

# 多數의 品質特性을 동시에 管理하는 品質管理 技法에 대한 文獻의 考察

李 鍾 盛\* · 安 世 熙\*\*

## Multicharacteristic Quality Control Method : a Survey

Jong-Seong Lee\* · Se-Hee Ahn\*\*

### Abstract

Multicharacteristic quality control is concerned with monitoring production processes and inspecting the quality of a lot when the state of a process or the quality of an item is determined by a number of quality characteristics. This paper reviews procedures currently available for multicharacteristic quality control when the quality characteristics are either variables or attributes.

### 1. 序 論

1920 ~ 30년대에 Shewhart의 管理方法이 창안되고 Dodge와 Romig의 샘플링檢査理論이 발표된 이래로 여러가지의 生産工程에서 생산되는 제품의 品質管理에 統計의技法이 사용되어 왔다. 제품의 품질은 한가지 혹은 몇가지의 品質特性으로 설명되며, 品質特性은 어떤 統計의分布에 따르는 確率變數로 표현되어지므로, 品質管理에서 사용되고 있는 대부분의 統計의技法들은 品質特性의 統計의分布의 關數가 만족할만한 것이나 아니냐를 檢定하는 統計的假說檢定の 방법을 사용하고 있다.

제품의 구조나 기능이 비교적 단순한 경우에

는 하나의 品質特性만으로 제품의 품질을 管理할 수가 있으나 대부분의 경우 한 제품의 품질은 여러개의 品質特性에 의해서 결정된다. 그러나 1930년대 이래로 品質管理에서 사용되고 있는 대부분의 統計的技法들은 하나의 品質特性만을 管理하는 것이며, 두가지 이상의 品質特性을 管理해야 할 경우에는 각 品質特性별로 개별적인 假說檢定절차를 적용하고 있다. 그 이유는 첫째로 일부제품의 경우 한가지 중요한 品質特性만을 중점적으로 管理하므로써 소기의 品質管理效果를 얻을 수 있다는 사실과 둘째로 多數의 品質特性을 동시에 管理하는 경우 檢定절차가 복잡하여지고 계산량이 증가하여 현장에서는 사용하기에 너무 불편하다는 것 때

\* 工科大學 産業工學科 助教授

\*\* 工科大學 産業工學科 副教授

\* Assistant Professor, Dep't. of Industrial Engineering, Kangweon National University

\*\* Associate Professor, Dep't. of Industrial Engineering, Kangweon National University

문이었다. 그러나 Hotelling(8), Jackson(9), 그리고 Ghare 와 Torgersen(5) 등이 지적하였듯이 많은 경우에 있어서 한가지 品質特性만을 管理하는 것으로는 충분한 品質管理의 효과를 얻을 수 없으며, 또한 두가지 이상의 品質特性을 管理해야 할 경우 각 品質特性別로 개별적인 假說檢定절차를 적용하는 데에는 다음과 같은 두가지의 문제점이 있다. 첫째 品質特性들이 統計적으로 독립이 아닐 때 신뢰성있는 상관관계의 推定이 어려우며, 이것은 檢定결과에의 신뢰성을 더욱 저하시키게 된다. 둘째 모든 品質特性이 실제로는 만족스러운 상태에 있을 때에도 각각의 檢定절차에 수반되는 제1종오차의 確率 때문에 개별적인 品質特性은 만족스럽지 않은 상태로 판정될 가능성이 있다. 그리고 이와 같은 가능성은 각 品質特性間의 統計적 독립성이 강하면 강할수록 커지게 된다.

1970년대이후 제품의 品質은 그 자체의 물리적 特性 뿐만아니라 환경적, 사회경제적 特性까지도 고려하여 평가되는 경향이 있으므로 多數의 品質特性을 동시에 管理하는 문제가 더욱 중요시되고 있다. 또한 생산방식의 자동화와 소형컴퓨터의 활용이 일반화되므로서 檢査절차의 복잡성이나 계산량의 문제는 쉽게 해결될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 1940년대 이래로 발표된 多數의 品質特性을 동시에 管理하는 品質管理技法들을 조사하여 考察하여 보고자 한다. 설명의 편의상 다음과 같이 3가지분야로 분류하였다.

