

Multiplierless FIR濾波器의 設計에 관한 연구

(A Study on the Design of Multiplierless FIR Filters)

申 宰 浩*, 李 鍾 珏*

(Jae Ho Shin and Chong Kak Lee)

要 約

本 論文은 乘算器를 사용하지 않고 maximally-flat 特性을 나타내는 FIR濾波器의 設計方法에 관하여 연구한 것이다.

Maximally-flat 필터의 設計方法으로서는 Kaiser의 program¹⁾을 수정하여 이용하고, 乘算器를 제거하기 위한 방법으로 MDM algorithm²⁾을 이용하였다. 필터係數를 MDM符号化하는데 적용되는 最適step-size는 steepest descent 방법으로 찾아내었다.

Simulation 結果에 따르면 本 研究에서 設計된 multiplierless FIR濾波器의 通過帶域 特性은 거의 maximally-flat 應答으로 나타났다. 그러나 遮斷領域에서는 MDM量子化誤差로 인한 -30dB정도의 脈動(ripple)이 발생함을 확인할 수 있었다.

Abstract

In this paper, we propose the MDM algorithm by which one can design an FIR filter that is maximally flat and requires no multiplication. We use the modified MAXFLAT subroutine of Kaiser to achieve the maximally-flat characteristics. The filter coefficients are encoded in MDM-code and the optimal stepsize is determined the steepest-descent method. Simulation results shows that the FIR filter designed is almost maximally-flat in passband, but has about -30dB ripples in stopband due to MDM quantization error.

I. 序 論

디지털필터는 궁극적으로 hardware로 실현하여야 하며, 실현된 필터의 應答이 設計條件을 만족해야 하

므로, 필터設計에서 반드시 hardware적인 문제점을 고려하여야 한다.

FIR필터는 線型位相特性, 安定性등의 장점을 가지고 있지만 計算量이 많다는 것이 큰 단점이다. 일반적으로 FIR필터에서 計算量이 많은 것은 出力標本值 하나하나에 대하여 필터次數에 비례하는 回數의 乘算을 하여야 하기 때문이다. 乘算回數의 증가는 hardware적으로는 回路의 複雜性, 演算速度의 지연을 초래하며, software적으로는 係數量子化에 대한 感度(sensitivity)에 대한 문제점을 발생시킨다. 이러한 관점에서 FIR

*正會員, 서울大學校 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)
(※ 本 研究는 1985年度 文教部 學術研究費에 의하여 이루어졌음.)
接受日字: 1985年 11月 20日

필터構造에서 乘算器를 제거하거나, 乘算回數를 줄이기 위한 研究가 계속되어 왔다.

乘算回數를 줄이는 방법으로 prefilter와 equalizer를 接續하는 構造를 Adams와 Willson이 제안하였으며^[1], 몇종류의 유용한 prefilter도 제시하였다^[2]. 乘算을 하지 않는 構造의 基本필터를 이용하는 방법도 연구되었다^[3,4].

乘算을 하지 않는 FIR필터의 設計方法중 가장 많이 연구되어온 분야는 delta modulation(DM)을 A/D變換方式으로 이용하는 것이다^[5,6,7]. 이러한 DM필터에서는 入力信號를 ± 1 로 구성된 DM符號로 符號化함으로써 乘算의 필요성을 제거했다. DM필터와 유사한 원리로서, 일반적인 디지털信號를 入力sequence로 하면서 係數를 符號化하여 乘算을 하지 않는 方法이 있으며, 係數符號化 algorithm이 연구되었다.^[8,9]

本 論文에서는 MDM(modified delta modulation) algorithm^[9]을 이용하여, maximally-flat応答特性을 갖는 FIR필터를 乘算器를 사용하지 않는 構造로 設計하는 方法을 제시하였으며, simulation을 통하여 그 応答特性을 검토하였다.

MDM coefficient filter(MDMCF)는 係數를 $0, \pm 2^{-n}(n=0, 1, 2, \dots)$ 로 구성하므로써 乘算을 shift-and-addition으로 대체하는 원리에 입각한 것이다. 특히 MDMCF를 hardware로 실현할 때에는 乘算器뿐 아니라 shift-register도 필요하지 않다. 이것은 각 tap의 係數에 따라 필요한 bit수만큼 data-line을 이용하여 加算器에 연결하면 되기 때문이다.

