

복합상자교량의 콘크리트 건조수축과 크리프 영향력

Effects of Creep and Shrinkage on Composite Box Girder

金 聖 根*
Kim, Sung Kun

Abstract

The primary objective of this study is to compare the effects that are caused by shrinkage and creep of a concrete bridge deck during its construction.

In this study four different bridge structures were compared. Two straight box girders and two curved box girders were compared for stress changes in positive moment region and negative moment region due to the effects of concrete.

The effects on displacement behavior by the assumed section length by concrete placement were also studied.

The analyses were performed by using Vlasov equation and finite difference numerical method to solve the governing differential equation.

要 旨

본 연구에서는 교량 구조물의 콘크리트택에 시공시 생기는 건조수축과 크리프에서 오는 영향을 검토하였다.

본 연구에서는 4가지의 교량을 비교하였으며, 그 중 두 개의 직선복합 상자교량과 2개의 곡선상자교량을 (+)모멘트 지역과 (-)모멘트 지역으로 구분하여 위의 영향에서 오는 응력변화의 차이점을 검토하였다. 또한 변형율과 처짐에 미치는 영향도 검토하였다.

해석 방식은 Vlasov의 미분방정식을 이용하였으며, 유한차분법(Finite Difference Method)을 사용하였다.

1. 서 론

직선 복합상자 교량과 곡선 복합상자 교량의 건설은 상자교량의 특성인 비틀림모멘트 저항력, 미적감각 및 보수공사 등의 이점으로 상당한 증가추세로 건설되고 있다. 곡선교량의 선형은 다층식 고가도로 교차점 인터체인지의 건설로써 필요하게 되었다. 곡선교량의 건설초기에

는 곡선형이 일련된 직선거더의 연속으로 사용되어 여럿의 교각으로 조적된 Chord로 구성되었다. 현재는 곡선교량이 두 가지 종류로서 설계방식이 고려되고 있다. 한 가지 종류로는 곡선 I-형 거더로 구성되어 있으며 많은 양의 가로브레이싱이 I-형 거더의 복부(web)에 용접되었으며, 다른 종류로는 단힌 단면으로 혹은 상자거더로서 최소양의 외부 브레이싱이 요구되는 종류이다.

* 正會員 · 漢陽大學校 工科大学 助教授, 土木工學科

단순 곡선교량과 직선교량의 탄성해석 방식과 설계법은 세세히 보고되어 있으며 주어진 교량 구조물에서 받는 하중은 교량공학 설계서인 AA-SHTO와 AISC에 자세히 나와 있다^(1,2). 그러나 시공중 교량은 콘크리트의 크리프와 건조수축의 영향도 받게 되며 시공일정과 공사단계에서 영향력의 차이점이 생긴다. 교량의 응력이력은 강구조물의 조립에서부터 시작되며 슬래브 타설, 도로표층, 보도, 시공장비의 영향과 그 위치의 영향을 받게 된다. 시공절차가 크리프와 건조수축에 미치는 영향력에 대하여는 직선 I-형 교량에⁽³⁾ 관하여는 많이 연구되어 있다.

근래에 와서는 크리프와 건조수축의 연구로⁽⁴⁾ 곡선교량해석으로 변형되었으며 또한 응력분포이력 해석에서 교량의 하중량, 종류, 그리고 시간의 의존성을 더하였다.

2. 상자교량의 기본방정식

상자교량은 곡선의 영향 때문에 비틀림응력이 발생한다. 그 응력의 크기는 단면형태, 교량연장과 곡선의 반지름에 의존한다. 이러한 비틀림 하중에서 오는 기본공식으로서 저항비틀림 모멘트는 아래와 같다.

$$T_{PT} = GK_T \phi' \quad \dots\dots(1)$$

여기서, T_{PT} = 순수비틀림

G = 전단계수,

ϕ' = 각의 변화율/길이

$$K_T = 4A_0^2 / \oint \frac{ds}{t} \quad \dots\dots(2)$$

A_0 = 상자단면의 면적

t = 요소두께

K_T 의 값은 상자교량 단면이 열린 상자이거나 혹은 닫힌 상자에 따른다.

