

効率的인 土地利用을 위한 数值地形 情報의
正確度 向上에 관한 研究
A Study on Improvement of the Accuracy of the Digital
Terrain Models for Efficient Land Use

吳 昌 洙*
Oh Chang-Soo

要 旨

本 研究는 地形데이터의 획득 방법과 曲面式을 비교하여 数值地形모델의 内插點의 正確度를 높히는데 그 目的이 있다.

ABSTRACT

To improve the accuracy of the interpolation point of the digital terrain models, this paper compared the methods of terrain data acquisition and the equations of the curved surface

1. 序 論

数值地形 모델은 선정된 地形點의 空間座標로부터 임의點에 대응하는 地盤高를 구하기 위하여 平面座標의 함수로 표시되는 曲面式으로 표시되거나 點內插되는 모델이어야 한다.¹⁾

数值地形 모델의 地形情報 획득은 地形圖, 航空写真의 입체 모델 및 航空機나 人工衛星의 高度計 등에 의하여 이루어 지지만, 가장 간편한 방법은 既製作된 地形圖의 等高線으로부터 얻는 것이다. 数值地形 모델의 正確度는 자료 획득 방법에 의해서도 좌우되지만, 자료처리 과정에서

地形的 分類, 地形에 따른 data sampling 및 内插方法의 크게 3 단계의 과정에 의해 좌우된다.^{2), 3), 4)}

数值地形 모델은 1958년 美國의 C. L. Miller에 의해 최초로 소개된 이래 土地의 利用에 따른 여러 문제들에 적용되고, 다양하게 연구 개발되었다. 수치지형 모델의 適用에 관한 연구에 비하여 수치지형 모델의 효능에 관한 研究은 비교적 적다.⁵⁾ 1969년 silar에 의해 地形的 分類에 대한 연구가 있었으며, 지형 Data에 대한 적절한 Sampling의 상세한 研究은 Makarovic과 Ghazali가 1973년과 1974년에 각각 I. T. C에 발표하였다. 正方形格子 data에 대한 内插의 효능에 대해서는 Jiw-alai와 Leberl가 발표하여 효과적인 수치지형 모델을 얻는데 공헌하였다.^{1), 5)}

*朝鮮大學校 土木工學科 博士課程

본 研究에서는 地形圖의 等高線으로 부터 지형정보를 획득하고, 正方形格子形의 地形點을 數值的으로 近似시킬 수 있는 曲面式을 分析하여 지형에 따른 最適의 曲面式을 구하므로써 內插地形點의 正確度를 향상시키는데 그 目的이 있다.

2. 數值地形 모델의 數學的 表現

2.1 等高線으로 부터 數值地形모델 작성

항공사진에 의한 立體寫眞으로 부터 데이터를 구하기 힘든 경우나 等高線 地形圖가 유일한 지형 정보원일 때 지형도의 等高線으로 부터 지형 데이터를 획득하는 것이 능률적이다.

等高線으로 부터 正方形格子形式의 수치지형모델을 얻기 위해서는 格子線과 만나는 等高線의 平面座標를 얻고, 이 점들로 부터 격자점의 標高를 內插한다.

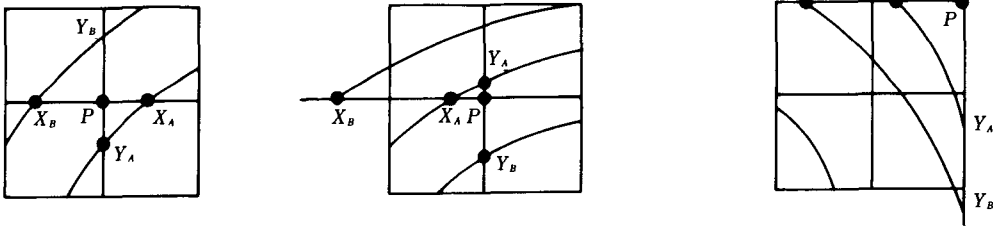


그림 2-1. 格子點의 標高 內插

格子點 $P(i, j)$ 는 橫방향(X 방향) 格子線 上에서 가까운 두점, 縱방향(Y 방향) 格子線 上에서 가까운 두점으로 부터 內插한다.

