

자기회귀 잡음모델을 가진 공정의 최소분산형 자기조정 제어

(Self-tuning Minimum Variance Control of Plant with Autoregressive Noise Model)

朴 楨 日*, 崔 桂 根*

(Juong Il Park and Keh Kun Choi)

要 約

지금까지 발표된 최소분산형 자기조정 제어 이론은 이동 평균(moving average) 잡음모델을 가지고 있다. 그러나 본 논문은 잡음모델을 자기회귀(autoregressive) 모델로 가정하고 최소분산 제어를 수행하는 자기조정제어 이론을 제안하였다.

최소분산 제어를 수행하기 위한 새로운 등가식(identity)이 도입되었으며 closed-loop 시스템의 안정도와 ODE법에 의한 수렴특성을 고찰 하였다.

또한 SSM-16 컴퓨터로 시뮬레이션을 하여 본래의 이동평균 잡음모델하에서의 최소분산 제어와 비교 검토하였다.

Abstract

The self-tuning control theory which has so far been studied has the type of a moving average noise model. In this paper we propose a self-tuning minimum variance control of the plant with an autoregressive noise model. New identities are introduced to find a minimum variance control input, and the stability and convergence properties in a closed loop system are studied using the BIBO concepts and ODE method. Also the proposed algorithm is compared with that of the original self-tuning control by computer simulation.

I. 序 論

일반적으로 플랜트는 환경조건 및 동작조건에 따라 동특성에 변화를 가져오고, 이러한 경우에 제어기의 파라미터를 on-line적으로 자동조정하고 제어하는 것을 환경조건 및 동작조건에 제어기를 적용시키는 의 미로 적응제어(Adaptive control)라고 한다.

지금까지 제안된 설계이론으로서 실용적인 가치가

인정되고 있는 적응제어 방식에는 모델기준제어(MRAC)와 자기조정제어(STC)가 있다.

자기조정 제어이론은 원래 자기조정 레귤레이터(STR)에서 출발했으며 STR은 확률적 잡음의 영향을 최소로 줄이려는 것이며, 처음에 적당한 제어방식이 선정되고 미지의 플랜트의 파라미터를 적당한 파라미터 추정방식을 이용해서 축차추정하고 그 추정한 결과를 실제의 파라미터로 보고 제어기의 파라미터가 on-line적으로 결정 조정된다.

처음에는 주로 레귤레이터 문제가 대상으로 되었지만 그 이후 servo 문제에도 확장되어 각종의 자기조

*正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)
接受日字: 1985年 9月 26日

정 제어이론이 발표되었다.^{12,10)}이 자기조정제어는 제어방식과 파라미터 추정법의 선정이 설계에 앞서 중요한 문제로 된다.

제어방법으로서는 플랜트의 출력 오차의 분산을 최소로 하는 최소분산제어(Minimum variance control)와¹¹⁾ closed loop계에서 극점(경우에 따라서는 영점)을 원하는 값으로 지정하는 방식이¹⁾ 자주 이용된다.

또한 파라미터 추정법으로서는 잡음존재 하에서 파라미터를 측차 추정하는 방식으로 최소자승법(LS), 최대 최소자승법(ELS), 확률 근이법(SA법) 등의 측차 알고리즘이 이용된다.

실제 시스템내에 존재하거나 외부로부터 시스템에 작용하는 잡음의 형태는 알 수 없다. 그러므로 여러 가지의 잡음모델에 대해서 가장 잘 적용하는 경우를 찾기 위해서는 여러가지의 잡음모델을 적용해보고 결정하는 방법밖에 없다. 그래서 지금까지 제안된 최소분산형 자기조정제어 이론은 잡음모델을 이동평균 모델로 가정하고 있으나 본 논문은 잡음모델을 자기회귀 모델로 가정하여 자기조정제어 이론을 새롭게 전개하여 최소분산제어를 수행하였다.

