

# 다이오드 레이저의 대신호 변조특성

## Large-Signal Modulation Characteristics of a Diode Laser

李 昌 熹\*, 尹 台 焄\*, 申 相 永\*

(Chang-Hee Lee, Tae-Hoon Yoon and Sang-Yung Shin)

### 要 約

다이오드 레이저를 소신호공진주파수와 유사한 주파수로 대신호변조할 때 나타나는 비선형공진에 미치는 자연방출비와 광자수명의 영향을 고찰하기 위하여 비선형 비율방정식의 수식적인 해를 특이섭동 방법으로 구하였다. 또, 소신호 공진주파수의 2 배 정도인 주파수로 대신호변조한 경우의, 주기증배를 통한 혼돈현상의 첫 번째 단계인 제 1 저조파 생성에 관해서도 수식적인 해를 구하였다. 수식적인 해의 고찰 결과, 다이오드 레이저의 대신호변조특성을 결정하는 가장 중요한 변수는 자연방출비이다.

히다치 CSP 레이저 HLP1400를 대신호변조하여 공진주파수가 낮은 주파수쪽으로 이동하는 것을 관측하였으며, 이 이동된 공진주파수로 변조하여 1 GHz의 반복율을 갖는 100 ps 미만의 광펄스를 얻었다. 측정한 비율방정식의 변수를 사용하여 실험결과를 이론치와 비교한 결과 서로 일치하였다.

### Abstract

The nonlinear rate equations are solved analytically by using the singular perturbation method to study effects of the spontaneous emission factor and the photon lifetime on the primary resonance and the first subharmonic generation (i.e., the onset of the period-doubling route to chaos). By large signal modulation of Hitachi CSP laser HLP1400, the resonance frequency shift to lower frequencies as predicted in theory is observed, and optical pulses shorter than 100 ps with 1 GHz repetition rate are generated. The experimental observations are in reasonable agreement with the theoretical results obtained using measured parameters of the rate equations.

### I. 序 論

다이오드 레이저의 성능이 개선되어 마이크로파영역 주파수로 변조가 가능해지면서<sup>1)</sup> 그것의 동특성 및 변조특성에 관심이 고조되고 있다.<sup>2-4)</sup> 레이저의 동특성은 일반적으로 Maxwell-Bloch 방정식에 의해서 기술할 수 있으나,<sup>5)</sup> 유기된 쌍극자(dipole)의 완화시간

(relaxation time)이 반전된 population의 완화시간과 광자수명보다 매우 짧은 경우는 Maxwell-Bloch 방정식이 잘 알려진 비율방정식(rate equations)으로 귀착된다.<sup>6)</sup> 다이오드 레이저의 동특성도 이와같은 비율방정식에 의해서 기술된다.<sup>7)</sup>

다이오드 레이저의 소신호변조특성은 비교적 잘 알려져 있으며,<sup>8-11)</sup> 대신호변조특성에 관해서도 발진모드에 결합되는 자연방출(spontaneous emission)의 효과를 무시한 수식적인 해<sup>12)</sup>가 연구되어, 히스테리시스를 동반한 비선형 공진현상과 제 1 저조파 생성이 이론적으로 증명되었고, D. Siemsen이 직접변조한 stripe

\*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

接受日字: 1985年 8月 6日

geometry 레이저에서 제 1 저조파 생성을 실험적으로 관찰하였다.<sup>(11)</sup> 그러나, 대신호 응답에 관한 고찰은 대부분이 수치해석 해(numerical solution)에 의존 하고 있다.<sup>(12,13)</sup>

다이오드 레이저의 불안전성(Instability)에 관한 연구로는 다이오드 레이저에서의 self-pulsation,<sup>(14)</sup> 분산적인 외부케환(dispersive external feedback)이 있을 때의 혼돈현상<sup>(12)</sup> 등이 연구되었고, 최근에는 직접변조한 다이오드 레이저의 변조 진폭을 증가시키면 연속적인 주기증배를 통해 혼돈현상이 나타나는 것이 보고 되었다.<sup>(13, 15)</sup>

이러한 다이오드 레이저의 동특성은 발진모드에 결합되는 자연방출의 양에 크게 영향을 받는다. 그 예로서 자연방출비가 증가하면 완화발진이 빨리 감소하거나 생기지 않고, 소신호변조특성에서 공진현상이 감소되는 것은 많은 사람들에 의해서 보고되었다.<sup>(16)</sup> 또, 자연방출비가 직접변조한 다이오드 레이저에서의 혼돈현상에 미치는 영향을 보면, 자연방출비가  $10^{-5}$ 인 경우는 단일밴드 혼돈상태가 나타나나, 자연방출비가  $3 \times 10^{-5}$ 인 경우는 단일밴드 혼돈상태가 나타나지 않고 두 개의 밴드를 갖는 혼돈상태가 나타나고, 자연방출비가  $10^{-2}$ 인 경우는 전혀 bifurcation이 일어나지 않는다.<sup>(13, 14)</sup>

본 논문에서는 다이오드 레이저의 대신호응답에 미치는 자연방출비와 광자수명의 영향을 고찰하기 위해서, 다이오드 레이저의 동특성을 기술하는 비선형 비울방정식의 해를 구하여 비선형공진과 주기증배를 통한 혼돈현상의 첫번째 단계인 제 1 저조파 생성에 미치는 이들의 효과를 고찰하였다.<sup>(17)</sup> 또, 비울방정식의 변수 중에서 광자수명과 자연방출비를 추출하는 방법을 제시하였고, 히다치 CSP 레이저의 변수들을 측정하였다. 대신호변조하여 공진주파수가 이론에서 예상한 것과 같이 낮은 주파수쪽으로 이동되는 것을 관찰하였으며, 이동된 공진주파수로 변조하여 1GHz의 반복율을 갖는 100 ps 미만의 광 펄스를 얻었다. 추출한 변수를 이용하여 실험결과를 이론치와 비교하여 서로 일치함을 확인하였다.

