

EDGE를 保存하는 適應 映像 復元

(Adaptive Edge-preserving Image Restoration)

金 南 哲*, 李 在 德**

(Nam Chul Kim and Jae Dug Lee)

要 約

本 論文은 白色 加算 Gauss 雜音에 損傷된 映像을 復元함에 있어서 雜音 除去와 同時에 境界를 保存할 수 있는 效果의인 方法을 提示하고 있다. 提案된 方法은 局部 統計外에도 局部 傾斜를 使用하여 適應해 가도록 한 Lee 알고리즘의 變形된 形態이다. 또한 映像 모델링을 要求하지 않으며, 境界의 方向을 따라 雜音을 除去하기 때문에 필터링된 映像은 blurring 現象을 나타내지 않는다.

Abstract

An effective filtering algorithm which can reduce noise and preserve edges for the restoration of an image degraded by additive white Gaussian noise is presented. The algorithm proposed in this paper is an extension of Lee's algorithm modified to use local gradient information as well as local statistics. It does not require image modeling, and removes noise along the orientation of edges so that it does not blur the edges.

I. 序 論

白色 雜音이 섞인 二次元의 映像을 復元하기 위한 方法으로 크게 線型 필터와 非線型 필터로 區分할 수 있다. 지금까지 주로 研究되어온 線型 필터는 다시 Kalman 필터,^[1,2] ARMA(auto-regressive moving average) 필터^[3,4]와 같은 循環 필터와 Wiener 필터,^[5,6] 空間 平均(spatial averaging) 필터^[7,8]와 같은 非循環 필터로 區分되며, 循環 필터들이 實時間 處理에 有利하기 때문에 많이 研究되어 왔다. 그러나 이러한 線型 필터들은 映像 모델이 定在的(stationary)이라는 假定下에 處理하기 때문에 映像이 급격한 變化를 일으키는, 즉 非定在的(non-stationary) 性質을 나타내는 境界(edge)에서는 필터링된 映像이 朦朧화(blurring) 現象을 나타내게 된다. 따라서 最近에는 線型 필터들의 이

러한 朦朧화 現象을 克服하기 위하여 境界를 保存할 수 있는 適應 필터링 알고리즘의 研究에 集中되었다.^[9]

1980年 Lee는 局部 分散值(local variance)와 局部 平均值(local mean)를 利用하여 各 畫素의 콘트라스트(contrast)를 調節함으로써 境界를 保存할 수 있는 필터링 方法을 提案하였다.^[10] 그러나 Lee의 알고리즘은 境界는 保存할 수 있으나 境界 附近에서 雜音을 잘 除去하지 못하는 短點을 가지고 있다.^[11,12] 이러한 短點을 補完하기 위하여 1981年 다시 Lee는 局部 分散值가 畫素의 分散值보다 큰 값을 갖는 境界 地域에서 局部 傾斜를 利用하여 境界의 方向을 찾고, 境界點을 포함하지 않는 축소된 窓(window)內的 畫素들로부터 새로이 局部 分散值와 局部 平均值를 求하여 필터링하는 方法을 提案하였다.^[11] 그러나 이 方法은 初期의 窓의 크기가 커서 計算量이 비교적 많을 뿐만 아니라 現在 處理하고자 하는 畫素가 境界點 附近에 있을 경우 現在의 畫素가 아닌 周圍의 畫素들로부터 處理함으로써 微細한 境界를 保存하기가 어렵다. 1985年 Lim^[12] 등은 4개의 方向에 따른 一次元의 필터들을 중속 接續시킴으로써 境界에서 雜音을 除去하고자 하였으나 各

*正會員, **準會員, 慶北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook National Univ.)

接受日字: 1986年 2月 4日

(※ 本 論文은 1985年度 韓國科學財團의 研究費 支援으로 遂行되었음.)

方向의 필터링이 끝날때 마다 雜音 電力을 새로이 求해야 하는 難點이 있어 實時間 處理에 適合하지 못하다.

本 論文에서는 比較的 簡單한 局部 傾斜 演算子인 Prewitt演算子^{11),12)}을 方向 演算子로 擴張하여 4方向에 대한 境界의 方向 類似性을 調査한 後, 類似性이 가장 큰 方向으로 一次元의 필터링하는 方法을 Lee의 알고리즘에 附加함으로써 境界를 잘 保存하면서 雜音을 除去하는 實時間 處理에 適合한 方法을 提案하였다.