닫힌 상자단면은 열린 상자단면의 K_T 값보다 $10^4 \times K_T$ 로서 열린 상자보다 상대적으로 큰 차이가 있다. 따라서 닫힌 상자는 대단한 비틀림 상수를 가진다. 또한 여기서 구해지는 비틀림전단응력은

$$\tau_{PT} = \frac{T_{PT} t}{K_T} \quad \dots\dots(3)$$

상자교량의 단면두께가 적으면 워핑(warping)의

영향을 받게 되며 워핑에서 오는 직선응력은 아래의 공식을 사용한다.

$$f_w = \frac{B_i W_s}{I_w} \quad \dots\dots(4)$$

여기서, B_i = bimoment

W_s = 워핑직선응력함수

I_w = 워핑계수

또한 워핑으로 생기는 전단응력은

$$\tau_w = \frac{ES_w}{t} \phi'' \quad \dots\dots(5)$$

ϕ'' = 전체 변형차

S_w = warping statical moment

워핑의 응력범위를 무시할 수 있는 범위는 θ 가 $0 \sim 0.5$ 이거나 $\psi \geq 10 + 40\theta$ 일 경우이고 워핑에서 오는 영향이 적은 범위내에는 θ 가 0.5에서 1.0이거나 $\psi \geq 30$ 일 경우이다.

여기서, $\psi = L \left(\frac{GK_T}{EI_w} \right)^{1/2}$ 이다.

닫힌 상자단면일 때는 $\psi \geq 30$ 일 때 워핑에서 오는 응력을 무시할 수 있고 순수비틀림응력만을 고려할 경우에는 $\psi \leq 0.4$ 일 때 워핑을 무시할 수 있다.

3. 브레싱영향적응

상자단면이 비틀림영향을 받게 될 때 상자단면부재 변형의 고정과 응력발생을 최소화하기 위해 내부칸막이⁽⁶⁾를 사용하게 된다. 그리고 상자단면의 윗면은 가로브레싱을 사용하게 되며 가로브레싱은 닫힌 상자와 같이 등가두께로 대체된다. 따라서

$$t_w = \frac{E}{G} \frac{2A_d \cos^2 \alpha}{b} \sin \alpha \quad \dots\dots(7)$$

여기서, α = 가로브레싱과 교차브레싱의 각

A_d = 교차브레싱의 면적

상자단면의 폭(b)와 깊이(d)의 비례가 $1 \leq \frac{b}{d} \leq 3$ 일 때와 응력비율이 $\leq 10\%$ 일 때는 $t_w \leq 0.05$ "로 정하며 요구되는 브레싱 면적은 $A_d \geq 0.03 b$ 로 된다.

Heins와 Olenick⁽⁶⁾의 연구결과로 사하중직선응력(distorsion), f_d 와 사하중 모멘트응력, f_s 의 비례로 비틀림의 최소영향의 비율은 칸막이 브레싱을 아래 공식을 사용하게 된다.

$$\frac{f_d}{f_i} = \frac{(10L-350)}{R} \frac{S^2}{L^2} \dots\dots(8)$$

여기서, L =전장길이

R =반지름

S =브레싱간격(단위=ft)

또한 활하중의 영향은 $\frac{f_d}{f_i}$ 의 75%가 된다.
그러므로 브레싱간격은

$$S \leq L \left(\frac{R}{200L-7,500} \right)^{\frac{1}{2}} \leq 25' \dots\dots(9)$$

그리고 브레싱을 본 연구에 적용할 때에 요구되는 면적 A_b 은 아래의 공식을 사용하였다.

t_w =복부(web) 두께(in.)

$$A_b = 75 \frac{Sb}{d^2} \frac{t_w^3}{(b+d)} \dots\dots(10)$$

4. 콘크리트 강도와 특성적용

콘크리트의 구조적 성질은 강도, 탄성계수, 크리프변형률과 건조수축량이 모두 시간에 따라 변하기 때문에 많은 문제점이 발생한다. 그러므로 해석 과정에서 다음과 같은 요점을 고려해야 한다.

