

# 鋼格子桁의 彈塑性 解析

An Elasto-Plastic Analysis of Steel Grillages

申	永	琦*
Shin,	Yung	Kee
李	淙	錫**
Lee,	Jong	Seok

## Abstract

A method for elasto-plastic analysis of grillages is proposed in this investigation.

An effort to construct the stiffness matrix of the member with bending and torsional springs attached at both ends is made in this work to make each member of grillage behave elasto-plastically.

A related computer program EPAG for elasto-plastic analysis of grillages is also developed.

The characters of this program in comparison with existing methods are as follows; grillage with arbitrary geometry can be analysed, collapse load is applied in one step instead of incremental procedure, unloading can be considered, and analysis results such as applied loads, member end forces and joint displacements are also obtained when individual plastic hinge is formed.

For verification of performanse of the EPAG, illustrating examples are solved and compared with the results of specified literlatures.

## 要 旨

鋼 格子桁의 彈塑性 解析을 遂行할 수 있는 數值解析 방법을 제시하였다.

格子桁의 各 構成部材가 理想的 彈塑性 性質을 갖는다고 가정하였는데 이 문제를 各 構成部材의 兩端에 휨스프링과 비틀스프링을 附着한 모델을 考案해 냄으로써 解決하였다. 이 개념에 의거하여 格子桁이 彈性狀態에서 塑性崩壞에 이르기 까지의 舉動을 解析할 수 있는 프로그램 EPAG (Elasto-Plastic Analysis of Grillages)를 開發하였다. 이 解析方法의 特性은 荷重을 한꺼번에 加할 수 있고, 格子桁을 이루는 部材들의 배치가 規則的이 아니라도 적용이 가능하다. 또한 除荷(unloading)를 고려할 수 있으며 塑性滑節이 1개씩 형성될 때마다 가해진 荷重, 部材端力 및 變位 등을 구할 수 있다는 長點을 지니고 있다. 또한 기존의 논문이나 單行本에 있는 例題들을 本 프로그램으로 解析한 후 그 結果가 本 프로그램으로 해석한 結果와 잘 일치한다는 것으로서 本 理論의 正當성과 精確성을 확인하였다.

\* 參與會員 · 前 서울大學校 工科大學 教授, 土木工學科

\*\* 正 會 員 · 蔚山大學校 工科大學 助教授, 土木工學科

## 1. 序 論

格子桁(grid 혹은 grillage)은 建築物, 橋梁의 바닥이나 海洋構造物(offshore structure)等に 널리 사용되는 뼈대構造物로서 構造物平面에 수직인 방향에서 荷重을 받는 것이 특징이며, 각 부재에 주로 휨모멘트와 비틀모멘트가 유발된다. 따라서 格子桁의 塑性舉動時 그 塑性滑節들의 形成은 비틀모멘트와 휨모멘트의 크기에 의해 決定된다.

### 1.1 研究 動向

格子桁이 속한 뼈대구조물의 彈塑性解析에 관한 여러 가지 방법을 살펴보면 塑性解析의 上界定理(upper bound theorem)나 下界定理(lower bound theorem)를 이용하는 運動學的方法(kinematical method) 및 靜力學的方法(statical method),<sup>(9,10,11,12,13)</sup> 極限荷重狀態에서의 여러가지 力學의 條件에 맞추어 그 構造物의 崩壞機構를 미리 예측하고 그 塑性體의 力學의 狀態를 決定하는 極限解析的方法(limit analysis method),<sup>(4,5)</sup> 매트릭스 理論을 利用하여 위의 3가지 方法에 비해 비교적 정확히 塑性舉動을 解析할 수 있는 數值解析의인 方法<sup>(14,15,22)</sup> 등이 있다.

本 論文의 主題가 되는 數值解析의 方法은 Matrix 理論을 도입하여 처음에는 A. Jennings,<sup>(22)</sup> K. Majid,<sup>(14)</sup> R.K. Livesley<sup>(15)</sup> 등에 의하여 塑性滑節의 發生에 의한 뼈대구조물의 剛性低下를 考慮한 自動 彈塑性解析法이 제시되었다. 이 方法에 의하면 漸增節點荷重을 받는 構造物의 최초의 塑性滑節 발생에서부터 最終崩壞에 이르기까지의 全過程을 정확히 追跡할 수 있을 뿐 아니라 이에 따르는 構造物의 最後強度(終局耐力)도 알 수 있다. 하지만, 이 方法은 소성활절이 발생할 때마다 剛度 매트릭스의 次數를 증가시켜야 하며 除荷(unloading)를 고려하기가 곤란하고 하중을 한꺼번에 작용시키지 못하고 조금씩 증가시켜야 한다는지 구조물이 복잡해지면 그 方法의 적용이 곤란하다.

### 1.2 本 研究의 範圍

본 연구에서는 前節에서 설명한 方法들 중에서 數值解析의인 方法을 택하여 變位法에 의한 剛度 매트릭스에 소성활절이 形成되었을 경우를

대비한 彈塑性 스프링<sup>(24,25)</sup>(彈塑性 connection)의 개념을 도입하여 格子桁의 탄소성해석을 遂行할 수 있는 剛度 매트릭스를 構成하였고 이에 따르는 새로운 프로그램 EPAG를 開發하였다. 즉 本 論文에서는 格子桁의 材料的 非線形 解析(塑性解析)에 있어서 전산기를 이용한 새로운 解析理論을 제시하고자 하며, 다른 方法으로 해석한 결과와의 비교를 통해 그 方法의 正當성을 입증하고자 한다. 塑性解析의 대상이 되는 格子桁의 材料는 鋼을 택하였다.

