 分析期間, 模型設定 및 推定方法에 따라 민감하게 변한다. 또한 消費行態의 分析에서는 所得과 消費支出의 時系列資料가 消費函數의 母數를 識別(identification)하기에 충분한 데 반하여 生産, 要素投入 및 要素價格의 時系列資料들에는 生産技術의 特性, 技術變化의 特性, 産業組織 및 事業體의 市場動向에 대한 豫想과 意思決定 行態 등이 複合的으로 반영되어 있어서 生産函數나 要素需要函數의 母數들이 識別되기 어렵다. 이로 인하여, 分析期間중 集計量들간에 실제로 안정적인 관계가 지속되어 分析目的에 합당한 近似的 說明이 가능한 경우에도 集計方法이나 模型設定을 적절히 선택하기 어렵다.

적합하지 않은 集計方法이나 模型設定이 實際關係의 推定을 歪曲시키지만, 適合性 與否를 分析的으로 판별할 기준이 없다[3]. 공통된 趨勢變動에 의한 生産量과 要素投入量들간의 높은 상관관계로 인하여 生産函數나 要素需要函數의 추정에서 決定係數가 일반적으로 높은 값을 취하지만, 추정된 生産函數나 要素需要函數가 經驗的 事實을 비교적 정확히 설명하거나 生産技術의 特性이나 技術變化의 特性을 나타내는 母數들의 推定値의 대부분이 적절한 값을 취하는 경우는 많지 않다. 만족스럽지 못한 推定結果를 가져온 원인은 集計方法일 수도 있고 模型設定에서 채택된 假定들일 수도

---

다 해도, 可用資料로부터 資本貯量의 時系列을 作成하는 데 기술적으로 어려운 문제가 많다. 資本貯量은 分析目的에 따라 여러 概念으로 定義될 수 있으나, 生産函數의 實質資本貯量은 일반적으로 保有資本財의 單位期間中 生産能力을 나타내는 指數로 定義되며, 基準年 價格으로 評價된 資本의 再取得價額(總資本貯量)과 再調達價額(純資本貯量)으로 測定된다. 再取得價額을 基準年 價格으로 換價하기 위한 資本財 物價倍率의 推計나 純資本貯量을 推定하기 위한 減價償却의 推計에서 可用資料의 제약으로 여러 假定의 採擇이 불가피하며 이로 인하여 資本貯量이 過大 또는 過小評價될 수 있다. 특히 會計準則이나 稅法에 의하여 결정되는 減價償却 資料들은 經濟的 의미의 減價償却(使用年數의 경과에 따른 損耗, 技術變化나 需給變動에 의한 陳腐化)과 큰 괴리가 있으나, 經濟的 의미의 減價償却에 관한 資料는 거의 없다. 資本貯量의 推計에 관해서는 朱鶴中(1982)과 Young and Musgrave (1980)을 參照.

2) 分析期間中 資本貯量의 資産形態別 構成比나 資産形態別 資本財의 相對價格들이 비교적 安定的이어서 集計條件이 近似的으로 충족된 것으로 판단되는 경우에 推定된 生産函數가 分析目的에 합당한 近似的 說明을 제공할 가능성이 크다. 그러나 이러한 경우에도 近似的 說明이 가능하려면 어느 정도의 안정성이 요구되는가를 사전에 판단할 기준이 없다. 더우기 集計條件이 近似的으로도 충족되지 않았다고 판단되는 경우에도 集計問題에 관한 論議에서는 고려되지 않은 다른 要因들에 의해 集計量들간에 안정적인 관계가 지속되었을 수도 있다. 이러한 경우에 勞動所得分配率, 實質賃金, 利潤率 등의 長期變化推移나 景氣循環過程에서 投資, 雇傭, 賃金 등의 時系列變動을 비교적 정확히 설명하는 것이 가능한 원인은 論理的으로 설명할 수 없다.

3) 集計方法이나 模型設定에서 불가피하게 채택되는 諸假定은 實際關係의 推定을 왜곡시킬 수 있다. 生産技術의 特性에 관한 假定들을 예로 들면, 中間財의 投入內譯의 變化나 中間財와 本源的 生産要素들간의 代替를 고려하지 않는 附加價値生産函數에서도 規模의 經濟와 要素代替彈力性(elasticity of factor substitution)의 推定이 왜곡되기 쉽다. 技術變化의 特性(中立的 技術進步, 一定不變의 技術進步率)도 分析上의 편의에 의한 것으로, 規模의 經濟와 要素代替彈力性의 식별을 어렵게 하고 추정의 왜곡시키는 주요 요인이다. 規模의 經濟에 관한 假定(homogeneous production function)이나 規模의 最適要素配合에 미치는 효과에 관한 假定(homothetic production function)도 要素代替彈力性이나 分配母數(distribution parameter)의 추정을 왜곡시킬 수 있으며, 不變要素代替彈力性의 假定도 다른 母數들의 推定을 왜곡시킬 수 있다.

있으나, 원인을 정확히 밝혀낼 수는 없다. 前述한 바와 같이, 生産函數나 要素需要函數의 母數는 識別이 어렵고, 集計方法, 模型設定 및 推定方法에 따라 推定値가 민감하게 변동하므로, 個別母數의 統計的 有意性이나 個別假定의 타당성 검증이 지니는 의미에도 한계가 있다. 따라서 分析目的에 합당한 近似的 說明을 얻기 위해서는, 推定된 諸模型의 우열을 판별할 수 있는 분석적 기준이 없다 하더라도, 다양한 模型을 여러 推定方法에 의하여 추정하고 經驗的 事實에 대한 說明力, 個別母數의 推定値의 適合性, 豫測成果 등 여러 要素를 綜合的으로 比較·檢討하는 것이 바람직하다.

本稿의 내용은 中長期 成長展望을 위하여 企業部門과 製造業部門의 生産函數를 추정한 결과를 정리한 것이다. Ⅱ章에서는 CES(constant elasticity of substitution)生産函數의 7個 推定例를 要約하였고, Ⅲ章에서 VES(variable elasticity of substitution)生産函數의 6個 推定例를 要約하였으며, 마지막으로 Ⅳ章에서는 中長期 成長展望을 위한 生産函數의 推定에 관하여 筆者들의 몇 가지 所見을 제시하였다.

## Ⅱ. CES生産函數의 推定例

Arrow, Chenery, Minhas and Solow(1961)는 19個國의 製造業部門 24個 細分類産業의 資料를 사용한 勞動生産性($X/L$)과 賃金率($w$)간의 對數線型關係,

$$\log(X/L)=a+b\log w \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

의 回歸分析에서, 賃金率의 變動이 20個 細分類産業에서 勞動生産性의 變動을 85% 이상 설명하고, 要素代替彈力性을 測定하는 係數 $b$의 推定値가 細分類産業간에 현저한 차이를 보인 經驗的 事實들을 설명할 수 있는 生産函數, 다시 말하면 同次性(homogeneity)과 不變要素代替彈力性(constant elasticity of substitution)의 特性을 지니고 要素代替彈力性의 산업간 차이를 설명할 수 있는 生産函數를 式(1)로부터 도출하였다[4].

生産의 效率性, 資本所得分配率 및 要素間代替率을 나타내는 3個의 母數, $\gamma, \delta, \rho$를 갖는 線型同次 CES生産函數는 다음과 같이 표시된다.

$$X=\gamma[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}]^{-(1/\rho)} \cdots\cdots\cdots (2)$$

式(2)에서 $X$, $K$ 및 $L$은 각기 實質附加價値生産額, 實質資本貯量 및 man-year로 測定된 勞動投入量을 나타낸다. 3個의 母數가 취할 수 있는 값의 범위는 다음과 같다.

$$\gamma>0,\ 0<\delta<1,\ \rho>-1$$

要素代替彈力性($\sigma$)은 $1/(1+\rho)$로 표시되어, $\rho=0$이면 式(2)은 Cobb-Douglas生産函數가 되며 $\rho\rightarrow\infty$일 때 式(2)는 Leontief生産函數로 收斂한다. 中立的 技術進步($\gamma=Ae^{\lambda t}$)와 規模의 經濟를 가정하면 式(2)는 다음과 같이 變形된다.

$$X=Ae^{\lambda t}\,[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}]^{-\nu/\rho} \cdots\cdots (3)$$

式(3)에서 $\lambda$와 $\nu$는 각기 中立的 技術進步率

4) 式(1)의 勞動生産性은 man-year로 측정된 勞動投入量($L$) 1單位當 不變附加價値生産額이며, 賃金率($w$)은 不變附加價値 生産額中의 勞動所得을 勞動投入量($L$)으로 나누어 算出한 것임.

및 規模의 經濟를 나타내는 母數이다.

