

PID 구조를 기초로 한 비최소 위상 시스템의 직접 적응 제어 (Direct Adaptive Control of Nonminimum Phase Systems based on PID Structures)

金 鍾 煥*, 崔 桂 根*

(Jong-Hwan Kim and Keh-Kun Choi)

要 約

본 논문은 단일 입출력 비최소 위상 시스템에 대해서 PID 구조를 기초로 하여 직접 적응제어기들을 제안하여 그 특성을 비교하여 보았으며, 안정도를 고찰하였다. 본 방식에서 제어기 매개 변수들은 최소 자승법 알고리즘으로 추정되며, 보조 매개 변수들은 극 배치방정식과 Bezout identity에서 유도된 방정식으로 구해진다. 매우 어려운 예로 컴퓨터 시뮬레이션을 한 결과 제안된 제어기들의 유효성을 확인하였다.

Abstract

This paper presents direct adaptive controllers for single-input single-output nonminimum phase systems based on PID structures. Also, characteristics of these schemes are compared, and convergence properties are considered. In these schemes, controller parameters are estimated from the least-square algorithm and some additional auxiliary parameters are obtained from the proposed polynomial identity which is derived from the pole placement equation and the Bezout identity. The effectiveness of these schemes is demonstrated by computer simulation that has been carried out for a very difficult example.

I. 서 론

제어하고자 하는 시스템의 영점에 따라서 최소 위상 시스템과 비최소 위상 시스템으로 분류할 수 있다. 최소 위상 시스템이란 영점이 모두 안정한 영역 내에 있는 시스템을 말하며, 비최소 위상 시스템이란 영점이 안정 영역 밖에도 있는 시스템을 말한다. 1970년대의 적응 제어에 대한 대부분의 논문들은 시스템을 최소 위상이라고 가정하여 제어기를 설계하였으나, 미지의 시스템을 실제로 제어할 때 최소 위상 여부를 알아내

는 것은 매우 어렵다. 최근에는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 비최소 위상 시스템에 대한 적응 제어가 활발히 연구되고 있다.

이러한 대표적인 논문으로서, Åström [1]은 시스템의 영점을 안정 영역 내에 있는 것과 밖에 있는 것을 따로 분류하여 비선형 추정 과정을 통하여 제어기를 설계하였으나 모르는 시스템의 영점을 분류해야 하는 제약이 있으며 비선형 추정의 문제점이 있다. 이러한 점을 Elliott [2]는 선형 추정 방식으로 해결하였으나 실제 제어에 필요한 매개 변수 이상을 추정해야 하므로 계산량이 많아지며, 또한 임의의 극배치가 일어나는 단점이 있다. 이에 대한 안정도 해석은 이산 시간대에서 [3]에 언급되어 있다. [1], [2]의 문제점을 Allidina와 Hughes [4]는 자기 동조 제어 구조로

*正會員, 서울대학교 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)
接受日字: 1986年 5月 20日

해결하였다. 이 방식은 계산량이 줄어드는 장점을 가지나 미지의 다항식이 도입된다. 또한, Praly [5]는 쌍일차 추정 방식으로 해결하였으나 많은 가정이 요구되며, 계산량이 많아지는 단점이 있다. 이상의 대표적인 논문들은 일종의 직접 적응 제어방식으로 바로 제어기 매개 변수를 추정하여 이로부터 제어 입력을 구한다. 또한 간접 적응 제어 방식의 대표적인 논문은 [6]으로, 이 방식에서는 시스템의 매개 변수를 먼저 추정하여 이 추정치로 극 배치 방정식에서 제어기 매개 변수를 구한 후 이로부터 제어 입력을 구한다. 그러므로 직접 제어 방식이 간접 제어 방식에 비하여 우수함을 알 수 있다.