- ① 슬래브타설시 간격의 위치배치
- ② 각 콘크리트 타설단계에서 모멘트, 직선응력, 처짐 등의 계산
- ③ 강구조물에 미치는 크리프와 건조수축의 영향력

해석방법에서는 Branson & Christianson⁽⁴⁾의 아래 공식들이 채택되었다.

$$E_c = 163,500 + 30\sqrt{W^3 f_c'(t)} \dots\dots(11)$$

여기서, W =콘크리트비중(pcf)

$f_c'(t)$ =콘크리트압축강도(psi)

$$f_c'(t) = \frac{t}{4+0.85t} f_c' \dots\dots(12)$$

t =양생시간, f_c' =28일 강도

콘크리트의 처짐은 장기간동안의 크리프 영향력에서 발생한다. 따라서 크리프 계수는 $C_t = \frac{\epsilon_{cp}}{\epsilon_i}$

그리고 $E_c = \frac{\sigma}{\epsilon_i}$ 등을 사용할 때에

$$E_{ct} = \frac{\sigma}{\epsilon_i + \epsilon_{cp}} = \frac{\sigma}{\epsilon_i(1+C_t)} = \frac{E_c}{1+C_t} \dots\dots(13)$$

로써 E_{ct} =콘크리트의 탄성계수로 사용할 수 있고 또한 건조 수축공식은

$$\epsilon_s = \frac{t}{35+t} C_{s7} C_{sH} \epsilon_{su} \dots\dots(14)$$

을 사용하면

$$C_{s7} = 1.2 - \frac{2}{7} + \frac{2}{7} t \geq 1$$

$$C_{sH} = 1.4 - 0.01H, 40\% \leq H \leq 80\%$$

$$= 3.0 - 0.03H, 80\% \leq H \leq 100\%$$

$$\epsilon_{su} = \text{극한변형률} = 780 \times 10^{-6} \text{ in/in}$$

결과로 건조수축에 미치는 프리스트레싱은

$$\sigma_{sp} = \frac{\epsilon_{sH} E_c}{2} = \frac{\sigma_p}{2} \dots\dots(15)$$

가 대략으로 사용됐다.

이 방식은 Clerman⁽³⁾이 직선교량에 사용한 방식이다. 건조수축의 영향은 하중을 주게 되며 또한 응력분포가 생긴다. 그러므로 교량구간에 집중모멘트를 발생시킨다(그림 4.1 참조). 이러한 콘크리트의 특성에서 발생하는 힘들은 하중으로 대치하여 기본교량 공식에 복합되어 풀 수 있다.

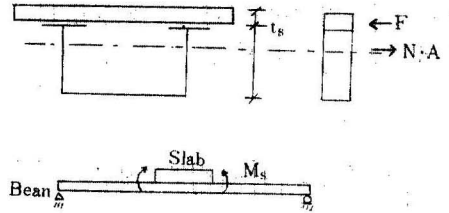


그림 4.1

5. 해석모델 공식

곡선교량에서 하중-처짐의 일반적인 반응공식은 Vlasov⁽⁶⁾의 미분방정식을 사용하여 해석할 수 있다. Vlasov의 공식은

$$\left(\frac{EI_w}{R^2} - EI_x \right) \eta^{IV} + \frac{GK_T}{R^2} \eta'' - \frac{EI_w}{R} \phi^{IV} + \frac{EI_x}{R} \phi'' + q_s = 0 \dots\dots(16)$$

$$-\frac{EI_w}{R} \eta^{IV} + \frac{EI_x + GK_T}{R} \eta'' - EI_w \phi^{IV} + GK_T \phi'' - \frac{EI_x}{R} \phi + M_s = 0 \dots\dots(17)$$

여기서, η =축방향 변형

ϕ =각의 변화

R =상자 중앙선까지의 반지름

이 공식들을 동시에 풀이하여 Central Finite Difference 형식으로서 절점간격은 Δ 로 표기한다.

또한 내부에 발생하는 힘들은 각 절점에서 계산되는 처짐과 변형을 η 와 ϕ 를 사용하여 Vlasov 의 아래 공식들로부터 구하여진다.

$$M_x = -EI_x \left(\eta'' - \frac{\phi}{R} \right) \quad \dots\dots(18)$$

$$B_i = -EI_w \left(\phi'' + \frac{\eta''}{R} \right) \quad \dots\dots(19)$$

$$M_{ST} = GK_T \left(\phi' + \frac{\eta'}{R} \right) \quad \dots\dots(20)$$

$$M_w = EI_w \left(\phi'' + \left(\frac{\eta''}{R} \right) \right) \quad \dots\dots(21)$$

여기서, M_{ST} = 순수 비틀림 모멘트

M_w = 휨모멘트

위의 결과는 재료역학의 $\sigma = \frac{Mc}{I}$ 와 $\tau = \frac{VQ}{It}$ 의 공식들을 사용하여 발생하는 응력들을 쉽게 구할 수 있다.