式(3)의 CES生産函數는 5個의 母數에 관한 非線型式이므로 iterative procedure 이외에는 式(3)을 직접 사용하여 5個 母數를 동시에 추정할 방법이 없으나, 母數의 數가 많아서 iterative procedure가 最適解로 收斂하기 어렵다. 따라서 式(3)에서 유도된 費用最小化條件(cost minimizing condition)이나 또는 이를 變形한 關係式들을 사용하여 生産函數의 母數들을 단계적으로 추정해 가는 段階的 推定方法(stepwise estimation procedure)이 자주 사용된다.

Arrow, Chenery, Minhas and Solow(1961)는 線型同次性($\nu=1$), 完全競爭要素市場, 費用最小化의 가정하에 勞動所得分配率을 설명하는 關係式,

$$(wL/X)=(1-\delta)^{\sigma}(w/Ae^{\lambda t})^{1-\sigma} \quad \cdots\cdots(4)$$

을 유도하고 이를 사용하여 CES生産函數의 母數를 推定하였다. 式(4)를 對數變換한 關係式,

$$\log(wL/X)=a_0+a_1\log w+a_2 t \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

의 係數를 最小自乘法으로 추정하고, 回歸係數들과 生産函數의 母數들간의 關係式들,

$$a_0=\sigma\log(1-\delta)+(\sigma-1)\log A,$$
$$a_1=1-\sigma,\quad a_2=-\lambda(1-\sigma)$$

로부터 生産函數의 母數의 推定値를 계산하였다. $\sigma$와 $\lambda$의 推定値 $\hat{\sigma}$와 $\hat{\lambda}$는 $a_1$과 $a_2$의 推定値 $\hat{a}_1$과 $\hat{a}_2$로부터 바로 계산될 수 있으나 $\hat{\delta}$는 아래의 式(6)을 이용하여 $\delta/(1-\delta)$의 平均値로부터 계산되고 $\hat{A}$는 $\hat{a}_0=\hat{\sigma}\log(1-\hat{\delta})+(\hat{\sigma}-1)\log A$에서 계산된다[5].

$$\delta/(1-\delta)=[\text{antilog}(\hat{a}_0/\hat{\sigma})]^{-1}(K/X)^{\hat{\rho}}\rho^{\hat{\lambda}\hat{\rho}t}-(K/L)^{\hat{\rho}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

Diwan(1966)은 規模의 經濟($\nu\neq 1$)와 完全競爭要素市場의 가정하에서 費用最小條件과 式(3)의 CES生産函數를 이용하여 CES生産函數의 母數들을 단계적으로 추정하였다. 첫째 段階에서, 費用最小化條件을 변형시킨 要素相對價格($w/r$)과 資本勞動比率($K/L$)간의 回歸式,

$$\log(w/r)=\log(1-\delta/\delta)+(1+\rho)\log(K/L)+u \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

을 이용하여 分配母數와 代替母數의 最小自乘推定値 $\hat{\delta}$와 $\hat{\rho}$를 구한 후, 둘째 段階에서 式(3)을 변형시킨 回歸式,

$$\log X=\log A+\lambda t+\nu\{(-1/\rho)\log[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}]\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

에 $\hat{\delta}$와 $\hat{\rho}$을 代入하여 나머지 母數들의 最小自乘推定値 $\hat{A}$, $\hat{\lambda}$와 $\hat{\nu}$를 구하였다[6].

Lovell(1973)은 調整費用(adjustment cost)이나 要素價格變動에 대한 예상의 部分的 修正(adaptive expectation)으로 인하여 要素相對價格($w/r$)의 변동에 대한 資本勞動比率($k$)의 조정이 부분적으로 이루어지는 部分調整(partial adjustment)模型을 사용하여 式(3)의 CES生産函數의 母數를 단계적으로 推定하였

5) 式(6)에 관한 자세한 설명은 Arrow, Chenery, Minhas & Solow(1961), p. 245를 參照.

6) Brown and Conrad(1967)도 費用最小化條件을 변형시킨 資本勞動比率($K/L$)과 要素相對價格($w/r$)간의 回歸式과 式(8)을 이용하여 CES生産函數의 母數들을 단계적으로 추정하였으나, 첫째 段階의 回歸式은 資本勞動比率을 要素相對價格에 대한 豫想(expectation)으로 설명하였다. 要素相對價格에 대한 예상은 要素相對價格의 時差分布(distributed lag)로 추정하였다.

다. 첫째 段階에서 式(7)의 변형인 最適資本勞動比率($k^*$)과 要素相對價格($w/r$)간의 關係,

$$k^*_t = [(\delta/(1-\delta))(w/r)_t]^{1/(1+\rho)}$$

와 部分調整을 나타내는 最適資本勞動比率과 實際資本勞動比率($k_t$)간의 關係,

$$(k_t/k_{t-1}) = (k^*_t/k_{t-1})^{\eta}$$

로부터 도출된 實際資本勞動比率($k_t$)과 要素相對價格[$(w/r)_t$]간의 回歸式,

$$\begin{aligned} \log k_t = & (\eta/(1+\rho))\log(\delta/(1-\delta)) \\ & +(\eta/(1+\rho))\log(w/r)_t \\ & +(1-\eta)\log k_{t-1} \end{aligned}$$

을 이용하여 最小自乘推定値 $\hat{\delta}, \hat{\rho}$와 $\hat{\eta}$를 구하고, 둘째 段階에서 式(8)에 $\hat{\delta}$와 $\hat{\rho}$를 代入하여 나머지 母數들의 最小自乘推定値 $\hat{A}, \hat{\lambda}$와 $\hat{\nu}$를 구하였다.

CES生産函數의 母數들은 式(8)을 回歸式으로 이용하여 非線型(non-linear) 最小自乘法으로 추정될 수도 있다. CES生産函數를 직접 回歸式으로 이용하는 推定方法에는 Kmenta (1967)가 제시한 近似的 推定方法도 있다. Kmenta는 $\rho=0$에서 展開한 式(8)의 Taylor展開式,

$$\begin{aligned} \log X = & \log A + \lambda t - \nu\delta(\log L - \log K) \\ & +\nu\log L - (1/2)\rho\nu\delta(1-\delta) \\ & [\log L - \log K]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9) \end{aligned}$$

을 回歸式으로 이용하여 CES生産函數의 母數를 근사적으로 추정하였다. 式(9)의 의미는 두 부분으로 분해하여 설명할 수 있다. 右邊의 처음 3個 項은 Cobb-Douglas假說을 나타내며, $\rho=0$일 때 소멸되는 右邊의 마지막 項은 $\rho\neq0$일 때 Cobb-Douglas假說로 인한 設定誤差(specification error)를 補正해 주는 의미를 지닌다. 式(9)의 回歸係數들은 最小自乘法에 의하여 쉽게 추정될 수 있으며 이들로부터 CES生産函數의 母數들의 推定値를 계산할 수 있다.

Kmenta(1967)는 式(9)과 利潤最大化條件들로 구성된 聯立方程式 體系를 이용하여 式(9)의 回歸係數들을 2段階 最小自乘法(two-stage least squares)으로 추정하였다. Kmenta의 聯立方程式體系는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \log X = & \log A + \lambda t - \nu\delta(\log L - \log K) \\ & +\nu\log L - (1/2)\rho\nu\delta(1-\delta) \\ & (\log L - \log K)^2 + u_0 \cdots\cdots\cdots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\rho/\nu+1)\log X - (\rho+1)\log K = & \log(r/p) \\ & +\log(Ae^{\lambda t})^{\rho/\nu}(\nu\delta)^{-1}R_1 + u_1 \quad \cdots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\rho/\nu+1)\log X - (\rho+1)\log L = & \log(w/p) \\ & +\log(Ae^{\lambda t})^{\rho/\nu}\nu^{-1}(1-\delta)^{-1}R_2 + u_2 \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11) \end{aligned}$$

위의 聯立方程式體系에서 $r$과 $p$는 각기 資本에 대한 報酬率(rate of return)과 生産物의 價格을 나타내며, $R_1$과 $R_2$는 事業體의 生産活動을 制約하는 要因들로 인한 利潤最大化條件으로부터의 乖離를 나타낸다. 制約이 없을 때, $R_1=R_2=1$이다. $u_0, u_1$ 및 $u_2$는 確率的 誤差項(stochastic error term)들로서 $u_0$는 生産過程의 確率的 要因을, $u_1$과 $u_2$는 要素相對價格의 不確實性이나 確率的 要因에 의한 經營效率性의 변동을 나타낸다. 利潤最大化條件의 確率的 誤差項 $u_1$과 $u_2$가 生産函數의 確率的 誤差項 $u_0$와 確率的으로 獨立的(stochastically independent)이지 않으면 앞에서 설명한 段階的 推定方法(stepwise estimation procedure)의

推定量(estimator)들은 不偏性(unbiasedness)을 상실한다.