본 논문에서는 단일 입력력 비최소 위상 시스템에 대해서 두 종류의 PID 구조 [7], [8]를 바탕으로 하여 직접 적응 제어를 제안하여 그 특성을 비교하여 보았으며, 안정도를 고찰하였다. 여기서 이용된 두 PID 구조는 표준 PID 구조와 기준점이 단지 적분항에 만 있는 (set-point-on I-only) PID 구조로 이들에 대한 특성은 [7]에 자세히 언급되어 있다. [1]과 [5]의 문제점을 해결하기 위하여 Bezout identity를 도입하였으며, 또한 극배치 방정식과 Bezout identity에서 방정식을 유도하여 [2]와 [4]의 문제점을 해결하였다. 제어 법칙에 도입된 적분기의 용도는 정상 상태 오차를 줄이는 원래의 목적외에 제한된 방정식이 유일한 해를 갖기 위해서 제어기 다항식의 차수를 맞추어 주기 위해서이다. 반면에 [6]에서 언급된 적분기는 단지 정상 상태 오차를 줄이는 목적으로만 사용된다. 제어기 매개 변수는 최소 자승법 알고리즘을 사용하여 추정하였으며, [6]의 안정도 이론을 도입하여 본 제어기들의 안정도를 고찰하였다. 컴퓨터 시뮬레이션은 [6]에 제시된 제어하기 매우 어려운 시스템을 대상으로 하였으며, 그 결과 제안된 제어기들의 유효성을 확인하였다.

II. 직접 적응 제어기의 설계

제어하고자 하는 미지의 시스템이 다음과 같이 단일 입력, 출력의 선형 시불변 차분 방정식으로 표시된다고 하자.

$$AY(k) = q^{-d}BU(k); d > 0 \tag{1}$$

$$A = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \tag{1a}$$

$$B = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n} \tag{1b}$$

여기서 d는 공정의 시간지연이며, Y(k), U(k)는 각 공정의 출력과 입력이다.

(1)식은 등가적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} AZ(k) &= U(k) \\ Y(k) &= q^{-d}BZ(k) \end{aligned} \tag{2}$$

이 공정에 대하여 다음의 가정을 한다.

A. 1 : A와 B는 서로 소인 다항식이다.

A. 2 : n_a와 n_b, 그리고 d는 알고 있다.

본 논문에서는 제어법칙에 따라 표준 PID구조를 기초로 한 적응제어기와 기준점이 단지 적분항에만 있는 PID 구조를 기초로 한 적응 제어기로 분류한다. PID 구조내에 있는 적분항은 단지 출력에서의 정상상태 오차를 줄이는 데 사용될 뿐 아니라 다음에 나올 방정식이 유일한 해를 갖을 조건을 만족시키기 위하여 사용된다.

1. 표준 PID 구조를 기초로 한 적응 제어기

다음의 표준 PID 구조를 기초로 한 제어 법칙을 고려하자.

$$SU(k) = Re(k) \tag{3}$$

$$S = (1 - q^{-1})(1 + s_1q^{-1} + \dots + s_nsq^{-ns}) \tag{3a}$$

$$R = 1 + r_0 + r_1q^{-1} + \dots + r_nrq^{-nr} \tag{3b}$$

$$e(k) = Um(k) - Y(k) \tag{3c}$$

여기서 Um(k)는 임의의 유한한 기준점이고, e(k)는 추적 오차이다. 표준 PID 구조와의 차이점은 고차항이 추가된 점이다.

(2)식의 양변에 다항식 S를 곱한 식에 위의 제어 법칙을 대입하면

$$\begin{aligned} SAZ(k) &= SU(k) \\ &= -RY(k) + RUm(k) \\ &= -q^{-d}BRZ(k) + RUm(k) \end{aligned} \tag{4}$$

이므로, 전체 폐 루우프 시스템은

$$\begin{aligned} (AS + q^{-d}BR)Z(k) &= RUm(k) \\ Y(k) &= q^{-d}BZ(k) \end{aligned} \tag{5}$$

와 같이 된다. 차수가 n_c인 임의의 점근적으로 안정한 다항식 C를 도입하자. 이때 C의 근이 원하는 폐 루우프의 극점이 되기 위하여는 다항식 S와 R이 다음의 관계식을 만족시키면 된다.

$$AS + q^{-d}BR = C \tag{6}$$

여기서

$$C = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n} \tag{6a}$$

A와 B는 서로 소인 다항식이므로 n_s=n_b+d-1, n_r=max(n_a, n_c-n_b-d) [9]이면 항상 유일한 해 S와 R이 존재한다. 이 경우 가정 A.1에 의하여 다항식 B는 q=1인 근을 가질 수 없다.