II. 최소분산형 자기조정 제어

1. 문제의 설정

시분별 단입력 단출력 플랜트는 다음 식을 만족한다고 가정한다. 단, 잡음모델은 자기회귀 모델이라고 가정한다.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + \frac{e(k)}{C(q^{-1})} \quad (1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n} \quad (2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} (b_0 \neq 0) \quad (3)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_nq^{-n} \quad (4)$$

여기서 q^{-1} 은 backward shift operator이고 $u(k)$, $y(k)$ 는 플랜트의 입력과 출력이다. $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 의 차수와 system delay d 는 알고 있다고 가정하고 d 는 1 이상이다. 다항식 $B(q^{-1})$ 과 $C(q^{-1})$ 의 근은 unit circle내에 있다고 가정한다.

$$C(q^{-1})r(k) = e(k) \quad (5)$$

라고 가정하면 (1)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + r(k) \quad (6)$$

여기서 $e(k)$ 는 평균치 0의 백색잡음이고 $r(k)$ 는 자기회귀형의 유색잡음(correlated noise)이다.

2. 자기조정 제어기의 설계

먼저 다항식 $A(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 에 대해서 다음의 identity들을 도입한다.

$$A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) = 1 \quad (7)$$

$$C(q^{-1})T(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) = 1 \quad (8)$$

단,

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{d-1}q^{-(d-1)} \quad (9)$$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{n-1}q^{-(n-1)} \quad (10)$$

$$T(q^{-1}) = 1 + t_1q^{-1} + \dots + t_{d-1}q^{-(d-1)} \quad (11)$$

$$S(q^{-1}) = s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_{n-1}q^{-(n-1)} \quad (12)$$

자기회귀 잡음모델을 가진 플랜트에 대해서 원래 STC와 같은 개념으로 predictor를 도입하기 위한 identity는 $A(q^{-1})F(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) = 1/C(q^{-1})$ 이 되어야 하나 이 identity는 unique한 $F(q^{-1})$ 과 $G(q^{-1})$ 을 결정할 수 없다. 그래서 (7)식과 (8)식처럼 identity를 2개로 분리하여 도입한다. 여기에서 (7)식은 (6)식에서 결정된 Bezout identity이고 (8)식은 (5)에서 결정된 Bezout identity이다.¹⁾

(9)식에서 (12)식까지의 $F(q^{-1})$, $G(q^{-1})$, $T(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ 의 최고차수는 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 가 서로 coprime이므로 Bezout identity의 성질에 의해서 $A(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 이 모두 n 차이므로 $G(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ 의 차수는 $n-1$ 차 이하이면 되고, 또 $F(q^{-1})$, $T(q^{-1})$ 는 $d-1$ 차 이하이면 된다. 그러면 $A(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 로부터 $F(q^{-1})$, $G(q^{-1})$, $T(q^{-1})$, $S(q^{-1})$ 은 (9)식에서 (12)식처럼 unique하게 결정된다.¹⁴⁾

$$B(q^{-1})F(q^{-1}) = H(q^{-1}) \quad (13)$$

으로 정의하고, (6)식에 (7)식의 identity를 도입하고 (13)식을 이용하면

$$y(k) = H(q^{-1})u(k-d) + G(q^{-1})y(k-d) + F(q^{-1})r(k) \quad (14)$$

와 같이 쓸 수 있고 또 (14)식에 (8)식의 identity를 도입하고 (5)식을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y(k) = H(q^{-1})u(k-d) + G(q^{-1})y(k-d) + F(q^{-1})T(q^{-1})e(k) + S(q^{-1})F(q^{-1})r(k-d) \quad (15)$$

윗식에서 d step ahead predictor error를 다음식으로 정의하면

$$\epsilon(k+d|k) = F(q^{-1})T(q^{-1})e(k+d) \quad (16)$$

$$\triangleq \hat{y}(k+d) - \hat{y}(k+d|k) \quad (17)$$

(15)식에서 d step ahead predictor output은 다음식으로 쓸 수 있다.

$$\hat{y}(k+d|k) = H(q^{-1})u(k) + G(q^{-1})y(k) + S(q^{-1})F(q^{-1})r(k) \quad (18)$$

또한 set point $w(k)$ 에 대한 출력오차의 분산을 최소로 하는 cost function을 다음식과 같이 정의한다.