$$Z_P(i, j) = \frac{L_{YA} \cdot Z_X + L_{XA} \cdot Z_Y}{L_{XA} + L_{YA}} \quad (2-1)$$

여기서

$$Z_X = \frac{D \cdot i - X_{XB}}{X_{XA} - X_{XB}} \cdot Z_{XA} + \frac{X_{XA} - D \cdot i}{X_{XA} - X_{XB}} \cdot Z_{XB} \quad (2-2)$$

$$Z_Y = \frac{D \cdot j - Y_{YB}}{Y_{YA} - Y_{YB}} \cdot Z_{YA} + \frac{Y_{YB} - D \cdot j}{Y_{YA} - Y_{YB}} \cdot Z_{YB}$$

이며, D 는 格子點의 간격, $Z_{XA}, Z_{XB}, Z_{YA}, Z_{YB}$ 는 각각 X_A, X_B, Y_A, Y_B 점의 格高, $X_{XA}, X_{XB}, Y_{YA}, Y_{YB}$ 는 각각 X_A, X_B 의 X 좌표은 Y_A, Y_B 의 Y 좌표이다. 그리고 첨자 A 는 內插點 P 에 가까이 있는 점

이다.

2.2 地形의 曲面式

格子點의 지형데이터로 부터 지형을 數學的 曲面에 近似的으로 表現하므로써 임의의 점의 標高를 용이하게 구할 수 있다. 地形을 平面座標에 대한 函數式으로 표시할 때 지형이 넓을수록 正確度는 떨어지므로 格子區간의 소구역들을 간단한 曲面式으로 表現하고, 전체를 하나의 曲面群으로 表現하는 것이 유리하다.

正方形格子形으로 지형점을 추출하여 曲面式을 多項式

$$Z = f(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (2-3)$$

으로 표시할 수 있으며 3차 다항式으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z = & a_1 x^3 y^3 + a_2 x^2 y^3 + a_3 x y^3 + a_4 y^3 + a_5 x^3 y^2 \\ & + a_6 x^2 y^2 + a_7 x y^2 + a_8 y^2 + a_9 x^3 y + a_{10} x^2 y \\ & + a_{11} x y + a_{12} y + a_{13} x^3 + a_{14} x^2 + a_{15} x \\ & + a_{16} \end{aligned} \quad (2-4)$$

다항式의 계수를 구하기 위한 16개의 데이터는 격자점 $P_1(0,0), P_2(1,0), P_3(0,1), P_4(1,1)$ 에 대응하는 지반고 Z 와 x 방향의 傾斜度 $G_x = \partial Z / \partial x$, y 방향의 傾斜度 $G_y = \partial Z / \partial y$ 및 지형의 비틀림 $Txy = \partial^2 Z / \partial x \partial y$ 로 부터 얻는다.

3차 다항式의 계수는 16개의 데이터에 의해 구해진다. 즉,

$$Z = K \cdot A \quad (2-4)$$

$16 \times 1 \quad 16 \times 16 \quad 16 \times 1$

여기서, Z 는 지형점으로 부터의 데이터,

$$K \text{는 계수 행렬, } A \text{는 다항식의 미지계수에서 } A = K^{-1} Z \quad (2-5)$$

2.3 曲面式의 비교

平面座標로 표시되는 曲面式을 비교하므로써 지형에 맞는 곡면식을 결정할 수 있다.

