

# 복합모형을 이용한 점탄성지반의 지반-구조물 상관관계

Hybrid Modelling of Soil-Structure System on Viscoelastic Soil Medium

洪 圭 善\*  
Hong, Kyu Seon  
尹 楨 邦\*\*  
Yun, Chung Bang

## Abstract

A hybrid modelling technique of a soil-structure system on viscoelastic soil medium is studied in this paper. The hybrid model consists of a near-field and a far-field with their common interface passing through the soil region at some distance from the base of the structure. It makes use of frequency-dependent impedances so as to represent the semi-infinite far-field. The far-field impedances are formulated including the radiation damping characteristics as well as the viscoelastic properties of the soil medium. The verification of the method has been carried out using a rigid circular plate on a viscoelastic half-space. The impedances obtained by the method are compared with the theoretical values.

Example analyses have been performed for a tall chimney and the results have been compared with those obtained by other methods which are frequently used.

## 要 旨

본 논문에서는 점탄성지반의 지반-구조물 시스템을 해석하는 복합모형기법이 연구되었다. 복합모형은 지반-구조물 시스템을 구조물과 구조물주위의 반구형태의 지반으로 구성된 내부영역과 반구 바깥부분의 외부영역으로 나누어 해석하는 방법으로서, 내부영역은 유한요소로 모형화하고 외부영역은 주파수 종속 임피던스로 나타낸다. 점탄성지반에 대한 외부영역 임피던스는 탄성지반에 대하여 구한 임피던스함수에 Hysteretic damping 항을 더해주는 방법을 사용하였으며, 이에 대한 검증은 점탄성지반의 강체원형판에 대한 임피던스를 이론적인 값과 비교함으로써 수행되었다.

예제해석은 대형굴뚝에 대하여 수행되었으며, 해석결과를 자주 사용되는 다른 방법에 의한 결과와 비교 검토하였다.

## 1. 서 론

구조물과 기초지반의 동적상관관계를 해석하기 위하여 현재 많이 사용되는 방법들은 크게

두 가지로 나눌 수 있는데, 이는 부구조법(sub-structure method)과 직접방법(direct method)이다<sup>(1)</sup>. 부구조법은 반-무한 지반을 구조물과 지반의 경계(interface)에서의 주파수 종속 임피던스(impedance)로 표현하여 구조해석을 수행하는 비교적 간단한 방법이나, 구조물의 기초 및 지반의 조건이 복잡할 때 적용하기 어려운 문제

\*정회원 · 현대기술연구소 연구원  
\*\*정회원 · 한국과학기술원 부교수, 토목공학과

점이 있다. 직접방법은 구조물과 지반을 유한요소법을 이용하여 하나의 구조계로 모형화하는 방법으로, 부구조법에 비하여 복잡한 지반조건을 해석하기는 편리하나, 기초지반의 외부경계면(boundary)에서의 에너지 발산효과를 고려하기 위하여 상당히 넓은 지반영역을 모형화해야 함으로 계산량이 많이 소요되는 문제점이 있다.

복합모형<sup>(2,3)</sup>(hybrid modelling)은 위의 두방법을 조합한 방법으로 비교적 최근에 개발된 기법인데, 지반-구조물 시스템을 구조물과 구조물 주위의 반구형태의 지반으로 구성된 내부영역과 반구 바깥부분의 외부영역으로 나누어 해석하는 방법이다(그림 1). 이 방법에서는 비교적 작은 범위에 국한된 지반의 내부영역을 유한요소로 모형화하고, 외부영역은 외부영역 임피던스로 표현함으로써 앞의 두 방법의 문제점을 극복하고 있다.

본 논문에서는 외부영역의 탄성지반 조건에 대하여 개발된 복합모형기법<sup>(2,3)</sup>을 확대시켜 점탄성지반에 적용하는 방법을 연구하였는데, 탄성지반에 대하여 구한 외부영역 임피던스함수에 Hysteretic damping 항<sup>(4)</sup>을 더해주는 방법을 사용하였다. 이 방법에 대한 검증은 점탄성지반 위에 놓인 강체원형관에 대한 임피던스를 구한 후, 이를 이론적인 값과 비교함으로써 수행되었다.