II. 既存의 Lee 필터

原來的 映像 $x(i, j)$ 에 白色 가우스 雜音(additive white Gaussian noise) $n(i, j)$ 가 섞인 觀測 映像은 다음과 같이 表現된다.

$$y(i, j) = x(i, j) + n(i, j) \quad (1)$$

여기서 觀測 雜音의 平均은 零으로 假定한다. 이때 局部 平均 自乘 誤差(local mean square error)를 最小으로 하는 局部 線型 필터는 다음과 같이 주어진다.^{11),12)}

$$\hat{x}(i, j) = E\{x(i, j)\} + k^* (i, j) \{y(i, j) - E\{y(i, j)\}\}$$

$$k^* (i, j) = \frac{\sigma_x^2(i, j)}{\sigma_x^2(i, j) + \sigma_n^2(i, j)} \quad (2)$$

여기서 $E\{\cdot\}$ 는 畫素의 平均値이고 k^* 는 필터 利得을 나타낸다. 또한 σ_x^2 및 σ_n^2 은 各各 信號 및 觀測 雜音의 分散値이다. 그런데 이 값들은 觀測된 映像 데이터만으로는 정확히 推定할 수 없는 統計値들이다. 따라서 Lee는 既知(a priori)의 情報가 없이도 필터링을 遂行할 수 있도록 畫素의 平均値 및 分散値를 다음과 같은 局部 平均値 및 局部 分散値로 代置하였다.¹¹⁾

$$\hat{x}(i, j) = \bar{x}(i, j) + k(i, j) \{y(i, j) - \bar{y}(i, j)\}$$

$$k(i, j) = \frac{v_x(i, j)}{v_x(i, j) + v_n(i, j)} \quad (3)$$

여기서 \bar{x}, \bar{y} 는 各各 x, y 의 局部 平均値를 나타내며, v_x, v_n 는 各各 x 와 n 의 局部 分散値를 나타낸다. 이 값들은 處理되는 畫素를 따라 移動하는 $(2n+1) \times (2m+1)$ 窓内の 觀測된 畫素들로부터 다음과 같이 求할 수 있다.

$$\bar{y}(i, j) = \bar{x}(i, j) = \frac{1}{(2m+1)(2n+1)} \sum_{k=-n}^{+n} \sum_{l=-m}^{+m} y(k, l)$$

$$v_x(i, j) = \begin{cases} v_y(i, j) - v_n(i, j), & v_y(i, j) > v_n(i, j) \\ 0, & v_y(i, j) \leq v_n(i, j) \end{cases}$$

$$v_y(i, j) = \frac{1}{(2n+1)(2m+1)} \sum_{k=-n}^{+n} \sum_{l=-m}^{+m} \{y(k, l) - \bar{y}(k, l)\}^2 \quad (4)$$

여기서 觀測 雜音은 定在的(stationary)이라고 假定한다. 필터링에 필요한 雜音의 分散値는 觀測 映像에서 밝기의 變化가 거의 없는 平坦한 지역을 택하여 推定할 수 있다.¹¹⁾ 그러나 本 論文에서는 알고리즘의 개발에 역점을 두어, 雜音의 分散値 v_n 이 미리 알려져 있다고 假定하였다. 또한 窓의 크기로는 3×3 또는 5×5 를 使用하였다. 便宜上 (3)式의 Lee 필터를 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\hat{x}(i, j) = k(i, j)y(i, j) + (1-k(i, j))\bar{y}(i, j) \quad (5)$$

(5)式에서 畫素가 平坦한 地域이나 낮은 콘트라스트를 갖는 地域에 속하면 필터 利得 k 가 0에 가까워져서 Lee 필터는 結局 $\hat{x}(i, j) \cong \bar{x}(i, j)$ 인 空間 平均 필터가 되어 雜音을 比較的 잘 除去한다. 그러나 境界에서는 필터 利得 k 가 1에 가까워지므로 $\hat{x}(i, j) \cong y(i, j)$ 으로써 觀測値가 거의 그대로 出力된다. 이때 局部 分散値가 畫素의 分散値보다 크게 推定되어 필터 利得 k 가 (2)式의 필터 利得 k^* 보다 크게되므로, 境界는 保存되지만 雜音은 그대로 남아있게 된다.^{11),12)}

III. 指向性 Lee 필터

本 論文에서 提案하여 指向性 Lee 필터라 命名된 필터의 構造를 먼저 說明하고, 다음으로 境界의 方向을 찾는 方向 演算子에 關하여 叙述하기로 한다.