$$J \triangleq E[((\hat{y}(k+d|k) + e(k+d)) - w(k))^2] \quad (19)$$

(19)식은 $\sigma^2 = E[e(k+d)^2]$ 라고 하면 다음과 같이 쓸

수 있다.

$$I = E[(\hat{y}(k+d|k) - w(k))^2] + \sigma^2 \quad (20)$$

이제 최소분산제어 입력 $u(k)$ 를 구하기 위해서 (20)식의 cost function을 $u(k)$ 에 대해서 미분하여 0으로 둔다.

$$\frac{\partial I}{\partial u(k)} = 2E[(\hat{y}(k+d|k) - w(k)) \frac{\partial \hat{y}}{\partial u(k)}] \\ = 2h_0[\hat{y}(k+d|k) - w(k)] = 0 \quad (21)$$

그러면 최소분산제어 입력 $u(k)$ 는 (18)식과 (21)식을 이용하면 다음식으로 쓸 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{h_0} [w(k) - G(q^{-1})y(k) - S(q^{-1})F(q^{-1})r(k) - H_R(q^{-1})u(k)] \quad (22)$$

단, $H_R(q^{-1}) = H(q^{-1}) - h_0$

(22)식의 $w(k)$ 와 $y(k)$ 는 알고 있는 값이지만 $F(q^{-1})r(k)$ 는 미지이므로 (14)식을 이용하여 추정된 값으로 대치한다.

$$n(k) = F(q^{-1})r(k) \quad (23)$$

으로 정의하면 (14)식으로부터 추정된 $\hat{H}(q^{-1})$, $\hat{C}(q^{-1})$ 의 파라미터 값으로 대치하면 추정된 $\hat{n}(k)$ 의 값을 얻을 수 있다. (1)식과 (14)식과 (22)식을 이용하여 제어기(controller)와 플랜트의 블록도를 그리면 그림 1과 같다.

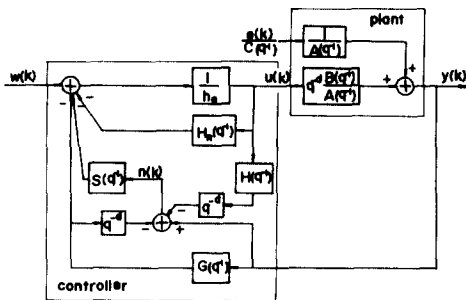


그림 1. 최소분산 제어기와 플랜트
Fig. 1. Block diagram of minimum variance controller and plant.

3. Closed loop 시스템의 안정도 특성

이제 앞에서 열거한 수식들을 이용하여 그림 1의 closed loop 시스템의 stability 특성을 고찰해 보기로 하자. 플랜트 입력과 출력을 set point $w(k)$ 와 외부 잡음 $e(k)$ 로 나타내면 다음과 같다.

먼저 (22)식의 $u(k)$ 는 (13)(14)식과 (7)(8)식의 identity를 이용하면 다음식으로 쓸 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{B(q^{-1})F(q^{-1})C(q^{-1})T(q^{-1})} [w(k) - (A(q^{-1})S(q^{-1})F(q^{-1}) + G(q^{-1}))y(k)] \quad (24)$$

(24)식을 (1)식에 대입하고 (7)(8)식의 identity를 이용하여 출력 $y(k)$ 를 구해보면 다음식과 같다.

$$y(k) = q^{-d}w(k) + F(q^{-1})T(q^{-1})e(k) \quad (25)$$

또한 (25)식을 (24)식에 대입하면 플랜트 입력 $u(k)$ 는 다음과 같다.

$$u(k) = \frac{A(q^{-1})}{B(q^{-1})}w(k) - \left[\frac{S(q^{-1}) + C(q^{-1})G(q^{-1})T(q^{-1})}{B(q^{-1})C(q^{-1})} \right] e(k) \\ = \frac{A(p^{-1})}{B(q^{-1})}w(k) - \left[\frac{G(q^{-1}) + A(q^{-1})S(q^{-1})F(q^{-1})}{B(q^{-1})C(q^{-1})} \right] e(k) \quad (26)$$

