

# 만곡수로에서 2 차원 흐름해석

## A Two Dimensional Analysis in Bended Open Channel Flows

윤	세	의*
Yoon,	Sei	Eui
이	종	태**
Lee,	Jong	Tae
이	원	환***
Lee,	Won	Hwan

---

### Abstract

Under natural condition, many rivers had shallow and gently curved shape in plane. A two dimensional mathematical model of the flow was a very attractive one. The flow characteristics in bended open channels were analyzed.

The mathematical model based on the mass and the momentum equation of the two-dimensional unsteady flow was developed by introducing finite difference method and the double sweep algorithm.

For the purpose of the verification of this model, the modeling results were applied to the L.F.M flume and the I.I.H.R flume. The results had a good agreement with the experimental data of the flumes.

The results could be more close to the experimental data by controlling Chezy Coefficients in order to reduce the effect of friction around side wall, and be studied the importance of the convective term.

The water surface profile, the direction and scale of depth average mean velocity and the path of the thread of maximum velocity in bended open channels could be computed.

---

### 요 지

일반적으로 자연하천은 수심에 비해 하폭이 크고 완만한 곡률을 나타내므로 2 차원 수치모형이 실용적인 것으로 알려져 있다. 본 연구에서는 만곡수로의 흐름특성을 분석하기 위하여 2 차원 부정류의 운동방정식과 연속방정식을 차분화하고 Double Sweep 알고리즘에 의한 수치해석모형을 개발하였다. 본 모형의 적용성을 입증하기 위해 L.F.M 실험수로 및 I.I.H.R 실험수로의 실측치와 비교하여 비교적 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

---

\* 정희철 · 경기대학교 공과대학 조교수, 토목공학과

\*\* 정희원 · 경기대학교 공과대학 부교수, 토목공학과

\*\*\* 정희원 · 연세대학교 공과대학 교수, 토목공학과

벽면마찰의 영향을 감소시키기 위하여 Chezy 계수의 적절한 조정으로 실측치에 더욱 접근된 결과치를 얻을 수 있었으며, 이류항의 영향을 분석하였다. 만곡수로내의 수면형태, 최대유속선의 이동경로 및 깊이방향 평균유속의 크기와 방향을 계산할 수 있었다.

## 1. 서 론

인구의 증가와 도시화 현상의 심화로 인한 하천관리의 중요성이 날로 증대되어 가고 있는 실정이다. 일반적으로 자연상태의 하천은 만곡수로라고 가정할 수 있으며 하천계획을 수립시 법선은 가능한 매끄럽게 계획하는 것이 바람직하지만 하도지형과 토지이용 등의 제약조건으로 인하여 만곡부로 계획해야 될 경우가 빈번하다. 직선부와 곡선부의 흐름특성은 큰 차이가 있으며 만곡수로에서는 흐름의 방향전환으로 인한 소용돌이가 문제가 되는 구간이므로 홍수의 피해를 입기 쉽다. 또한 취수, 관개, 준설, 주운, 하천의 수공구조물 설계 등에 있어서 만곡수로의 위치, 곡률반경의 결정은 매우 중요하며 만곡부 흐름은 오염물질 및 열의 분산에도 영향을 미치기 때문에 수질관리 측면에서도 무시할 수 없는 요소이다.

만곡수로의 흐름특성에 관한 연구는 19세기 중반부터 연구되기 시작하여 Thomson<sup>(1)</sup>은 나선운동(spiral motion)의 존재를 최초로 확인하였다. C.A. Mockmore<sup>(2)</sup>, A. Shucky<sup>(3)</sup>, Knapp<sup>(4)</sup> 등은 수위, 유속, 마찰계수와 나선운동의 강도 등에 관한 연구를 하였으며, H.A. Einstein과 J.A. Harder<sup>(5)</sup>, Rozovskii<sup>(6)</sup>는 하폭에 대한 수심의 비,  $B/D$ 가 큰 경우에 관하여 연속방정식과 운동방정식을 이용하여 종·횡단면의 유속 분포, 수위의 변화, 에너지손실, 2차흐름에 관하여 분석하고 이들을 실측치와 비교하여 만족할 만한 결과를 얻었다. 村本嘉雄, 井上喬之<sup>(7)</sup>는 흐름의 특성을 2차흐름의 발생구역, 발달구역 및 완전발달구역으로 구분한 바 있으며 C.L. Yen<sup>(8)</sup>은 중심각이 90°인 만곡수로에서 하상을 고정하상 및 평형하상(equilibrium bed)으로 구분하여 수면형과 유속분포를 분석하였다. J.R.D. Franis와 A.F. Asfari<sup>(9)</sup>는  $B/D$ 가 크고 하폭에 대한 곡률반경의 비,  $B/R_c$ 가 매우 적은 완