### 1.3 解析上的 基本假定

本 理論의 展開 및 매트릭스 구성에 있어서 다음과 같은 假定 및 條件을 설정하였다.

- 1) 材料(鋼材)는 理想的인 彈塑性性質을 가지며 變形硬化(strain hardening)는 무시하였다.
- 2) 材料의 Bauschinger 효과는 무시하였다<sup>(25)</sup>.
- 3) 휨모멘트와 비틀모멘트에 의해 이루어지는 降伏條件 즉, 塑性滑節을 形成시키는 조건에는 剪斷力의 영향은 고려하지 않았다<sup>(11)</sup>.
- 4) 變形硬化는 무시하므로 일단 塑性滑節이 形成되면 그 塑性滑節에서의 비틀모멘트와 휨모멘트의 비가 塑性滑節이 처음 形成되어 질 때의 상태를 그대로 유지한다.
- 5) 幾何學의인 非線形은 고려하지 않았다.
- 6) 局部的인 挫屈은 일어나지 않는다.
- 7) 塑性滑節은 節點에서 형성되며, 그 形成領域의 길이는 零으로 본다.
- 8) 等分布荷重은 等價 節點荷重으로 환산하여 적용한다.

## 2. 鋼格子桁의 崩壞 및 彈塑性 解析

격자형의 어느 한 부재단에 塑性滑節이 形成되는 條件은 다음과 같이 표현된다<sup>(1,2,6,7)</sup>.

$$\left(\frac{M}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 = 1 \quad \dots\dots(2.1)$$

여기서,

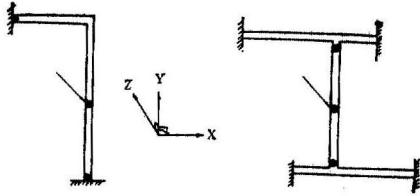
$M$ : 외부하중에 의한 휨모멘트

$T$ : 외부하중에 의한 비틀모멘트

$M_p$ : 비틀모멘트만으로 소성활절이 형성됐을 때의 비틀모멘트

$T_p$ : 비틀모멘트만으로 소성활절이 형성됐을 때의 비틀모멘트

外部荷重을 받아 어느 部材端에 처음 塑性滑節이 形成되고 난 후에도 荷重이 계속 加해지면 다른 部材端들에 塑性滑節의 發生이 확대되어 가는 데 그 結果 格子桁 전체로써 더 이상 外部荷重을 擔當하지 못하는 崩壞現象을 일으킨다. 이와 같은 崩壞現象은 크게 2가지의 典型(패턴)으로 나누어 지는데 하나는 全體的인 崩壞機構의 形成(그림 2.1. (a))으로 인한 것과 다른 또 하나는 局部的인 崩壞機構의 形成(그림 2.1. (b))으로 인한 것이 있다<sup>(6)</sup>.



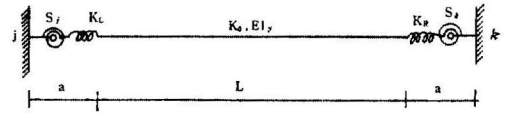
(a) 全體的인 崩壞機構 (b) 局部的인 崩壞機構  
그림 2.1 格子桁의 崩壞機構

格子桁이 彈性상태에서 崩壞에 이르기까지의 舉動을 解析하기 위하여 各 構成部材 兩端에 靑스프링과 비靑스프링을 附着한 모형을 開發하였다. 部材兩端에 어떤 탄성강도를 가지고 그 길이가 零인 스프링들이 부재와 直列을 이루면서 부착되어 있다는 物理的인 의미는 그 스프링들의 彈性剛度を 無限大로 해주면 그 부재전체의 剛도가 스프링들이 부착되어 있지 않은 부재의 剛도에 접근하게 되고, 다시 그 스프링들의 彈性剛度を 零으로 해주면 그 부재 양쪽단의 物理的인 性質을 靑모멘트와 비靑모멘트에 저항하지 못하는 性質로 바꾸어 놓았다는 意味가 되는 것이다. 다시 말하면, 어느 部材 한쪽단에 塑性滑節이 形成되었다는 것은 그 部材端에 부착된 靑스프링과 비靑스프링의 彈性剛도가 零이란 것과 효과가 같다.

3.2 새로운 部材剛度 매트릭스의 誘導

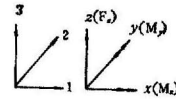
元 部材에 길이가 零인 靑스프링과 비靑스프링이 直列로 附着되어 있는 모양은 그림 3.2와 같다.

먼저 부재 柔軟度 매트릭스를 구하기 위해 k 端에서 單位힘 ( $M_x=1, M_y=1, F_z=1$ )을 各 各 加한다(그림 2.3).