II. 비울방정식

다이오드 레이저의 동특성은 활성영역의 반송자밀도 N과 광자밀도 S에 대한 다음과 같은 비울방정식에 의해서 기술된다.<sup>(18)</sup>

$$\frac{dN}{dt} = \frac{J}{ed} - g \frac{S}{1+S/S^*} (N - N_a) - \frac{N}{\tau_s} \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = g \frac{S}{1+S/S^*} (N - N_a) - \frac{S}{\tau_p} + \beta \frac{N}{\tau_s} \quad (2)$$

여기서, J는 입력 전류밀도, e는 전자의 전하량, d는 활성영역의 두께,  $\tau_s$ 는 전자의 수명이고 S\*는 비선형 이득을 나타내는 상수로서 광자밀도가 높을 때 이득이 포화되는 현상,<sup>(18)</sup> 활성영역에서 반송자의 확산현상,<sup>(19)</sup> spatial hole burning 현상<sup>(20)</sup> 등을 현상적으로 고려한 이득포화상수이다. 이득포화를 고려하지 않으면 식 (1), (2)는 자연방출비의 효과만을 고려한 비울방정식이 된다.<sup>(1)</sup>

$\tau_p$ 는 레이저 공진기안에서의 광자의 수명을 나타내며 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_p = \frac{1}{\alpha - \frac{1}{L} \ln(R_1 R_2)} \frac{\bar{n}}{c} \quad (3)$$

여기서  $\alpha$ 는 material의 흡수, 회절, 산란 등에 의해서 생기는 단위 길이당 손실이고,  $R_1, R_2$ 는 다이오드 레이저 공진기 반사면의 반사 계수이며, c는 진공에서의 빛의 속도이고,  $\bar{n}$ 은 군속도 등가 굴절율(group index)이다.

g는 이득상수이고,  $\beta$ 는 자연방출이 발진모드에 결합되는 비이며,  $N_a$ 는 bulk 손실을 극복하는데 필요한 반송자 농도이다.

식 (1), (2)를 다음과 같이 규격화할 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$\frac{dn}{d\tau} = j - \frac{s}{1+s/s^*} (n - n_a) - n \quad (4)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = T \left[ \frac{s}{1+s/s^*} (n - n_a) - s + \beta n \right] \quad (5)$$

여기서,  $T = \tau_s/\tau_p$ ,  $n = g\tau_p N$ ,  $s = g\tau_p S$ ,  $\tau = t/\tau_s$ ,  $s^* = g\tau_p S^*$ ,  $j = g\tau_p J/ed$ ,  $n_a = g\tau_p N_a$ 이고, n과 s는 각각 규격화된 반송자와 광자밀도이다.

대신호변조특성을 이해하는 데 기본이 되는 소신호 변조특성을 고찰하기 위해 식 (4, 5)를 정적인 해로부터의 미소한 변화에 대해 선형화하면,

$$\frac{d^2 \Delta s}{d\tau^2} + \left[ 1 + s_0 + T \left( \frac{\beta n_{1n}}{s_0} + \frac{s_0}{s^*} \right) \right] \frac{d\Delta s}{d\tau} + T s_0 \Delta s = T j_1 s_0 \quad (6)$$

로 주어진다. 여기서,  $\Delta s$ 는 정적인 해로부터의 광자 밀도의 미소한 변화이고,  $s_0 = j_0 - n_{1n}$ ,  $n_0 = n_{1n} + 1$  로 각각 자연방출비와 이득포화를 고려하지 않았을 때의 정적인 광자밀도, 반송자밀도이다.  $j_1$ 은 작은 변조신호이다.<sup>(21)</sup>

선형 2 차미분방정식 (6)의 감쇄정수 d는

$$d = 1 + s_0 + \Delta d, \quad \Delta d = T \left( \frac{s_0}{s^*} + \frac{\beta n_{1n}}{s_0} \right) \quad (7)$$

이다. 즉, 총감쇄정수는 자연방출과 이득포화의 영향을 무시하였을 때의 감쇄정수  $d_0 = 1 + s_0$ 와 이들의 효과에 의해 증가되는 감쇄정수의 합으로 주어진다. 중

가되는 감쇄정수  $\Delta d$ 는  $T[ \sim 10^3 ]$ 에 비례하므로 다이오드 레이저의 소신호 응답이나 완화발전은 자연방출비와 이득포화상수의 변화에 매우 민감하다.<sup>[14]</sup>

식 (6)에서 공진주파수는  $\omega_0 = Ts_0$ 이므로 자연방출과 이득포화에 의한 공진주파수의 변화는 무시할 수 있다.<sup>[15]</sup>

따라서, 소신호변조특성에서 자연방출과 이득포화의 효과를 서로 분리해서 고려하지 않고 자연방출비를 다음과 같은 등가적인 자연방출비

$$\beta_e = \beta + \frac{1}{s^*} \frac{s_0^2}{n_{th}} \quad (8)$$

로 치환하면 이득포화의 효과를 별도로 고려할 필요가 없음을 알 수 있다.

선형 2 차미분방정식으로 기술되는 계(system)는 감쇠정수와 공진주파수의 비로 주어지는 quality factor  $Q$ 가 중요한 인자이다. 식(6)에서  $Q$ 는 다음과 같다.

$$Q = \frac{2\omega_0}{d} = \frac{2\sqrt{Ts_0}}{1+s_0+\Delta d} \quad (9)$$

여기서,  $d$ 는  $T\beta_e n_{th}/s_0$ 로 등가적인 자연방출비에 의한  $\Delta$  감쇄정수의 증가량이다. 자연방출비가 증가하면  $Q$ 가 감소하여 완화발전이 빨리 감소하고 소신호 응답에서 공진현상이 약화되는 것은 잘 알려진 사실이다.<sup>[16]</sup> 레이저공진기의 성능에 의해서 결정되는 광자수명에  $Q$ 에 미치는 영향은 변수  $T$ 의 영향으로 주어진다. 손실이 없는 완전한 공진기 [ $T=0$ , or  $r_p=\infty$ ]의 경우나 공진기가 형성되지 못하는 [ $T=\infty$ , or  $r_p=0$ ] 경우는  $Q$ 는 0 이고,  $T$ 가 어떤 값  $T_m$ 일 때  $Q$ 는 최대값  $Q_m$ 를 갖는다.