그러나 상자단면의 본 형태가 유지되지 않을 때는 상자단면의 하중-변형의 반응은 Dabrowski⁽⁹⁾ 의 미분방정식으로 나타내게 된다.

$$\gamma^{IV} + 4\lambda^4 \gamma = \frac{1}{W_a} \left(-p \frac{M_x}{R} + \frac{m_x}{2} \right) \quad (22)$$

여기서, γ = 상자단면의 변형각

M_x = 휨모멘트

W_a, p, λ = 상자의 기하학적 특성

m_x = 의부비틀림하중/길이

위 공식은 유한차분법(Finite Difference Method) 방식으로 풀 때 내부 휨모멘트 M_x 가 의부 휨모멘트 m_x 와 함께 요구된다. 따라서 M_x 를 찾은 후에 변형해석이 된다.

위의 미분공식들은 유한차분수치해석(Finite Difference Numerical Method) 방식(공식 22, 23) 을 사용하여 컴퓨터로 해석하고 그 과정에서 극선교량의 비틀림과 휨모멘트를 먼저 풀어야 한다. 그리고 축방향처짐과 변형율을 구하고 그에 해당하는 미분값이 일반공식에 대치되어 발생된 휨모멘트를 구하게 된다. 휨모멘트 값을 변형해석 공식에 대치하여 변형된 응력을 찾을 수 있다.

$$\begin{array}{c} LL \qquad \qquad \qquad L \qquad \qquad \qquad O \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{EI_w}{R^2} + EI_x - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R^2} + EI_x \right) + \frac{\Delta^2 GK_T}{R^2} \right] & 6 \left(\frac{EI_w}{R^2} + EI_x \right) + \frac{2\Delta^2 GK_T}{R^2} \\ & R \qquad \qquad \qquad RR \\ & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R^2} + EI_x \right) + \frac{\Delta^2 GK_T}{R^2} \right] \frac{EI_w}{R^2} + EI_x \\ \frac{EI_w}{R} & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] 6 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{2\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \\ & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] \frac{EI_w}{R} \end{array} \right] \begin{array}{l} \eta \\ \phi \end{array} = q_o \Delta^4 \quad \dots\dots(22) \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{EI_w}{R} & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] 6 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{2\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \\ & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] \frac{EI_w}{R} \\ \frac{EI_w}{R} & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] 6 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{2\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \\ & - \left[4 \left(\frac{EI_w}{R} \right) + \frac{\Delta^2 (EI_x + GK_T)}{R} \right] \frac{EI_w}{R} \end{array} \right] \begin{array}{l} \eta \\ \phi \end{array} = m_x \Delta^4 \quad \dots\dots(23) \\ \left[\begin{array}{cc} EI_w & - \left[4 (EI_w) + \Delta^2 GK_T \right] \\ & 6(EI_w) + 2\Delta^2 GK_T + \frac{\Delta^4 EI_x}{R^2} \\ EI_w & - \left[4 (EI_w) + \Delta^2 GK_T \right] \\ & EI_w \end{array} \right] \begin{array}{l} \eta \\ \phi \end{array} \end{array}$$

6. 결 과

콘크리트의 재료성질이 교량에 미치는 영향을 검토하기 위하여 네 가지 단면을⁽¹⁰⁾ 예로 선택하였다.

복합상자교량들의 해석결과는 컴퓨터 출력결과

로 콘크리트 인장부위에 나타나는 응력변화, 콘크리트타설 진행시 각 타설연장의 진행중 시간차의 영향, 처짐 및 변형에서 오는 영향을 비교 검토하였다.

컴퓨터결과에서 최대 (+)모멘트 값과 (-)모멘트 값이 나오는 0.4 L 과 내부지점의 플랜지에 발생하는 응력과 콘크리트에 발생하는 응

표 6.1. 교 량 형

예 제	교 량 1	교 량 2	교 량 3	교 량 4
시간연장	120'~120'	150'~150'	80'	110'~100'
종 류	직선상자	직선상자	곡선상자	곡선상자
지 간 의	2지간	2지간	단지간	2지간
거 더 의	2거더	3거더	1거더	2거더
간 격	7'C-C	7'C-C	—	17'C-C
반 지 림	—	—	500'	500'

력의 결과를 콘크리트 타설간격의 차이점에서 미치는 영향을 비교하였다. 아래 도표의 출력값을 표시하였다(그림 6.1 참조).