만한 곡률의 만곡수로에서 흐름을 분석하는 데 최초로 차분법을 도입하였으며, 池田駿介<sup>(11,12)</sup>는 흐름합수를 사용하여 만곡수로의 흐름특성을 분석하였다. 한편 현장실측으로부터 수면형변화, 전단응력, 2차흐름의 특성, 토사이동 등에 관한 연구는 R.G. Jackson<sup>(13)</sup>, J.S. Bridge와 J. Jarvis<sup>(14)</sup>, J.S. Bridge<sup>(15)</sup>, J.C. Bathurst, C.R. Thorne와 R.D. Hey<sup>(16)</sup> 등에 의하여 발표되었다. H.J. De Vriend<sup>(17)</sup>는 정류상태 흐름에서 연속방정식과 운동방정식을 이용하여  $B/D$  및  $R_c/B$ 가 매우 큰 경우의 흐름에 관하여 분석하고 2차흐름의 연직분포를 예측할 수 있는 식을 제안하였으며, Wolfgang Rodi<sup>(18)</sup>, Nobuyuki Tamai<sup>(19)</sup>는 만곡수로의 흐름특성을 분석하기 위하여  $K-\epsilon$  난류모델을 이용하였다. 또한 Pacheco-Ceballos<sup>(20)</sup>와 M.M. Soliman과 E.R. Tinney<sup>(21)</sup>는 에너지손실에 관하여 실측자료로부터 경험식을 얻었으며 마찰계수의 특성을 연구하였다. De Vriend와 H.J. Geldof<sup>(22)</sup>는 두 개의 연속된 만곡수로에서 최대주방향유속(main velocity maximum)의 이동경로에 관하여 연구하였고 Marco Falcón Ascanio와 J.F. Kennedy<sup>(23)</sup>는 운동량 모멘트(moment of momentum)와 힘의 평형해석(Force-Equilibrium Analysis)으로 유속특성과 저면마찰의 영향을 분석하였다.

高<sup>(24)</sup>는 모형실험을 통하여 만곡수로의 하상변동을 연구하였으며, 尹<sup>(25)</sup> 등은 곡률부에서 에너지 손실수두의 산정에 관하여 검토하였는 바 국내에서의 만곡수로에 관한 수리적인 연구는 매우 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 만곡수로의 흐름특성을 분석하기 위하여 2차원 부정류의 기본방정식을 확정하고 이 식들을 차분해석하였다. 수심에 비해 하폭이 크고 직사각형의 고정단면을 가진 180° 및 90° 만곡수로에서의 수면형, 깊이방향평균유속의 크기 및 방향 등을 계산하여 실측치와 비교하였으며, 이류항(convective term)과 Chezy 계수의 영향을 분석하였다.

## 2. 만곡수로의 흐름특성 및 기본방정식

### 2.1. 만곡수로의 흐름특성

만곡수로에서 유선은 직선이 아니고 나선운동이나 교호파(Cross Wave) 때문에 내측 혹은 외측으로 편이된다. 더우기 주방향 유속의 방향변경으로 인한 원심력 가속도 뿐만 아니라 하상 전단응력의 횡방향성분과 2차흐름의 변화로 발생하는 momentum flux의 영향으로 외측수위는 상승하고 내측수위는 하강하는 편구배(super-elevation)가 발생된다. 또한 박리현상(separation)과 jump 현상도 존재한다. 흐름이 상류일 때는 수면경사가 완만하고 사류인 경우에는 수면에 교호파가 나타나며 편구배가 크다. 만곡수로에서 와류(vortex flow)의 생성은 흐름의 분기(divergence), 집중(convergence), 유효응력, 지구의 자전응력 및 바람응력 등에 의한다<sup>(28)</sup>.