Kmenta(1967)는 聯立方程式 偏倚(simultaniety bias)를 제거하기 위하여 2段階最小自乘法(two-stage least squares)으로 式(9)의 回歸係數를 推定하였다. 첫째 段階에서 $(\log K-\log L)$과 $\log L$에 관한 誘導式(reduced form equation)을 구하고 이를 이용하여 式(9)의 說明變數들$(\log L-\log K)$, $\log L$ 및 $(\log L-\log K)^2$의 最小自乘推定值(least squares fitted value)를 계산한 후 둘째 段階에서 說明變數들의 觀測值(observed value)가 最小自乘推定值로 代替된 式(9)의 回歸係數를 最小自乘法으로 推定하였다. $(\log L-\log K)$에 관한 誘導式은 式(11)에서 式(10)을 빼서 구할 수 있다.

$$(\log L-\log K)=(1/1+\rho)\log(1-\delta/\delta)(R_1/R_2)-(1/1+\rho)\log(w/r)+(1/1+\rho)(u_2-u_1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

式(12)을 回歸式으로 이용하여 代替母數의 一致推定值(consistent estimate) $\hat{\rho}$ 및 式(9)의 說明變數들 $(\log L-\log K)$와 $(\log L-\log K)^2$의 最小自乘推定值들을 구하였다. $\log L$의 誘導式은 式(9), 式(11) 및 式(12)을 이용하여 구할 수 있으며, 일반적으로 다음과 같은 형태를 취한다.

$$\log L=b_0+b_1\log(r/p)+b_2\log(r/w)+b_3[\log(r/w)]^2+b_4[(u_1-u_2)/(1+\rho)]^2+v\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$v$는 3個 確率的 誤差項들의 線型結合이다. 式(13)의 추정에서 觀測되지 않는 $[(u_1-u_2)/(1+\rho)]$에 관한 資料로는 式(12)의 確率的 誤差項의 推定值를 사용하였다. 式(10)에서 $\log L$의 最小自乘推定值를 계산한다. 式(12)와 式(13)에서 구한 式(9)의 說明變數들의 最小自乘推定值를 정리하면,

$$(\log L-\log K)=(\widehat{\log L-\log K})+[\widehat{(u_1-u_2)/(1+\rho)}]$$

$$(\log L-\log K)^2=(\widehat{\log L-\log K})^2+[\widehat{(u_1-u_2)/(1+\rho)}]^2+2[\widehat{(u_1-u_2)/(1+\rho)}](\widehat{\log L-\log K}),$$

$$\log L=\widehat{\log L}+v$$

2段階에서 式(9)의 說明變數들의 觀測值를 最小自乘推定值로 代替하고,

$$\log X=\log A+\lambda t-\nu\delta(\widehat{\log L-\log K})+\widehat{\nu\log L}-(1/2)\rho\nu\delta(1-\delta)[(\widehat{\log L-\log K})^2+\{\widehat{(u_1-u_2)/(1+\rho)}\}^2]+u_0,$$

이를 最小自乘法으로 추정한다. 代替母數 $\rho$는 첫째 段階에서 推定되었으므로 둘째 段階에서는 $A,\lambda,\nu$와 $\delta$가 推定된다.

Klein and Bodkin(1967)은 CES生產函數와 費用最小化條件으로 구성된 聯立方程式體系,

$$X=Ae^{\lambda t}[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)L^{-\rho}]^{-\nu/\rho}$$

$$w/r=[(1-\delta)/\delta](K/L)^{\rho+1}$$

를 最尤推定法(full-information maximum likelihood)으로 추정하였다. Klein and Bodkin의 推定方法은 CES生產函數와 費用最小化條件의 非線型性(non-linearity)과 確率的 誤差項들간의 共分散(covariance)을 명시적으로 고려한다는 概念上의 利點은 있으나, 母數의 推

定値들이 尤度函數(likelihood function)의 最大化過程의 初期値選擇(choice of initial value)에 대하여 민감하게 변하는 문제가 있다.

諸推定方法에 의한 CES生産函數의 母數의 推定値들을 〈表 1〉에 정리하였다[7]. 前述한 바와 같이 母數의 推定値들은 模型設定과 推定方法에 따라 큰 변동을 보이고 있으나, 7個 推定例에서 모두 母數들이 값을 취할 수 있는 범위를 벗어나거나 經驗的 事實과 차이가 큰 母數들이 있어 模型設定과 推定方法들의 資料에 대한 適合性을 가리기가 어렵다. 특히 集計水準이 높은 企業部門의 生産函數의 母數는 불안정성이 커서 生産函數에 의한 成長展望이 타당성이 없을 것으로 판단된다. 製造業部門의 生産數函의 母數는 Kmenta의 近似的 推定方法들을 제외하면 비교적 안정적이라 할 수 있으나, 分配母數와 技術進步率이 過大推定되어 있다.

## Ⅲ. VES生産函數의 推定例

CES生産函數이 母數의 不安定性은 CES生産函數가 가정하고 있는 生産技術의 特性에 대한 制約에서 비롯될 수 있다. 不變要素代替彈力性의 假定이나 勞動生産性이 資本勞動比率의 영향을 받지 않는다는 式(1)의 假定은

〈表 1〉 CES生産函數의 推定結果

| | 企業部門[1] | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $0<\sigma<\infty$ | $\rho>-1$ | $\lambda>0$ | $A>0$ | $0<\delta<1$ | $\nu>0$ | $0<\eta<1$ |
| 1) Arrow, et. al. | 0.764 | 0.309 | 0.112 | 0.517 | 0.387 | | |
| 2) Diwan | −4.965 | −0.799 | 0.097 | 92.237 | 0.097 | 0.368 | |
| 3) Lovell | −4.856 | −1.206 | 0.095 | 99.853 | 0.074 | 0.359 | −0.029 |
| 4) 非線型 最小自乘法 | 0.362 | 1.760 | 0.056 | 0.977 | 0.812 | 0.964 | |
| 5) Kmenta: Taylor 展開 | 0.951 | 0.051 | 0.096 | 49.677 | 10.642 | 0.195 | |
| 6) Kmenta: 2SLS | 0.147 | 5.813 | 0.123 | 1214.01 | 0.001 | −0.211 | |
| 7) Klein & Bodkin | 2.079 | −0.519 | 0.255 | 104673 | 0.199 | −1.116 | |
| | **製造業** | | | | | | |
| | $0<\sigma<\infty$ | $\rho>-1$ | $\lambda>0$ | $A>0$ | $0<\delta<1$ | $\nu>0$ | $0<\eta<1$ |
| 1) Arrow, et al. | 0.402 | 1.489 | 0.024 | 0.668 | 0.912 | | |
| 2) Diwan | 0.435 | 1.297 | 0.096 | 8.430 | 0.872 | 0.557 | |
| 3) Lovell | 0.341 | 1.931 | 0.093 | 7.275 | 0.952 | 0.572 | 0.889 |
| 4) 非線型 最小自乘法 | 0.164 | 5.103 | 0.112 | 8.357 | 0.999 | 0.509 | |
| 5) Kmenta: Taylor 展開 | 0.917 | 0.090 | 0.147 | 47.510 | 7.247 | 0.146 | |
| 6) Kmenta: 2SLS | 0.277 | 2.607 | 0.184 | 168.4 | 0.987 | −0.081 | |
| 7) Klein & Bodkin | 0.431 | 1.322 | 0.108 | 14.09 | 0.880 | 0.468 | |

註 : 1) 企業部門(business sector)은 農林水産業, 公共行政 및 國防, 住宅所有 및 社會서비스의 4개 部門이 제외된 全産業을 의미한다.

7) 推定에 사용된 時系列 資料에 관해서는 〔附錄 1〕 參照.

經驗的 事實에 배치될 수 있다. VES生產函數들은 CES生產函數의 制約性이 완화된 보다 일반적인 生產函數라 할 수 있다. VES生產函數들은 要素代替彈力性, 資本勞動比率, 資本所得分配率간의 관계들로부터 誘導된다.

Sato and Hoffman(1968)은 要素代替彈力性($\sigma$)과 資本勞動比率($k$)간의 線型關係, $\sigma=a+bk$로부터 VES生產函數를 도출하였다.

$$X=Ae^{\lambda t}K^{a/(1+c)}[L+(b/1+c)K]^{(ac/1+c)} \quad\cdots\cdots(14)$$

母數 $a$는 規模의 經濟性을 나타낸다. $a=1$일 때 式(14)의 母數들은 費用最小化條件과 式(14)의 對數變換式,

$$\log X=\log A+\lambda t+(1/1+c)\log K +(c/1+c)\log[L+(b/1+c)K] \quad\cdots\cdots(15)$$

을 이용하여 단계적으로 추정될 수 있다. 첫째 段階에서 完全競爭 要素市場에서의 費用最小化條件,

$$r=(b/1+c)w+(1/1+c)(X/K)$$

을 回歸式으로 이용하여 $(b/1+c)$의 最小自乘推定値를 구하고 이를 이용하여 $[L+(b/1+c)K]$의 時系列을 계산한다. 둘째 段階에서 $[L+(b/1+c)K]$의 時系列을 이용하여 式(15)의 回歸係數를 最小自乘法으로 추정하고 이로부터 式(14)의 母數의 値定値를 계산한다.