1. 指向性 Lee 필터의 構造

앞서 言及된 바와 같이 既存의 Lee 필터는 境界 領域에서 (4)式에 依한 局部 分散値가 畫素의 實際 分散値보다 크게 推定되므로, 中心 畫素에 比重을 크게 주고 周邊 畫素에 比重을 덜 주는 方式¹¹⁾으로 (4)式을 修正하여 性能을 改善시킬 수도 있겠으나, 實驗 結果 두드러진 效果를 얻을 수 없었다. 이와는 달리, 本 論文에서는 局部 傾斜를 利用하여 定해진 4개의 方向에 따른 類似性을 求한 後 類似性이 가장 큰 方向으로 一次元의 필터링하는 機能을 Lee 필터에 添加함으로써 境界 地域에서의 雜音 除去 效果를 높이도록 하였다. 提案된 필터링 方法은 다음과 같이 (5)式의 變形된 形態로 주어진다.

$$\hat{x}(i, j) = k(i, j)\hat{y}(i, j) + (1-k(i, j))\bar{y}(i, j) = \bar{y}(i, j) + k(i, j)\{\hat{y}(i, j) - \bar{y}(i, j)\} \quad (6)$$

여기서 k 및 \bar{y} 는 (4)式으로 주어지는 필터 利得 및 局部 平均値이다. 또한 $\hat{y}(i, j)$ 는 그림 1과 같이 3×3 으로 固定된 窓内에서 주어지는 局部 傾斜를 使用하여 4개의 定해진 方向의 類似性을 調査한 다음, 類似性이 가장 큰 方向으로 一次元 필터링한 結果로서 本 論文에서는 다음과 같이 行하였다.

$$\hat{y}(i, j) = \frac{1}{2}y_0 + \frac{1}{4}(y_n + y_{n+4}), \quad n=1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

여기서 y_0 는 現在 處理하고자 하는 中心 畫素 $y(i, j)$ 이며 y_n, y_{n+4} 는 그림 1과 같이 境界 方向에 따른 畫素들이다. 境界 方向에 따른 一次元 필터링도 適應 필터링 方式으로 遂行할 수 있겠으나, 實驗 結果 큰 效果를 볼 수 없었다.

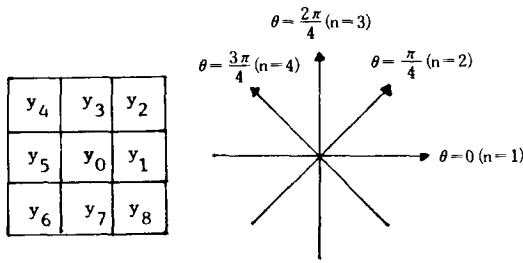


그림 1. 一次元 필터링을 위한 3x3 窓 및 4가지 方向
Fig. 1. 3x3 window and 4 directions for one-dimensional filtering.

(6), (7)식과 같이 提案된 알고리즘은 境界에서 $k(i, j) \cong 1$ 에 가깝게 되더라도 $\hat{x}(i, j) \cong \hat{y}(i, j)$ 가 되어 類似성이 가장 큰 方向으로 一次元 필터링을 함으로써 境界에서 雜音を 잘 除去함을 알 수 있다. 또한 境界가 아닌 平坦한 地域에서는 普通의 空間 平均 필터가 되므로 雜音を 잘 除去하게 된다.