A. Shucky<sup>(29)</sup>에 의하면 180° 만곡수로 입구부터 약 90° 부근에서 최대편구배가 발생되고 그 발생위치 및 크기는 중심각의 크기,  $B/D$ ,  $R_c/B$  마찰계수 등에 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 편구배를 계산하는 많은 식들 중에 Rozovskii의 근사식은 다음과 같다.

$$H_s = \alpha_0 \frac{V_m^2}{gR_c} \dots\dots\dots(1)$$

$$\alpha_0 = 1 + \frac{g}{KC} \dots\dots\dots(2)$$

여기서  $H_s$ : 편구배,  $R_c$ : 곡률반경,  $V_m$ : 평균 유속,  $K$ : Karman 상수

$$\frac{\partial P}{\partial t} + P \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{D+H} \right) + Q \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q}{D+H} \right) - fQ + g(D+H) \frac{\partial H}{\partial x} + g \frac{P \sqrt{P^2 + Q^2}}{C^2(D+H)^2} = 0 \dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + P \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{D+H} \right) + Q \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{Q}{D+H} \right) + fP + g(D+H) \frac{\partial H}{\partial y} + g \frac{Q \sqrt{P^2 + Q^2}}{C^2(D+H)^2} = 0 \dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

여기서,  $P, Q$ :  $x, y$  방향의 성분유량  
 $(P = U(D+H), Q = V(D+H))$ ,  
 $f$ : Coriolis 힘  
 $C$ : Chezy 계수  
 $H$ : 수위의 변동량

Chin-lien Yen은 90° 만곡수로에서 최대 수위하강은 만곡수로 입구로부터  $\pi/8$  단면의 내측벽 부근에 발생되었고 최대 수위상승은 외측벽  $7\pi/16$  단면에서 발생되었으며 최대편구배는  $\pi/4$  단면에서 발생되었다. 180° 만곡수로에서의 최대유속은 만곡부 입구에서는 내측으로 편기되다가 서서히 외측벽면 부근으로 이동되는 현상을 발견할 수 있었으며 최대유속선의 이동경로는 벽면마찰, 반사조건, 흐름방향의 압력경사 등에 따라 크게 변화한다.

수심에 비해 하폭이 넓고( $B/D > 10$ ), 곡률반경이 하폭에 비해 큰 경우( $R_c/B > 2.0$ )에는 박리현상이나 jump가 발생되지 않으며 2차흐름의 영향도 매우 미소하다<sup>(6, 26)</sup>.  $B/D$ 가 크고 하상이 매끄러우며 연직속도분포를 대수분포로 가정한 2차흐름의 연직분포식은 아래와 같다<sup>(6)</sup>.

$$V_r = \frac{1}{K^2} V_m \frac{D}{R} [F_1(\eta) - \frac{\sqrt{g}}{KC} F_2(\eta)] \dots\dots(3)$$

$$\text{여기서, } F_1(\eta) = \int \frac{2 \ln \eta}{\eta - 1} d\eta, F_2(\eta) = \int \frac{\ln^2 \eta}{\eta - 1} d\eta, \eta : h/D$$

### 2.2. 기본방정식

본 연구에서 사용한 기본이론식은 운동방정식과 연속방정식으로 연직방향의 유속분포는 일정하며, 수압은 정수압분포로 가정하였다. 또한 대기압은 일정하며, 바람의 영향은 무시하며, 유효응력의 변화구간이 수위에 비하여 큰 경우는 그 영향이 미소하다.  $D/H$ 가 크고 저면마찰에 의한 영향은 Dronkers<sup>(27)</sup> 식으로 표현한다. 위에서 기술한 조건들로부터 2차원 미분방정식을  $x, y$  방향의 성분유량으로 표시하면 아래와 같다.

$D$ : 수위

식 (4), (5), (6)은 비선형, 편미분방정식으로 차분식에 의한 수치해석적 방법을 이용하여 그 해를 구할 수 있다. 본 연구에서 사용한 유한차분법은 Implicit 방법으로 Abbott의 2차원 Implicit

연산자를 이용하였다. 격자망은 그림 1과 같이 구성하였다.