II. MDM Algorithm과 最適 Step size

1. MDM Algorithm

그림 1은 負歸還符號化시스템을 나타내며, 歸還積分器出力이 入力信號를 추적하는 近似信號로 된다. 出力 $c(n)$ 이 累積되어 入力近似信號를 만들므로, 시스템의 出力은 入力信號의 變化率을 符號化한 것이라고 볼수 있으며, 量子化特性에 따라 시스템을 세가지로 分類할 수 있다.

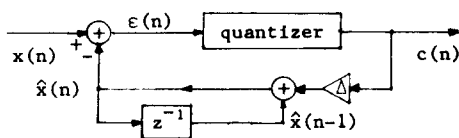


그림 1. 負歸還符號化시스템
Fig. 1. Negative feedback coding system.

量子化特性이 그림 2의 (a)와 같을 때 그림 1은 線型DM(LDM)이며, 出力符號 $c(n)$ 은 $+1, -1$ 으로만 구성된다. 量子化特性이 (c)일때 DPCM인데, 出力符號는 한정된 길이의 2進符號가 되며, (b)의 경우는 出力符號가 한정된 길이의 2進符號중 '0'와 1bit만 '1'인 수, 즉 10진수로 $\pm 2^{-n}$ (단, $n=0, 1, 2, \dots$)으로만 구성되며 modified DM(MDM)이라고 불렀다.^[9] MDM은 adaptive DM(ADM)과 符號化特性에서 유사하지만

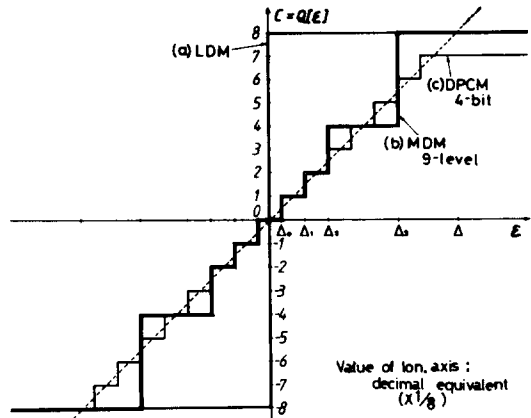


그림 2. 負歸還시스템에서의 量子化特性
Fig. 2. Characteristics of quantization.

multi-bit符號化이므로 信號傳送을 위한 通信分野에서는 효율가치가 없겠으나, 필터의 係數와 같이 고정적으로 表示, 記憶되는 곳에서는 LDM보다 훌륭한 結果를 가져올 수 있다.

$$\hat{x}(n) = \hat{x}(n-1) + \Delta \cdot c(n-1) \quad (1)$$

$$\epsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (2)$$

$$c(n) = \text{Sgn}[\epsilon(n)] \quad (3)$$

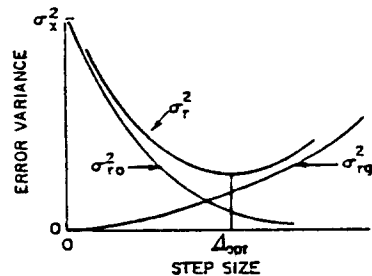


그림 3. LDM의 量子化誤差^[12]
Fig. 3. Quantization error of LDM system.^[12]

식(1), (2)는 부계환부호화 system을 나타내는 식이며, 식(3)은 LDM의 量子化特性을 나타낸다. 그림 3은 LDM에서 stepsize에 대한 自乘量子化誤差의 變化를 나타낸다. 誤差가 가장 작을 때의 stepsize를 Δ_{opt} 로 表示하면, $\Delta < \Delta_{opt}$ 범위에서는 slope overload error가 주원인이며, $\Delta > \Delta_{opt}$ 범위에서는 granular error가 주원인이 된다.

$$c(n) = \begin{cases} 0 & \text{for } |\epsilon| < \Delta_0 \\ 1/8 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } \Delta_0 \leq |\epsilon| < \Delta_1 \\ 1/4 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } \Delta_1 \leq |\epsilon| < \Delta_2 \\ 1/2 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } \Delta_2 \leq |\epsilon| < \Delta_3 \\ \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } \Delta_3 \leq |\epsilon| \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{단, } \Delta_0 = \frac{\Delta}{16}, \Delta_1 = \frac{3}{16}\Delta, \Delta_2 = \frac{5}{16}\Delta, \Delta_3 = \frac{11}{16}\Delta$$