(6)식이 성립하면, (5)식은

$$\begin{aligned} CZ(k) &= RUm(k) \\ Y(k) &= q^{-d}BZ(k) \end{aligned} \quad (7)$$

로 표현될 수 있으며, Um(k)와 Y(k) 사이의 케 루우프 전달 함수는

$$\frac{Y(k)}{Um(k)} = \frac{q^{-d}BR}{C} \quad (8)$$

와 같이 된다. 비최소 위상 시스템을 제어함에 있어서 선형적으로 매개 변수를 추정하기 위하여 다음의 Bezout identity를 도입하자.

$$AK + q^{-d}BH = k_0 \quad (9)$$

A와 B는 서로 다항식이므로 차수가 각각 $nh = na - 1$, $nk = nb + d - 1$ 인 유일한 다항식 쌍인 H₀와 K₀가 존재하며, k₀배인 H와 K가 존재한다.

$$H = k_0 H_0 \quad (10)$$

$$K = k_0 K_0 \quad (11)$$

여기서

$$H = h_0 + h_1 q^{-1} + \dots + h_{nn} q^{-nh} \quad (12)$$

$$K = k_0 + k_1 q^{-1} + \dots + k_{nk} q^{-nk} \quad (13)$$

(9)식에서 k₀는 임의의 영이 아닌 상수로서, 이와 같이 우변을 k₀로 놓은 이유는 다음에 유도될 방정식에서 k₀를 변수로 사용하기 위해서이다.

(9)식이 성립하면 (6)식은

$$AS + q^{-d}BR' = -q^{-d}B + (1/k_0)q^{-d}BHC + (1/k_0)AKC \quad (14)$$

여기서

$$R' = R - 1 \quad (14a)$$

와 같이 쓸 수 있으며, 이 식의 양변에 Z(k)를 곱하여 (2)식의 관계식을 이용하면

$$\begin{aligned} ASZ(k) + q^{-d}BR'Z(k) &= -q^{-d}BZ(k) \\ &+ (1/k_0)q^{-d}BHCZ(k) \\ &+ (1/k_0)AKCZ(k) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} Y(k) &= -SU(k) - R'Y(k) + (1/k_0)HCY(k) \\ &+ (1/k_0)KCU(k) \end{aligned} \quad (16)$$

와 같다. 위의 식은 더욱 간단히 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y(k) = P^T \Phi(k) \quad (17)$$

단,

$$\Phi(k) = [\Phi_1^T(k); \Phi_2^T(k)]^T \quad (17a)$$

$$P = [P_1^T; P_2^T]^T \quad (17b)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Phi_1^T(k) &= [(q^{-1}-1)U(k-1) \dots (q^{-1}-1)U(k-n_s) \\ &- Y(k) \dots - Y(k-n_r)] \end{aligned} \quad (17c)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2^T(k) &= [CY(k) \dots CY(k-n_h)CU(k-1) \dots CU(k-n_k) \\ &(C-1+q^{-1})U(k)] \end{aligned} \quad (17d)$$

$$P_1^T = [s_1 \dots s_{n_s} r_0 \dots r_{n_r}] \quad (17e)$$

$$P_2^T = [h_0 \dots h_{n_h} k'_1 \dots k'_{n_k} 1] \quad (17f)$$

그리고

$$h'_i = h_i/k_0; 0 \leq i \leq n_h; k'_j = k_j/k_0; 1 \leq j \leq n_k \quad (17g)$$

이상으로 매개 변수 벡터 P에 대하여 선형 관계식을 유도하였다. 여기에 추정론을 도입하여 제어 목적을 이룰 수 있으나 이 경우 실제 제어에 필요한 매개 변수 이상을 추정해야 하므로 계산량이 많아지는 단점이 있으며, Bezout identity의 도입으로 인하여 임의의 극 배치가 일어날 수 있다. 그러나 시스템의 다항식 B의 인수 분해나, 쌍일차 추정을 피할 수 있다.