식 (4), (5), (6)에서 이류항을 제외하고 아래와 같은 네 개의 차분방정식을 얻었으며 이류항은 시간적분계산의 방법으로 처리되었다(27).

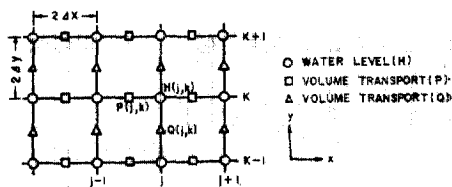


그림 1. 격자망의 구성

$$\frac{(P^{n+1}-P^n)_{j,k}}{\Delta t} + g(D_{j,k}+H_{j,k}) \frac{(H_j-H_{j-1})_k^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} - f(Q_{j,k+1}+Q_{j,k}+Q_{j-1,k+1}+Q_{j-1,k})^n/4 + g \frac{P_{j,k}^{n+1} \{ (P_{j,k}^n)^2 + [(Q_{j,k+1}+Q_{j,k}+Q_{j-1,k+1}+Q_{j-1,k})^n/4]^2 \}^{\frac{1}{2}}}{C_{j,k}^2 (D_{j,k}+H_{j,k})^2} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{(H^{n+\frac{1}{2}}-H^n)_{j,k}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{(P_{j+1}-P_j)_k^{n+1} + (P_{j+1}-P_j)_k^n}{4\Delta x} + \frac{(Q_{k+1}-Q_k)_j^n}{2\Delta y} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{(Q^{n+1}-Q^n)_{j,k}}{\Delta t} + g(D_{j,k}+H_{j,k}) \left[ \frac{(H_k-H_{k-1})_j^{n+1} + (H_k-H_{k-1})_j^n}{4\Delta y} \right] + f(P_{j+1,k}+P_{j,k} + P_{j,k-1}+P_{j+1,k-1})^n/4 + gQ_{j,k}^{n+1} \frac{\{ (Q_{j,k}^n)^2 + [(P_{j+1,k}+P_{j,k}+P_{j,k-1}+P_{j+1,k-1})^n/4]^2 \}^{\frac{1}{2}}}{C_{j,k}^2 (D_{j,k}+H_{j,k})^2} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{(H^{n+1}-H^{n+\frac{1}{2}})_{j,k}}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{(P_{j+1}-P_j)_k^{n+1} + (P_{j+1}-P_j)_k^n}{4\Delta x} + \frac{(Q_{k+1}-Q_k)_j^{n+1}}{2\Delta y} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

상기 차분식은 x, y 방향의 운동방정식 ((7), (9))와 연속방정식((8), (10))으로 표시되었으며 이를 해석하기 위하여 Double Sweep 알고리즘을 도입하였다.

2.3. 초기치와 경계조건

본 연구에서의 초기조건은 물을 흘려보내기 전의 유속은 0.0 이고 수위는 일정하다. 시간의 경과에 따라서 상류단의 수위를 서서히 증가시킨 후 경계 조건에 도달하면 수위를 일정하게 유지시켰기 때문에 부정류가 이러한 가정조건을 만족시키기에는 충분한 시간이 요구되었다.

폐쇄단에서의 경계조건은 아래와 같다.

$$P_{jj}^{n+1} = \tilde{E}_{jj-1} H_{jj-1}^{n+\frac{1}{2}} + \tilde{F}_{jj-1} \dots\dots\dots (11)$$

$$Q_{kk}^{n+1} = \tilde{E}_{kk-1} H_{kk-1}^{n+1} + \tilde{F}_{kk-1} \dots\dots\dots (12)$$

식(11)과 식(12)에서  $\tilde{E}_{jj-1}=0$ ,  $\tilde{E}_{kk-1}=0$  이며

$P_{jj}$ ,  $Q_{kk}$ 는 고정경계면에서의 방향별 유속이며 벽면에서는 0.0의 값을 사용했다.