Sato and Hoffman(1968)은 資本所得分配率($\alpha$)과 資本勞動比率($k$)간의 線型關係, $\alpha=a+bk$로부터 VES生產函數를 도출하였다[8].

$$X=Ae^{\lambda t}K^{a}L^{1-a}e^{bk} \quad\cdots\cdots(16)$$

母數 $a$와 $b$가 취할 수 있는 값의 범위는 $0<a<1$, $0<a+bk<1$이며, 要素代替彈力性($\sigma$)은 아래와 같이 定義된다.

$$\sigma=1-[bk/\{(a+bk)^2-a\}]$$

式(16)의 對數變換을 이용하여 母數들의 最小自乘推定値를 구할 수 있다. Lovell(1973)은 資本勞動比率($k$)의 部分調整式,

$$(k_t-k_{t-1})=\eta(k_t^*-k_{t-1}) \quad\cdots\cdots(17)$$

과 完全競爭 要素市場에서의 費用最小化條件으로부터 구한 回歸式,

$$k_t=[r(1-a)/b]+(r/b)(wL/X)_t+(1-r)k_{t-1}$$

을 이용하여 最小自乘推定値 $\hat{a}, \hat{b}$와 $\hat{\eta}$를 구한 후, $\hat{a}$와 $\hat{b}$를 式(16)의 對數變換에 代入하여 정리한 回歸式,

$$\log(X/L)_t-\hat{a}\log k_t-\hat{b}k_t=\log A+\lambda t$$

을 이용하여 最小自乘 推定値 $\hat{A}$와 $\hat{\lambda}$를 구하였다.

Revankar(1971)는 要素間의 限界代替率($s$)과 資本勞動比率($k$)간의 關係,

$$s=-(dK/dL)=\alpha+\beta k, \quad \beta>0,\ -(\alpha/\beta)<k,$$

로부터 VES生產函數를 도출하였다.

$$X=Ae^{\lambda k}[(1+\beta)KL^{\beta}+\alpha L^{1+\beta}]^{1/1+\beta} \quad\cdots\cdots(18)$$

8) Ferguson(1965)은 要素間의 限界代替率($s$)과 資本勞動比率($k$)간의 關係, $s=k[\{1/(a+bk)\}-1]$로부터 동일한 VES生產函數를 도출하였다.

母數 $\alpha$와 $\beta$가 취할 수 있는 값의 범위는 $\beta>0$, $-(\alpha/\beta)<k$이며, 要素代替彈力性($\sigma$)은 다음과 같이 定義된다.

$$\sigma=1+(\alpha/\beta)(1/k)$$

Lovell(1973)은 資本勞動比率($k$)의 部分調整式(17)과 完全競爭要素市場에서의 費用最小化條件으로부터 구한 回歸式,

$$k_t=-(\alpha\eta/\beta)+(\eta/\beta)(w/r)_t + (1-\eta)k_{t-1}$$

을 이용하여 最小自乘推定値 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$와 $\hat{\eta}$를 구한 후 $\hat{\alpha}$와 $\hat{\beta}$를 式(18)의 對數變換에 代入하여 정리한 回歸式,

$$\log(X/L)-[1/(1+\hat{\beta})]\log[(1+\hat{\beta})k+\hat{\alpha}] =\log A+\lambda t$$

를 이용하여 最小自乘推定値 $\hat{A}$와 $\hat{\lambda}$를 구하였다.

Lu and Fletcher(1966)는 勞動生產性($X/L$)을 賃金率($w$)과 資本勞動比率($k$)로 설명하는 對數線型式,

$$\log(X/L)=\log a+b\log w+c\log k$$

으로부터 아래의 VES生產函數를 도출하였다.

$$X=Ae^{\lambda t}[\delta K^{-\rho}+(1-\delta)\eta(K/L)^{-c(1+\rho)} L^{-\rho}]^{-1/\rho} \cdots\cdots(19)$$

式(19)는 $\eta(K/L)^{-c(1+\rho)}$를 제외하면 CES生產函數와 동일한 형태이며, $c=0$일 때 CES生產函數가 된다. 要素代替彈力性($\sigma$)은 다음과 같이 定義된다.

$$\sigma=b/[1-c(1+wL/rK)]$$

完全競爭要素市場에서의 費用最小化條件을 변형시켜서, 勞動所得分配率($wL/X$)을 賃金率($w$)과 資本勞動比率($k$)로 설명하는 對數線型回歸式,

$$\log(wL/X)=\beta_0+\beta_1\log w+\beta_2 t+\beta_3\log k$$

을 구하고, 回歸係數들의 最小自乘推定値 $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$와 $\hat{\beta}_3$로부터 式(19)의 母數의 推定値를 계산하였다. 回歸係數들과 母數들간의 관계는 다음과 같다.

$$\beta_0=b\log(1-\delta)+(b-1)\log A$$
$$\beta_1=(1-b)$$
$$\beta_2=\lambda(b-1)$$
$$\beta_3=-c$$

母數들의 推定値 $\hat{b}, \hat{c}$와 $\hat{\lambda}$는 위의 관계들에서 쉽게 계산되며 $\hat{\delta}$는 아래의 式(20)을 이용하여 $\delta/(1-\delta)$의 平均値로부터 계산되고 $\hat{A}$는 $\hat{\beta}_0=\hat{b}\log(1-\delta)+(\hat{b}-1)\log A$에서 계산된다[9].

$$\delta/(1-\delta)=e^{-\hat{\beta}_0/\hat{b}}(K/X)^{(1/\hat{b})-1}e^{(\hat{\lambda}/\hat{b})(1-\hat{b})t} -\hat{\eta}(K/L)^{(1-\hat{b}-\hat{c})/\hat{b}} \cdots\cdots(20)$$

Bruno(1968)는 開途國 要素市場의 불균형을 설명하기 위한 生產模型을 제시하였다. Bruno의 模型은 VES生產函數와 勞動生產性과 賃金率間의 관계를 나타내는 두 개의 構造式들로 構成된다.

$$X=Ae^{\lambda t}K^{\alpha}L^{1-\alpha}-mL \cdots\cdots(21)$$
$$X/L=cw+d,\quad c>0 \cdots\cdots(22)$$
$$\partial X/\partial L=pw+q,\quad p>0 \cdots\cdots(23)$$

式(23)은 $p=1$, $q=0$일 때는 完全競爭要素市

9) 式(20)에 관한 자세한 설명은 Lu and Fletcher(1966)을 參照.

場에서의 費用最小化條件이 되지만, $p\neq 1$ 또는 $q\neq 0$일 때 勞動市場의 불균형을 나타낸다. 式(22)도 같은 의미를 지닌다. 式(22)와 式(23)의 母數들은 제도나 관행에 의하여 불변인 것으로 가정된다. 式(21)의 生産函數는 式(22)과 式(23)으로부터 유도될 수 있는 生産

〈表 2〉 **VSE生産函數의 推定結果**

| 生産函數 | 企業部門 | | | 製造業 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1) Sato & Hoffman | $A=$ 0.551 | $b=-$0.002 | $c=$ 0.208 | $A=$ 0.631 | $b=-$0.091 | $c=$ 1.102 |
| ($\sigma=1+bk$) | $\lambda=$ 0.020 | | | $\lambda=$ 0.008 | | |
| 2) Sato & Hoffman | $A=$ 0.362 | $a=$ 1.824 | $b=-$0.271 | $A=$ 0.581 | $a=$ 1.199 | $b=-$0.096 |
| ($\alpha=a+bk$) | $\lambda=$ 0.042 | | | $\lambda=$ 0.014 | | |
| 3) Lovell | $a=-$0.086 | $b=$ 0.125 | $\lambda=-$0.027 | $a=$ 0.841 | $b=-$0.057 | $\lambda=$ 0.027 |
| | $A=$ 4.204 | $\eta=-$0.141 | | $A=$ 0.723 | $\eta=$ 0.238 | |
| 4) Revankar | $\alpha=-$47.84 | $\beta=$ 27.63 | $\lambda=$ 0.059 | $\alpha=-$13.28 | $\beta=$ 7.670 | $\lambda=$ 0.056 |
| | $A=$ 1.214 | $\eta=-$0.102 | | $A=$ 1.004 | $\eta=$ 0.164 | |
| 5) Lu & Fletcher | $A=$ 0.540 | $b=$ 0.594 | $c=$ 0.321 | $A=$ 0.006 | $b=-$0.208 | $c=$ 1.258 |
| | $\rho=$ 0.683 | $\lambda=$ 0.009 | $\delta=$ 1.338 | $\rho=-$5.806 | $\lambda=$ 0.003 | $\delta=$ 0.974 |
| 6) Bruno | $A=$ 4.619 | $\lambda=$ 0.007 | $\alpha=$ 0.254 | $A=$ 2.602 | $\lambda=$ 0.004 | $\alpha=$ 0.422 |
| | $m=$ 5.016 | $c=$ 0.920 | $d=$ 2.217 | $m=$ 2.457 | $c=$ 0.722 | $d=$ 2.064 |
| | $p=$ 0.685 | $q=$ 0.374 | | $p=$ 0.417 | $q=$ 0.153 | |