식(4)는 level수가 9개인 MDM의 量子化特性을 나타낸 것이다. 量子化誤差特性을 LDM의 경우와 비교하면 4가지의 stepsize가 동시에 작용하므로 dynamic range가 매우 넓어진다고 유추할 수 있는데, 誤差特性을 計算上으로 조사해 보기 위하여, (5)식으로 표시한 것과 같은 차단주파수 $\omega_c = \pi/8$ [rad]인 31차저역 통과여파기의 impulse response를 入力信號로 택하고, 계산된 stepsize에 대한 自乘量子化誤差를 그림 4에 나타낸다. 도표의 規準化stepsize는 入力信號의 最大變位에 대한 比로 나타낸 것이다.

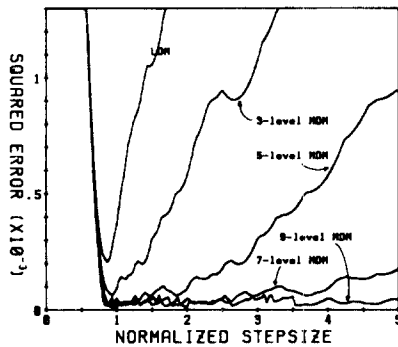


그림 4. 自乘量子化誤差의 比較

Fig. 4. Comparison of squared quantization error.

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\sin \omega_c n}{\pi n} & \text{for } -15 \leq n \leq 15 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$e = \sum_{n=-15}^{15} [h(n) - \hat{h}(n)]^2 \quad (6)$$

Dynamic range가 좁은 LDM의 단점이 MDM에서 많이 개선됨을 그림 4를 보면 알 수 있으며, level수가 증가될수록 granular error는 거의 무시할 수 있을 정도로 dynamic range가 넓어짐을 볼 수 있다.

2. 最適 Step size

주어진 sequence에 대해 自乘誤差가 最小가 되는 最適stepsize는 stepsize를 零으로부터 變化시켜가면서 찾는 線型追跡도 생각할 수 있지만, 식(6)의 誤差曲線으로부터 適応 algorithm을 이용하여 찾을 수 있다.

$$\hat{h}(n) = \Delta \cdot \sum_{k=-N_0}^n c(k) \quad (7)$$

단 $N_0 = (N-1)/2$, N 은 필터차수.

$h(n)$ 과 $\hat{h}(n)$ 은 FIR필터의 係數이므로 $n < -N_0$ 및 $n > N_0$ 구간에서는 값이 零이며 $c(n)$ 도 마찬가지이다. 식(1)로부터 $\hat{h}(n)$ 은 식(7)과 같이 쓸 수 있으므로, 식(6)의 自乘誤差를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} e &= \sum_{n=-N_0}^{N_0} [h(n) - \Delta \sum_{k=-N_0}^n c(k)]^2 \quad (8) \\ &= \sum_{n=-N_0}^{N_0} [h(n)]^2 - 2\Delta \sum_{n=-N_0}^{N_0} h(n) \sum_{k=-N_0}^n c(k) + \\ &\quad \Delta^2 \sum_{n=-N_0}^{N_0} \left[\sum_{k=-N_0}^n c(k) \right]^2 \end{aligned}$$

식(8)의 Δ 를 변수로 볼 때 e 는 변수 Δ 에 대해 단일모드의 2차함수(unimodal quadratic function)이 된다. 즉 e 는 Δ 에 대해 하나의 극소점(local minimum)만을 가지므로 steepest descent 방법을 이용하여 最適stepsize를 구할 수 있다.

$$\Delta_{i+1} = \Delta_i - \mu \cdot \frac{\partial e}{\partial \Delta} \Big|_{\Delta=\Delta_i} \quad (9)$$

여기서 기울기크기는 식(8)을 Δ 에 대해 미분하므로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial \Delta} &= 2\Delta \sum_{n=-N_0}^{N_0} \left[\sum_{k=-N_0}^n c(k) \right]^2 - \\ &\quad 2 \sum_{n=-N_0}^{N_0} h(n) \sum_{k=-N_0}^n c(k) \quad (10) \end{aligned}$$

最適stepsize는 적당한 μ 값을 주고, 식(9)를 적당한 회수로 반복(iteration)시킴으로써 구할 수 있다.