개방단의 경우에는 수위변화  $H_{jj}$  점을 배치하였다.

$$H_{jj}^{n+\frac{1}{2}} = \tilde{E}_{jj} P_{jj}^{n+1} + \tilde{F}_{jj} \dots\dots\dots (13)$$

$$H_{kk}^{n+1} = \tilde{E}_{kk} Q_{kk}^{n+1} + \tilde{F}_{kk} \dots\dots\dots (14)$$

여기서  $E_{jj}=0.0$ ,  $E_{kk}=0.0$ 이다.

3. 비교 및 고찰

본 연구의 수치계산 결과를 비교 고찰하기 위하여 L.F.M(Laboratory of Fluid Mechanics of Delft University of Technology) 실험수로와 I.I.H.R(the Iowa Institute of Hydraulics Research) 실험수로의 실험결과를 이용하였으며, 실험조건은 표 1과 같다(9,17,28,20).

표 1. L.F.M 및 I.I.H.R 실험수로의 제원

	수로폭 (B) (m)	수위 (D) (m)	유량 (Q) (m <sup>3</sup> /s)	내측반경 (R <sub>c</sub> ) (m)	평균유속 (V <sub>m</sub> ) (m/s)	Cheyzy 계수(C) m <sup>1/2</sup> /s	B/D	R <sub>c</sub> /B
L.F.M	1.70	0.18	0.187	3.40	0.61	57	9.5	2.5
I.I.H.R	1.95	0.16	0.210	7.50	0.70	70	12.2	4.4

### 3.1. L.F.M 실험수로

L.F.M 실험수로에는 만곡수로의 입구와 출구 부분에 6.0 m의 직선수로가 설치되었으며, 수위의 실측치는 내외측 벽면에서 각각  $B/10$  되는 곳에서의 값이며, 평균유속은 수로 바닥으로부터  $0.4D$  되는 지점에서 실측치이며, 이를 깊이 방향평균유속으로 채택하였다. 본 연구에서는 수로 내의 격점간의 거리 ( $2\Delta x=2\Delta y$ )는 0.34 m이며 한 단면에 5개를 배치하였다. 실험조건과 동일한 조건을 사용하여 계산된 결과치는 유속의 경우 실측치보다 약 10% 정도 크게 계산되었으며, 이는 벽면의 마찰과 2차흐름의 영향으로 에너지 감쇄작용이 실제보다 적게 계산되는 결과이다. 따라서 이들의 영향을 저면마찰에 포함시키기 위한 방법으로 Chezy 계수 값을  $52 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ 로 하향조정하면 실측치에 더욱 가까운 값을 얻을 수 있었으며, 그림 2에 J. Kuiper와 C.B. Vreugdenhill의 수위 계산치, 실측치, De Vriend의 계산치와 본 연구의 계산결과를 표시하였다.

J. Kuiper는 실측치와 계산치를 접근시키기 위해 Chezy 계수 값과 상류단의 경계조건을 조정하였다. 즉, 수면경사를 상향조정하였으나 수위의 실측치와는 큰 오차가 발생하였다. 본 연구의 내측수위 계산치는 세 연구결과 중 가장 잘 실측치에 일치한다. 단곡수로의 입구로부터  $30^\circ$

$\sim 60^\circ$  사이에서 본 연구의 결과치와 실측치의 오차가 전구간에서 가장 크게 나타났으며, 이는 벽면의 영향이 그 부분에 가장 큰 것으로 생각된다. 그 후 하류단으로 갈수록 실측치와의 오차는 감소되고 있다. 최대편구배 크기는 세 연구가 실측치에 일치하는 현상을 나타내고 있다. 폭이 좁은 하천에서는 위도에 따라서 전혀 흐름 특성이 변화하지 않았으며 이류함을 생각하면 평방향의 수면경사는 전혀 나타나지 않았다.

그림 3은 De Vriend의 실측치와 본 연구의 유속계산치를 비교한 것으로 대체로 잘 일치됨을 알 수 있다. De Vriend<sup>(17)</sup>의 유속계산치는 만곡부 모든 단면에서 내측속도가 외측속도에 비해 크나 실측치에서는 만곡부 입구에서는 내측 유속이 빠르고 출구부분에서는 외측유속이 빠른 형태를 보여준다. 즉, 흐름이 자유와 (free vortex)에서 강제와 (force vortex)로 변화되는 과정을 나타낸다. 따라서 최대유속선은 내측으로부터 외측으로 이동된다. 본 연구결과에서는 최대유속선의 이동경로가 실측치와 일치되는 경향을 나타낸다. 그러나, 하류단의 외측벽면 부근에서는 유속의 실측치보다 본 연구의 계산치가 크게 나타난 이유는 2차흐름에 의한 유속의 재분포를 고려하지 않은 영향으로 생각되며 이류함을 제외한 계산치는 실측치와 큰 오차를 나타냈다.