본 논문에서는 위 선형 관계식에서 제어기 매개 변수 벡터 P₁만 추정하고, 보조 매개 변수 벡터 P₂는 방정식으로 부터 구하는 방법을 제안하기로 한다. 이때 Bezout identity의 도입으로 인한 임의의 극 배치를 피할 수 있으므로, 원하는 특성 방정식은 원래대로 C가 된다. 이를 위하여 (6)식과 (9)식으로부터 다음의 관계식을 유도한다. 이때 $nc \leq 1$ 임을 알 수 있다.

$$CH = A + k_0 R \quad (18)$$

$$CK = k_0 S - q^{-d} B \quad (19)$$

(18)식과 (19)식을 한 식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$SH - RK = 1 \quad (20)$$

$nc \leq 1$ 이므로 $nr = na$ 이다. A와 B는 서로 소인 다항식이라는 가정에 의하여 k₀는 0이 될 수 없으며, 또한 다항식 S의 차수는 $nb + d$, R의 차수는 na 인데 K와 H의 차수는 각각 $nb + d - 1$, $na - 1$ 이므로 다항식 S와 R에 대하여 유일한 해 H와 K가 존재한다. 이때 k₀도 유일하게 결정된다. 즉, 앞으로 추정할 추정치 P₁으로부터 보조 매개 변수 벡터 P₂를 위의 방정식으로부터 구할 수 있다. 위의 방정식에서 알 수 있듯이 다항식 S에 적분항을 포함시킨 이유는 정상 상태 오차를 줄이는 목적외에 (20)식이 항상 유일한 해를 갖기 위한 조건을 만족시키기 위해서이다. (20)식에 의하여 모든 케 루우프의 영점들은 유지되며, 그 결과 전체 케 루우프 시스템은 다음과 같다.

$$C \begin{bmatrix} Y(k) \\ U(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-d}B \\ A \end{bmatrix} RUm(k) \quad (21)$$

2. 기준점이 단지 적분항에만 있는 PID 구조를 기초로 한 적응 제어기

앞 절에서 설계한 제어기는 기준점이 급격히 변하는 경우에는 그 영향이 바로 출력으로 나타나며, 폐 루우프 시스템과 비교하면 여분의 영점을 갖게 된다. 기준점의 변화에 따른 출력의 오버슈트를 최소로 하고, 여분의 영점이 도입되지 않는 기준점이 단지 적분항에만 있는 PID 구조를 기초로 한 제어법칙을 고려하자.

$$SU(k) = \alpha e(k) - R_0 Y(k) \quad (22)$$

$$S = (1 - q^{-1})(1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{ns} q^{-ns}) \quad (22a)$$

$$R_0 = (1 - q^{-1})(r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{nr-1} q^{-(nr-1)}) \quad (22b)$$

(2)식의 양변에 S를 곱한 식에 위의 제어 법칙을 대입하면

$$\begin{aligned} SAZ(k) &= SU(k) \\ &= -(\alpha + R_0)Y(k) + \alpha Um(k) \\ &= -q^{-d}BMZ(k) + \alpha Um(k) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서

$$M = \alpha + R_0 \quad (23a)$$

이므로, 전체 폐 루우프 시스템은

$$\begin{aligned} (AS + q^{-d}BM)Z(k) &= \alpha Um(k) \\ Y(k) &= q^{-d}BZ(k) \end{aligned} \quad (24)$$

와 같이 된다. 앞 절에서와 마찬가지로 원하는 특성 방정식 C를 도입하자.

$$AS + q^{-d}BM = C \quad (25)$$

A와 B는 서로 소인 다항식이고, α 를 위의 극 배치 방정식에서 하나의 변수로 사용할 수 있으므로 $ns = nb + d - 1$, $nr = \max(na, nc - nb - d)$ 이면 항상 유일한 해 S와 R_0 , α 가 존재한다. 이 경우도 다항식 B는 가정 A.1에 의하여 $q=1$ 인 근을 가질 수 없다.