예제해석은 대형굴뚝모형에 대하여 수행되었으며, 비대칭 수평하중에 대한 축대칭 구조물의 해석기법<sup>(5)</sup>을 사용하였다. 지반의 점탄성효과가 구조물의 거동에 미치는 영향을 분석하였으며, 복합모형기법을 사용하여 해석한 결과를 간단한 방법인 부구조법으로 구한 결과와 비교검토했다.

## 2. 복합모형과 운동방정식

### 2.1 운동방정식

외부영역과의 접촉면을 따라서 어떤 지반운동이 가해질 때 상부구조물을 포함한 내부영역의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>(2)</sup>.

$$M\{\ddot{U}\} + C\{\dot{U}\} + K\{U\} = \{P(t)\} + \{F(t)\} \quad (1)$$

여기서  $\{U\}$ ,  $\{\dot{U}\}$ ,  $\{\ddot{U}\}$ 는 내부영역 및 외부접촉면의 절점의 외부영역에 대한 상대변위, 상대속도, 상대가속도 벡터로서 원통좌표로 나타낸 것이며,  $\{P(t)\}$ 는 지진에 의한 관성하중벡터,  $\{F(t)\}$ 는 접촉면에서의 상호작용에 의한 하중벡터이고,  $M, C, K$ 는 각각 내부영역의 질량, 감쇠, 강성행렬을 표시한다.

식(1)을 Fourier 변환하고, 접촉면에서 작용하는 하중을 외부영역의 임피던스로 표현하면, 아래와 같은 주파수영역에서의 운동방정식을 얻게 된다.

$$[-\omega^2 M + K^*(i\omega) + S_{ff}(i\omega)] \{U(i\omega)\} = \{P(i\omega)\} \quad (2)$$

여기서  $\{U(i\omega)\}$ 와  $\{P(i\omega)\}$ 는  $\{U(t)\}$ 와  $\{P(t)\}$ 의 Fourier 변환이며,  $\omega$ 는 주파수,  $i = \sqrt{-1}$ 이다.  $K^*(i\omega)$ 는 내부영역의 복소강성행렬로서 점탄성 거동에 의한 감쇠효과를 Hysteretic 감쇠형태( $K^* = K(1 + 2Di)$ ,  $D =$ 감쇠상수)로 나타내어 포함시킨 것이며,  $S_{ff}(i\omega)$ 는 외부영역 임피던스행렬로서 접촉면상의 자유도에 대해서만 영이 아닌 값을 갖는다.

### 2.2 외부영역의 모형화

외부영역의 임피던스는 일차적으로 구(球)좌

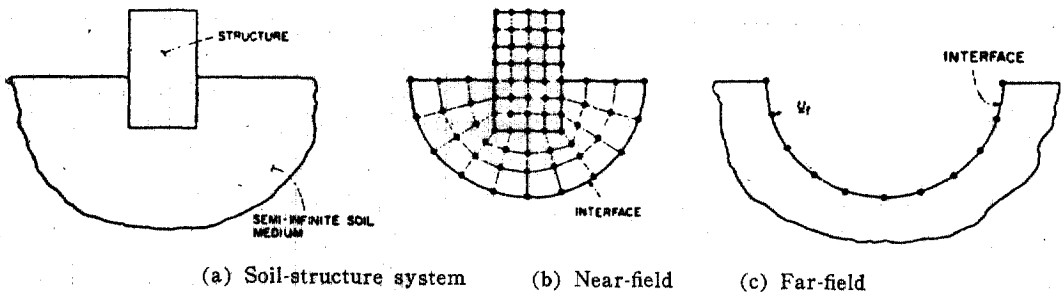


그림 1. Hybrid modelling of soil-structure interaction.

표계에서 유도한 후에 원통좌표계로 변환하였다. 균질, 등방, 탄성지반에 대하여 외부영역의 접측면에서 단위면적당 임피던스함수  $S_R, S_\phi, S_\theta$  (그림 2)는 아래와 같이 나타낼 수 있다<sup>(2,3)</sup>.

$$\begin{aligned} S_R(i\omega) &= \eta_R(\omega) + i\xi_R(\omega) \\ S_\phi(i\omega) &= \eta_\phi(\omega) + i\xi_\phi(\omega) \\ S_\theta(i\omega) &= \eta_\theta(\omega) + i\xi_\theta(\omega) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\eta_R, \eta_\phi, \eta_\theta$ 는 구좌표계의  $R, \phi, \theta$  방향에 대한 외부영역의 감쇠를 표시하며  $\xi_R, \xi_\phi, \xi_\theta$ 는 발산감쇠효과(radiation damping)를 나타낸다.