〈表 3〉 **VES生産函數의 要素代替彈力性**

| | Sato & Hoffman | | | | (3) Lovell | | (4) Revankar | | (5) Lu & Fletcher | | (6) Bruno | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | (1) $\sigma=1+bk$ | | (2) $\alpha=a+bk$ | | | | | | | | | |
| | 企業部門 | 製造業 | 企業部門 | 製造業 | 企業部門 | 製造業 | 企業部門 | 製造業 | 企業部門 | 製造業 | 企業部門 | 製造業 |
| 1963 | 0.993 | 0.771 | 0.117 | 0.142 | −1.060 | 0.595 | 0.519 | 0.309 | −0.805 | 0.206 | −0.064 | −0.260 |
| 1964 | 0.993 | 0.761 | 0.110 | 0.165 | −1.075 | 0.588 | 0.512 | 0.339 | −0.689 | 0.250 | −0.084 | −0.208 |
| 1965 | 0.993 | 0.776 | 0.063 | 0.130 | −1.147 | 0.599 | 0.471 | 0.295 | −0.943 | 0.229 | −0.122 | −0.241 |
| 1966 | 0.992 | 0.758 | 0.130 | 0.170 | −1.024 | 0.586 | 0.535 | 0.345 | −1.271 | 0.226 | −0.001 | −0.137 |
| 1967 | 0.992 | 0.745 | 0.148 | 0.194 | −0.955 | 0.576 | 0.563 | 0.381 | −1.322 | 0.181 | 0.070 | −0.130 |
| 1968 | 0.991 | 0.689 | 0.161 | 0.254 | −0.860 | 0.540 | 0.596 | 0.492 | −2.442 | 0.162 | 0.119 | 0.011 |
| 1969 | 0.991 | 0.646 | 0.163 | 0.277 | −0.783 | 0.515 | 0.620 | 0.553 | −1.732 | 0.146 | 0.241 | 0.170 |
| 1970 | 0.990 | 0.579 | 0.153 | 0.293 | −0.654 | 0.481 | 0.656 | 0.624 | −3.402 | 0.141 | 0.331 | 0.304 |
| 1971 | 0.990 | 0.545 | 0.154 | 0.296 | −0.658 | 0.464 | 0.655 | 0.653 | −2.522 | 0.139 | 0.362 | 0.396 |
| 1972 | 0.989 | 0.515 | 0.123 | 0.295 | −0.518 | 0.450 | 0.690 | 0.674 | −5.033 | 0.160 | 0.411 | 0.416 |
| 1973 | 0.989 | 0.536 | 0.130 | 0.296 | −0.543 | 0.460 | 0.684 | 0.659 | −27.969 | 0.173 | 0.427 | 0.395 |
| 1974 | 0.989 | 0.528 | 0.108 | 0.296 | −0.474 | 0.456 | 0.700 | 0.665 | 8.398 | 0.158 | 0.444 | 0.403 |
| 1975 | 0.988 | 0.504 | 0.094 | 0.295 | −0.441 | 0.445 | 0.708 | 0.681 | 6.935 | 0.142 | 0.455 | 0.414 |
| 1976 | 0.988 | 0.520 | 0.078 | 0.295 | −0.407 | 0.452 | 0.716 | 0.670 | 6.566 | 0.107 | 0.484 | 0.418 |
| 1977 | 0.987 | 0.416 | 0.022 | 0.282 | −0.315 | 0.405 | 0.736 | 0.729 | 15.122 | 0.081 | 0.507 | 0.478 |
| 1978 | 0.986 | 0.396 | −0.052 | 0.278 | −0.230 | 0.396 | 0.754 | 0.738 | −57.439 | 0.067 | 0.533 | 0.530 |
| 1979 | 0.984 | 0.280 | −0.250 | 0.244 | −0.099 | 0.345 | 0.781 | 0.780 | 7.777 | 0.048 | 0.542 | 0.557 |

函數中의 하나다. 母數들간에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$p=(1-\alpha)c$$
$$q=(1-\alpha)d-\alpha m$$

生産要素들간의 限界代替率,

$$(\partial X/\partial L)/(\partial X/\partial K)=((1-\alpha)/\alpha)(K/L)-[m/(\alpha Ae^{\lambda t})](K/L)^{1-\alpha}$$

의 둘째 項이 $t\to\infty$일 때 소멸되므로, Bruno 生産函數는 시간의 경과에 따라 Cobb-Douglas 生産函數로 收斂한다. 要素代替彈力性($\sigma$)은 다음과 같이 定義된다.

$$\sigma=1-(\alpha/1-\alpha)(mL/X)$$

$m$이 陽數(陰數)일 때, $\sigma$는 1보다 작으며(크며), $X/L$이 증가함에 따라 1로 收斂한다.

〈表 4〉 **推定된 生産函數들의 豫測誤差比較, 1963～1979**

(단위 : %)

| 生　産　函　數 | MADR[1] | |
|---|---|---|
| | 企部業門 | 製造業 |
| CES | | |
| 1) Arrow, et al. | 96.7 | 94.3 |
| 2) Diwan | 4.4 | 3.3 |
| 3) Lovell | 4.6 | 2.9 |
| 4) 非線型 最小自乘法 | 9.5 | 7.8 |
| 5) Kmenta : Taylor 展開 | — | — |
| 6) Kmenta : 2SLS | 77.8 | 52.6 |
| 7) Klein & Bodkin | 94.8 | 3.3 |
| VES | | |
| 1) Sato & Hoffman($\sigma=1+bk$) | 4.0 | 2.9 |
| 2) Sato & Hoffman($\alpha=a+bk$) | 2.9 | 2.8 |
| 3) Lovell | 130.8 | 3.3 |
| 4) Revankar | 4.6 | 6.0 |
| 5) Lu & Fletcer | 106.6 | 99.3 |
| 6) Bruno | 6.1 | 3.1 |

註 : 1) $MADR=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\frac{\hat{X}_t-X_t}{X_t}\right|$

Bruno生産函數의 母數들은 非線型 最小自乘法으로 推定되었다.

VES生産函數들의 母數의 推定値와 推定結果로부터 계산된 要素代替彈力性의 時系列을 각기 〈表 2〉와 〈表 3〉에 정리하였다. VES生産函數의 推定例들은 前章의 CES生産函數의 推定例들과 비교하면, 時系列 資料에 대한 適合性이 전반적으로 다소 개선되었으나 集計水準이 높은 企業部門의 推定例들은 Sato and Hoffman의 生産函數($\alpha=ak+b$) 이외에도 母數의 推定値들에 문제가 있고 豫測誤差도 크다(表 4 參照). 製造業部門의 生産函數는 Sato and Hoffman의 生産函數들과 Bruno生産函數가 時系列 資料에 대한 適合性이 비교적 높아 3% 수준의 豫測誤差를 보이고 있으나 技術進步率이 過小推定되고 있다.

## Ⅵ. 結　言

前述한 바와 같이 生産, 要素投入 및 要素價格의 時系列 資料에는 生産技術의 特性, 技術變化의 特性, 産業組織 및 事業體의 市場動向에 대한 예상과 意思決定行態 등이 複合的으로 반영되어 있어서 生産函數의 母數들이 식별되기 어려우며, 이로 인하여 時系列 資料에 대한 推定適合度는 높아도 일부 母數들의 推定値가 경험적 사실에 배치되는 경우가 많다. 이러한 경우에 標本期間內에서는 豫測誤差가 비교적 작아도 추정된 生産函數가 標本期間 밖에서도 비슷한 豫測成果를 보이기는 어려우며, 무엇보다도 추정된 生産函數가 그리는 經濟의 모습이 여러 面에서 經驗的 事實

과 크게 다른 데 문제가 있다.