(25)식이 성립하면, (24)식은

$$\begin{aligned} CZ(k) &= \alpha Um(k) \\ Y(k) &= q^{-d}BZ(k) \end{aligned} \quad (26)$$

로 표현될 수 있으며, Um(k)와 Y(k) 사이의 폐 루우프 전달 함수는

$$\frac{Y(k)}{Um(k)} = \frac{\alpha q^{-d}B}{C} \quad (27)$$

와 같이 된다.

앞 절에서와 같이 Bezout identity를 도입하자.

$$\text{즉, } AK + q^{-d}BH = k_0 \quad (28)$$

여기서도 H와 K의 차수는 각각 $nh = na - 1$, $nk = nb$

$+d-1$ 이다.

(28)식이 성립하면, (25)식은

$$\begin{aligned} AS + q^{-d}BR_0 &= -\alpha q^{-d}B + (1/k_0)q^{-d}BHC + \\ &+ (1/k_0)AKC \end{aligned} \quad (29)$$

와 같이 쓸 수 있으며, 이 식의 양변에 Z(k)를 곱하여 (2)식의 관계식을 이용하면

$$\begin{aligned} ASZ(k) + q^{-d}BR_0Z(k) &= -\alpha q^{-d}BZ(k) \\ &+ (1/k_0)q^{-d}BHCZ(k) \\ &+ (1/k_0)AKCZ(k) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \alpha Y(k) &= -SU(k) - R_0 Y(k) + (1/k_0)HCY(k) \\ &+ (1/k_0)KCU(k) \end{aligned} \quad (31)$$

와 같다. 위 식을 정리하면 다음과 같이 간단히 표현 수 있다.

$$Y(k) = P^T \Phi(k) \quad (32)$$

단,

$$\Phi(k) = [\Phi_1^T(k); \Phi_2^T(k)]^T \quad (32a)$$

$$P = [P_1^T; P_2^T]^T \quad (32b)$$

여기서

$$\begin{aligned} \Phi_1^T(k) &= \{(C - 1 + q^{-1})U(k) \quad (q^{-1} - 1)U(k-1) \dots \\ &\quad (q^{-1} - 1)U(k-ns) \quad (q^{-1} - 1)Y(k) \dots \\ &\quad (q^{-1} - 1)Y(k-nr+1)\} \end{aligned} \quad (32c)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2^T(k) &= \{CY(k) \dots CY(k-nh) \quad CU(k-1) \dots \\ &\quad CU(k-nk)\} \end{aligned} \quad (32d)$$

$$P_1^T = [1/\alpha \quad s_1' \dots s_{ns}' r_0' \dots r_{nr-1}'] \quad (32e)$$

$$P_2^T = [\bar{h}_0 \dots \bar{h}_{nh} \quad \bar{k}_1 \dots \bar{k}_{nk}] \quad (32f)$$

그리고

$$s_i' = s_i/\alpha; 1 \leq i \leq ns; r_j' = r_j/\alpha; 0 \leq j \leq nr-1 \quad (32g)$$

$$\bar{h}_i = h_i/(\alpha k_0); 0 \leq i \leq nh; \bar{k}_j = k_j/(\alpha k_0); 1 \leq j \leq nk \quad (32h)$$

제어기 매개 변수 벡터가 α 로 정규화되었으므로, 이를 바로 제어 입력의 매개 변수로 이용하기 위하여 (22)식을 다시 쓰면

$$S'U(k) = e(k) - R_0'Y(k) \quad (33)$$

단,

$$S' = (1 - q^{-1})(1/\alpha + s_1' q^{-1} + \dots + s_{ns}' q^{-ns}) \quad (33a)$$

$$R_0' = (1 - q^{-1})(r_0' + r_1' q^{-1} + \dots + r_{nr-1}' q^{-(nr-1)}) \quad (33b)$$

와 같으며, α 로 정규화된 다항식 H, K를 각각 H', K'라 하면, (25)식과 (28)식으로부터 $nc \leq 1$ 인 경우 다음의 관계식을 유도할 수 있다.