$$T_m = \frac{s_0^2}{\beta_e n_{th}}, \quad Q_m = \frac{s_0}{1+2s_0} \sqrt{\frac{s_0}{\beta_e n_{th}}} \quad (10)$$

즉,  $T_m \sim O[1/\beta_e]$ 이고  $Q_m$ 은 자연방출비가 증가하면 감소한다 [ $Q_m \sim O\sqrt{1/\beta_e}$ ]. 그러므로 자연방출비가 큰 [ $\beta_e > 10^{-3}$ ] 레이저에서는  $Q$ 가 광자수명에 큰 영향을 받지 않으므로 [ $T < 10^4$ ] 자연방출비가 다이오드레이저의 소신호특성을 결정하는 중요한 변수이다.

완화발전이나 소신호변조특성에 공진현상이 나타나지 않을 임계 감쇄값은 다음과 같이 주어진다.

$$\beta_{ec} = (2\sqrt{Ts_0} - 1 - s_0) s_0 / T n_{th} \quad (11)$$

통상적인 다이오드레이저의 경우  $T \sim O(10^3)$ 이므로  $j_0 - n_{th} = 1$  일 때,  $\beta_e \sim O(10^{-3})$ 이면 완화발전이나 공진특성이 나타나지 않는다.<sup>[17]</sup>

### III. 대신호 응답

다이오드 레이저의 소신호 응답이 발전모드에 기여하는 자연방출의 양에 크게 영향을 받는 것처럼 대신호 응답의 경우에도 자연방출비의 영향이 매우 중요하다.

본 장에서는 자연방출비의 효과를 고려한 다이오드 레이저의 대신호 응답 중에서 비선형 공진(primary resonance)과 주기증배를 통한 혼돈현상의 첫번째 단계인 제 1 저조파 생성에 관한 수식적인 해를 연구하였다.

소신호 응답에서 이득포화상수의 영향은 식 (8)과 같이 자연방출비를 등가적인 자연방출비로 생각하면 따로 고려할 필요가 없으므로 수식을 간단히 하기 위해서 자연방출비의 효과만 고려하겠다. 규격화된 비율방정식에서  $s + \beta = ce^u$ 로 치환하고  $u$ 에 대한 미분방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} - \frac{du}{d\tau} [1 + ce^u + T n_{th} \frac{\beta}{c} e^{-u}] + T [n_{th} + ce^u] = Tj \quad (12)$$

식(12)는 앞으로 분석할 미분방정식이며 자연방출비가 0인 극한에서는 W. Harth의 결과와 일치한다.<sup>[18]</sup>

#### 1. 제 1 공진 (Primary Resonance)

제 1 공진은 변조주파수가 소신호 공진주파수와 유사한 경우에 가장 잘 발생하므로 변조입력전류를

$$j = j_0 (1 + m \cos \omega t) \quad (13)$$

로 한다. 여기서  $\omega \approx \omega_0$ 이다.

치환된 광출력  $u$ 는 주기함수이므로 다음과 같이 가정하자.

$$u = a \cos(\omega t + \theta) \quad (14)$$

여기서,  $a$ 와  $\theta$ 는 한 주기 동안에 거의 변화하지 않는다. 식(13), (14)을 식(12)에 대입하고  $a$ 와  $\theta$ 에 대한 미분방정식을 구하면 다음과 같다.<sup>[17,21]</sup>

$$a' = -\frac{a\omega_0^2}{2\omega} \left\{ \frac{\omega}{T} \left[ \phi(1+T\gamma\beta) + \frac{T}{\omega_0^2} \right] + \frac{T}{a\omega_0^2} j_0 m \sin \theta \right\} \quad (15)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{\omega_0^2}{2\omega} \left\{ \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \phi + \frac{T}{a\omega_0^2} j_0 m \cos \theta \right\} \quad (16)$$

여기서  $\phi \equiv \frac{d}{d\tau}$ ,  $\phi(a) = \frac{I_1(a)}{aI_0(a)}$ ,  $\gamma = \frac{T^2}{\omega_0^2} n_{th} I_0^2(a)$  이고,  $I_0$  (a)는 zeroth order modified Bessel function,  $I_1$  (a)는 first order modified Bessel function이다.

정상상태 ( $a' = \dot{\theta} = 0$ )에서 진폭  $a(\omega)$ 의 주파수 응답을  $\beta$ 를 매개변수로 하여 그림 1에 도시하였다. 진폭  $a(\omega)$ 는 식(12)의 비선형항인  $e^u$ 에 의한 비대칭 주파수 응답을 보여준다. 즉 안정한 해(실선)와 불안정한 해(점선)로 나뉘어져서 주파수가 변화하는 방향에 따라 화살표로 나타낸 것과 같이 히스테리시스가 나타난다.<sup>[18]</sup>

진폭  $a(\omega)$ 가 최대가 되는 새로운 공진주파수는

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{\phi_r} \quad (17)$$

이다. 여기서,  $\phi_p$ 는 진폭  $a$ 가 최대가 되는 값에서의  $\phi$ 를 의미한다( $\phi_p = \phi(a_p)$ ).  $\phi$ 는  $a$ 가 증가하면 감소하므로 ( $\phi \infty = 0$ ) 대신호변조한 레이저의 공진주파수  $\omega_p$ 는 소신호 변조시의 공진주파수  $\omega_0$ 보다 낮고( $\omega_p < \omega_0$ ) 변조신호가 커지면 낮은 주파수쪽으로 이동한다.<sup>[13]</sup>