1) 3차 다항식

식 (2-4)의 3차 다항식에 대한 계수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{15} \\ a_{16} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & -4 & 4 & 2 & 2 & -2 & -2 & 2 & -2 & 2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -6 & 6 & 6 & -6 & -4 & -2 & 4 & 2 & -3 & 3 & -3 & 3 & -2 & -1 & -2 & -1 \\ & & & 2 & & & -2 & & & & & & 1 & & & 1 \\ 2 & & -2 & & & & & & 1 & & & & & & & & 1 \\ \hline -6 & 6 & 6 & -6 & -3 & -3 & 3 & 3 & -4 & 4 & -2 & 2 & -2 & -2 & -1 & -1 \\ 9 & -9 & -9 & 9 & 6 & 3 & -6 & -3 & 6 & -6 & 3 & -3 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ & & & -3 & & & 3 & & & & & & -2 & & & -1 \\ -3 & & 3 & & & & & & -2 & & & & -1 & & & & \\ \hline & & & & & & & & 2 & -2 & & & 1 & 1 & & & \\ & & & & & & & & -3 & 3 & & & -2 & -1 & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & 1 & \\ \hline & & & & & & & & & & & & & & & 1 & \\ 2 & -2 & & & & & 1 & 1 & & & & & & & & & \\ -3 & 3 & & & & & -2 & -1 & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & 1 \\ 1 & & & & & & & & & & & & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ G_{x1} \\ G_{x2} \\ G_{x3} \\ G_{x4} \\ G_{y1} \\ G_{y2} \\ G_{y3} \\ G_{y4} \\ T_{xy1} \\ T_{xy2} \\ T_{xy3} \\ T_{xy4} \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

2) 평면식

$$Z = a_1 + a_2 y + a_3 \quad (2-7)$$

으로 표현되는 平面式은 4개의 格子点 지반고에 의해 결정될 수 있으며 계수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ -2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_2 + Z_4 \\ Z_3 + Z_4 \\ Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

3) 2차식

$$Z = a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 xy + a_4 x + a_5 y + a_6 \quad (2-9)$$

는 3차 다항식과 마찬가지로 $G_x = \partial Z / \partial x$, $G_y = \partial Z / \partial y$, $T_{xy} = \partial^2 Z / \partial x \partial y$ 에 의하여 계수를 결정하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0.25 & -0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.16 & -0.08 & -0.08 & 0.14 \\ -0.25 & 0 & -0.08 & 0.49 & 0.04 & -0.12 \\ 0 & -0.25 & -0.08 & 0.04 & 0.49 & -0.12 \\ 0 & 0 & 0.04 & -0.02 & -0.02 & 0.36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{pmatrix} \quad (2-10)$$

$$\begin{aligned}
\text{단, } B_1 &= Z_2 + Z_4 + 2G_{x2} + 2G_{x4} \\
B_2 &= Z_3 + Z_4 + 2G_{y3} + 2G_{y4} \\
B_3 &= Z_4 + G_{x3} + G_{x4} + G_{y2} + G_{y4} + T_{xy1} + T_{xy1} + T_{xy2} + T_{xy3} + T_{xy4} \\
B_4 &= Z_2 + Z_4 + G_{x1} + G_{x2} + G_{x3} + G_{x4} \\
B_5 &= Z_3 + Z_4 + G_{y1} + G_{y2} + G_{y3} + G_{y4} \\
B_6 &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4
\end{aligned}$$

4) 3차식

$$Z = a_1 x^3 + a_2 x^2 y + a_3 x y^2 + a_4 y^3 + a_5 x^2 + a_6 x y + a_7 y^2 + a_8 x + a_9 y + a_{10} \quad (2-11)$$

의 계수는 다음과 구해진다.

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -7.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & -0.1 & -0.2 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & & -0.2 & -0.1 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & -7.5 & 0 & 0.5 & 1 \\ -7.5 & -0.1 & 0 & 0 & 11.55 & 0.1 & 0 & -1.05 & 0 & -1.5 \\ 0 & -0.2 & -0.2 & 0 & 0.1 & 0.56 & 0.1 & -0.18 & -0.18 & 0.04 \\ 0 & 0 & -0.1 & -7.5 & 0 & 0.1 & 11.55 & 0 & -1.05 & -1.5 \\ 0.5 & 0.1 & 0 & 0 & -1.05 & -0.18 & 0 & 0.59 & 0.04 & -0.002 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.5 & 0 & -0.18 & -1.05 & 0.04 & 0.59 & -0.02 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1.5 & 0.04 & -1.5 & -0.02 & -0.02 & 0.76 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \\ B_8 \\ B_9 \\ B_{10} \end{pmatrix} \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned}
\text{여기서, } B_1 &= Z_2 + Z_4 + 3G_{x2} + 3G_{x4} \\
B_2 &= Z_3 + Z_4 + 2G_{x4} + G_{x4} + G_{y2} + G_{y4} + 2T_{xy2} + 2T_{xy4} \\
B_3 &= Z_4 + G_{x3} + G_{x4} + 2G_{y4} + 2T_{xy3} + 2T_{xy4} \\
B_4 &= Z_2 + Z_4 + 3G_{y3} + 3G_{y4} \\
B_5 &= Z_2 + Z_4 + 2G_{x2} + 2G_{x4} \\
B_6 &= Z_4 + G_{x3} + G_{x4} + G_{y2} + G_{y4} + T_{xy1} + T_{xy2} + T_{xy3} + T_{xy4} \\
B_7 &= Z_3 + Z_4 + 2G_{y3} + 2G_{y4} \\
B_8 &= Z_2 + Z_4 + G_{x1} + G_{x2} + G_{x3} + G_{x4} \\
B_9 &= Z_3 + Z_4 + G_{y1} + G_{y2} + G_{y3} + G_{y4} \\
B_{10} &= Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4
\end{aligned}$$