식(3)의 임피던스함수를 그림 3과 같이  $\phi$  방향으로  $\phi_1^j$ 부터  $\phi_2^j$ 까지,  $\theta$  방향으로 0부터  $2\pi$ 까지 적분함으로써 축대칭시스템에서 절점  $j$ 의 수평 및 회전(rocking)에 대한 외부영역 임피던스  $S_R^j, S_\phi^j, S_\theta^j$ 는 아래와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} S_R^j &= (\eta_R + i\xi_R) A_j / 2 \\ S_\phi^j &= (\eta_\phi + i\xi_\phi) A_j / 2 \\ S_\theta^j &= (\eta_\theta + i\xi_\theta) A_j / 2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $A_j$ 는 절점  $j$ 에서 반구의 표면위에  $\theta$  방향으로 이루어진 띠의 단면적이다. 또한 수직 및 비틀진동에 대한 임피던스도 식(4)와 유사한 형태로 유도된다<sup>(2)</sup>.

따라서 절점  $j$ 의 외부영역 임피던스행렬  $\bar{S}^j$ 는 아래와 같이 구할 수 있으며,

$$\bar{S}^j = \begin{bmatrix} S_R^j & 0 & 0 \\ 0 & S_\phi^j & 0 \\ 0 & 0 & S_\theta^j \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(5)에서 구한  $[\bar{S}^j]$ 를 원통좌표계로 변환한 후에 접측면위의 모든 절점에 대해 조합하면 외부영역 임피던스행렬  $S_{ff}(i\omega)$ 이 구해진다.

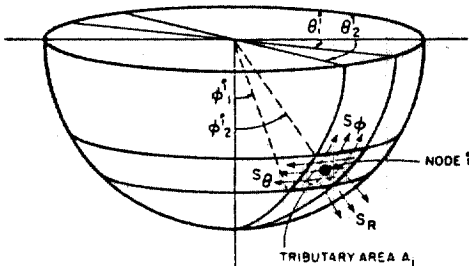


그림 2. Far-field impedances in spherical co-ordinates.

### 3. 점탄성 외부영역

#### 3.1 점탄성영역의 모형화

본 연구에서는 외부영역의 구조적 점탄성을 모형화하기 위하여 탄성의부영역에 대한 임피던스함수  $S_R, S_\phi, S_\theta$ 에  $1+2Di$ 를 곱함으로써 점탄성지반에 대한 외부영역 임피던스함수  $S_R^*, S_\phi^*, S_\theta^*$ 를 표현하는 방법을 사용하였다.

$$\begin{aligned} S_R^* &= (\eta_R + i\xi_R)(1+2Di) \\ S_\phi^* &= (\eta_\phi + i\xi_\phi)(1+2Di) \\ S_\theta^* &= (\eta_\theta + i\xi_\theta)(1+2Di) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $D$ 는 감쇠상수를 표시한다.

식(6)을 사용하여 접측면에서의 외부영역 임피던스행렬  $S_{ff}^*(i\omega)$ 을 구한 후에 이를 식(2)에 대입하면 아래와 같은 점탄성지반에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [-\omega^2 M + K^*(i\omega) + S_{ff}^*(i\omega)] \{U(i\omega)\} \\ = \{P(i\omega)\} \end{aligned} \quad (7)$$

#### 3.2 점탄성모형의 검증

식(6)으로 나타낸 외부영역에 대한 점탄성모형의 타당성을 검증하기 위하여, 그림 4와 같이 점탄성 반-무한 지반에 놓인 강제원형판에 대한 임피던스를 구한 후에 그 결과를 문헌 6과 7에 표기된 이론적인 값과 비교하였다.