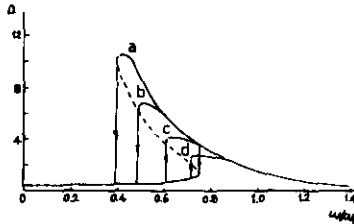


그림 1. 여러가지 자연방출비  $\beta$ 에서의 진폭  $a(\omega)$ 의 주파수 응답곡선.  $T=3,000, n_a=1, J_b=1.4 J_{th}, m=0.1$ 이고, (a)  $\beta=10^{-10}$ , (b)  $\beta=10^{-7}$ , (c)  $\beta=10^{-5}$ , (d)  $\beta=10^{-4}$

Fig. 1. The frequency response curves of the amplitude  $a(\omega)$  at various values of spontaneous emission factor  $\beta$ , with  $T=3,000, n_a=1, J_b=1.4 J_{th}$ , and  $m=0.1$ . ((a)  $\beta=10^{-10}$ , (b)  $\beta=10^{-7}$ , (c)  $\beta=10^{-5}$ , (d)  $\beta=10^{-4}$ )

자연방출비의 효과는 식 (15)에서  $T\gamma\beta$ 로 주어지는데  $\gamma$ 는  $a$ 에 따라 매우 급격하게 증가하므로 ( $\gamma \propto I_0^2(a)$ ) 자연방출비  $\beta$ 에 의해서 진폭의 최대치  $a_p$ 가 감소하여 공진주파수의 변화를 억제하고 히스테리시스가 생기는 영역을 감소시킨다(그림 1). 이것은 소신호 분석에서 자연방출비가 증가하면 quality factor가 감소하여 공진현상을 감소시키는 것과 밀접한 관계가 있다. 광자수명의 감소 등에 의해 변수  $T$ 가 증가하면 진폭의 최대치가 증가하여 공진주파수의 변화와 히스테리시스가 생기는 영역이 증가하는 것을 그림 2에 보였다. 이것은, 광자수명이 감소하면 레이저공진기의 대역폭이 넓어지고, 고조파 성분의 이득이 증가하여 진폭의 최대치가 증가하기 때문이다. 그러나, 자연방출비의 영향이  $T\beta$ 에 의해서 결정되므로 광자수명이 작은 레이저일수록 (e.g., solid state laser) 자연방출비의 영향이 중요해진다. 특히, 반도체 레이저 처럼 자연방출비가 큰 ( $\beta > 10^{-4}$ ) 레이저는 광자수명의 영향이 포화되기 때문에 (그림 2) 레이저의 동특성은 대신호 응답의 경우에도 자연방출비에 의해 지배된다.

광출력  $s$ 는

$$s = \frac{S_0}{I_0(a)} e^{a \cos(\omega t + \theta)} \quad (18)$$

로 주어지므로, 대신호로 직접변조(변조주파수  $\omega \approx \omega_0$ )

한 레이저의 광출력은 주기적인 짧은 펄스이다.<sup>[14]</sup> 이러한 현상은 다이오드 레이저의 광자수명이 반송자 수명에 비해 매우 짧기( $T > 1$ ) 때문에 나타나는 것으로, 직접변조한 다이오드 레이저에서 매우 짧은 광 펄스가 발생되는 것을 설명해준다. 다이오드 레이저를 이와같이 짧은 광 펄스를 발생시키는 장치로 사용하기 위해서는 광자수명이 짧고, 소신호 변조용으로 사용할 때와는 달리 자연방출비가 작을수록 좋다.

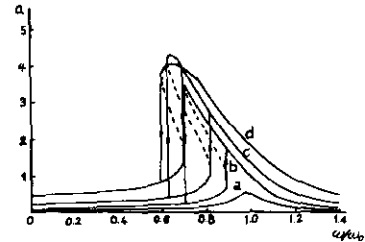


그림 2. 여러가지 광자수명에서의 진폭  $a(\omega)$ 의 주파수 응답곡선,  $\beta=10^{-5}, n_a=1, m=0.1, J_b=1.4 J_{th}$ , (a)  $T=500$ , (b)  $T=1,000$ , (c)  $T=2,000$ , (d)  $T=4,000$ 이다.

Fig. 2. The frequency response curves of the amplitude  $a(\omega)$  at various values of parameter  $T$ , with  $\beta=10^{-5}, n_a=1, m=0.1$ , and  $J_b=1.4 J_{th}$ . ((a)  $T=500$ , (b)  $T=1,000$ , (c)  $T=2,000$ , (d)  $T=4,000$ )

## 2. 제 1 저조파 생성 (First Subharmonic Generation)

다이오드 레이저를 정현파로 직접변조하면 변조신호의 크기가 증가함에 따라 연속적인 주기증배를 통해 혼돈상태가 나타난다.<sup>[13,14]</sup> 이러한 혼돈현상을 연구하는 데는 주기증배의 첫 번째 단계인 제 1 저조파 생성이 매우 중요하므로 자연방출비의 영향을 고려해서 secondary resonance에 의한 제 1 저조파 생성에 관하여 알아보자.

제 1 저조파는 변조주파수가 소신호 공진주파수의 2배 정도인 경우에 가장 잘 생성되므로 변조 입력신호를

$$j = j_0 [1 + m \cos 2\omega t] \quad (19)$$

으로 하자. 여기서  $\omega \approx \omega_0$ 이다. 치환된 광출력  $u$ 를

$$u = a \cos(\omega t + \theta) + b \cos(2\omega t + \phi) \quad (20)$$

라 가정하자. 여기서,  $a, b, \theta, \phi$ 는 한주기 동안에 거의 변화하지 않으며,  $b$ 와  $\phi$ 는 선형화된 식으로부터

$$b \approx \frac{T}{4\omega^2 - \omega_0^2} j_0 m, \phi = -\pi \quad (21)$$

로 주어진다.<sup>[15]</sup>

식 (19) - (21)를 식 (12)에 대입하여  $a$ 와  $\theta$ 에 관한

미분방정식을 구하면 다음과 같다.<sup>[17,21]</sup>

$$\dot{a} = -\frac{\alpha\omega_0^2}{2\omega} \left\{ \frac{\omega}{\omega_0^2} \left[ \frac{T}{T} + \phi(1+T\xi\beta) \right] + p\phi(1-\xi)\sin 2\theta \right. \\ \left. + \frac{\omega}{T} \phi(1-T\xi\beta)[p(1-3\xi) - b(1-\xi)] \cos 2\theta \right\} \quad (22)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{\omega_0^2}{2\omega} \left\{ \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \phi + p\phi(1+\xi) \cos 2\theta \right. \\ \left. - \frac{\omega}{T} \phi(1-T\xi\beta)[p(1+3\xi) - b(1+\xi)] \sin 2\theta \right\} \quad (23)$$