(25)식을 살펴보면 closed loop 시스템의 특성 방정식이 1이 되어 시스템 출력 $y(k)$ 는 set point $w(k)$ 와 잡음 $e(k)$ 가 bound되면 항상 bound된다. 그러므로 BIBO stability 관점에서 보면 항상 externally stable 하다. 그러나 (26)식을 살펴보면 플랜트 입력 $u(k)$ 는 $B(q^{-1})$ 과 $C(q^{-1})$ 의 근이 unit circle내에 있어야 bound됨을 알 수 있다. 즉 internally stable 하다. 결론적으로 set point $w(k)$ 와 잡음 $e(k)$ 가 bound되고 $B(q^{-1})$ 과 $C(q^{-1})$ 의 근이 unit circle내에 있으면 전체 closed loop 시스템은 internally stable함을 알 수 있다.

4. 파라미터 추정

이제 (18)식과 (23)식을 이용하여 파라미터를 추정하기 위하여 다음과 같이 신호벡터와 파라미터벡터를 정의한다.

$$z^T(k) = [u(k), \dots, u(k-m-d+1); y(k), \dots, y(k-n+1); n(k), \dots, n(k-n+1)] \quad (27)$$

$$\theta^T = [h_0, \dots, h_{m+d-1}; g_0, \dots, g_{n-1}; s_0, \dots, s_{n-1}] \quad (28)$$

여기서 z 와 θ 의 차수는 $2n+m+d$ 이고, 이것은 이동평균 잡음모델을 가진 원래의 자기조정 이론에서의 벡터차수와 같다. 그러나 신호벡터 element의 내용은 다름을 알 수 있다. 즉 (27)식의 신호벡터중 $n(k)$ element들은 이동평균 잡음모델을 가진 원래의 algorithm에서는 predictor output이지만 여기서는 식오차(residual)임을 알 수 있다.

만약에 (1)식의 양변에 $C(q^{-1})$ 을 곱한다면 $\bar{A}(q^{-1}) \triangleq A(q^{-1})C(q^{-1})$, $\bar{B}(q^{-1}) \triangleq B(q^{-1})C(q^{-1})$ 로 정의하면 (1)식은 $\bar{A}(q^{-1})y(k) = q^{-d}\bar{B}(q^{-1})u(k) + e(k)$ 로 되고, 앞에서 유도한 것과 같은 방법으로 제어 알고리즘을 유도할 수 있겠으나 (27)식과 (28)식에 대응하는 신호벡터와 파라미터벡터의 차수는 $3n+m+d$ 로 되어 n 개 만큼의 파라미터들을 더 추정해야 하는 불편한 점이 있다.

(27)식과 (28)식을 이용하여 $\hat{y}(k) = \theta^T z(k-d)$ 로 유도되는 축차 최소자승법(Recursive Least Squares Method)을 이용하면 다음식이 유도된다.^[5,7]

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k)z(k-d)\epsilon(k) \quad (29)$$

$$P^{-1}(k) = P^{-1}(k-1) + z(k-d)z^T(k-d)$$

$$P^{-1}(0) > 0 \tag{30}$$

$$\epsilon(k) = y(k) - \hat{\theta}^T(k-1)z(k-d) \tag{31}$$

위의 세 식을 이용하여 파라미터를 측차 추정하고 이 추정된 파라미터를 이용하여 (22)식으로 부터 제어 입력 $u(k)$ 를 구하고 (14)식과 (23)식으로부터는 $n(k)$ 를 구할 수 있다. 위와 같은 방법을 계속 반복하여 online 적으로 원하는 제어를 할 수 있다.

5. ODE법에 의한 수렴해석

제어 목적을 달성하기 위해서는 플랜트 파라미터의 추정치가 진치에 수렴할 필요가 있다. 본 절에서는 Ljung에 의해 개발된 ODE법을^[5] 이용하여 본 논문에서 제안한 STC의 수렴조건을 해석하기로 한다.