그림 5~8에는 Harmonic 하중을 원형판의 중앙에 작용시켜 3가지 감쇠상수 ( $D=0.05, 0.15, 0.25$ )와 4가지 운동방향(수평, 회전, 수직, 비틀)에 대하여 구한 임피던스를 무차원주파수( $a_0$ )의 함수로서 나타내었다. 여기서 무차원주파수는 원형판의 반경( $a$ ), 지반의 전단파속도( $C_s$ )와 주파수( $\omega$ )로 나타내지며,  $K_{HH}, K_{MM}, K_{VV}$ 와  $K_{TT}$

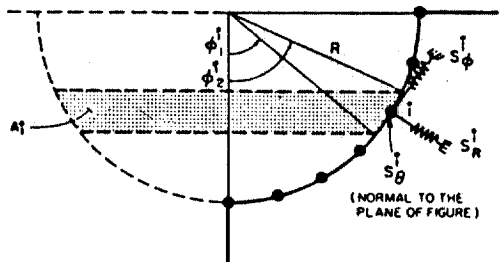


그림 3. Discretized impedances in axisymmetric formulation.

는 각각 수평, 회전, 수직 및 비틀림 운동에 대한 임피던스의 실수부를 정력학적 강성계수로 나타낸 값으로서, 지반의 주파수종속 동적강성을 나타낸다. 또한  $C_{HH}$ ,  $C_{MM}$ ,  $C_{VV}$  와  $C_{TT}$  는 각각에 대한 임피던스의 허수부를 정력학적 강성계수로 나타낸 값으로서, 지반의 주파수종속 감쇠를 나타낸다. 그림 5~8의 결과는 이론적인 값과 상당히 유사함을 보여주고 있어서 점탄성지반을 식(6)과 같이 모형화하는 방법이 타당함을 알 수 있었다.

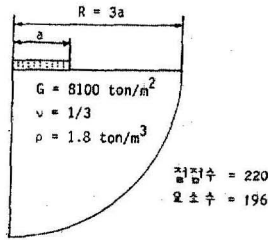


그림 4. Circular rigid plate and the near field.

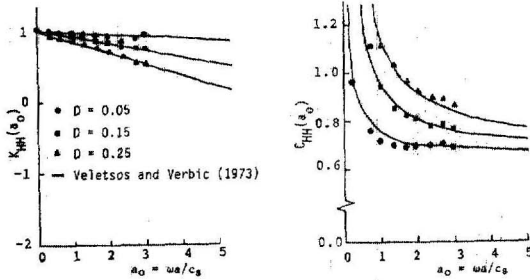


그림 5. Horizontal impedances function for a hysteretically damped half-space( $\nu=1/3$ )

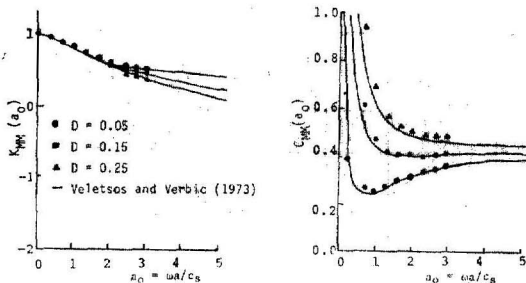


그림 6. Rocking impedances function for a hysteretically damped half-space( $\nu=1/3$ )

#### 4. 구조물의 동력학적 해석

식(7)에 나타난 주파수영역에서의 수평방향 지진하중벡터  $\{P(i\omega)\}$ 는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\{P(i\omega)\} = -M\{B_y\} \ddot{u}_{xy}(i\omega) \quad (8)$$

여기서  $\ddot{u}_{xy}(i\omega)$ 는 수평방향의 외부영역 지진가속도( $\ddot{u}_{xy}(t)$ )의 Fourier 변환이며,  $\{B_y\}$ 는 상수 벡터로서 지진의 작용방향과 일치하는 자유도에 대하여는 1이고 나머지 자유도에 대하여는 0인 값을 갖는다.

식(8)을 식(7)에 대입한 후에 정리하면 아래와 같다.

$$\{U(i\omega)\} = \{H_U(i\omega)\} \ddot{u}_{xy}(i\omega) \quad (9)$$

$$\{H_U(i\omega)\} = -[-\omega^2 M + K^*(i\omega) + S_{ff}^*(i\omega)]^{-1} M\{B_y\} \quad (10)$$

여기서  $\{H_U(i\omega)\}$ 는 지진가속도에 대한 구조물 변위의 복소응답벡터이다.