여기서,  $p = \frac{I_1(b)}{I_0(b)}$ ,  $\xi = \frac{I_3(a)}{I_1(a)}$ ,  $\zeta = \frac{T^2}{\omega_0^2} n_{th} I_0^2(a) I_0^2(b)$

이고,  $I_3(a)$ 는 third order modified Bessel function 이다.

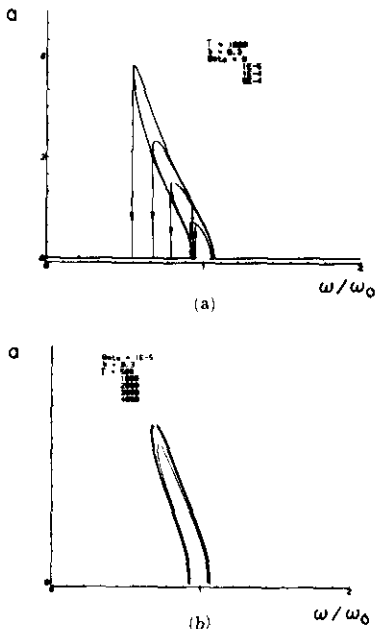


그림 3. 여러가지 (a) 자연방출비와 (b) 광자수명(T)에서의 제1 저조파진폭  $a(\omega)$ 의 주파수응답곡선.  $n_a=1$ ,  $J_b=1.4J_{th}$ 이다.

Fig. 3. The frequency response curves of amplitude of the first subharmonic at various values of (a) spontaneous emission factor and (b) photon lifetime, with  $n_a=1$  and  $J_b=1.4J_{th}$ .

그림 3은 제1 저조파 진폭  $a(\omega)$ 의 주파수응답을 정상상태( $\dot{a} = \dot{\theta} = 0$ )에서 각각 자연방출비  $\beta$ 와 변수 T를 매개변수로 하여 도시한 것이다. 그림에서 제1 공진의 경우와 유사한 히스테리시스를 동반한 비대칭 특성이 나타나는 것을 알 수 있다. 그러나, 제1 공진의

경우와는 달리 서로 다른 주기를 안정한 해로 하는 히스테리시스(coexistence of two independent attractors)가 나타난다. 즉, 변조주파수를 낮은 주파수에서 높은 주파수로 변화시키면 광출력의 주기가 변조주기와 같은 상태(period 1)가 지속되다가 갑자기 제1 저조파가 생성되어 광출력의 주기가 변조주기의 2 배(period 2)가 되고 ( $\omega/\omega_0 \approx 0.93$ ) 진폭은 주파수에 따라 감소하여 변조주파수가 제1 저조파가 형성되는 영역을 벗어나면( $\omega/\omega_0 \approx 1.05$ ) 다시 주기 1이 된다. (route 1). 또, 반대로 높은 주파수에서 낮은 주파수로 변화시키면 주기 1에서 주기 2로 천이되며( $\omega/\omega_0 \approx 1.05$ ) 진폭은 주파수의 감소에 따라 급격하게 증가한다. 변조주파수가 제1 저조파가 생성되는 영역을 벗어나면 갑자기 주기 1으로 천이된다( $\omega/\omega_0 \approx 0.68$ ). (route 2). 이와같이 주기 1과 주기 2를 안정한 해로 하는 히스테리시스가  $0.68 < \omega/\omega_0 < 0.93$ 에 걸쳐서 이루어져 있다.

광자수명(변수 T)과 자연방출비의 영향은 제1 공진의 비선형공진의 경우와 유사하다. 즉, 광자수명이 감소하면 공진기의 대역폭이 증가하므로 진폭의 최대치가 증가하여 제1 저조파 생성영역과 히스테리시스 영역이 증가되는 것을 그림 3 (b)에서 보여주고 있으며, 자연방출비가 증가하면 quality factor가 감소되므로 진폭의 최대치가 감소하여 제1 저조파 생성영역과 히스테리시스영역이 감소되는 것을 그림 3 (a)에 보였다. 그러나, 자연방출비가 큰 다이오드 레이저에서는 광자수명의 영향이 모호하므로 (그림 3 (b)) 자연방출비가 제1 저조파 생성을 고찰하는데 중요한 변수이다.

제1 저조파가 생성되기 시작하는 주파수  $\Delta_{1,2} = \omega_{1,2}/\omega_0$ 는 다음과 같이 주어진다.<sup>[17,21]</sup>

$$\Delta_{1,2} = \sqrt{1 + 2n_{th}\beta} \pm \sqrt{p^2 - \left(\frac{4}{T} + 4n_{th}\beta\right) \left[1 - \frac{1}{T} + 2n_{th}\beta\right]} \quad (24)$$

만약,  $\beta \ll 1/T$ 이면  $\Delta_{1,2}$ 에 미치는 자연방출비의 영향은 무시할 수 있다. 제1 저조파가 생성되려면  $\Delta_{1,2}$ 가 실수이어야 하므로 변조입력에 의해 결정되는 변수  $p = b/2$ 가  $p_{th}$ 보다 커야한다.

$$p_{th} = 2\sqrt{\frac{1}{T} + n_{th}\beta} \quad (25)$$

제1 저조파가 생성되기 위한 임계변조입력은 광자수명이나 자연방출비가 감소하면 감소된다.