(29)식과 (30)식은 $P^{-1}(k) = kR(k)$ 로 두면

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{k}R^{-1}(k)z(k-d)\epsilon(k) \tag{32}$$

$$R(k) = R(k-1) + \frac{1}{k}[z(k-d)z^T(k-d) - R(k-1)] \tag{33}$$

(32)식과 (33)식은 $k \rightarrow \infty$ 로 감에 따라 $\hat{\theta}(k)$ 와 $R(k)$ 는 각각 어느 일정치에 수렴할 것으로 예상되며 이 경우의 수렴 특성을 다음의 ODE(Ordinary Difference Equation)를 해석하면 알 수 있다.

$$\dot{\hat{\theta}}(\tau) = R^{-1}(\tau)E[\bar{z}(k-d, \hat{\theta})\bar{\epsilon}(k, \hat{\theta})] \tag{34}$$

$$\dot{R}(\tau) = E[\bar{z}(k-d, \hat{\theta})\bar{z}^T(k-d, \hat{\theta})] - R(\tau) \tag{35}$$

여기서 $\bar{z}(k-d, \hat{\theta})$, $\bar{\epsilon}(k, \hat{\theta})$ 는 $\hat{\theta}(k)$ 를 일정치 $\hat{\theta}$ 에 고정한 경우의 $z(k-d)$, $\epsilon(k)$ 의 정상화를 과 정이다. (34)식의 $\bar{\epsilon}(k, \hat{\theta})$ 는 (15)식과 (17)식 (18)식에 의 해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\epsilon}(k, \hat{\theta}) = [\bar{z}^T(k-d, \hat{\theta})(\theta - \hat{\theta})] + F(q^{-1}T(q^{-1})e(k)) \tag{36}$$

(36)식을 이용하면 (35)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\hat{\theta}}(\tau) = R^{-1}(\tau)[K_1(\hat{\theta}(\tau))(\theta - \hat{\theta}(\tau)) + K_2(\hat{\theta}(\tau))] \tag{37}$$

$$\dot{R}(\tau) = K_1(\hat{\theta}(\tau)) - R(\tau) \tag{38}$$

단, $K_1(\hat{\theta}) = E[\bar{z}(k-d, \hat{\theta})\bar{z}^T(k-d, \hat{\theta})]$ $\tag{39}$

$$K_2(\hat{\theta}) = E[\bar{z}(k-d, \hat{\theta})F(q^{-1})T(q^{-1})e(k)] \tag{40}$$

(37)식과 (38)식의 평형점(equilibrium point) $\hat{\theta}^*$, R^* 은 아래식으로 주어진다.

$$\left. \begin{aligned} K_1(\hat{\theta}^*)(\theta - \hat{\theta}^*) + K_2(\hat{\theta}^*) &= 0 \\ R^* &= K_1(\hat{\theta}^*) \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

그러나 (40)식의 $F(q^{-1})T(q^{-1})$ 은 $2(d-1)$ 차의 다항식 이므로 시스템 delay d 가 1 이하인 경우에는 $K_2(\hat{\theta})$ 가 0으로 된다. 이 경우 $K_1(\hat{\theta})$ 가 nonsingular 이면

$\hat{\theta}^* = \hat{\theta}$ 가 $\hat{\theta}(\tau)$ 의 평형점으로 된다. 그러나 시스템 delay가 2 이상인 경우에는 $K_2(\hat{\theta})$ 의 값이 존재하므로 $\hat{\theta}^* = \theta + K_1^{-1}(\hat{\theta}^*)K_2(\hat{\theta}^*)$ 가 $\hat{\theta}(\tau)$ 의 평형점으로 되어 bias가 존재하게 된다.

이제 (41)식의 평형점의 안정성을 검토하기로 하자. 평형점 R^* 은 $\hat{\theta}^*$ 에 의해 결정되기 때문에 이 경우에는 $\hat{\theta}^*$ 의 안정성만을 검토하면 된다.