III. Maximally-Flat Multiplierless FIR 濾波器設計

1. Maximally-Flat 特性의 實現

FIR필터의 設計方法에는 ideal impulse response로부터 필터係數를 구하는 windowing 방법과 적당한 誤差를 감안한 周波數応答을 IDFT하여 係數를 구하는 방법이다. 設計條件으로 주어지는 誤差로써 脈動과 遷移帶域幅이 있는데, 한정된 脈動을 허용하므로써 遷

移帶域幅을 줄이도록 하는 것이 equiripple 설계방법이며, 脈動을 허용하지 않고 단조감소응답을 갖도록 하는 것이 maximally-flat 설계방법이다. 同一応答의 필터를 반복 이용하는 系統에서의 全応答을 보면, 通過帶域脈動은 점점 커지며 차단영역의 脈動은 더욱 작아지게 된다. 이러한 경우에는 반드시 maximally-flat 필터를 사용해야 한다.

Maximally-flat approximation 特性은 $y=0$ 에서의 tangency 次数와 $y=1$ 에서의 tangency 次数에 의해서만 결정되며, 일반적으로 다음과 같이 표시된다.

$$H(y) = (1-y)^k \sum_{n=0}^{L-1} C(n+K-1, n) \cdot y^n \quad (11)$$

$$\begin{cases} \text{단 } K; y=1 \text{ 에서의 tangency 次数} \\ L; y=0 \text{ 에서의 tangency 次数} \\ C(n, k) = \frac{n!}{(n-k)! k!} \end{cases}$$

식(11)을 계산이 용이하도록 바꾸어 쓰면 다음과 같다.¹¹⁾

$$H(y) = (1-y)^k \left[1 + \sum_{n=1}^{N_0-k} \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} \left(1 + \frac{n}{i} \right) \right\} y^n \right] \quad (12)$$

$$\begin{cases} \text{단 } N_0 = \frac{N-1}{2} = K+L-1 \\ N \text{ 은 필터 次数} \end{cases}$$

식(11), (12)의 변수 y 를 디지털주파수 ω rad에 대응시키기 위하여 다음 관계를 定義한다.

$$y \triangleq (1 - \cos \omega) / 2 \quad (13)$$

그림 5와 같이 標本周波數에 대해 規準化된 주파수로 필터응답을 표시할때, 設計條件은 $0 < \beta < 0.5$, $0 < \gamma < \min. (2\beta, 1-2\beta)$ 의 범위에서 택해야 하며, maximally-flat 필터의 次数는 천이대역폭의 제곱에 역비례하므로¹¹⁾ 필터 次数는 다음과 같은 범위에서 구한다.

$$\frac{1}{4\gamma^2} \leq N_0 \leq \frac{1}{2\gamma^2} \quad (14)$$

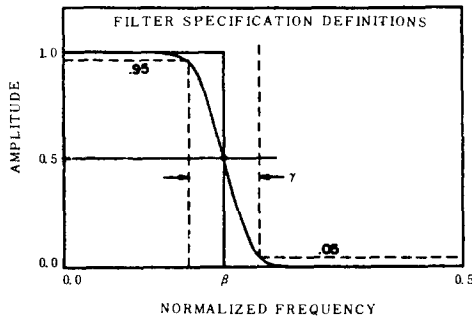


그림 5. Maximally-flat 필터 設計條件
Fig. 5. Design specification of maximally-flat filter.

또한 천이대역중심 β 와 tangency 次数와의 관계는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{K}{N_0} \quad (15)$$

일반적으로 주어진 β, γ 로부터 식(14)에서의 最小値와 식(15)에 의해 次数 N_0, K 를 계산하고, 천이대역중심 β 에서 식(11)의 값이 0.5에 최대한 가깝게 가도록 次数를 증가시켜가면서 반복하여 次数를 구한다.