- $L$ : 元部材의 全體 길이
- $a$ : 塑性領域 (=0)
- $S_j, S_k$ : 靑 스프링의 剛度
- $K_L, K_R$ : 비靑 스프링의 剛度
- $k_0$ : 元部材의 비靑剛度
- $EI_y$ : 元部材의 靑 剛度

그림 2.2 靑 스프링과 비靑 스프링이 附着된 部材



- $M_x$ : x 軸方向 모멘트(비靑 모멘트)
- $M_y$ : y 軸方向 모멘트(靑 모멘트)
- $F_z$ : z 軸方向 힘

그림 2.3 部材座標系

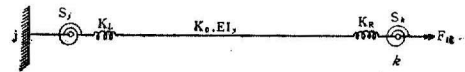


그림 2.4 單位모멘트  $M_x$ 가 k 端에 作用할 때의 部材 變位

$M_x=1$ 의 힘만 加할 때의 柔軟度, 즉 變位量은 式(2.2)과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned}
 F_{11} &= \frac{L}{K_0} + \frac{1}{K_L} + \frac{1}{K_R} \\
 &= \frac{L \cdot K_L \cdot K_R + K_0 \cdot K_R + K_0 \cdot K_L}{K_0 \cdot K_L \cdot K_R} \quad \dots(2.2) \\
 F_{21} &= 0 \\
 F_{31} &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

$M_y=1$ 의 힘만 加할 때의 柔軟度 즉, 變位量은 式(2.3)과 같이 된다.

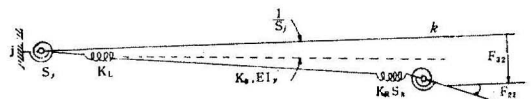


그림 2.5 單位 모멘트  $M_y$ 가 k 端에 作用할 때의 部材 變位

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= 0 \\ F_{22} &= \frac{L}{EI_y} + \frac{1}{S_j} + \frac{1}{S_k} \\ F_{32} &= -\left( \frac{L^2}{2EI_y} + \frac{L}{S_j} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.3)$$

$F_s=1$ 의 힘만 가할 때의 柔軟度 즉, 變位量은 式(2.4)과 같이 된다.

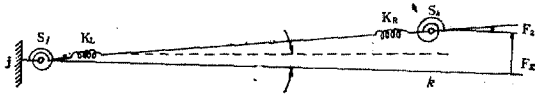


그림 2.6 單位 힘  $F_s$ 가  $k$  端에 作用할 때의 部材 變位

$$\left. \begin{aligned} F_{13} &= 0 \\ L_{23} &= -\left( \frac{L^2}{2EI_y} + \frac{L}{S_j} \right) \\ F_{33} &= \frac{L^3}{3EI_y} + \frac{L^2}{S_j} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.4)$$

따라서,  $k$  端에 單位荷重( $M_x=1, K_y=1, F_z=1$ )이 각각 작용할 때의  $k$  端에 發生하는 각각의 變位量 즉, 柔軟度 매트릭스  $F_{Mkk}$ 는 式(2.5)와 같이 구성된다.

이 매트릭스의 逆 매트릭스를 구하면  $k$  端에 각각 單位變위가 생기게 하기 위한  $k$  端에 작용시켜야 할 힘, 즉 剛度 매트릭스  $S_{Mkk}$ 는 式(2.6)

$$F_{Mkk} = \begin{Bmatrix} F_{11} & 0 & 0 \\ 0 & F_{12} & F_{23} \\ 0 & F_{32} & F_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{L \cdot K_L \cdot K_R + K_0 \cdot R_R + K_0 \cdot K_L}{K_0 \cdot K_L \cdot K_R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{EI_y} + \frac{1}{S_j} + \frac{1}{S_k} & -\left( \frac{L^2}{2EI_y} + \frac{L}{S_j} \right) \\ 0 & -\left( \frac{L^2}{2EI_y} + \frac{L}{S_j} \right) & \frac{L^3}{3EI_y} + \frac{L^2}{S_j} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

$$S_{Mkk} = \frac{E I_y}{E^* L^3} \begin{Bmatrix} K^* & 0 & 0 \\ 0 & 4(3S_j+1)L^2 & 6(2S_j+1)L \\ 0 & 6(2S_j+1)L^2 & 12(S_j+S_k+1) \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(2.6)$$

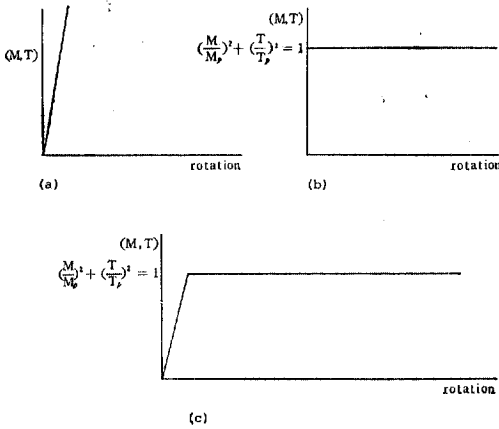
$$\left. \begin{aligned} E^* &= 12 S_k S_j + 4(S_k + S_j) + 1 \\ K^* &= \left[ \frac{L K_L \cdot K_0 \cdot K_R}{K_L \cdot K_0 + K_0 \cdot K_R + K_L \cdot K_R} \right] \cdot \frac{E^* L^3}{EI_y} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.7)$$

$$S_M = \frac{EI}{E^* L^3} \begin{Bmatrix} K^* & & & & & \\ & -K^* & & & & \\ & & 4(3S_k+1)L^2 & -6(2S_k+1)L & & \\ & & & 2L^2 & & 6(2S_k+1)L \\ & & & & -6(2S_j+1)L & -12(S_j+S_k+1) \\ & & & & & K^* \\ & & & & & & 4(3S_j+1)L^2 & 6(2S_j+1)L \\ & & & & & & & 12(S_j+S_k+1) \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(2.8)$$

과 같이 계산된다.  
이 때  $E^*K^*$ 는 각각 式(2.7)과 같이 표현된다.  
힘의 평형조건을 利用하여 部材兩端에 휨모멘트와 비휨모멘트가 附着되어 있을 경우의 完全한 部材剛度 매트릭스  $S_M$ 을 式(2.8)과 같이 求할 수 있다.