먼저 Lyapunov함수 후보로서 다음의 $V(\tau)$ 를 고려 한다.

$$V(\tau) = [\theta - \hat{\theta}(\tau)]^T R(\tau) [\theta - \hat{\theta}(\tau)] \tag{42}$$

(42)식의 시간미분 $\dot{V}(\tau)$ 는 (37)식과 (38)식을 이용하면

$$\dot{V}(\tau) = -[\theta - \hat{\theta}(\tau)]^T [K_1(\hat{\theta}(\tau)) + R(\tau)] [\theta - \hat{\theta}(\tau)] - 2[\theta - \hat{\theta}(\tau)]^T K_2(\hat{\theta}(\tau)) \tag{43}$$

시스템 delay d 가 1 이하인 경우에는 (43)식의 $K_2(\hat{\theta}(\tau))$ 는 0이고 $R(\tau)$ 는 정의에 의해에 의해 positive definite이므로 $K_1(\hat{\theta}(\tau)) > 0$ 이면 $\dot{V}(\tau) \leq 0$ 으로 되어 평형점 $\hat{\theta}^*$ 는 점근안정(asymptotically stable)하게 된다. 그런데 (39)식에서 $K_1(\hat{\theta})$ 는 positive definite 이므로(sufficiently rich) 당연히 평형점 $\hat{\theta}^*$ 는 점근안정하게 된다. 또 시스템 delay d 가 2 이상인 경우에는 $K_2(\hat{\theta}(\tau)) \neq 0$ 이므로 이 경우의 평형점 $\hat{\theta}^*$ 의 안정성 조건을 고찰해 보기로 하자.

(43)식은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\dot{V}(\tau) = -[(K_1 + R)^{\frac{1}{2}}(\theta - \hat{\theta}) + (K_1 + R)^{-\frac{1}{2}}K_2]^T [(K_1 + R)^{\frac{1}{2}}(\theta - \hat{\theta}) + (K_1 + R)^{-\frac{1}{2}}K_2] + [(K_1 + R)^{\frac{1}{2}}K_2]^T [(K_1 + R)^{-\frac{1}{2}}K_2] \tag{44}$$

(44)식이 음이면 점근안정하므로 이것을 만족하는 충분조건은 아래식과 같다.

$$\begin{aligned} &\| (K_1 + R)^{\frac{1}{2}}(\theta - \hat{\theta}) + (K_1 + R)^{-\frac{1}{2}}K_2 \| \\ &\geq \| (K_1 + R)^{\frac{1}{2}}K_2 \| \end{aligned} \tag{45}$$

원래 MA형태의 잡음을 가지고 있는 STC가 수렴할 충분 조건은 시스템 delay d 에 관계없이

$$\text{Re}C^{-1}(e^{-j\omega}) - \frac{1}{2} > 0 \quad (-\pi < \omega < \pi) \tag{46}$$

즉, $C^{-1}(q^{-1}) - 1/2$ 이 strictly positive real이면 점근안정하다.^[25] 그러나 본 논문에서 제안한 AR형태의 잡음을 가지고 있는 STC의 수렴조건은 시스템 delay d 가 1인 경우에는 아무런 제약조건이 필요 없으며 d 가 2 이상인 경우에는 (45)식의 조건을 만족하는 범위 내에서 점근안정하다.

III. 시뮬레이션 및 결과검토

플랜트를 2차, system delay d 를 1로 가정하고 SSM-16 컴퓨터를 사용하여 double precision으로 시

물레이션을 하였다. 제어할 플랜트의 특성은 다음과 같이 두었다.

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}, B(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1} \tag{47}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0.2q^{-2} \tag{48}$$

여기서 첨가되는 잡음은 (48식의 $C(q^{-1})$ 을 이용하여 variance가 0.1인 white noise를 (5)식처럼 correlate 시켜 variance가 0.2 correlated noise를 인가하였다. set point는 +10에서 -10사이에서 100step 마다 변하는 구형파로 500step까지 수행하였다.

파라미터 초기치는 $\theta^T(0) = [1, 0, 0, 0, 0, 0]$ 즉, 제어기의 입력을 계산할 때 분모에서 나누어지는 h_0 만 1로 하고 나머지 파라미터 값들은 0으로 하였다. 또 $P(0) = 10^6$ I로 하였으며 이들의 결과를 그림 2에서 그림 7까지 나타내었다. 그림중에 나타낸 숫자는 그림의 scale로 나타낼 수 없는 양을 표시한 것이다.