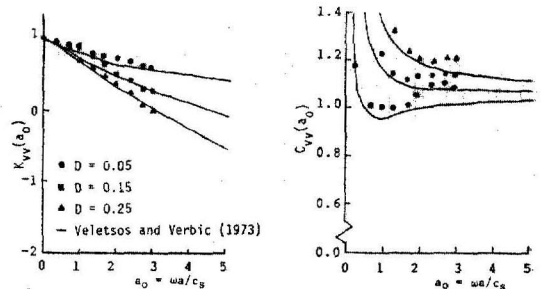


그림 7. Vertical impedances function for a hysteretically damped half-space( $\nu=1/3$ )

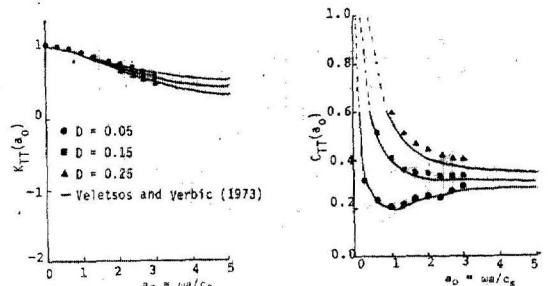


그림 8. Torsional impedances function for a hysteretically damped half-space( $\nu=1/3$ )

응력의 복소응답벡터  $\{H_e(i\omega)\}$ 는 변위와 응력에 대한 변환행렬( $T$ )을 사용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{H_e(i\omega)\} = T\{H_U(i\omega)\} \quad (11)$$

본 논문에서는 일차적으로 변위 및 응력의 복소응답벡터를 구한 후에, 이에  $\ddot{u}_{xy}(i\omega)$ 를 곱하여 변위와 응력에 대한 Fourier 응답스펙트럼을 구하고 이것을 Inverse Fourier Transform 하여 변위 및 응력의 시계열을 구하였다.

식(1)과 식(8)에서는 지진하중이 외부영역에서의 지진가속도( $\ddot{u}_{xy}(t)$ )로 나타내지고 있으므로 이에 의한 자유지표면운동( $\ddot{u}_{xy}(t)$ )이 통상 지진 해석시 입력으로 주어지는 지표면에서의 지진과 일치하도록  $\ddot{u}_{xy}(t)$ 를 정하는 것이 필요하다. 구조물이 없는 상태에서 외부영역의 지진가속도에 대한 수평방향 지표면운동의 Fourier 응답스펙트럼을  $H_{U_{xy}}(i\omega)$ 라 하면  $\ddot{u}_{xy}(i\omega)$ 는 다음과 같이 표현된다<sup>(3)</sup>.

$$\ddot{u}_{xy}(i\omega) = [1 - \omega^2 H_{U_{xy}}(i\omega)]^{-1} \ddot{u}_{xy}(i\omega) \quad (12)$$

### 5. 예제해석 및 결과분석

예제해석으로 그림 9에서 보인 높이가 약 304 m 이고 지표면부분의 반경이 12 m 인 대형 굴뚝을 해석하였다. 지표면가속도로 El Centro(1940)

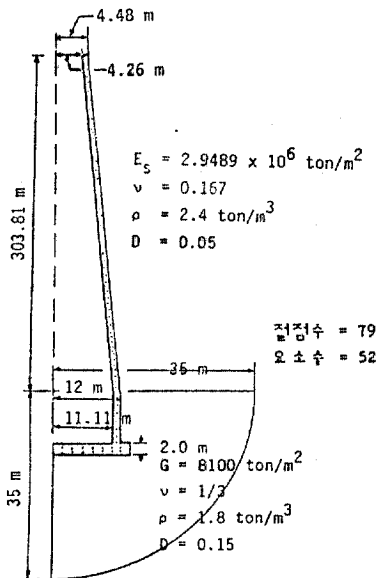


그림 9. Modelling of tall chimney.

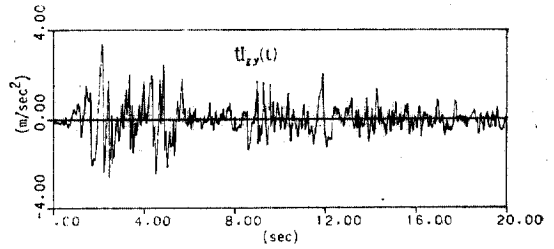


그림 10. Accelerogram for El Centro earthquake (1940).