광출력 s는 제1 저조파의 진폭 a의 지수함수에 비례하므로 제1 저조파가 생성되면 광출력은 두 입력 변조주기에 한 번씩 짧은 펄스를 방출한다.

### 3. 수치해석적인 해 및 검토

그림 4 (a)는  $j=1.4j_{th}$ ,  $T=3,000$ ,  $\beta=10^{-5}$ ,  $n_a=1$ 이

고 변조율  $m=0.1$  일 때 수치해석으로 구한 해를 도시한 것으로 종축은 광자밀도의 최대치 ( $s_n$ ) 이고 횡축은 소신호 공진주파수로 규격화된 주파수이다. 변조주파수가 소신호공진주파수보다 낮은 영역에서는 주파수가 변화하는 방향에 따라 화살표로 나타낸 것과 같은 히스테리시스스가 나타나며, 공진주파수(진폭이 최대가 되는 주파수)가 소신호 공진주파수보다 낮은 주파수쪽으로 이동하였다. 이것은 수식적인 해에 의한 결과와 일치한다.

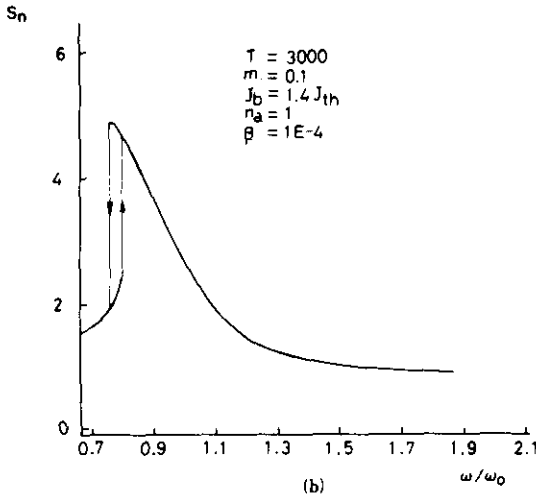
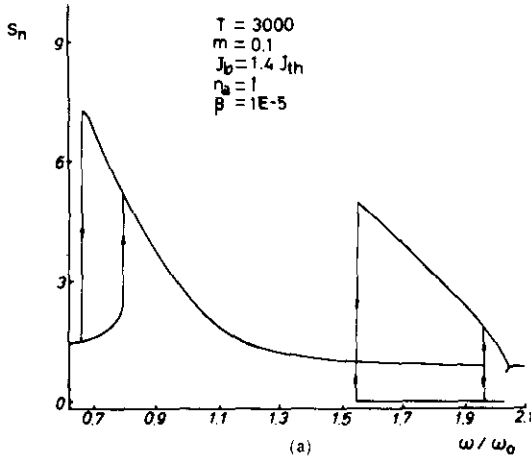


그림 4. 비울방정식의 수치해석 해. (a)  $\beta=10^{-5}$ , (b)  $\beta=10^{-4}$

Fig. 4. Numerical solutions of the rate equations. (a)  $\beta=10^{-5}$ , (b)  $\beta=10^{-4}$ .

변조주파수가 소신호 공진주파수의 2 배인 경우도 수식적인 해에서 보여준 것과 같은 히스테리시스스가 나

타난다. 즉, 변조주파수를 낮은 주파수쪽에서 증가시킬 경우, 광출력의 최대치(peak value)가 하나의 값에서 갑자기 2 개의 값으로 천이하는데 ( $\omega/\omega_0=1.96$ ) 이것은 제 1 저조파 생성에 의한 것이다. 광 출력의 최대치의 차는 주파수의 증가에 따라 감소하여, 다시 하나의 값으로 천이(주기 2  $\rightarrow$  주기 1)한다 ( $\omega/\omega_0=2.06$ ).  $\omega/\omega_0=2.05$ 에서 광 출력의 최대치 중의 하나가 갑자기 변화하는데 이것은 두 입력주기에 하나의 펄스를 방출하는 주기 2에서 매입력주기에 하나의 펄스를 방출하는 주기 2로 천이되기 때문이다. 변조주파수를 높은 주파수쪽에서 감소시킬 경우는 주기 1에서 주기 2로 천이되며 ( $\omega/\omega_0=2.06$ ) 최대치의 차는 주파수 감소에 따라 급격하게 증가하나, 제 1 저조파 생성영역을 벗어날 때는 갑자기 주기 1으로 천이한다 ( $\omega/\omega_0=1.54$ ). 이와같이 주기 1과 주기 2를 안정한 해로 이루어진 히스테리시스스가  $1.54 < \omega/\omega_0 < 1.96$  영역에서 나타난다.

그림 4 (b)는 자연방출비의 영향을 고찰하기 위해 다른 변수는 그림 4 (a)와 같고 자연방출비만 10배로 증가시킨 경우의 수치해석 해인 데, 수식적인 해에서 고찰한 바와 같이 공진주파수의 이동범위와 히스테리시스 영역이 감소한 것을 알 수 있다.

두 가지 해를 비교해 보면, 고찰한 수식적인 해가 다이오드 레이저의 대신호응답을 정성적으로 설명해주는 것을 알 수 있다. 그러나, 정량적으로는 수치해석해와 완전히 일치하지 않는 데, 이것은 비선형공진이나 제 1 저조파 생성을 고찰할 때 치환된 광출력  $u$ 의 고조파성분을 무시하였기 때문이다.

#### IV. 實 驗

이론적으로 고찰한 다이오드 레이저에서의 비선형공진과 제 1 저조파 생성을 관측하기 위해 행한 실험결과에 대해 고찰하고자 한다.