格子桁의 어느 부재 한쪽단의 휨모멘트—곡률, 비휨모멘트—비휨각 곡선이 2章의 가정대로 理想的 彈塑性性質(그림 2.7(c))을 가지기 위해서는 그 部材에 부착된 스프링들은 理想的인 剛塑性性質(그림 2.7(b))을 지니고 그 부재 自體(스프링들이 빠진)는 理想的인 彈性性質(그림 2.7(a))을 가지면 된다. 즉, 어느 部材端力이 塑性滑節의 形成條件에 못미치면 즉,  $\left(\frac{M}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 < 1$  이면 그 部材端에 附着되어 있는 스프링들의 彈性剛度を 無限大에 가까운 값으로 하여 주고 부재단력이 소성활절 형성 조건을 넘어서면, 즉,  $\left(\frac{M}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 \geq 1$  이면, 그 스프링들의 탄성 강도를 零으로 하여 준다.

이로써 格子桁의 塑性解析時 어느 부재단에 소성활절이 발생함에 따른 부재강도의 변화, 나아가 전체 강도의 변화를 고려해 줄 수 있는 방법이 마련되었다.



- (a) 스프링이 없는 部材의 휨모멘트, 비틀림모멘트—회전각 관계  
 (b) 스프링들의 휨모멘트, 비틀림모멘트—회전각 관계  
 (c) 스프링들이 附着된 部材의 휨모멘트, 비틀림모멘트—회전각 관계

그림 2.7 휨모멘트, 비틀림모멘트—회轉角의 關係

## 2.2 彈塑性 解析過程

前節에서 理想的인 彈塑性性質을 갖는 部材의 剛度 매트릭스를 構成했으나 이것만으로는 구조물 전체의 彈塑性的 變位를 解析할 수는 없다.

즉, 式(2.7)을 利用하여 格子桁의 彈塑性 解析을 遂行할 수 있도록 컴퓨터프로그램을 작성하였다.

이 프로그램 EPAG의 내용을 단계별로 나누어 자세히 설명하면,

1 단계 : 외부하중 전부(이후에는 총하중량이라고 칭함)를 加한다.

2 단계 : 1 단계의 하중에 따라 각 부재의 부재단력 변위 등을 계산한다.

3 단계 : 2 단계에서 계산한 부재단력을 검토하여 각 부재단력이 塑性滑節 形成條件 式(2.1)을 만족하는 지 검색한다.

4 단계 : 소성활절이 새롭게 形成되어 있지 않으면 외부하중이 탄성범위內에서 작용하고 있고 따라서 構造物도 탄성거동을 하는 것이 되므로 프로그램 수행을 중지시킨다.

5 단계 : 소성활절이 形成되었다면 그것들 중 어느 것이 하중이 가해지는 동안 제일 먼저 소성활절이 형성됐는지 검색한다.

6 단계 : 5 단계에서 구한 소성활절이 形成되

기까지 加해 준 하중량을 계산한다.

7 단계 : 6 단계에서 구한 하중량과 총하중량과의 비율을 계산한다.

8 단계 : 총하중량에서 6 단계에서 구한 하중을 빼면 두번째 加해 줄 하중량이 계산된다.

9 단계 : 7 단계에서 구한 비율에 따라 첫 소성활절이 형성됐을 때의 部材端力變位量 등을 구한다.

10 단계 : 새 소성활절이 형성된 부재단의 휨스프링과 비틀림스프링의 탄성강도를 零으로 하여 주어 그 부재의 부재강도 매트릭스를 변화시킨다.

11 단계 : 10 단계에 의거 전체강도 매트릭스를 변화시킨다.

12 단계 : 8 단계에서 구한 두번째 가해줄 하중량을 加한다.

13 단계 : 12 단계의 하중과 11 단계의 전체강도 매트릭스에 의거 각 부재의 부재단력, 변위 등을 계산한다.

14 단계 : 13 단계에서 구한 부재단력들에 9 단계에서 구한 부재단력들을 각각 합한다.

15 단계 : 14 단계에서 구한 부재단력들을 검토하여 기존의 소성활절이 形成되어 있는 부분이 除荷(unloading)가 일어났는지 검색한다.

16 단계 : 除荷가 발생했으면 25 단계로 간다.

17 단계 : 14 단계에서 구한 부재단력들을 검토하여 새로운 소성활절이 형성되었는지 검색한다.

18 단계 : 새로운 소성활절이 형성되어 있지 않으면 프로그램 수행을 중지한다.