- 평균치管理를 위한 技法
- 散布管理를 위한 技法
- 경제적 설계문제

**2. 평균치管理를 위한 技法**

多數의 品質特性의 동시분포를 이용한 品質管理技法는 Hotelling에 의해 처음으로 제시되었다. 그는 品質特性이 計量值로서 그들의 동시분포가 多變量正規分布를 이루는 경우 品質特性의 평균치 管理를 위한 統計量으로 ge-

neralized student ratio T를 제시하였다.

$$T^2 = n (\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu)$$

여기서  $n$ 는 샘플의 크기,  $\bar{X}$ 는 표본평균벡터,  $\mu$ 는 모평균벡터, 그리고  $S$ 는 표본분산의 행렬이다. 표본으로부터 계산된  $T^2$ 의 값을  $T^2_\alpha$ 라 하면  $T^2_\alpha \leq T^2_{1-\alpha}$ 일 때 공정은 관리상태에 있는 것으로 판정한다. 여기서  $\alpha$ 는 제1종과오의 확률이다. 이 統計量을 이용한 管理圖의 관리한계영역은 타원형의 꼴을 이루게 되는데 (Fig. 1참조) 이 管理圖의 단점은 모분산행렬  $\Sigma$ 가 변할 때마다 관리한계영역이 달라지는 것이다. 만약  $\Sigma$ 를 안다면  $n (\bar{X} - \mu)' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \mu)$ 는  $\chi^2$ -分布를 하게 되는데 이 統計量을 이용한 管理圖도 Fig. 1과 같은 형태이다. Hotelling의  $T^2$  統計量을 사용하는

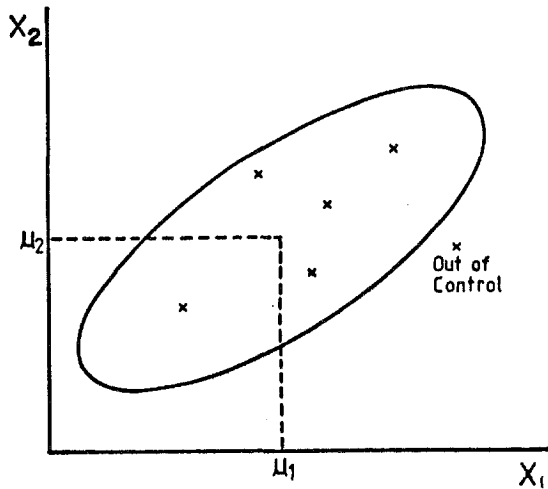


Fig. 1. A Bicharacteristic Chart for Use with a Fixed Value of S.

관리도에 대한 연구는 Jackson과 Morris(13) 그리고 Jackson과 Bradley(12) 등에 의해 계속되었다. Ghare와 Togerson(5)은 計量型 품질특성치의 평균치 管理를 위한 Q-관리도를 제안하였다. 이것은 多變量正規分布의 二次형식은  $\chi^2$ -分布를 한다는 데에 근거하고 있다. Q-관리도는 品質特性들이 統計적으로 독립이 아닌 경우에 특히 적당하다. Shakun

(23)은  $T^2$ -관리도를 이용하는 샘플링檢査方式을 연구하였다. 이것은 관리도의 관리한계영역이 주어졌을 경우 그로부터 지정된 檢査特性을 만족하는 샘플링檢査方法을 설계하는 것이다.

品質特性이 計數値인 경우에는 多變量正規分布과 같이 편리하게 사용될 수 있는 이산형 多變量分布가 없다. Patel(20)은 관측치가 시간에 따라 연속적으로 얻어지는 경우 多變量이항分布나 포아손分布를 多變量正規分布나  $x^2$ -分布로 변환하는 방법을 연구하여 品質特性이 計數値인 경우에도  $T^2$ -관리도나  $x^2$ -관리도를 사용할 수 있음을 제시하였다.

Jackson과 Bradley(11, 12)는 Wald의 측차샘플링檢査方法을 多變量分布의 경우로 확장함으로써 여러개의 品質特性을 동시에 관리할 수 있는 多變量 측차샘플링檢査方法을 연구하였다. 여기서도 역시 모분산행렬 $\Sigma$ 가 주어지면 측차  $x^2$ -Test가 되고  $\Sigma$ 가 미지인 경우에는 측차  $T^2$ -Test가 된다. 多變量 측차檢査에 대한 檢査特性의 연구는 Appleby와 Freund(2)에 의해 진행되었다.