$$CH' = A + k_0 M' \quad (34)$$

$$CK' = k_0 S' - q^{-d} B \quad (35)$$

단,

$$M' = 1 + R_0' \quad (35a)$$

(34)식과 (35)식을 한 식으로 표현하면

$$S'H' - M'K' = 1 \quad (36)$$

이며, $nr = na$ 이므로 앞절에서와 마찬가지로 위상은 항상 해가 존재한다. 그러므로 보조 매개 변수 벡터 P_2 는 앞으로 추정될 추정치 P_1 을 이용하여 위 식으로부터 구할 수 있다. 위 방정식에 의하여 모든 개 루우프 영점들은 유지되며, 그 결과 전체 폐 루우프 시스템은 다음과 같다.

$$C \begin{bmatrix} Y(k) \\ U(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^{-d} B \\ A \end{bmatrix} U_m(k) \quad (37)$$

전체 폐 루우프 시스템에서 알 수 있듯이 여분의 영점이 도입되지 않음을 알 수 있다. 본 논문에 제안된 두 제어기를 [6]과 비교하면 방정식 (20)식과 (36)식을 풀 때 Determinant는 서로 상쇄되므로 각각의 Co-factor만 구하면 되는 장점을 갖는다.

III. 적응 알고리즘 및 안정도

앞 장에서 설계한 제어기를 실제 이용하기 위하여는 적응 알고리즘의 도입이 필요하다. 시스템 매개 변수는 미지의 값이므로 매개 변수 벡터 P 를 적응 기구와 방정식 (20)식이나 (36)식을 통하여 조정해 나갈 조정 매개 변수 $\hat{P}(k)$ 로 놓기로 한다. 본 논문에서는 다음과 같은 최소 자승법 알고리즘을 사용한다.

$$\hat{P}_1(k) = \hat{P}_1(k-1) + L(k) [\bar{Y}(k) - \Phi_1^T(k) \hat{P}_1(k-1)] \quad (38)$$

$$F(k) = [I - L(k) \Phi_1^T(k)] F(k-1) \quad (39)$$

$$L(k) = F(k-1) \Phi_1(k) / [1 + \Phi_1^T(k) F(k-1) \Phi_1(k)] \quad (40)$$

단,

$$\bar{Y}(k) = Y(k) - \Phi_2^T(k) \hat{P}_2(k-1) \quad (40a)$$

$\hat{P}_2(k)$ 는 위에서 추정된 $\hat{P}_1(k)$ 를 이용하여 방정식 (20)식이나 (36)식을 통하여 구할 수 있다. 일반적인 선형 이산 시불변 잡음이 없는 시스템에 대하여 최소 자승법 알고리즘을 사용한 간접 적응 제어에 대한 수렴도 특성은 [6]에 제시되어 있다. 본 제어 방법에도 위의 결과를 적용할 수 있다.

보조정리 III - 1 : 제어기 다항식이 (18), (19)식 (또는 (34),

(35)식의 형태를 갖고, 참 매개 변수 P_1 을 중심으로 한 매개 변수 공간에 반경 $g > 0$ 인 영역이 있다고 하자. 만일 $\hat{P}_1(0)$ 가 다음의 영역 내에 있다면

$$\| \hat{P}_1(0) - P_1 \| < g \quad (41)$$

(20)식과 (36)식은 모든 k 에 대하여 해를 구할 수 있으며, $\hat{P}_2(k)$ 는 유한한 계수를 갖는다.

(증명)

어떤 $g > 0$ 에 대하여 (41)식이 만족된다면 최소 자승법 알고리즘의 특성에 따라서

$$\| \hat{P}_1(k) - P_1 \| < g \quad \forall k \geq 1 \quad (42)$$

이다. 그러면 $\hat{P}_1(k) = P_1$ 일때, A 와 B 는 서로 소인 다항식이라는 가정에 의하여 k_0 는 0이 아니며, H_0 와 K_0 는 서로 소인 다항식이므로 R 과 S 도 서로 소인 다항식이며, 따라서 (20)식과 (36)식은 유일한 해를 갖는다. 또한 (42)식이 성립하면 (41)식의 $g > 0$ 가 존재하게 되어 (20)식과 (36)식은 모든 $k \geq 1$ 에 대하여 해가 존재한다.