각 평면식에서 데이타로 들어가는 G_x, G_y, T_{xy} 는 근사적으로 格子点 주변의 격자면으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
G_x(i, j) &= \frac{Z(i+1, j) - Z(i-1, j)}{2} \\
G_y(i, j) &= \frac{Z(i, j+1) - Z(i, j-1)}{2} \\
T_{xy}(i, j) &= \frac{(Z(i+1, j+1) + Z(i-1, j-1)) - (Z(i+1, j-1) + Z(i-1, j+1))}{4}
\end{aligned} \quad (2-13)$$

그러나 格子 1개의 꼭면식으로 표시하는데 있어서 다른 격자면의 영향을 고려하지 않고 동일 격자면에서 G_x, G_y, T_{xy} 를 근사적으로 구하면 다음과 같다.

$$G_x(i, j) = \frac{Z(i, j) - Z(i+1, j)}{2}$$

$$G_y(i, j) = \frac{Z(i, j) - Z(i, j+1)}{2}$$

$$T_{xy}(i, j) = \frac{(Z(i, j) + Z(i+1, j+1)) - (Z(i+1, j) + Z(i, j+1))}{4}$$

(2-14)

3. 資料處理 및 比較考察

앞에서 비교한 曲面式에 의한 內插點의 正確度를 비교하기 위하여 그림 3-1과 같은 지형도를 Sample로 선정하였다. 그림 3-1의 (a)는 1/1000 지형도로 20m간격의 격자로 120m×120m 지역에서 36점, (b)는 1/5000 지형도로 40m격자 간격으로 400m×400m 지역에서 64점을 內插點으로 하여 실제 지반고와 각 곡면式으로부터 구한 지반고를 비교하였다.

格子點의 지형 데이터 G_x, G_y, T_{xy} 를 주위 격자면을 고려한 식(2-13)에 의하여 구하고, 각 曲面式으로부터 內插點의 평균 제공근 오차를 구하면 表 3-1과 같다.

表 3-1. 주위 격자면으로 부터 지형데이터를 구한 지반고의 RMSE

지형도	3차다항식	평면식	2차식	3차식
1/1000	1.95	1.89	1.94	1.94
1/5000	3.16	3.15	3.16	3.16

이 표에서는 平面式의 正確도가 조금 높게 나타나고 있지만 지형 데이터 G_x, G_y, T_{xy} 를 동일 격자면내에서 구한(식 2-14) 것은 內插點의 평균 제공근 오차는 表 3-2와 같다.

表 3-2. 동일 격자면에서 지형데이터를 구한 지반고의 RMSE.