2. 方向 演算子

本 論文에서는 境界의 方向을 찾는 여러가지 方法들 중에서 實時間 處理가 可能하도록 比較의 빠른 傾斜 測定 方法인 Prewitt 演算子를 方向 演算子로 擴張하여 使用하였다. 그림 2로부터 4개의 方向에 따른 Prewitt 方向 演算子는 다음과 같이 주어진다.

$$D_\theta = D_\theta^1 - D_\theta^2 = \frac{1}{3} \sum_{y_i \in R_\theta^1} y_i - \frac{1}{3} \sum_{y_i \in R_\theta^2} y_i, \quad \theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \quad (8)$$

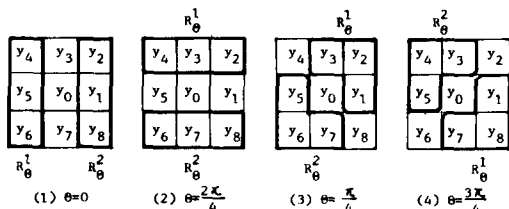


그림 2. 方向 演算子를 위한 雙領域들
Fig. 2. Pairs of regions for directional operator.

여기서 θ 는 그림 1에 表示된 4개의 方向 中の 하나가 되며 R_θ^1 과 R_θ^2 는 그림 2와 같은 領域을 나타낸다.

이때 D_θ 의 절대값은 x軸과 θ 角을 이루는 直線과 直交하는 境界의 方向性을 測定한다. 傾斜를 求할 때 現在 處理하고자 하는 畫素를 中心으로 한개의 畫素를 利用하지 않고 여러개의 畫素들을 利用하는 理由는 傾斜度를 求할 때 雜音의 影響을 줄이고자 함이다. (8) 式을 利用하여 一次元 필터링 方向을 最終적으로 決定하기 위하여 다음과 같은 方向 類似性 S_θ 를 定義한다.¹¹⁾

$$S_\theta = \frac{D_\theta^1 + D_\theta^2}{2} - |D_\theta^1 - D_\theta^2| = \frac{D_\theta^1 + D_\theta^2}{2} - |D_\theta|, \quad \theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \quad (9)$$

(9)式의 方向 類似性은 各 方向으로의 類似性의 尺度가 되며 一次元 필터링 方向은 方向 類似性 S_θ 가 가장 큰 값을 가지는 方向이 된다. (9)式에서 局部 傾斜外에도 局部 平均値를 넣은 것은 雜音의 影響을 줄이고 더욱 安定된 값을 얻기 위함이다. 實驗 結果, 比較의 平坦한 地域에서라도 (9)式을 適用하여 方向性을 가진 纖細한 部分을 쫓아 一次元 필터링 하는 것이 效果의인 것으로 나타났다. 따라서 本 論文에서는 中心 畫素를 境界 地域과 非境界 地域으로 分離하지 않고 모든 畫素에서 境界의 方向 類似性을 測定하였다.

IV. 시물레이션 結果 및 考察

本 論文에서 提案한 指向性 Lee 필터의 性能을 調査하기 위하여 加算 白色 Gauss 雜音에 損傷된 8bit의 256x256 GIRL과 CRONKITE 映像에 대하여 既存의 Lee 필터와, 알고리즘이 簡單하여 자주 使用되는 空間 平均 필터, 그리고 指向性 Lee 필터 方法과 함께 처리하였다. 먼저 컴퓨터 시물레이션을 통하여 SNR 利得을 比較하고, 處理된 映像을 디스플레이 裝置에 出力시켜 主觀的 性能 檢查도 遂行하였다.

客觀的 性能 檢查의 尺度로 使用되는 SNR 利得은 다음과 같이 定義된다.

$$SNR \text{ gain} = 10 \log_{10} \frac{\text{output SNR}}{\text{input SNR}} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_x^2 / \sigma_n^2}{\sigma_x^2 / \sigma_n^2} \quad (10)$$

여기서 σ_x^2, σ_n^2 는 各 原 映像의 全體 分散 및 雜音의 電力이고 σ_r^2 은 再生 誤差의 電力을 나타낸다.

$$\sigma_r^2 = \frac{1}{256 \times 256} \sum_{i=1}^{256} \sum_{j=1}^{256} (x(i, j) - \hat{x}(i, j))^2 \quad (11)$$