##### 1. 실험장치 및 변수측정

실험에서 사용한 레이저는 발진임계전류가 65mA 인 히다치 CSP 레이저 HLP 1400이다. 그림 5는 실험장치의 구성도이다. 직류 바이어스 전류와 R. F. 신호는 bias-T (bandwidth 100 MHz-18GHz)를 통해서 두께 2 mm 알루미늄 방열판위에 고정된 레이저에 공급된다. R. F. 신호원은 100MHz-1.5GHz의 정현파를 얻을 수 있는 장치이며, 직류 바이어스 전류는 정전압장치를 사용하여  $\pm 0.01mA$  내에서 안정화하였다. 광검출기는 Ortel사의 GaAlAs/GaAs PIN 다이오드 (rise time < 50ps)이고 bias-T을 이용하여 AC 결합으로 사용하였다. 레이저와 광검출기에 연결된 전류계는 레이저의

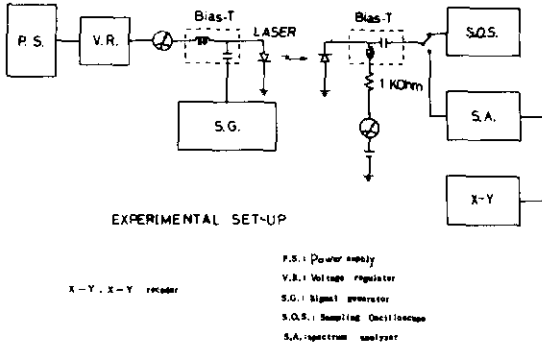


그림 5. 실험장치의 구성도  
Fig. 5. Schematic diagram for modulation and measurement systems.

바이어스 전류와 평균 광 power를 측정하기 위한 것이다. 광검출기에서 반사되는 빛이 레이저에 재환되면 레이저의 특성에 큰 영향을 미치므로<sup>[22]</sup> 반드시 제거되어야 한다. 실험에서는 레이저 빔이 광검출기에 비스듬히 입사하게 하여 외부재환효과를 감소시켰다. Spectrum analyzer는 측정범위가 10KHz-1.7GHz인 Anritsu MS26A7을 사용하였고, sampling scope는 rise time이 25ps(Tektronix S-4 head)이다.

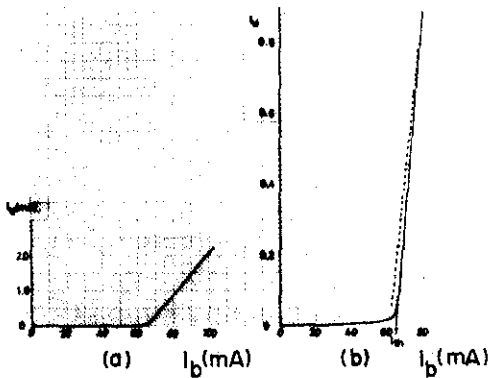


그림 6. 측정한 히다치 레이저 HLP1400의 L-I곡선  
Fig. 6. L-I curves of a Hitachi laser HLP1400.

그림 6은 측정한 L-I 곡선으로, (b)는 (a)의 종축을 10배로 확대한 것이다. 발진임계전류는 65mA 이고, 출력 power는 히다치회사 측정자료에 의하면 0.25mW/mA로 증가한다. 이것을 실험치와 비교하면 레이저 출력의 60% 정도가 광검출기(감도 0.4mA/mW)로 검출되는 것으로 추정된다.

그림 7은 noise power가 최대가 되는 주파수의 바이어스 전류  $I_b$ 에 대한 변화를 도시한 것이며 실험적으로 다음과 같은 관계식을 얻었다.

$$f_0 = 5.45 \times \sqrt{I_b / I_{th} - 1} \text{ [GHz]} \quad (26)$$

여기서,  $I_{th}$ 는 발진임계전류이다. 이것은 비울방정식의 소신호 분석에서 구한 공진주파수의 바이어스 전류에 대한 변화와 일치한다<sup>[23]</sup>.

비울방정식의 변수를 측정하는 방법은 여러가지가 보고되었다<sup>[23]</sup> 그러나 본 실험에서는 다음과 같은 간단한 방법으로 변수들을 측정하였다.<sup>[23]</sup>

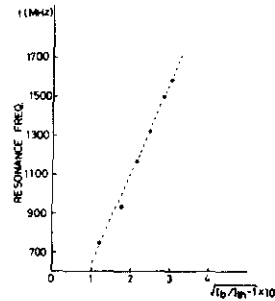


그림 7. 바이어스전류에 대한 noise power가 최대가 되는 주파수의 변화  
Fig. 7. Variation of the frequency at the peak in the laser's noise-excited resonance as a function of bias current.

먼저 반응자 수명  $\tau_s$ 는 발진임계전류보다 낮은 바이어스 전류에 정현파 신호를 인가하고 레이저가 발진을 시작할 때의 바이어스 전류, R. F. 신호의 진폭을 측정하여 아래식에 의해 추출하였다.

$$\tau_s^2 = \frac{1}{\omega^2} \left| \left[ \frac{I_{m1}(I_{m1} - I_{b1})}{I_b - I_{b1}} \right]^2 - 1 \right| \quad (27)$$

여기서  $(I_{b1}, I_{m1})$ ,  $(I_{b2}, I_{m2})$ 는 각각 레이저가 발진을 시작할 때의 바이어스 전류와 R. F. 신호의 진폭이고  $\omega$ 는 변조주파수이다. 이 식은 식(1)에서 광자밀도를 0로 하고(stimulated emission을 무시) 반응자밀도를 구하고, 이 반응자밀도가 각각의 측정된 경우에 대해서 발진임계밀도로 일정하다고 생각하여 구한 것이다. 추출된 반응자 수명은 0.5ns이다.