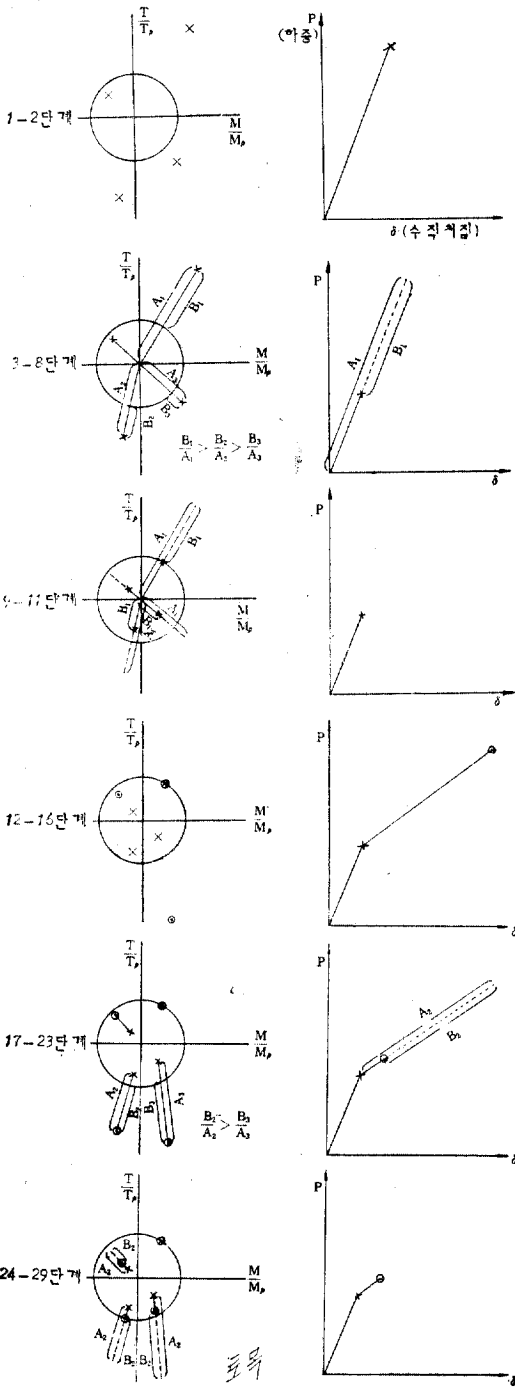
19 단계 : 새롭게 형성된 소성활절이 존재한다면 어느 것이 12 단계의 하중이 가해 지는 동안 제일 먼저 소성활절을 형성했는지 검색한다.

20 단계 : 소성활절(19 단계에서 구한)이 형성되기까지 6 단계에서 계산된 하중량보다 더 加해 준 하중량을 계산한다.

21 단계 : 20 단계에서 계산된 하중량과 12 단계의 하중량과의 비율을 계산한다.

22 단계 : 20 단계에서 계산된 하중량과 12 단계의 하중량을 합한다.

23 단계 : 22 단계에서 구한 하중량을 총하중량에서 빼면 세번째 加해 줄 하중량이 계산된다.



(a) 部材端力 및 降伏條件 (b) 하중—수직변위 線圖

그림 2.8 塑性湧節이 형성되어 감에 따른 부재단력들의 변화 및 하중—수직변위 線圖

24 단계 : 21 단계에서 구한 비율에 따라 두번째 소성활동이 형성됐을 때의 부재단력 변위 등을 구하고 9 단계에서 구한 값들과 합한다.

25 단계 : 새롭게 소성활동이 形成되었으면 그 부재단의 휨스프링과 비틀스프링의 탄성강도를 零으로 하고, 除荷로 인하여 새롭게 탄성을 회복한 부재단의 휨스프링과 비틀스프링의 탄성강도를 원상태대로 무한대로 하여 준다.

26 단계 : 25 단계에 따라 전체강도 매트릭스를 바꾸어 구성한다.

27 단계 : 除荷時 24 단계에서 구한 부재단력 변위량 등은 9 단계에서 구한 값으로 환원시키고 다음에 加해줄 하중은 8 단계의 값으로 지금까지 가한 하중은 6 단계의 값으로 환원시킨다.

28 단계 : 除荷時 12 단계의 과정으로 돌아가 다시 시작한다. 이때 물론 전체강도 매트릭스는 26 단계에서 구한 것과 같다.

29 단계 : 23 단계에서 계산된 하중을 26 단계에서 구한 전체강도 매트릭스를 가진 구조물에 加한다.

이와 같은 과정을 되풀이 하면 소성활동이 한 개씩 形成될 때마다의 그 때까지 加해 준 하중과 하재단력 및 변위량 등을 계산해 낼 수 있다. 또한 除荷도 고려될 수 있다. 소성활동 수가 증가되어 붕괴기구가 구성되거나 26 단계

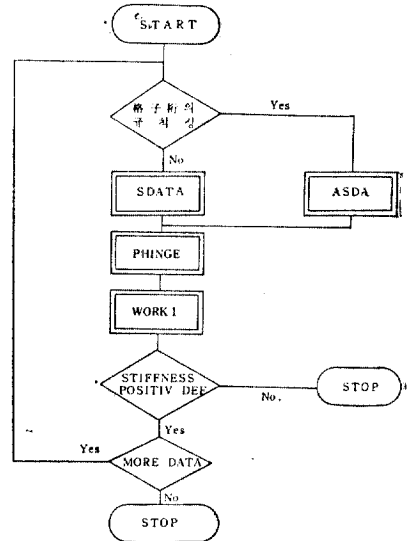


그림 2.9 主(main) 프로그램

에서 구한 전체 강도의 行列式(determinant)이 음이 되면 프로그램의 수행이 끝난다. 이와같은 과정들을 그림 2.8에 단계별로 그려 놓았다.