디지털시스템의 周波數 応答은 주기함수이고 대체로 한 주기내에서 대칭특성을 갖게된다. 또한 FIR 필터로 실현할 때, 구조를 간단하게 하기 위하여 그리고 線型位相特性을 갖게 하기 위하여 係數가 대칭이 되도록 한다. Maximally flat 필터 설계와 같이 周波數 応答을 規定한 후 그로부터 필터係數를 구할 때, 周波數 応答이 實對稱(real-symmetry) 성질을 만족하게 하므로써 필터係數도 實對稱이 됨을 DFT의 성질로부터 쉽게 알 수 있다. 그러므로 식(11)로 나타낸 필터의 周波數 応答과 係數와의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H(\omega) = \sum_{n=-N_0}^{N_0} h(n) e^{-j\omega n} \quad (16)$$

$$= h(0) + 2 \sum_{n=1}^{N_0} h(n) \cos(\omega n)$$

$$h(n) = \frac{1}{N} \left[H(0) + 2 \sum_{k=1}^{N_0} H\left(\frac{2\pi}{N}k\right) \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) \right] \quad (17)$$

2. Multiplierless Design

FIR 필터의 구조는 convolution summation을 計算하는 단순한 연산장치이므로, FIR 필터를 설계한다는 것은 그 係數를 구하는 것에 귀착된다. 그림 6에 MDMCF의 구성도를 나타내었는데, MDMCF의 설계 역시 係數 $c(n)$ 을 구하는 것이다. 이 방법에는 두가지가 있다. 첫째는 要求된 応答 $H(\omega)$ 로부터 $h(n)$ 을 구하고, 식(1), (2), (4)의 MDM algorithm에 적용시켜 係數를 구하는 방법이고, 둘째는 그림 6에 나타낸 MDMCF 구조 중 내부 FIR 필터만을 실현하는 것이다.

$$H(\omega) = C(\omega) \frac{1}{1 - e^{-j\omega}} \quad (18)$$

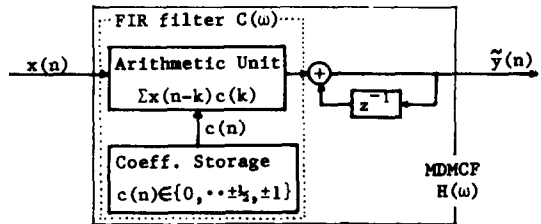


그림 6. MDMCF 구성도
Fig. 6. MDMCF block diagram.

MDMCF의 周波數 応答 $H(\omega)$ 와 내부FIR 濾波器의 応答 $C(\omega)$ 는 식(18)의 關係를 만족하므로 $C(\omega)$ 을 IDFT 하여 $c(n)$ 을 구하고 식(4)의 MDM 量子化部分만 적용시킨다.

MDMCF의 係數는 $0, \dots, \pm 1/4, \pm 1/2, \pm 1$ 등으로 구성되므로 2 進符號로 된 디지털信號와의 乘算은 shift-and-addition으로 대신할 수 있게된다. 한정된 wordlength(b bit)에서 shift 할 수 있는 한계는 (b-1) bit이다. 그러므로 係數 絶對值의 最小限界는 $1/2^{b-1}$ 이 된다. 이때 量子化에 작용하는 最小 stepsize Δ_0 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_0 = \Delta / 2^b \quad (19)$$

IV. 實驗 및 檢討

1. Computer Simulation

그림 7은 maximally-flat MDMCF의 設計過程을 順序圖로 나타낸 것이다. Simulation에 사용된 program의 根幹은 MAXFLAT subroutine¹¹⁾이며, 그림 7의 順序圖중 *표한 부분과 最適 stepsize를 구하는 subroutine이 MDMCF 設計을 위하여 추가된 것이다. 最適 stepsize를 구하는 subroutine에서 適応 常數 μ , 反復 回數 IT 및 wordlength b를 입력하게 되는데, μ 가 크면 적응속도가 빠르나 반드시 수렴한다는 보장이 없다. b는 量子化의 stepsize를 결정하므로써 MDM符號 중 '0'을 제외한 最小 絶對值를 결정하게 된다.

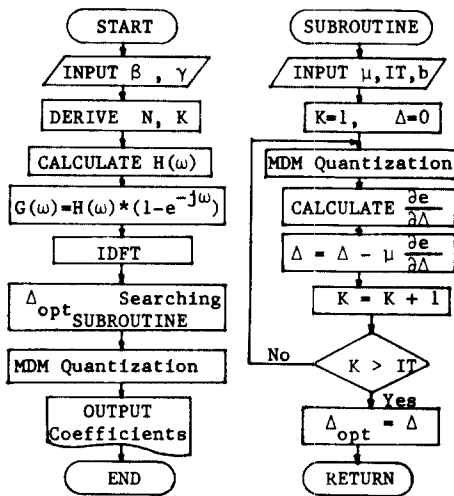


그림 7. Maximally-flat MDMCF 설계 순서도
Fig. 7. Design flowgraph of maximally-flat MDMCF.