### 3. 散布管理를 위한 技法

Jackson과 Bradley(11, 12)는 샘플의 분산-공분산행렬을 S, 모집단의 분산-공분산행렬을  $\Sigma$ 라 할 때,  $x^2 = (n-1) t_r S \Sigma^{-1}$ 는 샘플의 크기 n이 클 때  $x^2$ -分布를 한다는 점에 착안하여  $\Sigma$ 를  $\Sigma_0$ 로 管理하기 위한 측차檢定방법을 고안하였다. 즉  $H_0 : \lambda^2 = \lambda_0^2$ ,  $H_1 : \lambda^2 > \lambda_0^2$ 에 대한 檢定統計量은  $x_0^2 = (n-1) t_r S \Sigma_0^{-1}$ 이 된다. 여기서  $x^2 = t_r \Sigma \Sigma_0^{-1}$ 이고  $\lambda_0^2$ 은 지정되는 값이다. Montgomery와 Wadsworth(20)은  $\log |S|$ 가 근사적으로 正規分布에 따른다는 점에 착안하여 이것을 檢定統計量으로 하는 검정절차를 제시하였으며 아울러  $\log |S|$ 에 기초한  $\Sigma$ 를 관리할 수 있는 管理圖를 설계하였다. 이밖에도 多變量分布의 분산-공분산행렬에 관한 여러가지의 檢定절차가 이용될 수 있으나 문제는 이상상태로

판명되었을 때 그 내용을 진단하는 방법, 즉 어떤 品質特性이 이상상태의 원인이 되고 있는가를 찾아내는 방법은 아직 확실한 것이 없다.

### 4. 경제적 설계

Hotelling의  $T^2$ -관리도에 대한 경제적 설계가 Montgomery와 Klatt(18, 19)에 의해 연구되었다. 이들의 연구는 Knappenberger와 Granclage(15)의 모델을 多變量의 경우로 확장한 것이다. 工程의 관리상태가 지속되는 시간은 지수분포에 따른다고 가정하고 工程변화에 Markov Chain 모델을 적용하여 단위제품당의 기대비용을 계산하였다. 그리고 기대비용을 최소화하는  $T^2$ -管理圖의 관리한계, 샘플링간격, 그리고 샘플의 크기를 결정하였다. Hikes, Montgomery와 Young(7)은  $T^2$ -管理圖의 비용모델을 品質特性이 기하분포나 포아손분포에 따르는 計數値인 경우에도 적용할 수 있도록 확장하였다.

샘플링檢査方式의 경제적 설계는 각 檢査特性이 統計的으로 독립이라는 가정하에 여러 연구자들에 의해 연구되었다. 이 경우 각 品質特性別로 따로따로 檢査방식이 설계되며 品質特性의 평균치의 변화는 Markov process로 모델링된다. 각각의 검사방식에서 모든 品質特性이 관리상태에 있을 때만을 工程은(혹은 로트는) 관리상태에 있는 것으로 판정한다. 品質特性이 計量値인 경우 Latimer, Schmidt와 Bennett(16)과 Schmidt와 Bennett(22)에 의해서 연구되었다. 品質特性이 計數型인 경우는 Case, Schmidt와 Bennett(3)에 의해 연구되었다. Ailor, Schmidt와 Bennett(1)은 品質特性이 計數, 計量의 혼합된 경우에 대하여 연구하였다. 이들의 연구결과와는 대부분 비용계수의 변화에는 매우 민감하지만 品質特性의 分布에 대한 가정에는 민감하지 않은 것으로 나타났다.

### 5. 結 論

여러개의 品質特性을 동시에 관리하는 경우

工程(혹은 로트)이 이상상태로 판명되었을 때 그 내용을 파악하여 수정조치를 취하는 일이 상당히 복잡하다. 예로서  $x_1$ ,  $x_2$ 로 표현되는 두개의 品質特性을 동시에 管理하는 경우, 샘플링檢査나 管理圖上에서 工程(로트)가 이상상태로 판명되었다고 하면 그 이상상태의 원인이  $x_1$ 에 의한 것인지  $x_2$ 에 의한 것인지 아니면  $x_1$ ,  $x_2$  둘다에 의한 것인지를 밝혀내야 한다. 또한 만약 이상상태의 원인이  $x_1$ 인 것으로 밝혀졌다고 했을 때  $x_1$ 에 대해 어떤 수정조치를 취해야 하는데, 이 때  $x_2$ 는 어떤 영향을 받게 되는지 등을 조사해야 하는 복잡한 문제가 제기된다. 이 문제는 管理해야 할 품질특성의 수가 많아지면 많아질수록 더욱 복잡하게 된다. 이 문제를 해결할 수 있는 명확한 방법은 아직 알려져 있지 않다.