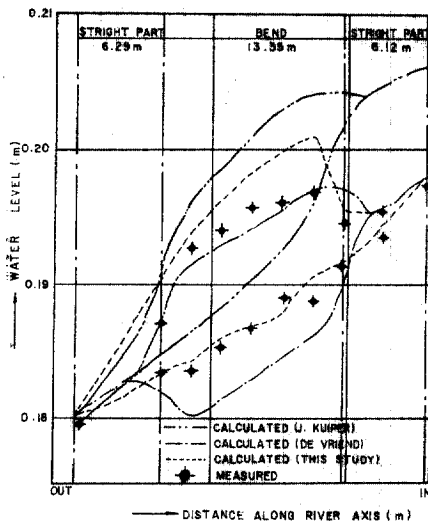


그림 2.  $180^\circ$  만곡수로에서 수면경사

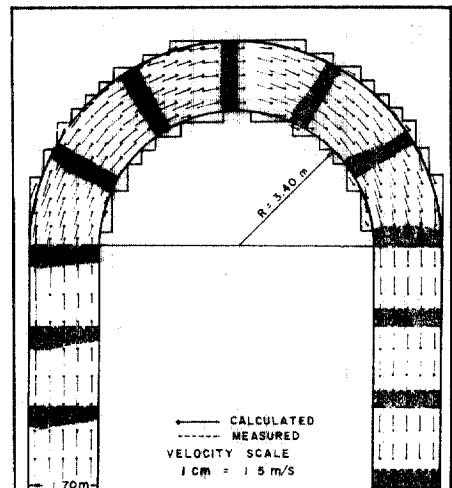


그림 3.  $180^\circ$  만곡수로에서 평균유속의 분포

### 3.2 I.I.H.R 실험수로

두 개의 90° 만곡수로가 4.27 m의 직선부를 사이에 두고 S자형으로 연결되었으며 하류부에는 2.13 m의 직선부가 설치되었다. 본 연구에서는 하류부의 90° 만곡수로의 실측자료를 사용하였다. 격점간의 거리  $2\Delta x = 2\Delta y$ 는 0.39 m이며, 직사각형 단면으로 계산하였다.

그림 4에 만곡부 입구로부터  $\pi/8, \pi/4, 3\pi/8$  단면에서 횡방향수면경사를 나타내었다.  $H_{rc}$ 는 곡률반경  $R$ 인 지점과 수로 중심의 곡률반경  $R_c$  지점의 수위차이며,  $V_m$ 은 직선수로부에서의 평균유속이다.  $\pi/8, \pi/4$  단면에서의 횡방향 경사는 잘 일치하였으나,  $3\pi/8$  단면에서는 약간의 오차가 발생되었다. 이는 하류단의 직선수로를 충분히 길게 계산하고 벽면의 영향을 고려하면