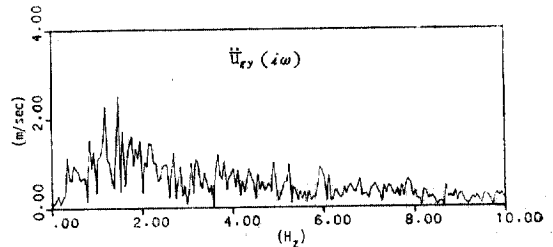


그림 11. Fourier spectrum for El Centro earthquake (1940).

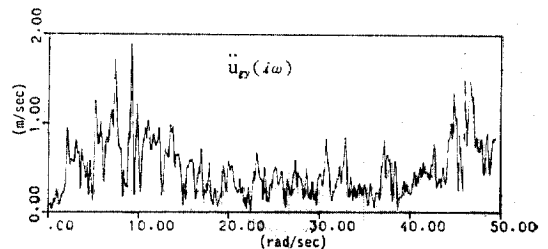


그림 12. Far-field ground acceleration inputs ( $C_s = 210$  m/sec).

지진의 남-북 수평성분(그림 10, 11)을 사용하였으며, 식(12)로부터 외부영역 지진가속도의 Fourier 스펙트럼(그림 12)을 구한 후에 이를 이용하여 해석을 수행하였다. 구조물은 축대칭 요소로 모형화하고, 각 요소에 대하여 비축대칭 하중이 작용할 때의 강성행렬을 구하여 해석을 수행하였으며, 상부구조물의 감쇠상수( $D$ )는 0.05를 사용하고 점탄성지반의 감쇠상수는 0.15로 하였다. 3가지의 서로 다른 기초지반을 고려하였는데, 이는 내·외부영역이 모두 탄성지반인 경우, 내부는 점탄성지반이며 외부는 탄성지

반인 경우 및 내·외부영역이 모두 점탄성지반인 경우이다. 복합모형을 사용하여 각각의 경우에 대해 구조물의 정점변위, 기초의 수평 및 회전 변위, 지표면부분에서의 구조물에 발생하는 휨응력( $\sigma_x$ ) 및 전단응력( $\tau_{xz}$ )의 응답스펙트럼과 시계열(그림 13, 14)을 구하였고, 이의 최대치를 표 1에 정리하였다.

이 결과를 고찰하면, 지반의 내부영역의 점탄성단을 고려한 경우의 결과는 내·외부영역을 모두 탄성지반으로 하여 구한 결과보다 약 10% 정도 감소되었으며, 내·외부영역 모두를 점탄성지반으로 하여 구한 결과는 모두가 탄성지반인 경우에 비해 약 30% 정도가 감소되었다. 이는 지반-구조물 상호작용에서 에너지의 감쇠가 발산감쇠와 더불어 재료감쇠에 의해서도 상당히 이루어지고 있음을 설명한다. 따라서 좀더 자세한 해석을 위하여는 점탄성지반의 재료감쇠효과를 적절히 포함시켜야 하며, 이는 본 논문에서 제안한 점탄성효과가 포함된 복합모형을 이용하여 효과적으로 수행될 수 있음을 알 수 있었다.

비교의 목적으로, 굴뚝구조를 보모형으로 단순화하고 기초를 지반스프링(soil spring)을 사용하여 모형화한 부구조법을 이용하여 해석을 수행한 후에 그 결과를 표 1에서 앞의 결과들과 비교하였다. 부구조법을 이용한 결과는 SAP IV-Computer Program 을 사용하여 구한 것인데, Program 의 제약 때문에 점탄성지반의 감쇠효과를 충분히 포함시키지 못한 것이다. 따라서 이 결과를 탄성지반인 경우의 복합모형과 비교하였는데, 대체적으로 비슷한 결과를 보였다. 이로부터 기초지반의 조건이 단순한 경우에는 사용에 간단한 부구조법이 상당히 타당한 방법임을 알 수 있었다.