그림 2는 플랜트에 인가된 variance가 0.2인 correlated noise이다. 그림 3은 system의 입력과 출력을 나타낸 그림이다. 초기와 transient 상태의 과도한 입력은 cost function을 제어기 입력에도 weight를 주어서 잡으면 수렴속도는 느리지만 해결할 수가 있다. 또 초기의 과도한 입력은 파라미터 초기치값을 잘 설정하면 이러한 과도한 입력은 줄일 수 있으나 여기서는 h_0 만 1로 하고 나머지는 0인 가장 일반적인 경우에 대해서만 시뮬레이션을 하였다.

그림 4, 5는 파라미터 값들을 나타낸 그림이다. 플랜트가 2차, system delay d 가 1인 경우에는 $F(q^{-1})$ 과 $T(q^{-1})$ 이 1이므로 $g_0 = -a_1, g_1 = -a_2, h_0 = b_0, h_1 = b_1, s_0 = -c_1, s_1 = -c_2$ 로 된다. 시뮬레이션 결과 파라미터 g_0, g_1, h_0, h_1 가 잘 수렴함을 알 수 있다. 그림 5의 식오차(residual)에 대한 파라미터 s_0, s_1 의 값 즉 $-c_1, -c_2$ 의 값은 약 수십step안에 거의 0으로 수렴하므로 $C(q^{-1})$ 의 근이 unit circle내로 bound되므로 발산을 할 소지는 거의 없다. 그림 6은 식오차(residual)이며 그림 7은 본 논문에서 제안한 제어기와 원래의 자기조정 제어기의 set point에 대한 output variance를 비교해서 나타낸 그림이다. 그림중에 MA로 표시한 것은 이동평균 잡음모델을 가진 원래 STC algorithm의 출력분산이고 AR로 표시한 것은 본 논문에서 제안한 잡음모델을 자기회귀 잡음모델로 보고 수행한 출력분산이다. 500step까지 수행한 결과 output variance는 5.91이며 계속 수행을 함에 따라서 output variance는 계속 줄어들며 최소분산 제어를 잘 수행함을 알 수 있다. 시뮬레이션 상으로는 본 논문에서 제안한 이론이 500 step까지 수행한 결

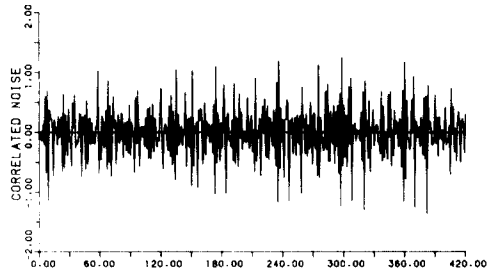


그림 2. 유색잡음
Fig. 2. Correlated noise.

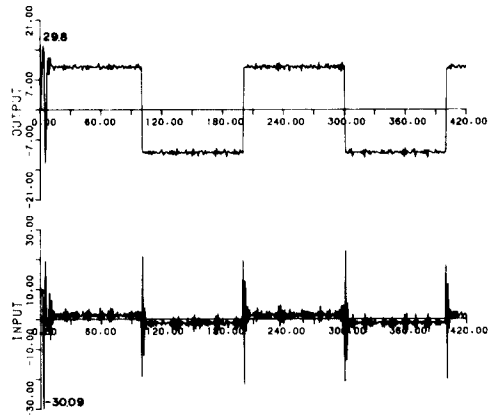


그림 3. 시스템 입력과 출력
Fig. 3. System input and output.

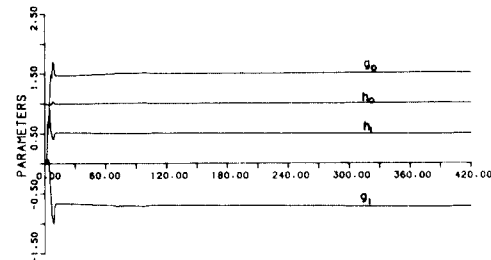


그림 4. 추정된 파라미터값 (h_0, h_1, g_0, g_1)
Fig. 4. Estimated value of parameters (h_0, h_1, g_0, g_1).