前節의 推定例들이 만족스럽지 못한 推定結果를 보이게 된 것은 물론 推定에 사용된 時系列 資料들의 作成方法이나 模型設定과 推定方法의 選擇에도 原因이 있을 것이다. 本稿의 推定例보다 理論的으로 정교한 模型들을 사용할 수도 있다. Translog生産函數와 같이 일반화된 生産函數를 이용함으로써 生産技術의 特性에 관한 制約을 완화할 수도 있고, Sato(1970)의 生産模型과 같이 生産要素에 體化되는 技術進步를 가정할 수도 있으며, Coen and Hickman (1970)이나 Nadiri and Rosen(1973)과 같이 要素相對價格에 대한 豫想, 調整費用, 要素需要의 內生性들을 명시적으로 고려하는 要素需要函數의 聯立方程式 體系를 이용하여 生産函數를 間接的으로 추정할 수도 있다. 그러나 이러한 模型들에서도 制約性이 큰 가정들이 모두 완화되지는 않으며, 오히려 일반화에 따른 母數의 수치 증가로 個別母數의 식별과 추정이 어려워질 수 있다[10]. 그러나 模型設定이나 推定方法의 選擇 이전에 해결되어야 할 문제는 時系列 資料의 整備이다. 어느 정도 신뢰할 수 있는 時系列 資料가 없이는 模型設定이나 推定方法의 選擇이 의미가 없다.

集計生産函數의 주된 利點은 分析上의 편의로서, 추정된 生産函數가 分析目的에 합당한 近似的 說明을 제공할 때 生産函數는 유효한 分析手段이 된다. 그러나 生産函數가 항상 유효한 分析手段이 될 수는 없다. 分析目的과 分析期間에 따라 近似的 說明이 불가능할 수도 있다. 前述한 바와 같이 生産函數의 理論的 基盤이 취약하여 近似的 說明이 가능한 條件을 論理的으로 설명하기는 어렵다. 그러나 비교적 분명한 점은 構造變化가 급격하고, 企業意思決定原理로는 설명하기 어려운 社會間接資本에 대한 投資支出의 比重이 높고, 內外要因으로 企業經營環境이 급변하여 企業의 市場動向에 대한 豫想과 意思決定行態가 안정성이 없었던 기간 중에는 集計量들간의 技術的 관계가 몇 개의 函數에 의하여 近似的 說明이 가능한 정도의 안정성을 지속했을 것으로 기대하기 어렵다는 것이다. 中長期成長展望을 위해서는 産業聯關分析資料를 비롯한 細分類 産業의 企業活動에 관련된 資料와 情報를 活用하는 것이 바람직하다.

10) Coen and Hickman模型의 推定을 시도하였으나 尤度函數最大化의 反復計算過程이 最適解로 收斂하는 데 실패하였다. Sato의 模型도 推定되었으나 模型說明이 간단하지 않아서 推定結果만을 附錄으로 처리하였다.

## ▷ 參 考 文 獻 ◁


朱鶴中, 「우리나라 資本스톡 推計方法의 摸索」, 『韓國開發硏究』, 여름호, 韓國開發硏究院, 1982.

Arrow, K.J., H.B. Chenery, B.S. Minhas and R.M. Solow, "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency," *Review of Economics and Statistics,* Vol. 43, 1961.

Bodkin, R.G. and L.R. Klein, "Nonlinear Estimation of Aggregate Production Functions," *Review of Economics and Statistics,* Vol. 49, 1967.

Brown, M., *On the Theory and Measurement of Technological Change*, Cambridge University Press, 1966.

_______, "The Measurement of Capital Aggregates: A Postreswitching Problem," in D. Urher ed., *The Measurement of Capital*, The University of Chicago Press, 1980.

_______, and A. Conrad, "The Influence of Research and Education on CES Production Relations," in M. Brown, ed., *The Theory and Empirical Analysis of Production*, New York: NBER, 1967.

Bruno, M., "Estimation of Factor Contribution to Growth under Structual Disequilibrium," *International Economic Review*, Vol. 9, No. 1, Feb. 1968.

Coen, R.M. and B.G. Hickman, "Constrained Joint Estimation of Factor Demand and Production Functions," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 52, Aug. 1970.

Diwan, R.K., "Alternative Specifications of Economies of Scale", *Economica*, Nov. 1966.

Ferguson, C., *Capital-Labor Substitution and Technological Progress in the United States: Statistical Evidence From a Transcendental Production function*, mimeographed, 1965.

Hickman, Bert G., R.M. Coen and M.D. Hurd, "The Hickman-Coen Annual Growth Model: Structural Characteristics and Policy Responses," *International Economic Review*, Vol. 16, No. 1, Feb. 1975.

Klein, L. and R. Bodkin, "Nonlinear Estimation of Aggregate Production Functions," *Review of Economics and Statistics*, 1967, 49(1).

Kmenta, J., "On Estimation of the CES Production Function," *International Economic Review*, Vol. 8, No. 2, June 1967.

Kwang-suk Kim and Joon-kyung Park, *Sources of Economic Growth in Korea: 1963～1982*, Korea Development Institute, 1965.

Lovell, K., "Estimation and Prediction with CES and VES Production Functions," *International Economic Review*, Vol. 14, No. 3, Oct. 1973.

Lu, Yao-chi and L.B. Fletcher, "A Generalization of the CES Production Function," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 48, 1966.

Nadiri, M.I. and S. Rosen, *A Disequilibrium Model of Demand for Factors of Production*, NBER, 1973.

Revankar, N., "Capital-Labor Substitution, Technological Change and Economic Growth: The U.S. Experience, 1929～53," *Metroeconomica*, May/August 1971.

Sato, K., *Production Functions and Aggregation*, North-Holland Publishing Co., 1975.

Sato, R., "The Estimation of Biased Technical Progress and the Production Function," *International Economic Review*, Vol. 11, No. 2, June 1970.

_______ and R.F. Hoffman, "Production Functions with Variable Elasitcity of Factor Substitutions: Some Analysis and Testing," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 50, 1968.

Yung, A.H. and J.C. Musgrave, "Estimation of Capital Stock in the United States," in D. Usher ed., *The Measurement of Capital*, The University of Chicago Press, 1980.

〈附錄 1〉 生産函數의 推定을 위한 時系列 資料

| | 企業部門 | | | | | | 製造業 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 國內總生産[1] $(X)$ (10원억) | 資本貯量[2] $(K)$ (10억원) | 勞動投入量[3] $(L)$ (10만man-hour) | 國內總生產換價指數 $(p)$ | 資本의使用者費用 $(r)$ | 賃金率 $(w)$ | 附加價値 $(X)$ (10억원) | 資本貯量 $(K)$ (10억원) | 勞動投入量[4] $(L)$ (10만man-hour) | 附加價値換價指數 $(p)$ | 資本의使用者費用 $(r)$ | 賃金率 $(w)$ |
| 1963 | 1,286.889 | 2,876.11 | 798.6654 | 0.159 | 0.082 | 1.313 | 259.520 | 455.53 | 181.7784 | 0.241 | 0.357 | 0.533 |
| 1964 | 1,360.990 | 3,055.16 | 861.0576 | 0.212 | 0.076 | 1.307 | 285.210 | 501.93 | 191.6200 | 0.349 | 0.390 | 0.465 |
| 1965 | 1,548.529 | 3,321.64 | 1,013.7140 | 0.246 | 0.091 | 1.226 | 343.670 | 532.57 | 237.1200 | 0.378 | 0.389 | 0.492 |
| 1966 | 1,772.049 | 3,853.52 | 1,034.1132 | 0.288 | 0.100 | 1.338 | 403.120 | 674.74 | 254.9060 | 0.401 | 0.391 | 0.544 |
| 1967 | 2,073.066 | 4,455.66 | 1,124.3467 | 0.320 | 0.103 | 1.435 | 490.190 | 861.90 | 398.0604 | 0.409 | 0.333 | 0.658 |
| 1968 | 2,487.957 | 5,481.13 | 1,277.1850 | 0.352 | 0.117 | 1.444 | 623.520 | 1,168.10 | 342.6788 | 0.425 | 0.294 | 0.815 |
| 1969 | 2,925.386 | 5,899.79 | 1,294.3273 | 0.400 | 0.118 | 1.719 | 758.190 | 1,354.89 | 349.4920 | 0.453 | 0.290 | 1.042 |
| 1970 | 3,367.348 | 6,611.68 | 1,313.1263 | 0.442 | 0.139 | 1.863 | 909.060 | 1,619.89 | 351.1871 | 0.480 | 0.286 | 1.268 |
| 1971 | 3,822.836 | 7,137.48 | 1,421.6394 | 0.484 | 0.139 | 1.990 | 1,079.960 | 1,809.52 | 362.3400 | 0.501 | 0.301 | 1.476 |
| 1972 | 4,147.105 | 7,958.48 | 1,423.6642 | 0.564 | 0.149 | 2.076 | 1,231.150 | 2,126.16 | 399.5264 | 0.593 | 0.316 | 1.396 |
| 1973 | 4,999.664 | 9,146.46 | 1,668.0906 | 0.641 | 0.171 | 2.054 | 1,590.640 | 2,718.03 | 534.1158 | 0.697 | 0.334 | 1.275 |
| 1974 | 5,454.246 | 10,214.15 | 1,766.4288 | 0.850 | 0.184 | 2.020 | 1,841.960 | 3,165.84 | 611.0040 | 0.869 | 0.316 | 1.372 |
| 1975 | 5,978.363 | 11,278.14 | 1,899.9936 | 1.000 | 0.186 | 2.041 | 2,074.030 | 3,670.07 | 675.3473 | 1.000 | 0.288 | 1.503 |
| 1976 | 6,908.277 | 12,668.69 | 2,077.5088 | 1.141 | 0.192 | 2.151 | 2,542.780 | 4,322.76 | 821.6104 | 1.144 | 0.252 | 1.765 |
| 1977 | 7,823.445 | 14,744.50 | 2,245.0560 | 1.300 | 0.177 | 2.320 | 2,908.940 | 5,406.36 | 843.8768 | 1.236 | 0.190 | 2.225 |
| 1978 | 9,101.477 | 17,457.00 | 2,476.2128 | 1.528 | 0.165 | 2.507 | 3,511.090 | 6,069.59 | 915.8987 | 1.386 | 0.179 | 2.647 |
| 1979 | 9,764.016 | 20,655.50 | 2,606.4672 | 1.845 | 0.164 | 2.443 | 3,855.180 | 7,485.70 | 947.6779 | 1.527 | 0.123 | 3.096 |