지형도	3차다항식	평면식	2차식	3차식
1/1000	1.56	1.89	1.56	1.56
1/5000	3.13	3.15	3.09	3.09

表 3-1과 3-2를 비교하면 각 曲面式에 대해서 모두 식 2-14를 사용한 경우, 즉 지형의 傾斜度

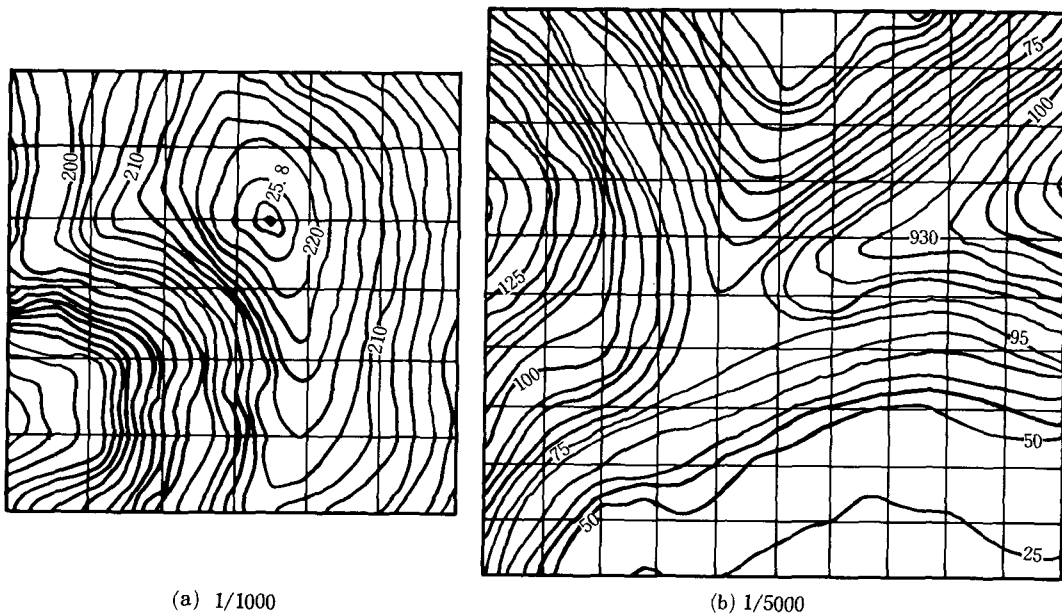


그림 3-1. Sample 지역

및 비틀림데이터는 정방격자점으로 부터 구할 경우, 동일 격자면에서 독립적으로 계산하는 것이 正確度を 높인다는 것을 알 수 있다. 1/5000 지형도와 1/1000 지형도에서 각각 2.2%, 19.6%의 정확도 향상이 있었다.

그리고, 주위 격자면에서 부터 지형데이터를 구했을 때는 平面式의 正確도가 좋지만, 同一格子面으로 지형데이터를 구했을 때는 2차 및 3차식이 平面式에 비해 1.8%~17.5%로 正確도가 향상되었다.

縮尺 1/1000 및 1/5000인 Sample 지형도는 각 격자면의 경사가 15°~45°인 지형이며, 이때 格子形 지형정보로 부터 曲面式을 표시하면 2차식이 가장 유리함을 알 수 있다.

4. 結 論

格子點으로 부터 지형데이터를 획득한 數値地形모델의 曲面式에 대한 正確도를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 동일 격자면에서 지형의 傾斜度 및 비

틀림 데이터를 얻을 경우에 주위 격자면을 고려한 경우보다 2.2%~19.6%의 正確도가 향상되었다.

둘째, 격자면의 경사가 15°~45°인 Sample 지형도에서 曲面式은 2차식이 가장 유리하였으며, 平面式보다 正確도가 1.8%~17.5% 증가 하였다.

參考文獻

1. Klaus, Linkwitz, "Digital Terrain Models," Bildmessung und Luftbildwesen, No. 1, 1970. pp. 76-84.
2. Fredrick J. Doyle, "Digital terrain Models : An Overview," P. E. & R. S., Vol. 1, No. 12, 1978, pp. 1481-1485
3. H. Ebner, "Experience with Height Interpolation by Finite Elements," P. E. & R. S., Vol. 50, No. 2, 1984, pp. 177-182.
4. 中村英夫, 村井俊治, "Digital Terrain Model"-地形의 數值的 表現의 方法, 生産研究, 第20卷, 第8号 東京大学, 1968, 28-33.
5. O. O. Ayeni, "Optimum Sampling for Digital Terrain Models : A Trend Towards Automation," P. E. & R. S., Vol. 48, No. 11, 1982, pp. 1687-1694