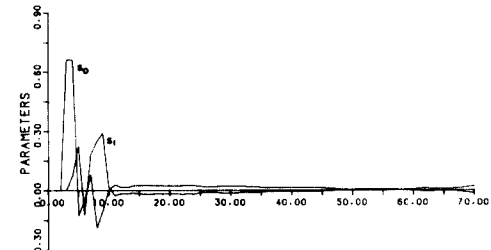


그림 5. 추정된 파라미터값 (s_0, s_1)
Fig. 5. Estimated value of parameters (s_0, s_1).

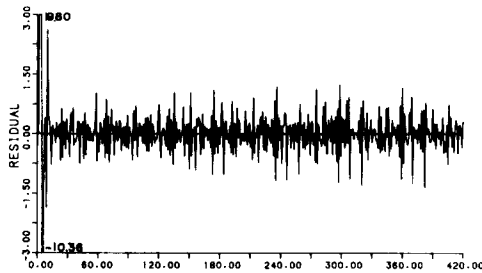


그림 6. 식오차(residual) $n(k)$

Fig. 6. Residual $n(k)$.

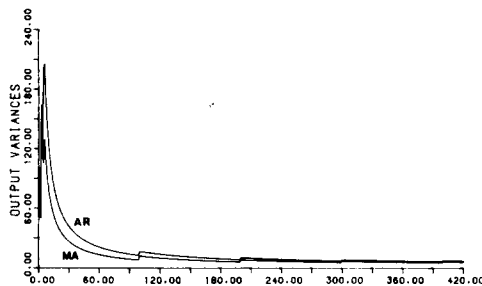


그림 7. 출력분산의 비교.

Fig. 7. Comparison of output variance.

과 원래의 algorithm보다 output variance가 약간 크을 알 수 있으나 그 차이는 아주 적다.

IV. 結 論

본 논문은 자기회귀(autoregressive) 잡음모델을 가진 플랜트의 최소분산형 자기조정 제어를 설계하였다. d step ahead predictor를 도입하기 위해서 이동평균(moving average) 잡음모델하에서 최소분산제어를 수행하는 자기조정 제어와는 다른 새로운 등가식 Bezout identity가 도입되었다. BIBO stability 관점에서 전체 closed loop 시스템의 stability 특성과

ODE법을 이용하여 수렴특성을 고찰 하였다. 2차의 ARMA모델에 적용하여 시뮬레이션 한 결과 output 이나 파라미터가 잘 수렴함을 알 수 있었다.

參 考 文 獻

- [1] K.J. Astrom, U. Borisson, L. Ljung and B. Wittenmark, "Theory and Applications of Self-tuning Regulators," *Automatica*, vol. 13, pp. 457-476, 1977.
- [2] D.W. Clarke and P.J. Gawthrop, "Self-tuning Control," *Proc, IEE*, vol. 126, no. 6, pp. 633-640, 1979.
- [3] K.J. Astrom and B. Wittenmark, "Self-tuning controllers based pole-zero placement," *Proc, IEE*, vol. 127, no. 3, pp. 120-130, 1980.
- [4] K.J. Astrom and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems*, Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [5] L. Ljung and T. Soderstrom, *Theory and Practice of Recursive Identification*, The MIT Press, 1983.
- [6] G.C. Goodwin and K.S. Sin, *Adaptive Filtering Prediction and Control*, Prentice-Hall, Inc., 1984.
- [7] V. Streic, "Least Squares Parameter Estimation," *Automatica*, vol. 16, pp. 535-550, 1980.
- [8] T. Kailath, *Linear systems*, Prentice-Hall, Inc., 1980.
- [9] P.J. Gawthrop, "On the stability and convergence of a self-tuning controller," *Int. J. Control*, vol. 31, no. 5, pp. 973-998, 1980.
- [10] 朴植日, 金道鉉, 崔桂根, "자기조정 제어방식에 의한 직류전동기의 속도제어," *대한전자 공학회지*, vol. 22, no. 2, pp. 6-12, 1985.