정리 III - 1 : 가정 A.1과 A.2의 조건 아래 보조 정리 III - 1과 같이 $\| \hat{P}_1(0) - P_1 \| < g$ 이면, 적응 알고리즘과 제어입력 (3)식이나 (22)식에 의하여 다음의 결과를 얻는다.

- i) $U(k), Y(k)$ 가 유한하게 된다.
- ii) $\lim_{k \rightarrow \infty} [CY(k) - G(k-1, q^{-1})Um(k)] = 0 \quad (43)$

여기서

$$G(k-1, q^{-1}) = \begin{cases} q^{-d} \hat{B}(k-1, q^{-1}) \hat{R}(k-1, q^{-1}) & \text{II - 1) (43a)} \\ \text{또는 } q^{-d} \hat{B}(k-1, q^{-1}) & \text{II - 2) (43b)} \end{cases}$$

(증명)

참고문헌 [6] 정리 3 - 1 참고.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

[6]에 제시된 매우 어려운 예를 통하여 본 논문의 제어기 특성을 알아보자. 컴퓨터 시뮬레이션에서는 UDU^T 인수화법으로 제어기 매개 변수를 추정하였다.

제어할 시스템은

$$A = 1.0 - 1.2q^{-1} \\ q^{-d}B = q^{-1}(1.0 - 3.1q^{-1} + 2.2q^{-2}) \quad (44)$$

이며, 다음의 조건이 사용되었다.

$$C = 1.0 \quad (45)$$

$$Um(k) = 1.0 : 0 \leq k \leq 60 \quad (46)$$

II - 1의 제어기와 II - 2의 제어기에서 제어기 매개

변수의 초기치는 각각 [152.9, -293.1, -152.1, 159.9]와 [0.35, 20.1, -38.1, -20.9]가 사용되었으며, 보조매개 변수의 초기치들은 각각 위의 초기치를 이용하여 (20)식과 (36)식에 의하여 주어졌다. 시뮬레이션 결과 II-1에 제어기는 [6]에서의 제어기와 마찬가지로 여분의 영점(단위 원밖)의 도입과 제어 법칙의 특성에 의하여 초기 과도 상태에서 매우 큰 진동이 있으며, 또한 기준점이 도중에 변한 경우(시뮬레이션 결과는 생략)에도 오버슈트가 큰 단점을 갖는다. 반면에 II-2의 제어기는 이러한 단점이 없으며, 사용하기 편한 장점이 있다.

V. 결 론

두 종류의 PID 구조를 기초하여 선형 시불변 단일입출력 비최소 위상 시스템에 대한 직접 적응 제어기를 제안하여 그 특성을 비교하여 보았으며, 안정도를 고찰하였다. 제어 설계 방법으로는 다항식의 인수분해나 쌍일차 추정을 피하기 위하여 Bezout identity를 도입하였으며, 계산량을 줄이기 위하여 위의 identity와 극 배치 방정식에서 유도된 방정식을 사용하여 보조매개 변수를 구하였다. 본 제어기들은 Lead-lag 보상기로서 적분기 도입의 또다른 목적은 제안된 방정식이

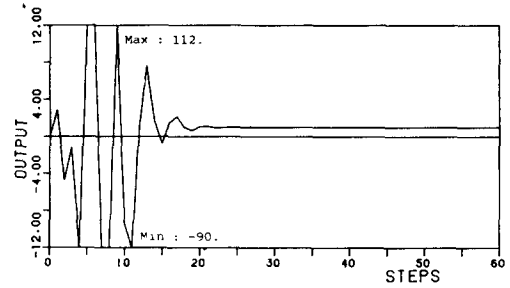


그림 2. (a) II-2의 출력
Fig. 2. (a) Output of II-2.