이와 같이 개발된 프로그램 EPAG의 flow chart는 다음과 같다.

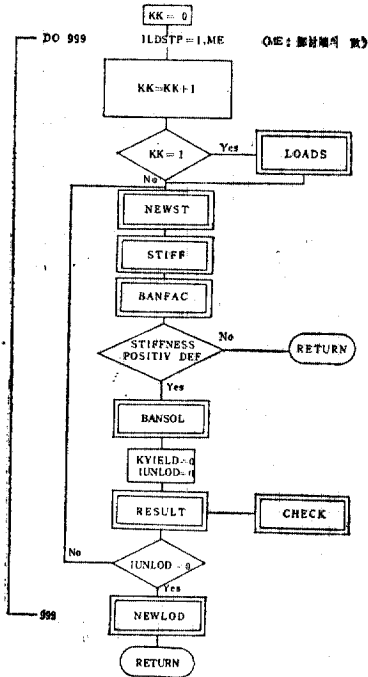


그림 2.10 Subroutine work 1.

### 2.3 프로그램 EPAG의 流通圖(Flow Chart)

16개의 subroutine(약 2000 Line)으로 구성되어 있는 이 프로그램 EPAG(Elasto-Plastic Analysis of Grillages) FORTRAN IV로 쓰여졌으며 컴퓨터 PRIME/750을 사용했다. 그 流通圖는 그림 2.9와 같다.

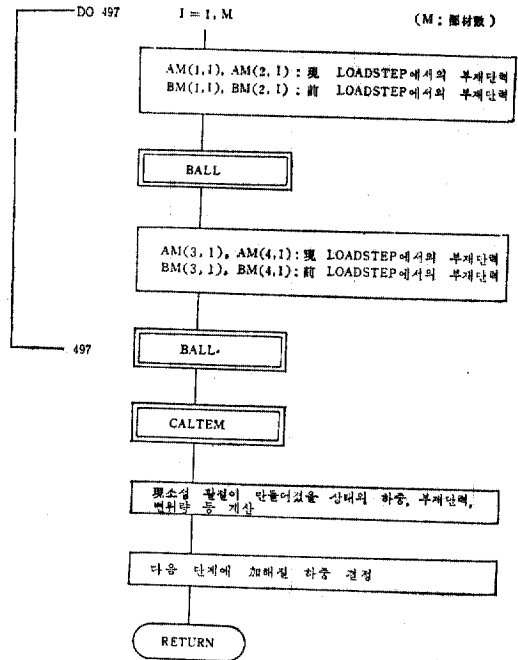


그림 2.11 Subroutine NEWLOAD

윗 Subroutine 들을 간단히 설명해 보면,

- ASDA , SDATA : 구조물의 기하학적 조건(탄성계수(E, G)等)을 수납하여 구조물 해석에 필요한 기하학적 데이터(data) 등을 형성함
- PHINGE : Plastic Hinge의 조건 결정( $M_p$ ,  $T_p$ )
- NEWST , STIFF : 소성轉절이 형성되었거나 除荷(unloading)가 생길 때마다 剛度 매트릭스를 새롭게 구성
- RESULT : 부재단력(member end force)이나 변위량 등을 구함
- CHECK : 除荷(unloading)의 여부와 이에 따른 여러 가지 조건의 변경
- BALL , CALTEM : 어떤 부재단에서 소성轉절이 형성되었다고 보면 그 소성轉절이 형성된 바로 그때의 휨모멘트, 비틀모멘트 값과 가해진 하중량 등을 계산

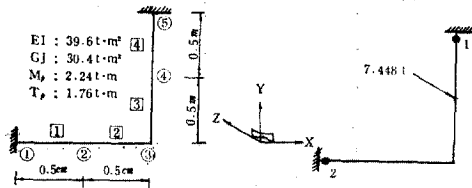
### 3. 適用例

EPAG가 正當하게 構成되어 있다는 것을 증명하기 위해 다른 논문에서 나오는 예제들을 프로그램 EPAG에 의한 계산결과와 비교하여 보았다. 또한 본 프로그램으로 종전의 방법(1.1절 참조)으로는 해결하지 못했던 복잡한 형태의格子構造物을 본 프로그램으로 解析한 예를 보여줬다.

#### 3.1 Heyman의 例題와의 比較

Heyman에 의해 題示<sup>(10)</sup>된 格子桁의 解析例를 EPAG에 의한 解析結果와 比較하였다.

그림 3.1에 提示된 格子桁에 대해 Heyman이 解析한 結果와 본 프로그램 EPAG에 의한 解析結果가 잘 일치하였다. 이렇게 정확하게 일치할 수 있는 원인은 EPAG로써 解析하기 前에



(a) 斷面性質 및 解析모델  
(b) 崩壞荷重 作用時의 塑性滑節構成 順序

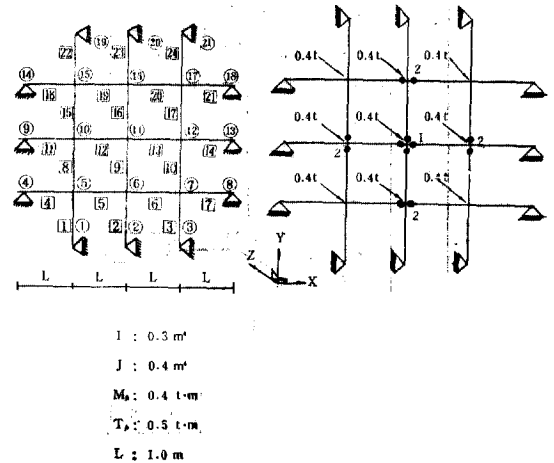
그림 3.1 Heyman에 의해 제시된 格子桁 모델

세운 1.3절의 가정과 조건이 Heyman의 가정과 조건<sup>(10)</sup>에 일치하기 때문이다. EPAG 방법은 전산기를 통해 Heyman의 방법은 필산에 의해 解析하는 점이 서로 다를 뿐이다.