資料 : 1) 韓國銀行, 『國民所得計定』, 各年度.
2) 朱鶴中, 『1960～77年 韓國産業資本스톡推計』, 韓國開發硏究院, 1982.
3) 經濟企劃院, 『經濟活動人口年報』, 各年度.
4) 經濟企劃院, 『鑛工業統計調査報告書』, 各年度.

〈附錄 2〉 **Sato生產函數의 推定**(production function with factor augmenting technical progress)

Sato(1970)는 完全競爭市場과 非中立的 技術進步를 가정하여 線型生產函數, $X_t=F(A_tK_t, B_tL_t)$, $\sigma=\phi(\alpha)$를 제시하고 資本에 대한 技術進步率, $(\dot{A}/A)$, 과 勞動에 대한 技術進步率, $(\dot{B}/B)$, 을 각각 아래의 式에 의해서 推定하였다.

$$(\dot{A}/A)=(1/\sigma-1)(\sigma(\dot{r}/\dot{r})-\dot{z}/z)$$
$$(\dot{B}/B)=(1/\sigma-1)(\sigma(\dot{w}/w)-\dot{x}/x)$$
$$\sigma\neq 1 \qquad (1)$$

여기서 $\dot{A}/A=(1/A)(dA/dt)$, $z=X/K$,

〈附表 1〉 **生產要素 技術進步率의 推定**(CES)

| | | $A_t$ | | | $B_t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\sigma$=0.3 | $\sigma$=0.4 | $\sigma$=0.5 | $\sigma$=0.3 | $\sigma$=0.4 | $\sigma$=0.5 |
| 企業部門 | 1964 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| | 1965 | 0.9868 | 0.9782 | 0.9660 | 1.0562 | 1.0594 | 1.0640 |
| | 1966 | 0.9739 | 0.9568 | 0.9332 | 1.1155 | 1.1225 | 1.1322 |
| | 1967 | 0.9611 | 0.9360 | 0.9015 | 1.1782 | 1.1892 | 1.2048 |
| | 1968 | 0.9485 | 0.9156 | 0.8709 | 1.2445 | 1.2600 | 1.2820 |
| | 1969 | 0.9361 | 0.8956 | 0.8413 | 1.3144 | 1.3349 | 1.3641 |
| | 1970 | 0.9238 | 0.8761 | 0.8128 | 1.3883 | 1.4144 | 1.4515 |
| | 1971 | 0.9117 | 0.8570 | 0.7852 | 1.4663 | 1.4985 | 1.5445 |
| | 1972 | 0.8998 | 0.8383 | 0.7585 | 1.5487 | 1.5876 | 1.6435 |
| | 1973 | 0.8880 | 0.8201 | 0.7328 | 1.6358 | 1.6821 | 1.7488 |
| | 1974 | 0.8763 | 0.8022 | 0.7079 | 1.7277 | 1.7821 | 1.8609 |
| | 1975 | 0.8648 | 0.7847 | 0.6839 | 1.8249 | 1.8882 | 1.9801 |
| | 1976 | 0.8535 | 0.7676 | 0.6606 | 1.9274 | 2.0005 | 2.1070 |
| | 1977 | 0.8423 | 0.7509 | 0.6382 | 2.0358 | 2.1195 | 2.2420 |
| | 1978 | 0.8313 | 0.7345 | 0.6165 | 2.1502 | 2.2456 | 2.3857 |
| | 1979 | 0.8204 | 0.7185 | 0.5956 | 2.2711 | 2.3791 | 2.5386 |
| 製造業 | 1964 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| | 1965 | 1.0221 | 1.0386 | 1.0618 | 1.0453 | 1.0365 | 1.0241 |
| | 1966 | 1.0447 | 1.0788 | 1.1276 | 1.0928 | 1.0744 | 1.0489 |
| | 1967 | 1.0678 | 1.1206 | 1.1974 | 1.1424 | 1.1136 | 1.0742 |
| | 1968 | 1.0914 | 1.1639 | 1.2715 | 1.1942 | 1.1543 | 1.1002 |
| | 1969 | 1.1155 | 1.2090 | 1.3502 | 1.2484 | 1.1965 | 1.1268 |
| | 1970 | 1.1402 | 1.2557 | 1.4337 | 1.3050 | 1.2402 | 1.1540 |
| | 1971 | 1.1654 | 1.3043 | 1.5225 | 1.3643 | 1.2855 | 1.1819 |
| | 1972 | 1.1912 | 1.3548 | 1.6167 | 1.4262 | 1.3325 | 1.2104 |
| | 1973 | 1.2176 | 1.4072 | 1.7167 | 1.4909 | 1.3812 | 1.2397 |
| | 1974 | 1.2445 | 1.4616 | 1.8230 | 1.5585 | 1.4317 | 1.2697 |
| | 1975 | 1.2720 | 1.5182 | 1.9358 | 1.6293 | 1.4840 | 1.3003 |
| | 1976 | 1.3001 | 1.5769 | 2.0556 | 1.7032 | 1.5382 | 1.3318 |
| | 1977 | 1.3289 | 1.6379 | 2.1828 | 1.7805 | 1.5944 | 1.3640 |
| | 1978 | 1.3583 | 1.7013 | 2.3179 | 1.8613 | 1.6527 | 1.3969 |
| | 1979 | 1.3883 | 1.7619 | 2.4614 | 1.9458 | 1.7131 | 1.4307 |

$x=X/L$이다.

式(1)에서 각 變數들의 連續値들을 그들의 時系列 資料인 離散値로 代置하고 적절한 $\sigma$값을 정하면 近似的인 推定이 가능하다. 離散推定値 $\Delta A/A$, $\Delta B/B$로부터 각 要素들의 技術進步率 $A_t=A_0(1+\overline{\Delta A/A})^t$, $B_t=B_0(1+\overline{\Delta B/B})^t$가 계산되어진다. 한편 $\sigma=\phi(\alpha)$의 특수형태,

$$\sigma=c(c>0)$$
$$\sigma=\beta$$
$$\sigma=\alpha$$

를 假定하면 그에 對應하는 生産函數는 각각

$$X_t=[a(A_tK_t)^{-\rho}+b(B_tL_t)^{-\rho}]^{-1/\rho} \quad \cdots(2)$$

$$X_t=a_1B_tL_t\{\log(A_tK_t/B_tL_t)\} +b_1B_tL_t \quad \cdots\cdots(3)$$

$$X_t=a_2A_tK_t\{\log(B_tL_t/A_tK_t)\} +b_2A_tK_t \quad \cdots\cdots(4)$$

가 된다. 式(1)은 CES函數로서 技術進步率의 推定을 위해 $\sigma=0.3$, 0.4, 0.5를 假定하였고 그 결과는 〈附表 1〉과 〈附表 2〉에 있다. 式(2)와 式(3)은 각각 CEDD(constant elasticity of derived demand) function for capital per unit of labor, CEDD function for labor per unit of capital이며 이들의 技術進步率을 推定하기 위한 $\alpha, \beta$의 값은 〈附表 3〉에 있다. 또한 推定된 技術進步率은 각각 〈附表 4,5〉에 있으며 〈附表 6〉는 CEDD生産函數의 推定結果이며 〈附表 7〉은 이들의 豫測誤差들을 비교한 것이다.