映像의 局部的 變化度에 따른 提案된 필터의 性能을

調査하기 위하여, 映像의 局部的 變化度を 나타내는 필터 利得 k 값을 4 개의 領域으로 나눈후 空間 平均 필터, Lee 필터, 指向性 Lee 필터의 性能을 各 領域別로 比較하면 表 1 및 2와 같다. 여기서 알 수 있듯이 平坦한 地域에 該當되는 $k=0$ 의 領域에서는 세 필터 모두 같은 空間 平均 필터가 되어 같은 性能을 나타낸다. 그러나 變化도가 增加할수록 指向性 Lee 필터가 좋은 性能을 보이며, 특히 複雑한 境界에 該當되는 $k>0.5$ 의 領域에서는 다른 두 필터에 비해 더욱 改善된 結果를 보임으로써 意圖한 바와 같이 境界를 잘 保存하면서 境界에서 雜音을 잘 除去하는 것으로 判斷된다. 이에 反하여 空間 平均 필터의 性能은 이 領域에서 대단히 떨어지는데, 이것은 境界에서의 朦朧化 現象에 依한 것으로 보인다. 또한 Lee 필터 역시 이 領域에서 雜音을 잘 除去하지 못함을 알 수 있다. 표 1과 2를 比較하면 Lee 필터들은 3×3 窓의 필터링 結果보다 5×5 의 窓으로 필터링한 境遇가 全體的으로 좋은 性能을 나타낸다. 그러나 空間 平均 필터는 5×5 의 境遇 境界에서의 朦朧化 現象이 增加하여 境界 地域에서의 性能이 급격히 低下되는 것을 알 수 있다.

표 1. GIRL 映像에 對한 局部 變化도에 따른 3×3 필터들의 性能 (입력 SNR = 10dB)

Table 1. Performances of 3×3 filters according to local variations for GIRL (input SNR = 10dB).

filter gain \ SNR gain (dB)	averaging filter	Lee filter	directive Lee filter
$k=0$	7.19 dB	7.19 dB	7.19 dB
$0 < k < 0.25$	6.46	6.57	6.69
$0.25 < k < 0.5$	5.62	4.60	5.65
$k > 0.5$	1.16	1.82	3.14

표 2. GIRL 映像에 對한 局部 變化도에 따른 5×5 필터들의 性能 (입력 SNR = 10dB)

Table 2. Performances of 5×5 filters according to local variations for GIRL (input SNR = 10dB).

filter gain \ SNR gain (dB)	averaging filter	Lee filter	directive Lee filter
$k=0$	9.51 dB	9.51 dB	9.51 dB
$0 < k < 0.25$	8.06	8.19	8.31
$0.25 < k < 0.5$	5.36	5.32	6.20
$k > 0.5$	-1.79	2.10	3.16

또한 入力 SNR에 따른 利得을 比較하기 위하여 GIRL과 CRONKITE 두 試驗 映像의 入力 SNR이 10dB, 5dB, 0dB일 境遇에 대하여 5×5 窓의 空間 平均 필터, Lee 필터, 指向性 Lee 필터로서 處理한 結果는 표 3, 4와 같다. 표 3에서 GIRL 映像에 對하여 指向性 Lee 필터는 既存의 Lee 필터에 비해 0.7 ~ 1.1dB 改善되고 空間 平均 필터에 比해서 0.1 ~ 3.2dB 改善된다. 또한 표 4에서 CRONKITE 映像에 對하여서는 既存의 Lee 필터보다 1.5 ~ 2.1dB 정도 改善되고 空間 平均 필터에 比해서 0.4 ~ 2.0dB 改善된다. 여기서 指向性 Lee 필터는 入力 SNR 이 높은 境遇 더욱 좋은 性能을 나타내는 것을 알 수 있다.

표 3. GIRL 映像에 對한 入力 SNR에 따른 5×5 필터들의 性能

Table 3. Performance of 5×5 filters according to various input SNR for GIRL.

input SNR \ SNR gain (dB)	averaging filter	Lee filter	directive Lee filter
10 dB	2.90	5.39	6.14
5 dB	7.21	7.58	8.50
0 dB	10.50	9.57	10.66

표 4. CRONKITE 映像에 對한 入力 SNR에 따른 5×5 필터들의 性能

Table 4. Performance of 5×5 filters according to various input SNR for CRONKITE.