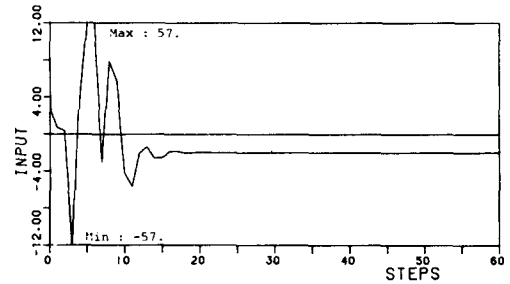


그림 2. (b) II-2의 입력
Fig. 2. (b) Input of II-2.

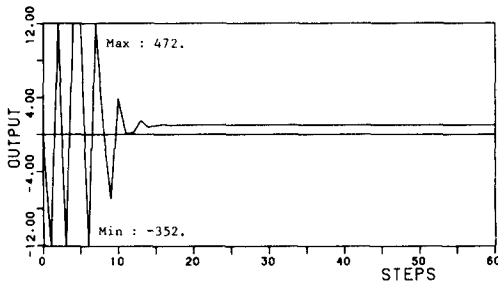


그림 1. (a) II-1의 출력
Fig. 1. (a) Output of II-1.

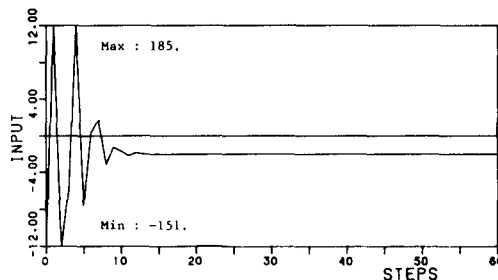


그림 1. (b) II-1의 입력
Fig. 1. (b) Input of II-1.

유일한 해를 갖을 조건을 만족시키기 위해서이다. 표준 PID 구조를 기초로한 적응 제어기는 여분의 영점이 도입되므로 스텝 응답에서 바람직하지 않은 오버슈트가 생기는 단점을 갖고 있는 반면에, 기준점이 단지 적분항에만 있는 PID 구조를 기초로 한 적응 제어기의 위의 단점이 없으며, 사용하기에 용이한 단점을 갖는다.

參 考 文 獻

- [1] K.J. Åström, "Direct methods for non-minimum phase systems," in *Proc. IEEE 19th Conf. on Decision Contr.*, Dec. 1980.
- [2] H. Elliott, "Direct adaptive pole placement with application to nonminimum phase system," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. AC-27, June 1982.
- [3] 최중호, 최진영, "이산시간 비최소 위상 시스템의 직접적용 극배치 및 안정도에 관한 연구" 전기학회논문지, 제33권, 제5호, 1984년 5월.
- [4] A.Y. Allidina and F.M. Hughes, "Self-tuning controllers for deterministic systems," *Int. J. Contr.*, vol. 37, no. 4,

- 1983.
- [5] L. Praly, "Towards a globally stable direct adaptive control scheme for not necessarily minimum phase systems," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. AC-29, no. 10, Oct. 1984.
- [6] G.C. Goodwin and K.S. Sin, "Adaptive control of nonminimum phase systems," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. AC-26, no. 2, April 1981.
- [7] B. Wittenmark, "Self-tuning PID-controllers based on pole placement," *Dept. of Aut. Cont., Lund Inst. of Techn., Lund, Sweden*, Rep. no. LUFTD2/(TFRT-7179)/1/037/, 1979.
- [8] R. Ortega and R. Kelly, "PID self-tuners: some theoretical and practical aspects," *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol. IE-31, no. 4, Nov. 1984.
- [9] I.D. Landau and R. Lozano L., "Unification of discrete time explicit model reference adaptive control designs," *Automatica*, vol. 17, no. 4, 1981.
- [10] G.J. Bierman, *Factorization Method for Discrete Sequential Estimation*. Academic Press, New York, 1977.
- [11] 김종환, 최계근, "비최소 위상시스템의 직접 적응 제어," 대한전기학회, 대한전자공학회, 계측제어연구회 합동학술연구발표회 논문집., 1986년 4월.
- [12] Jong-Hwan Kim and Keh-Kun Choi, "Self-tuning discrete PID controller," *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol. IE-34, no. 2, May 1987.
-