**〈附表 2〉 CES生産函數의 推定**

| | CES 生産函數 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 企業部門 | | | 製造業 | | |
| | $a$ | $b$ | $\rho$ | $a$ | $b$ | $\rho$ |
| $\sigma=0.3$ | −0.148 | 1.339 | −0.253 | 0.746 | 0.345 | 0.365 |
| $\sigma=0.4$ | −0.079 | 1.238 | −0.253 | 0.667 | 0.402 | 0.365 |
| $\sigma=0.5$ | 0.009 | 1.114 | −0.253 | 0.635 | 0.426 | 0.365 |

**〈附表 3〉 生産要素들의 分配率**

| | 企業部門 | | 製造業 | | | 企業部門 | | 製造業 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 資本分配率 ($\alpha$) | 勞動分配率 ($\beta$) | 資本分配率 ($\alpha$) | 勞動分配率 ($\beta$) | | 資本分配率 ($\alpha$) | 勞動分配率 ($\beta$) | 資本分配率 ($\alpha$) | 勞動分配率 ($\beta$) |
| 1963 | 0.1847 | 0.8152 | 0.6272 | 0.3727 | 1972 | 0.2871 | 0.7128 | 0.5468 | 0.4531 |
| 1964 | 0.1724 | 0.8275 | 0.6871 | 0.3128 | 1973 | 0.3143 | 0.6856 | 0.5718 | 0.4281 |
| 1965 | 0.1970 | 0.8029 | 0.6602 | 0.3397 | 1974 | 0.3455 | 0.6544 | 0.5445 | 0.4554 |
| 1966 | 0.2188 | 0.7811 | 0.6557 | 0.3442 | 1975 | 0.3511 | 0.6488 | 0.5103 | 0.4896 |
| 1967 | 0.2215 | 0.7784 | 0.5859 | 0.4140 | 1976 | 0.3530 | 0.6469 | 0.4294 | 0.5705 |
| 1968 | 0.2582 | 0.7417 | 0.5517 | 0.4482 | 1977 | 0.3341 | 0.6658 | 0.3544 | 0.6455 |
| 1969 | 0.2390 | 0.7609 | 0.5193 | 0.4806 | 1978 | 0.3177 | 0.6822 | 0.3094 | 0.6905 |
| 1970 | 0.2733 | 0.7266 | 0.5100 | 0.4899 | 1979 | 0.3476 | 0.6523 | 0.2388 | 0.7611 |
| 1971 | 0.2598 | 0.7401 | 0.5045 | 0.4954 | | | | | |

〈附表 4〉 生産要素 技術進步率의 推定(CEDD for capital per unit of labor)

| | 企業部門 | | | | 製造業 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\Delta A/A$ | $\Delta B/B$ | $A_t=[1+(\Delta A/A)]^t$ | $B_t=[1+(\Delta B/B)]^t$ | $\Delta A/A$ | $\Delta B/B$ | $A_t=[1+(\Delta A/A)]^t$ | $B_t=[1+(\Delta B/B)]^t$ |
| 1964 | 0.339 | −0.092 | 1.000 | 1.000 | −0.422 | 0.922 | 1.000 | 1.000 |
| 1965 | −0.440 | 0.094 | 0.908 | 1.084 | 0.196 | −0.358 | 1.135 | 0.988 |
| 1966 | −0.374 | 0.197 | 0.825 | 1.175 | 0.036 | 0.040 | 1.290 | 0.977 |
| 1967 | −0.031 | 0.082 | 0.750 | 1.274 | 0.389 | −0.582 | 1.465 | 0.966 |
| 1968 | −0.443 | 0.187 | 0.682 | 1.382 | 0.124 | −0.066 | 1.664 | 0.955 |
| 1969 | 0.317 | 0.069 | 0.619 | 1.499 | 0.235 | −0.018 | 1.890 | 0.944 |
| 1970 | −0.297 | 0.229 | 0.563 | 1.625 | 0.051 | 0.119 | 2.147 | 0.934 |
| 1971 | 0.189 | −0.003 | 0.512 | 1.762 | 0.088 | 0.104 | 2.439 | 0.923 |
| 1972 | −0.270 | 0.164 | 0.465 | 1.911 | −0.228 | 0.257 | 2.771 | 0.913 |
| 1973 | −0.133 | 0.112 | 0.422 | 2.072 | −0.083 | 0.096 | 3.147 | 0.903 |
| 1974 | −0.198 | 0.116 | 0.384 | 2.247 | 0.089 | −0.099 | 3.575 | 0.892 |
| 1975 | −0.037 | 0.034 | 0.349 | 2.436 | 0.097 | −0.108 | 4.061 | 0.882 |
| 1976 | 0.018 | 0.058 | 0.317 | 2.642 | 0.370 | −0.250 | 4.612 | 0.872 |
| 1977 | 0.087 | −0.007 | 0.288 | 2.864 | 0.367 | −0.105 | 5.239 | 0.863 |
| 1978 | 0.095 | 0.002 | 0.262 | 3.106 | 0.360 | −0.025 | 5.951 | 0.853 |
| 1979 | −0.280 | 0.103 | 0.238 | 3.368 | 0.499 | −0.106 | 6.760 | 0.843 |

〈附表 5〉 生産要素 技術進步率의 推定(CEDD for labor per unit of capital)

| | 企業部門 | | | | 製造業 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\Delta A/A$ | $\Delta B/B$ | $A_t=[1+(\Delta A/A)]^t$ | $B_t=[1+(\Delta B/B)]^t$ | $\Delta A/A$ | $\Delta B/B$ | $A_t=[1+(\Delta A/A)]^t$ | $B_t=[1+(\Delta B/B)]^t$ |
| 1964 | 0.010 | −0.022 | 1.000 | 1.000 | −0.020 | 0.079 | 1.000 | 1.000 |
| 1965 | 0.015 | −0.026 | 0.987 | 1.056 | 0.046 | −0.046 | 1.026 | 1.043 |
| 1966 | −0.042 | 0.115 | 0.975 | 1.115 | 0.014 | 0.080 | 1.053 | 1.088 |
| 1967 | 0.008 | 0.071 | 0.963 | 1.178 | −0.014 | −0.041 | 1.081 | 1.135 |
| 1968 | −0.075 | 0.069 | 0.951 | 1.244 | −0.042 | 0.102 | 1.110 | 1.184 |
| 1969 | 0.107 | 0.131 | 0.940 | 1.314 | 0.064 | 0.143 | 1.139 | 1.235 |
| 1970 | −0.019 | 0.134 | 0.928 | 1.387 | 0.009 | 0.155 | 1.170 | 1.288 |
| 1971 | 0.066 | 0.040 | 0.917 | 1.465 | 0.063 | 0.128 | 1.201 | 1.344 |
| 1972 | −0.067 | 0.091 | 0.905 | 1.548 | −0.062 | 0.069 | 1.232 | 1.401 |
| 1973 | 0.008 | 0.045 | 0.894 | 1.635 | −0.009 | −0.007 | 1.265 | 1.462 |
| 1974 | −0.072 | 0.053 | 0.883 | 1.727 | 0.020 | −0.019 | 1.299 | 1.525 |
| 1975 | −0.016 | 0.023 | 0.873 | 1.823 | 0.007 | −0.018 | 1.333 | 1.591 |
| 1976 | 0.025 | 0.055 | 0.862 | 1.926 | 0.138 | −0.069 | 1.369 | 1.660 |
| 1977 | 0.001 | 0.032 | 0.851 | 2.034 | 0.022 | 0.049 | 1.405 | 1.731 |
| 1978 | 0.006 | 0.041 | 0.841 | 2.148 | 0.132 | 0.073 | 1.442 | 1.806 |
| 1979 | −0.153 | 0.042 | 0.830 | 2.269 | 0.053 | 0.011 | 1.480 | 1.884 |

〈附表 6〉 **CEDD生產函數의 推定**

| CEDD for capital per unit of labor | | | | CEDD for labor per unit of capital | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 企業部門 | | 製造業 | | 企業部門 | | 製造業 | |
| $a_1$ | $b_1$ | $a_1$ | $b_1$ | $a_2$ | $b_2$ | $a_2$ | $b_2$ |
| 0.324 | 1.339 | 1.118 | 0.051 | 0.506 | 1.131 | 0.263 | 0.830 |

〈附表 7〉 **生產函數의 豫測誤差 比較, 1963～1979**

(단위 : %)

| 生產函數 | MADR | |
|---|---|---|
| | 企業部門 | 製造業 |
| 1) CES | | |
| $\sigma=0.3$ | 5.8 | 4.2 |
| $\sigma=0.4$ | 5.6 | 4.4 |
| $\sigma=0.5$ | 5.4 | 4.4 |
| 2) CEDD | | |
| for capital per unit of labor | 6.1 | 6.6 |
| for labor per unit of capital | 6.3 | 4.5 |