## References

1. Ailor, R. H., Schmidt, J. W. and Bennett, G. K. "The Design of Economic Acceptance Sampling Plans of a Mixture of Variables and Attributes", AIIE Transactions, Vol. 7, pp. 370 ~ 378 (1975).
2. Appleby, R. H. and Freund, R. J. "An Evaluation of Multivariate Sequential Procedure for Testing Means", Ann. Math. Statist, Vol. 33, pp. 1413 ~ 1420(1962).
3. Case, K. E., Schmidt, J. W. and Bennett, G. K. "A Discrete Economic Multiattribute Acceptance Sampling", AIIE Transactions, Vol. 7, pp. 363 ~ 369.
4. Chatfield, C. and Collins, A. J. Introduction to Multivariate Analysis, Chapman and Hall, New York(1980).
5. Ghare, P. M. and Torgersen, P. E. "The Multicharacteristic Control Chart", J. Industrial Engin., Vol. 19, pp. 269 ~ 272(1968).
6. Gibra, I. N. "Recent Development in Control Chart Techniques", Journal of Quality Technology, Vol. 7, pp. 183 ~ 192(1975).
7. Heikes, R. G., Montgomery, D. C. and Yeung, J. Y. H. "Alternative Process Models in the Economic Design of  $T^2$  Control Chart", AIIE Transactions, Vol, 6, pp. 55 ~ 61. (1974).
8. Hotelling, H. "Multivariate Quality Control", In Techniques of Statistical Analysis, ed. by McGraw-Hill, New York, pp. 111 ~ 184(1947).
9. Jackson, J. E. "Quality Control Methods for Two Related Variables", Industrial Quality Control, Vol. 12, pp. 4 ~ 8(1956).
10. Jackson, J. E. "Quality Control Methods Several Related Variables", Technometrics, Vol. 1, pp. 359 ~ 377 (1959).
11. Jackson, J. E. and Bradely, R. A. "Sequential  $x^2$  — and  $T^2$  — Tests", Ann. Math. Statist., Vol. 32, pp. 1063 ~ 1077(1961).
12. Jackson, J. E. and Bradely, R. A. "Sequential  $x^2$  — and  $T^2$  — Tests and Their Application to an Acceptance Sampling Problem", Technometrics, Vol. 3, pp. 519 ~ 534(1961).
13. Jackson, J. E. and Morris, R. H. "An Application of Multivariate Quality Control to Photographic Processing", J. Amer. Statist, Vol. 52, pp. 186 ~ 199(1957).
14. Jackson, J. E. and Mudholkar, G. S. "Control procedures for Residuals Associated with Principal Component Analysis", Technometrics, Vol, 21,

- pp. 341 ~ 349(1979).
15. Knappenberger, H. A. and Garandage, A. H. E. "Minimum Cost Quality Control Tests", *AIIE Transactions*, Vol. 1, pp. 24 ~ 32(1969).
  16. Latimer, B. A., Bnnett, G. K. and Schmidt, J. W. "The Economic Design of a Dual Purpose Multicharacteristic Quality Control System", *AIIE Transactions*, Vol. 5, pp. 214 ~ 222(1973).
  17. Montgomery, D. C. "The Economic Design of Control Chart ; A Review and Literature Survey", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, pp. 75 ~ 87(1980).
  18. Montgomery, D. C. and Klatt, P. J. "Minimum Cost Multivariate Quality Control Tests", *AIIE Transactions*, Vol. 4, pp. 103 ~ 110(1972).
  19. Montgomery, D. C. and Klatt, P. J. "Economic Design of  $T^2$  Control Charts to Maintain Current Control of a Process", *Management Sci.* Vol. 19, pp. 76 ~ 89(1972).
  20. Montomery, D. C. and Wadsworth, H. M. "Some Techniques for Multivariate Quality Control Applications", *Transactions ASQC*, Washington, D. C., pp. 427 ~ 435(1972).
  21. Patel, H. I. "Quality Control Methods for Multivariate Binomal and Poisson Distributions", *Technometrics*, Vol. 15, pp. 103 ~ 112(1973).
  22. Schmidt, J. W. and Bennett, G. K. "Economic Multivariate Acceptance Sampling", *AIIE Transactions*, Vol. 4, pp. 194 ~ 198(1972).
  23. Shakun, M. F. "Multivariate Acceptance Sampling Procedure for General Specification Elliposides", *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol, 60, pp. 905 ~ 913(1965).
  24. Vance, L. C. "A Bibliography of Statistical Quality Control Chart Techniques : 1970 ~ 1980", *Journal of Quality Technology*, Vol. 15, pp. 59 ~ 62(1983).
  25. Wijsman, R. A. "General proof of Termination with Probability One of Invariant Sequential Probability Ratio Test Based on Multivariate Normal Observation", *Ann. Math. Statist.*, Vol. 38, pp. 8 ~ 24(1967).