input SNR \ SNR gain (dB)	averaging filter	Lee filter	directive Lee filter
10 dB	7.80	7.83	9.76
5 dB	10.99	9.50	11.15
0 dB	11.80	10.83	12.19

앞서 調査한 SNR 利得과 함께 主觀 檢査를 하기 위하여 入力 SNR이 10dB일 때의 CRONKITE 映像을 5×5 窓의 空間 平均 필터, Lee 필터 및 指向性 Lee 필터로 處理하여 再生 映像을 디스플레 裝置에 出力시킨 結果는 그림 3과 같다. 그림 3의 (a), (b)는 各各 原 映像 및 雜音으로 損傷된 映像이며 (c), (d), (e)는 各各 空間 平均 필터, 既存의 Lee 필터 및 指向性 Lee 필터로 處理하여 再生한 結果이다. 그림 3의 (c)에서 空間 平均 필터는 雜音을 잘 除去하여 全體的으로 깨끗해 보이지만 境界를 흐리게 하는 朦朧化 現象으로 인하여 映像이 흐릿해 졌음을 알 수

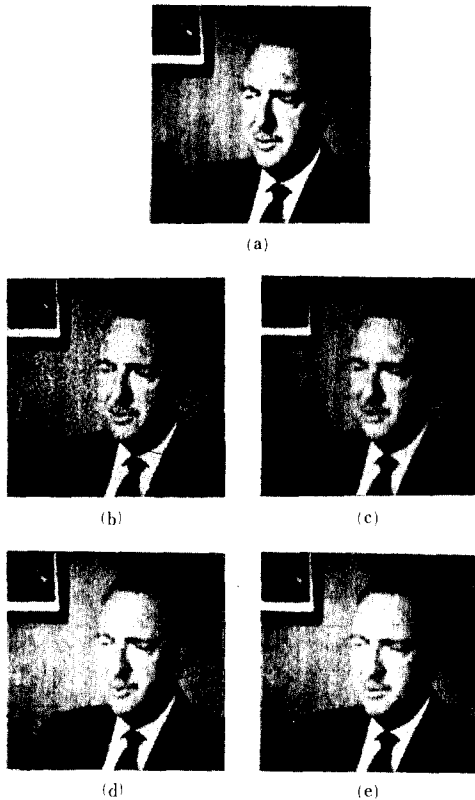


그림 3. 入力 SNR=10dB에서 CRONKITE의 原映像, 雜音 映像 및 復元 映像들

Fig. 3. Original, noisy and restored images for CRONKITE at input SNR=10dB (window size =5×5).

있다. 그림 3(d)에서 既存의 Lee 필터는 映像의 境界는 保存하나 境界 周圍에서 雜音を 잘 除去하지 못하여 전반적으로 境界 部分들이 매우 지저분함을 볼 수 있다. 反面에 그림 3(e)에서 指向性 Lee 필터는 境界를 保存하면서도 境界에서의 雜音도 잘 除去함을 알 수 있다. 또한 이러한 사실들은 그림 4의 誤差 映像을 比較하여 봄으로써 더욱 확실히 뒷받침 된다.

V. 結 論

本 論文에서는 境界 附近에서의 效果的인 雜音 除去를 위하여 局部 統計를 利用하는 Lee의 알고리즘을 變形한 形態인 指向性 Lee 필터를 提案하였다. 이 指向性 Lee 필터는 局部 傾斜를 利用하여 映像의 方向 類似性을 調査하고 類似性이 가장 큰 方向으로 一次元의 필터링의 機能을 Lee의 알고리즘에 附加함으로써 境

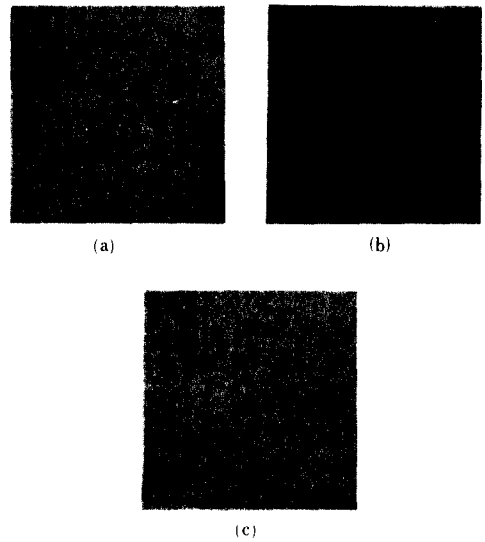


그림 4. 그림 3의 復元 映像에 대한 誤差 映像 (4배증폭, 바이어스 128)

Fig. 4. Error images for the restored images shown in Fig.3(amplification=4, bias=128).