마지막으로, 지반-구조물의 상호작용이 전혀 고려되지 않은 상태인 고정보모형의 해석결과를 표 1에 보였는데, 이 경우 기초부에서의 휨응력이 지나치게 크게 산출됨을 보여 구조물의 지진 해석시 지반-구조물의 상관관계를 필히 고려해야 함을 알 수 있었다.

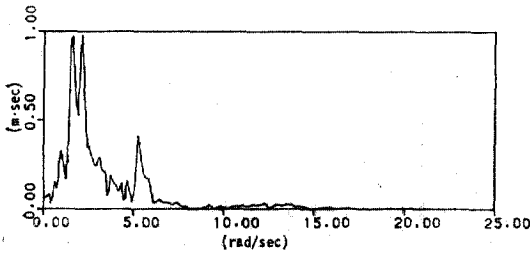


그림 13. Fourier spectrum of top displacement ( $D=0.15$ ).

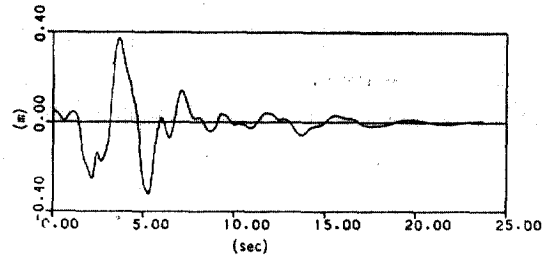


그림 14. Time series of top displacement ( $D=0.15$ ).

표 1. Comparisons of Maximum Responses

Modelling Method	Hybrid Model			Substructure Model	Fixed Base Model
	elastic	viscoelastic	viscoelastic		
Near Field	elastic	viscoelastic	viscoelastic	Model	Model
Far Field	elastic	elastic	viscoelastic		
Top displ. (m)	0.464	0.416	0.374	0.438	0.533
Base displ. (m)	0.019	0.017	0.014	0.003	—
Base rotation(rad)	$5.1 \times 10^{-4}$	$4.8 \times 10^{-4}$	$4.5 \times 10^{-4}$	$4.5 \times 10^{-4}$	—
Base bending stress ( $\sigma_x$ : ton/m <sup>2</sup> )	176.28	153.87	137.38	186.35	502.62
Base shear stress ( $\tau_{xz}$ : ton/m <sup>2</sup> )	50.57	44.33	39.80	(32.36)	(35.08)

Note: Shear stresses in parenthesis are mean values

## 6. 결 론

본 연구에서 제안한 점탄성지반에 대한 복합 모형기법은 반-무한 지반위의 강체원형판에 대한 해석결과가 이론적인 값과 비교하여 양호하게 일치함으로 타당한 방법임을 알 수 있었다.

이 방법을 사용하여 대형굴뚝의 지진해석을 한 결과를 고찰하면, 지반의 구조적 감쇠상수가 0.15일 때 점탄성지반의 감쇠효과는 구조물의 거동을 약 30% 정도 감쇠시킴을 알았다. 따라서 좀더 자세한 해석이 필요할 때는 이 방법을 사용할 수 있겠다. 아울러 사용이 간단한 부구조법은 본 연구의 예제와 같이 기초지반조건이 단순한 경우에는 상당히 타당한 결과를 주므로 효율적인 방법임을 알았다.

## 참 고 문 헌

1. J. Lysmer, "Analytical Procedures in Soil Dyna-

mics", *Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Vol. III, ASCE, 1978.

2. S. Gupta, J. Penzien, T.W. Lin and C.S. Yeh, "Three-dimensional Hybrid Modelling of Soil-Structure Interaction", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 1982.

3. J. Penzien, "Hybrid Modelling of Soil-structure Interaction", 특별강습회 교재, 한국에너지연구소, 1983.

4. E. Kausel and J.M. Roësset, "Dynamic Stiffness of Circular Foundations", *ASCE*, Vol. 101, No. EM 6, Dec., 1975.

5. O.C. Zienkiewicz, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, 1977.

6. A.S. Veletsos and V.V. Damodaran Nair, "Torsional Vibration of Viscoelastic Foundations", *ASCE*, Vol. 100, No. GT3, Mar., 1974.

7. J.E. Luco, "Vibration of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 36, 1976.

(接受: 1986. 1. 6)