표 6.2. 합계응력 교량 1, 교량 2

	합계 응력 (psi)					
	최대 ⊕모멘트 0.4L			최대 ⊖모멘트 내부지지점		
	TF	BF	Conc.	TF	BF	Conc.
결 과 1-1	-16.04	15.04	0.337	24.18	-22.21	0.00
결 과 1-2	-14.73	13.78	0.303	13.51	-22.85	0.877
결 과 2-1	-23.3	19.41	-0.615	34.27	-30.22	0.00
결 과 2-2	-22.74	18.77	-0.584	27.49	-29.97	1.335

註: 1 psi 는 70 kg/cm²

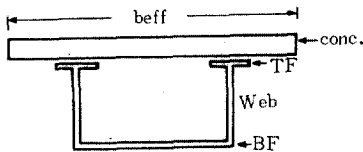


그림 6.1.

표 6.2는 콘크리트타설 진행시 오는 영향을 직선상자교량으로 비교하였다. 결과 1-1은 전연장을 한번으로 타설한 것이고 결과 1-2는 3구간으로 타설한 결과치이다.

곡선상자교량인 교량 3에는 콘크리트 타설구간에서 처짐 및 변형율에 오는 영향을 표 6.3에 나타내었다.

표 6.3. 교량 3

	전장 타설	4구간타설	%
처 짐 (Inches)	1.707	1.639	3.98
변 형 각 (Rad)	0.00148	0.00099	33.11

표 6.4는 콘크리트 구간타설시 시간의 차이에 따른 곡선상자교량 응력발생의 결과치를 나타내었다.

표 6.4. 교량 4

	합 계 응 력 (K _{sr})					
	최대 ⊕모멘트 (0.4L)			최대 ⊖모멘트 내부지지점		
	TF	BF	Conc.	TF	BF	Conc.
결 과 3-1	-10.69	8.76	-0.066	9.13	-9.70	0.025
결 과 3-2	-10.46	8.73	-0.080	8.90	-9.56	0.035

7. 결 론

콘크리트 영향을 컴퓨터 출력결과로 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 콘크리트 슬래브 타설후 콘크리트의 인장응력은 균열응력을 능가할 수 있다.
2. 콘크리트 타설연장과 위치배치 또한 타설구간순서는 타설시간 차이보다 큰 영향을 준다.
3. 콘크리트 슬래브 타설 진행방식에 따라 교량 단면의 변형각은 많은 차이가 나타난다.

또한 예제로 선택된 단면은 단한 상자로서 I-형거더 종류와 상자교량종류와 비교한다면 K_r 값의 상대적인 차이점으로 I-형거더는 콘크리트 타설진행방식 및 순서에 따라 큰 차이점이 있다.

參 考 文 獻

1. "Manual of Steel Construction," American Institutes of Steel Construction, 7th ed. 1973.
2. AASHTO, "Standard Specifications for Bridges," 11th ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1973.
3. Clerman, N.S., "The Effect of Construction

- Sequencing on Dead Load for Composite Beam /Slab Bridges,* M.S., University of Maryland, College Park, MD., 1977.
4. Branson, D.E., and M.L. Christianson, "Time Dependent Concrete Properties Related to Design, Designing for Effects of Concrete, Shrinkage and Temperature in Concrete Structures," ACI Publication SP 27, American Concrete Institute, Detroit, 1971.
 5. Nakai, H. and C.P. Heins, Analysis Criteria for Curved Bridges, *Journal of the Structural Division*, ASCE Vol. 103, No. St 7, July 1977.
 6. Oleinik, J.C. and C.P. Heins, Diaphragms for Curved Box Beam Bridges, *Journal of the Structural Division*, ASCE Vol. 101, No. St 10, Oct 1975.
 7. Branson, D.E., Time Dependent Effects in Composite Concrete Beams, *Proceedings of the American Concrete Institute*, Vol. 56, 1960.
 8. Vlasov, V., *Thin Walled Beam Theory*, NSF, Washington, D.C., 1961.
 9. Dabrowsk, R., *Curved Thin Walled Girders*, Cement and Concrete Association, London, England, 1968.
 10. Hobelmann, Paul, *The Effects of Construction Sequencing on Curved Box Girder Bridges*, M.S., Univ. of Maryland, College Park, M.D., 1979.

(接受：1986. 1. 31)