#### 3.2 Hodge의 例題와의 比較

Hodge에 의해 題示<sup>(13)</sup>된 格子桁의 解析例를 EPAG에 의한 解析結果와 比較하였다.

Hodge의 例題에서 題示된 格子桁<sup>(13)</sup>은 그림 3.2에서 보는 바와 같이 그 構成部材가 가로



(a) 斷面性質 및 解析모델  
(b) 崩壞荷重 作用時의 塑性滑節形成 順序

그림 3.2 Hodge에 의해 제시된 格子桁 모델

표 3.1 Heyman과 EPAG에 의한 계산결과와의 비교

Method	Member		Joint		Remarks
	Moment	Torsion	Moment	Torsion	
Heyman	-0.2705	-2.213	0.2645	2.215	Unit : t·m
EPAG	-0.2705	-2.213	0.2645	2.215	

표 3.2 Hodge와 EPAG에 의한 계산결과와의 비교

Method	8				9				Remarks
	Moment	Shear	Moment	Shear	Moment	Shear	Moment	Shear	
Hodge	0.3	0.1	-0.4	-0.1	0.3	0.1	-0.4	-0.1	Units are t·m and t
EPAG	0.3	0.1	-0.4	-0.1	0.3	0.1	-0.4	-0.1	



방향과 횡방향으로 세 개씩 직각으로 교차하면서 등간격으로 놓여져 있고, 各 部材의 비틀剛性は 無視되었다. 荷重은 部材의 各 교차점에 作用하며 그 強度는 一定하다. 表 3.2에서 알 수 있는 바와 같이 Hodge의 解析結果는 EPAG에 의한 解析結果와 완전히 일치한다. 이렇게 잘 일치하는 이유는 前節의 例題에서 설명된 것과 같은 원인이라고 사료된다.

### 3.3 幾何學的 條件과 境界條件이 不規則한 格子桁의 解析例

前節에서 제시된 것 보다 복잡한 격자형을 본 프로그램 EPAG로 解析한 결과를 보이겠다.

總荷重은 ③, ⑪, ⑯번 절점에 각각  $3p$ ,  $2p$ ,  $5p$ 를 加하고 各 荷重量的 상호간의 比率는 崩壞가 일어날 때까지 一定하게 유지하였다. 그림 3.3.(c)에서 荷重을 나타내는 軸은 총하중( $p=1t$ )에 대한 百分率(퍼센트)로 나타 냈다.

### 4. 結 論

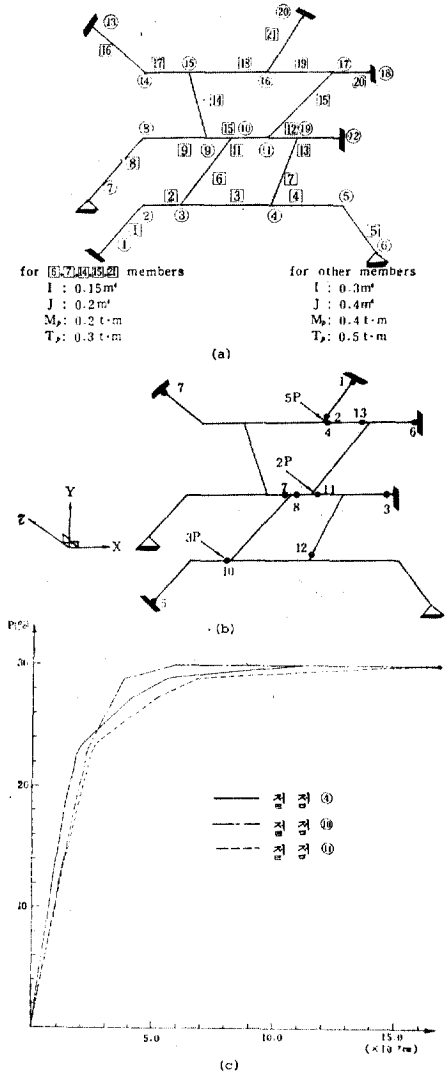
本 論文에서는 格子桁의 彈塑性解析을 遂行할 수 있는 理論式이 提示되었다. 格子桁 構成部材의 理想的인 彈塑性性質을 부여함에 있어서 各 構成部材의 兩端에 휨스프링과 비틀스프링을 直列로 부착시킨 모델을 생각하여 各 部材의 部材 剛度 매트릭스를 求하므로써 고려하였다.

이 理論에 의거하여 格子桁이 彈性狀態에서 塑性崩壞에 이르기까지의 舉動을 解析할 수 있는 프로그램 EPAG (Elasto-Plastic Analysis of Grillages)를 開發하였다.