일반적으로 저역통과여과기를 설계할 때 차단주파수 (ω_c)를 규정하는데 그림 5의 設計條件인 천이대역중심 β 와의 近似的인 關係는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\beta \approx \frac{\omega_c}{2\pi} + \frac{2.0711}{9} \cdot \gamma \quad (20)$$

設計例 1 :

遮斷周波數 $\omega_c = \pi/4$ (rad), 천이대역폭 $\pi/4$ 의 조건을 만족하는 저역통과여과기를 설계했다. 계산된 필터 次數는 $N=13$ 이며, 最適 stepsize를 구하는 과정에서 계산된 自乘誤差의 수렴곡선을 그림 8에 나타내었다.

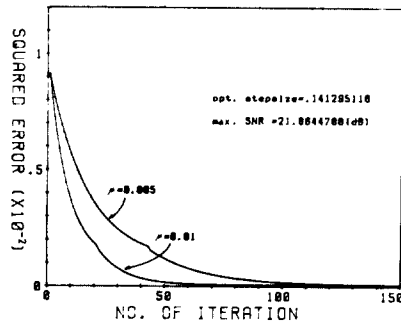


그림 8. 自乘 量子化 誤差 收斂 曲線
Fig. 8. Convergence curve of squared quantization error.

μ 가 클수록 빨리 수렴하고 있음을 알 수 있으며, 最適 stepsize와 최대 SNR을 표시하고 있다. 그림 7의 과정으로 유도된 MDMCF의 계수로써 계산된 周波數 応答를 그림 9에 나타내었다. 理想的인 応答에 비하여 통과대역내의 誤差는 1dB미만이며, 차단영역의 脈動은 -35dB이하로 나타났다. 그러나 통과대역의 maximally-flat特性은 만족하고 있음을 보였다.

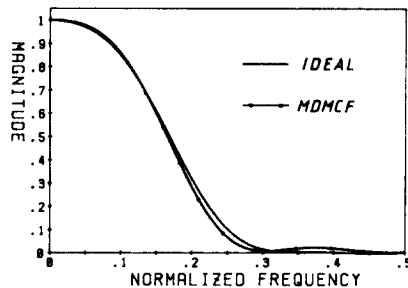


그림 9. 設計例 1의 応答 曲線
Fig. 9. Response curve of design example 1.

設計例 2 :

$\beta=0.2, \gamma=0.2$ 인 경우를 택했으며, 계산된 필터 수는 11차이었다. 이 경우에는 傳達函數의 pole-zero 위치를 구해 보았다. 理想的인 경우 $z = -1$ 에 모여있어야 할 零點들이 computer 내부의 유한한 wordlength에 의하여 그림10-a와 같이 $z = -1$ 주위에 분산되었다. MDMCF의 係數를 유도하고, 전달함수의 pole-zero를 구한 것이 그림10-b이다. 통과대역의 零點位置變化는 매우 작는데 반해 $z = -1$ 주위의 零點들이 크게 分散되었으며, 그로인하여 周波數応答曲線에서 감쇄가 작아진 것을 알 수 있다. 이 경우 계산된 周波數応答를 그림11에 나타내었는데 통과대역의 maximally flat特性은 만족하고 있음을 보였다.

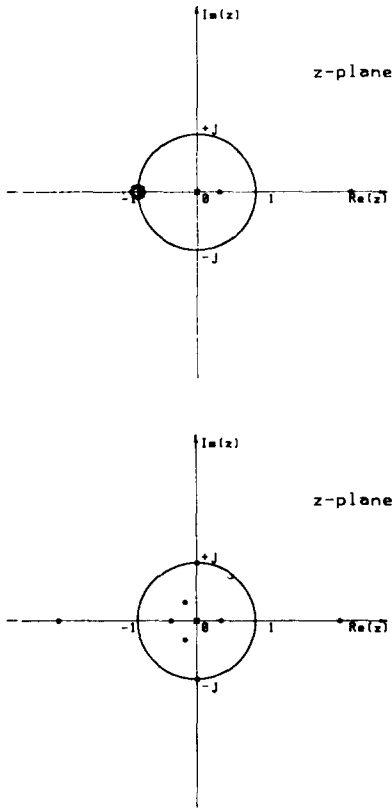


그림10. pole-zero diagram(設計例 2)
Fig. 10. pole-zero diagram.