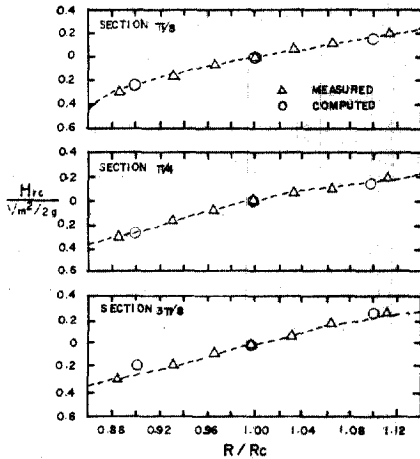


그림 4. 90° 만곡수로에서 횡방향 수면경사

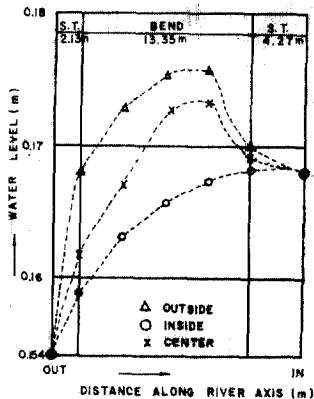


그림 5. 90° 만곡수로에서 종방향 수면경사

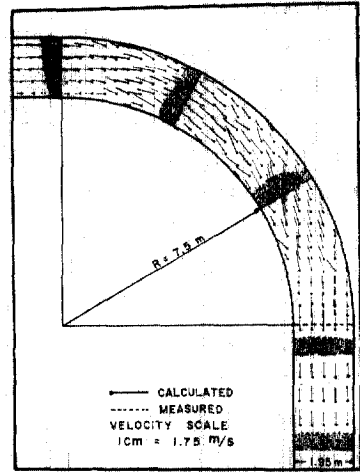


그림 6. 90° 만곡수로의 유속분포

그 오차를 감소시킬 수 있을 것으로 판단된다.

그림 5에 종방향 수면경사의 실측자료 제한으로 본 연구의 계산치만을 나타냈다. 만곡부 입구에서  $\pi/4$  단면에서 최대편구배가 발생되었고, 그 크기는 식(1)에서 계산된 값과 잘 일치하였다. 수로 중심부의 수위는 만곡부 입구에서는 외측으로 편의되다가 출구에서는 내측으로 편의되는 현상을 발견할 수 있으며 이유향을 제외 한 계산치는 전혀 편구배를 나타내지 못했다.

그림 6에 유속의 실측치와 계산치를 표시하였다. Chezy 계수 값을 조정하지 않은 경우의 계산치는 실측에 비해 약 7% 크게 계산되었다. 동일한 길이의 만곡수로인 L.F.M 실험수로에 비해  $R_c/B$  값이 크기 때문에 그 오차가 적게 발생된 것으로 생각되며 비교적 유속분포는 잘 일치되고 있으나 하류부 벽면부근에서 오차가 발생하였다.

### 4. 결 론

본 연구는 만곡수로에서 흐름특성을 분석한 것으로 아래와 같은 몇 가지 결론으로 요약하였다.

1. 만곡수로의 흐름을 해석하기 위해 2차원 부정류의 운동방정식과 연속방정식을 이용하여 수학적 해석모형을 개발하였다.

2. L.F.M 실험수로 및 I.I.H.R 실험수로의 실

측치는 본 수치모형의 해석 결과치와 비교적 잘 일치되고 있어 본 모형의 적용성을 입증하였다.

3. Chezy 계수의 적절한 조정이 중요하며 이류항은 편구배에 큰 영향을 미친다.

4. 만곡수로에서 최대유속선의 이동경로, 수면형 및 평균유속의 크기와 방향을 계산할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