本 프로그램 EPAG가 올바르게 構成되어 있다는 것을 3개의 解析例로서 證明하였다. EPAG에서 使用된 方法은 幾何學的 非線形解析에도 적용할 수 있고, 확대 적용하면 입체 뼈대 구조물의 非線形解析이나, 動的解析時 필요한 塑性 舉動의 규명에도 쓰여질 수가 있을 것으로 사료 된다.

### 參 考 文 獻

- 1) Hill, R., *The [Mathematical Theory of Elasticity]*, Oxford at the Clarendon Press, 1950.
- 2) Sokolovsky, V.V., 塑性學(大橋義夫譯), 朝倉書店, 1959.
- 3) Yung Kee Shin, "Load Carrying Capacity of Triangulated Structures," Ph.D. Tokyo University, 1968.
- 4) F.S. Shaw, "Limit Analysis of Grid Frameworks," *Proc. ASCE*, ST 5 Vol. 89, 1963.
- 5) FOULKES, J., "Minimum Weight Design and Theory of Plastic Collapse," *Quarterly Appl. Math.* 10, 1953.



(a) 斷面性質 및 解析 모델  
 (b) 崩壞荷重 作用時의 塑性滑節構成 順序  
 (c) 荷重-처짐 곡선

그림 3.3 幾何學的 條件과 境界條件이 不規則한 格子桁

- 6) 山田嘉昭, 塑性力學, 日刊工業新聞社, 82.
- 7) 横道英雄, 彈塑性新論, 枝報堂, 79. 2.
- 8) 吳炳煥, “콘크리트의 漸進的 破壞에 대한 非線型 構成 모델 확립 研究”, 대한토목학회논문집 제 4 권 제 2 호. 1984. 3.
- 9) B.G. Neal, *The Plastic Method of Structural Analysis*. New York, John Wiley & Sons, Inc.
- 10) Jacques Heyman, *Plastic Design of Frames 2*, Cambridge, 1971.
- 11) M.R. Horne and L.J. Morris, *Plastic Design of Low-Rise Frames*, Granada, 1981.
- 12) Beedle, L.S., *Plastic Design of Steel Frames*, John Wiley & Sons, New York, 1958.
- 13) Hodge, *Plastic Analysis of Structures*, McGraw-Hill, 1959.
- 14) K.I. MAJID, *Non-Linear Structures*, London, Butter Worths, 1972.
- 15) Livesley, R.K., *Matrix Methods of Structural Analysis*, Pergamon Press, Oxford, 1964.
- 16) Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method*, 3rd ed., McGraw-Hill Book Company, London.
- 17) Dale G. Eyre, T.V. Galambos, “Shakedown Tests on Steel Bars and Beams,” *ASCE*, July, 1970.
- 18) John D. Meyer and Kurk, H. Gerstle, “Shakedown of Strain-Hardening Structures,” *ASCE*, January, 1972.
- 19) Dale G. Eyre and Theodore V. Galambos, “Shake Down of Grids,” *ASCE*, October, 1973.
- 20) Dale G. Eyre and Theodore V. Galambos, “Shake Down of Beams on Flexible Supports,” *ASCE*, May 1976.
- 21) Irving J. Oppenheim, “Shakedown Under Elastic Support Conditions,” *ASCE*, July 1980.
- 22) Jennings, A. and Majid, K., “An Elastic-Plastic Analysis By Computer for Framed Structures Loaded up to Collapse,” *The Structural Engineer*, Dec., 1965.
- 23) William Weaver, JR., James M. Gere. *Matrix Analysis of Framed Structures*, D. Van Nostrand Company, 1980.
- 24) 李東根, “Accurate and Simplified Models for Seismic Response Prediction of Still Frame Structures,” Ph.D. Dissertation, Standford University, 1984.
- 25) D.R.J. Owen and E. Hinton, *Finite Elements In Plasticity*, Pineridge Press Limited, 1980.
- 26) Lansford C. Bell and Conard P. Heins, “Analysis of Curved Girder Bridge”, *Proc. ASCE*, August, 1970.
- 27) Neil Jackson, “Plastic Analysis of Transversely Loaded Frames,” *Proc. ASCE*, August, 1971.
- 28) Glem A. Morris and Steven J. Feves, “Elastic-Plastic Analysis of Frame Works,” *Proc. ASCE*, May, 1970.
- 29) Sunduramorthy Rajasekaram and David W. Murray, “Finite Element Solution of Unelastic Beam Equations,” *Proc. ASCE*, ST 6, Vol. 99, 1973.
- 30) 太田俊昭・日野伸一, “曲けとれじりモーメントを受ける一様を長方形 断面棒の弾塑性解析,” 日本土木學會論文報告集, 第285號, p. 37, 1979.
- 31) 宇佐美勉, “軸力, 曲けれよび一様れじりを受ける薄肉開断面の降伏後の擧動,” 日本土木學會論文報告集, 第220號, 1973.
- 32) 兒鳴弘行・平尾潔, “平面剛滑節構造物 自動極限解析,” 日本土木學會論文報告集, 第218號, 1973年 10月.
- 33) Steele, M.C., “The Plastic Bending and Twisting of Square Section Members,” *Jour. Mech. Phys. Solids*, Vol. 3, p. 156, 1954.
- 34) Imegwu, E.O., “Plastic Flexure and Torsion” *Jour. Mech. Phys. Solids*, Vol. 8, p. 141, 1960.

(接受: 1986. 4. 8)