設計例 3 :

$\beta=0.11, \gamma=0.15$ 의 경우를 택했는데, 계산된 次數는 33차이었다. 이 경우는 maxflat로 구한 係數를 10

bit의 유한 wordlength로 표시한 FIR필터와 応答를 비교해 보기위하여 그림12에 對數振幅応答를 나타내었다. 통과대역에서의 応答는 두가지가 거의 유사하며 차단영역의 감쇄는 약 20dB정도의 차이가 났다. 이것은 그림 2-d의 MDM 量子化의 誤差가 線型PCM의 量子化誤差보다 크다는 것을 나타낸다.

2. 검 토

Maximally-flat 필터는 반복접속할수록 더욱 예리한

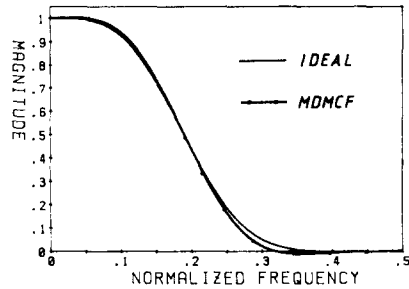


그림11. 設計例 2의 応答曲線
Fig. 11. Response curve of design example 2.

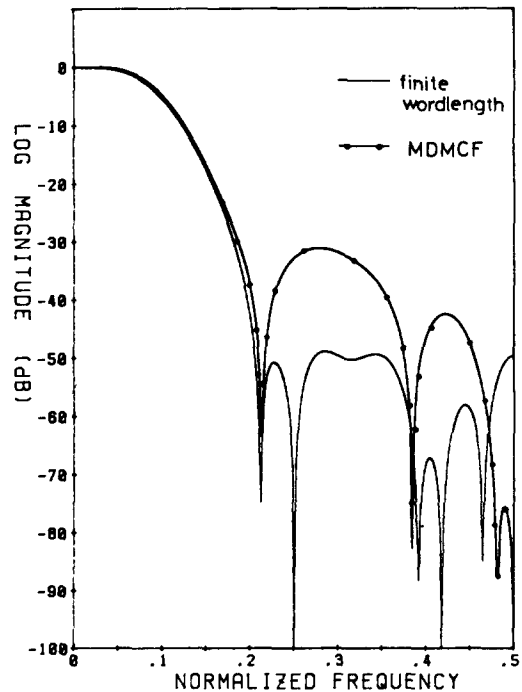


그림12. 設計例 3의 応答曲線
Fig. 12. Response curve of design example 3.

차단특성을 갖는다. 本 論文에서 실험한 maximally-flat MDMCF의 周波數応答特性은 통과대역에서 maximally-flat特性을 거의 만족하면서 차단영역에서의 감쇄는 최소 30dB정도로 나타났다. 이것은 같은 형태의 필터를 반복접속해도 문제가 발생하지 않았으며 오히려 더욱 예리한 차단특성을 갖게 된다.

그림 4의 곡선에서 본 바와 같이 slopeoverload가 발생하면 量子化誤差에 큰 영향을 주므로 다음과 같은 조건을 생각할 수 있다.

$$\Delta \geq \max_n |h(n) - h(n-1)| \quad (21)$$

그러나 causal 필터의 impulse response는 반드시 零에 수렴하므로, 그 값이 MDM의 最小stepsize Δ_0 보다 작은 범위에 존재할 때가 있다. 이 범위에서 MDM係數는 항상 零이므로 원 FIR 필터次數가 증가하더라도 MDMCF의 차수는 실질적으로 한정되는 것이 된다. 결국 window 함수를 사용한 것과 비슷한 현상이 나타난다. 세번째 설계예의 경우 25-level MDM으로 符號化했는데, 最小 stepsize $\Delta_0 = 4.756 \times 10^{-5}$ 이 되어 표 1에서 보는바와 같이 계산상으로 나온 33차 필터가 실제로는 27차의 MDMCF로 되었다.