1. V.T. Chow, "Open Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Co. Inc., pp. 439~486, 1959.
2. C.A. Mockmore, "Flow Around Bends in Stable Channels", *Trans., ASCE*. Paper No. 2217, pp. 593~628, 1944.
3. A. Shucky, "Flow Around Bends in an Open Channel Flume", *Trans. ASCE* Paper No. 2411, pp. 751~788, 1950.
4. R.T. Knapp, "Design of Channel Curves for Supercritical Flow", *Trans. ASCE* Vol. 116, pp. 296~325, 1951.
5. H.A. Einstein and H.J. Harder, "Velocity Distribution and the Boundary Layer at Channel Bends", *Trans. A.G.U.* Vol. 35, No. 1, pp. 114~120, 1954.
6. I.L. Rozovskii, "Flow of Water in Bends of Open Channels", Academy of the Ukrainian SSR Institute of Hydrology and Hydraulic Eng. 1957.
7. 林木嘉雄, 井上喬之, "開水路彎曲流の内部機構"京大防災研究所 第8號, pp. 415~427, 1965.
8. Chin-Lien Yen, "Bed Topography Effect on Flow in Meander", *J. of Hydraulic Div., ASCE*, Vol. 96, No. 1, pp. 57~73, 1970.
9. Chin-Lien Yen and B.C. Yen, "Water Surface Configuration in Channel Bends", *J. of Hydraulics Div.*, Vol. 97, No. HY2, pp. 303~321, 1971.
10. J.R.D. Francis and A.F. Asfari, "Velocity Distribution in Wide, Curved Open Channel Flows", *J. of Hydraulics Res.*, No. 1, pp. 73~87, 1971.
11. Syunsuke Ikeda, "On Secondary Flow and Dynamic Equilibrium of Transverse Bed Profile in Alluvial Curved Open Channel", *JSCE*. Vol. 229, pp. 55~65, 1974.
12. Hideo Kikkwa, Syunsuke Ikeda, and Akira Kitagawa. "Flow and Bed Topography in Curved Open Channels", *J. of Hydraulics Div.*, Vol. 102, No. HY 9, pp. 1327~1342, 1976.
13. R.G. Jackson, "Velocity-bed-form-Teuxre patterns of Meander Bends in the Lower Wabash River of Illinois and Indiana", *GSAB*. Vol. 86. pp. 1511~1522, 1975.
14. J.S. Bridge and J. Jarvis, "Flow and Sedimentary Processes in the Meandering River South Esk, Glen Clova, Scotland", *Earth Surface Processes*, Vol. 1, pp. 303~336, 1976.
15. J.S. Bridge, "Velocity Profiles and Bed Shear Stress over Various Bed Configurations in a River Bend", *Earth Surface Processes*, Vol. 2, pp. 281~294, 1977.
16. J.C. Bathurst, C.R. Thorne, and R.D. Hey, "Secondary Flow and Shear Stress at River Bends", *J. of Hydraulics Div.* Vol. 105, No. HY10, pp. 1277~1295, 1979.
17. De Vriend, "A mathematical Model of Steady Flow in Curved Shallow Channels", *J. of Hydraulic Res.* Vol. 15, No. 1, pp. 37~52, 1977.
18. M.A. Leschziner and Wolfgang Rodi, "Calculation of Secondary Curved Open Channel Flow", *J. of Hydraulics Div., ASCE*. 105, Vol. No. HY 10 pp. 1297~1314, 1979.
19. Nobuyuki Tamai and Tsuyoshi Ikeya, "Three-Dimensional Flow over Alternating Point Bars in a Meandering Channel," *J. of Hydroscience and Hydraulics Eng.* Vol. 3, No. 1, pp. 1~13, 1985.
20. Raul Pacheco-Ceballos, "Energy Losses and Shear Stress in Channel Bends", *J. of Hydraulics Div. ASCE* Vol. 109, No. 6, pp. 881~997, 1983.
21. M. Soliman and R. Tinney, "Flow around 180° Bends in Open Rectangular Channels", *J. of Hydraulics, Div. ASCE*, Vol. 94, No. HY 4, pp. 893~907, 1968.
22. De Vriend and H.J. Geldof, "Main Flow Velocity in Short River Bends", *J. of Hydraulics Div., ASCE*, Vol. 109, No. 7, pp. 991~1011, 1983.

23. Marco Falcón Ascanio and J.F. Kennedy, "Flow in Alluvial-River Curves", *J. of Fluid Mech.*, Vol. 133, pp.1~16, 1983.
24. 高在雄, "彎曲水路에서의 河床變動에 관한 研究," 韓國水文學會誌, Vol. 8, No. 2, pp.75~80, 1975.
25. 尹世儀, 李鍾泰, 李正植, "彎曲水路에서의 ENERGY 損失에 관한 研究," 京畿大學論文集 第15輯 第2號, pp.105~114, 1984.
26. H.H. Chang, "Variation of Flow Resistance Throug Curved Channels", *J. of Hydraulics Div.* Vol. 110, No. 12, pp.1772~1781, 1984.
27. 이종태, "항내의 장주기파 해석을 위한 2차원 부정류의 수학적 모형개발에 관한 연구", 연세대학교 대학원 박사학위논문, 1982.
28. J. Kuiper and C.B. Vreugdenhill, "Calculation of Two Dimensional Horizontal Flow", Delft Hydraulics Laboratorag. Rept. S.163, Part I, 1973.
29. De Vriend, "Steady Flow in shallow Channel Bends", Proefschrift 1981.

(接受: 1986. 2. 3)