界를 保存하면서 境界에서의 雜音 除去를 效果的으로 할 수 있는 長點을 가지고 있다. 提案된 필터의 效率性은 GIRL과 CRONKITE 두 式驗 映像을 通하여 確認되었다. 提案된 指向性 Lee 필터의 性能은 SNR 利得面에서 處理하는 映像과 入力 SNR에 관계없이 空間 平均 필터와 Lee 필터보다 優秀하다. 特히 入力 SNR이 10dB일때 空間 平均 필터보다 2.0~3.2dB 改善되고 Lee 필터보다는 0.8~1.9dB정도 改善된다. 또한 主觀 檢査 結果 境界를 흐리게 하는 朦朧화 現象을 일으키는 空間 平均 필터의 短點과 境界에서 雜音を 잘 除去하지 못하는 Lee 필터의 短點을 모두 改善하여 境界를 保存하면서 境界에서의 雜音도 잘 除去함을 알 수 있었다. 뿐만 아니라 指向性 Lee 필터는 알고리즘이 簡單하고 實時間 處理가 容易하여 雜音이 섞인 映像을 復元하는데 매우 效率的인 것으로 判斷된다.

參 考 文 獻

[1] J.W. Woods and C.H. Radewan, "Kalman filtering in two dimension," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-23, pp. 473-482, July 1977.
 [2] S.A. Rajala and R.J.P. de Figueiredo, "Adaptive nonlinear image restoration by a modified Kalman filtering approach," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Pro-*

- cessing*, vol. ASSP-29, pp. 1033-1042, Oct. 1981.
- [3] M.G. Strintzis, "Dynamic representation and recursive estimation of cycle and two-dimensional processes," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. AC-23, pp. 801-808, Oct. 1978.
- [4] Y.H. Yum and S.B. Park, "Optimum recursive filtering of noisy two-dimensional data with sequential parameter identification," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-5, pp. 337-344, May 1983.
- [5] J.S. Lim, "Image restoration by short space spectral subtraction," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-28, pp. 191-197, Apr. 1980.
- [6] J.F. Abramatic and L.M. Silverman, "Non-linear restoration of noisy images," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-4, pp. 141-149, Mar. 1982.
- [7] W.K. Pratt, *Digital Image Processing*, John Wiley & Sons, 1978.
- [8] A.K. Jain and J.R. Jain, "Partial differential equations and finite difference methods in image processing-Part II: Image Restoration," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. AC-23, pp. 817-834, Oct. 1978.
- [9] D.T. Kuan and A.A. Sawchuk, "Adaptive noise smoothing filter for image with signal-dependent noise," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-7, pp. 165-177, Mar. 1985.
- [10] J.S. Lee, "Digital enhancement and noise filtering by use of local statistics," *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-2, pp. 165-168, Mar. 1980.
- [11] J.S. Lee, "Refined noise filtering using local statistics," *Compt. Graphics Image Processing*, vol. 15, pp. 380-389, 1981.
- [12] P. Chan and J.S. Lim, "One-dimensional Processing for adaptive image restoration," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, pp. 117-126, Feb. 1985.
- [13] I.E. Abdou and W.K. Pratt, "Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors," *Proc. IEEE*, vol. 67, pp. 753-763, May 1979.
- [14] E.R. Pavaes, "Circularity-A new principle underlying the design of accurate edge orientation operators," *Image Vision Computing*, vol. 2, pp. 134-145, Aug. 1984.
- [15] A.P. Sage and J.L. Melsa, *Estimation Theory with Application to Communication and Control*, New York: McGraw-Hill, 1971.
- [16] M. Manohar, "Edge detection in noisy images: An optimization approach," *IEEE Conf. on Sys., Man, Cybern.*, vol. SMC-2, pp. 925-928, 1983.