표 1. 설계예 3의 필터계수

Table 1. Filter coefficient of example 3.

FOR BEAT=.11 GAMMA=.15
 FILTER ORDER=33
 OPTIMAL STEPSIZE=.048701792

H(0) = 0.2121821590	C(0) = 0.0000000000
H(1) = 0.1912029470	C(1) = 1.0000000000
H(2) = 0.1380910170	C(2) = 1.0000000000
H(3) = 0.0756612052	C(3) = 1.0000000000
H(4) = 0.0254378190	C(4) = 1.0000000000
H(5) = -0.0029071791	C(5) = 0.5000000000
H(6) = -0.0121132471	C(6) = 0.0625000000
H(7) = -0.0107439237	C(7) = -0.06250000
H(8) = -0.0063989547	C(8) = -0.1250000000
H(9) = -0.0029071797	C(9) = -0.0625000000
H(10) = -0.0010413345	C(10) = -0.0312500000
H(11) = -0.0002949318	C(11) = -0.0078125000
H(12) = -0.0000650904	C(12) = -0.0019531250
H(13) = -0.0000108406	C(13) = -0.0004882812
H(14) = -0.0000012853	C(14) = 0.0000000000
H(15) = -0.0000000969	C(15) = 0.0000000000
H(16) = -0.0000000035	C(16) = 0.0000000000

이와같은 MDMCF의 次數限界로 인하여 통과대역폭이 매우 넓은 경우나, 천이대역폭이 매우 좁은 경우는

바로 실현하기 힘들며, 낮은 차수의 같은 필터를 중복 사용하므로써 실현할 수 있다.

V. 結 論

本 論文에서는 MDM algorithm¹⁾을 이용하여 乘算器를 사용하지 않으면서 maximally-flat特性을 갖는 FIR 필터의 設計方法을 제시하였다.

Maximally-flat特性을 實現하기 위하여 Kaiser의 program¹⁰⁾을 수정하여 이용하였으며, MDM algorithm으로 필터係數를 符號化함으로써 FIR 필터構造에서 乘算器를 제거하였다.

本 研究에서 設計된 maximally-flat MDMCF의特性을 computer simulation으로 檢討한 결과, 通過帶域에서는 maximally-flat特性을 거의 만족하였지만 遮斷領域에서는 약간의 脈動이 발생함을 알 수 있다.

參 考 文 獻

- [1] J.W. Adams and A.N. Willson, Jr., "A new approach to FIR digital filters with fewer multiplier and reduced sensitivity," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-30, no.5, May, 1983.
- [2] -, "Some efficient digital prefilter structures," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-31, no.3, March, 1984.
- [3] R.C. Agarwal and R. Sudhakar, "Multiplierless design of FIR filters," *Proc. of ICASSP83, April*, April, 1983.
- [4] P.P. Vaidyanathan, "Efficient and multiplierless design of FIR filters with very sharp cutoff via maximally flat building blocks," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-32, no.3, March, 1985.
- [5] G.B. Lockhart, "Digital encoding and filtering using delta modulation," *Radio Electron. Eng.*, vol. 42, Dec., 1972.
- [6] W.F. Lawrence and R.W. Newcomb, "FIR filter hardware reduction with adaptive delta modulation," *Proc. of ICASSP, Apr.*, 1979.
- [7] A. Peled and B. Liu, "A new approach to the realization of nonrecursive digital filters," *IEEE Trans. on Audio Electro-acoust.*, vol. AU-21, Dec., 1973.
- [8] M.R. Bateman and B. Liu, "An approach to programmable CTD filters using co-

- efficient 0, +1 and -1," *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. CAS-27, June, 1980.
- [9] 申宰浩, 李鍾珪, "乘算器를 사용하지 않는 FIR 필터의 設計에 관한 研究," 대한전자공학회지, 제 22권, 제 3 호, 1985.
- [10] J.K. Kaiser, "Design subroutine (MAX-FLAT) for symmetric FIR low pass digital filters with maximally-flat pass and stop bands," *Programs for Digital Signal Processing*, IEEE Press, New York, 1979.
- [11] O. Herrmann, "On the approximation problem in nonrecursive digital filter design," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-18, no.3, May, 1971.
- [12] N.S. Jayant and P. Noll, *Digital Coding of Waveforms*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1984.
-