레이저가 발진할 때 출력 power는 다음과 같이 주어진다.<sup>[24]</sup>

$$p_o = \frac{h\nu}{e} (I - I_{th}) \frac{-I_n(R)}{\alpha L - 2I_n(R)} \quad (28)$$

측정된 L-I 곡선에서  $I_b - I_{th}$ 가 5mA일 때, 출력 power는 1.25mW이므로 손실  $\alpha$ 는 162/cm이다. 이때 facet의 반사계수 R은 0.3, 공진기의 길이 L은 300 $\mu$ m (Hitachi manual), 파장은 820nm로 가정하였다. 광자 수명은 식(3)에 의해 0.6ps이다. 측정된 반응자 수명 광자수명은 참고문헌<sup>[25]</sup>의 결과와 일치한다( $\tau_s = 0.7$

ns,  $\tau_p=0.7$ ps).

자연방출비  $\beta$ 는 변조주파수와 R. F. 신호의 크기를 고정하고 (소신호변조) 바이어스전류를 변화시켜서 광출력의 최대치(이 때 공진주파수는 변조주파수와 같고 공진주파수가 변조주파수보다 훨씬 클 때의 광출력을 측정하여 다음식에 의해 추출하였다.<sup>[21]</sup>)

$$\beta = \frac{\tau_p}{\tau_s} \left( \frac{I_b}{I_{th}} - 1 \right) \left\{ \frac{V_2}{V_1} \tau_s \omega \left[ 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2} \right] - 1 \right\} \quad (29)$$

여기서  $V_1, V_2$ 는 sampling osc로 측정된 detector의 전압,  $\omega$ 는 변조주파수,  $\omega_{02}$ 는 광출력이  $V_2$ 일 때의 공진주파수이고,  $I_b$ 는 공진주파수가 변조주파수와 같을 때의 바이어스 전류이다. 이 식은 식(6)에서 두가지 경우에 대해서 광자밀도를 구하고 이것을 자연방출비에 대해 풀어서 구한 것이다. 추출한 자연방출비는  $10^{-2}$ 이다.

2. 대신호응답

대신호변조 특성을 고찰하기 위해 변조신호의 진폭과 주파수(1.14GHz)를 고정하고 바이어스 전류를 변화시키면서 실험을 하였다. 바이어스전류가 변화되면 소신호 공진주파수가 변화되므로 변조주파수가 변화되는 것과 같은 효과를 얻을 수 있다.

그림 6 (b)의 점선은 대신호 변조에 의해 광출력의 평균 power가 변화되는 것을 나타낸다. 발진임계전류를 초과한 바이어스전류( $I_b - I_{th}$ )가 변조신호의 진폭보다 작은 경우는 광출력 평균치의 변화가 크게 나타나는데 이것은 레이저에 공급되는 변조신호에 의해서 레이저의 발진임계전류가 감소되기 때문이다.<sup>[22]</sup> 이와같은 광출력의 평균 power 변화는 변조신호의 진폭과 발진임계전류를 초과한 전류가 같아지면 나타나지 않는다. 이로부터 변조신호의 진폭을 추정하면 약 15mA이다.

그림 8은 측정된 광출력의 교류성분이다. 그림 8 (a)와 (b)는  $I_b - I_{th} \ll I_m$  ( $I_m$ 은 변조신호의 진폭)인 경우이다. 광출력은 매변 조주기에 FWHM (Full Width at Half Maximum) 120ps 정도인 짧은 펄스를 방출하고 펄스와 펄스 사이는 레이저가 발진하지 않는다. 바이어스전류가 증가하면 광출력의 최대치가 증가하면서 펄스폭이 감소하여  $I_b=75$ mA에서 최대 진폭이 되고 이때의 펄스폭(FWHM)은 100ps이다(그림 8 (c), (d)). 그러나, sampling osc.와 detector의 상승시간(각각 25ps, 50ps)을 고려하면 실제 펄스폭은 100ps 미만일 것이다.

바이어스전류가 75mA일 때 소신호공진주파수는 2.13GHz이나 대신호변조에 의해 공진주파수가 변하여 1.14GHz에서 비선형공진이 나타났다. 바이어스전류가 75mA보다 작을 때 바이어스전류를 증가하면 대신

호변조에 의해 이동된 공진주파수가 변조주파수에 접근해가서 펄스폭이 감소하고 진폭이 증가하는 것이다.

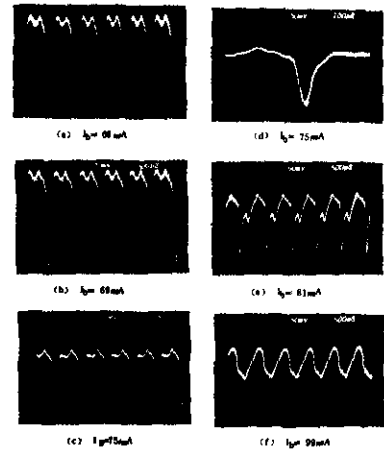


그림 8. 바이어스전류의 변화에 대한 광출력의 변화, 변조주파수는 1.14GHz이고 변조신호의 진폭이 30mA P-P이다. 그림은 상하가 반전된 펄스를 나타내고 있다.

Fig. 8. Optical pulses emitted by a laser for various values of bias current in the presence of 30mA P-P of applied sinusoidal current at 1.14GHz. The pulses are inverted in these displays.

비선형공진이 일어난 점에서 바이어스전류를 더 증가시켜 ( $I_b > 75$ mA) 소신호공진주파수가 변조주파수의 2배에 거의 접근하면 완화발진처럼 한 변조주기에 2개의 펄스가 관측되는 것을 그림 8 (e)에 보였다. 이때의 바이어스 전류는 81mA이다. 이와같은 현상은 변조신호의 고조파와 소신호공진주파수간의 상호작용에 의한 것으로 생각된다. 바이어스전류를 더 증가시켜 발진임계전류를 초과한 값이 변조신호의 진폭보다 훨씬 커지면 ( $I_b - I_{th} \gg I_m$ ) 소신호변조가 되므로 비선형 현상이 나타나지 않고 광출력이 정현파가 되는 것을 그림 8 (f)에 보였다. 이 때의 바이어스전류는 99mA이다.

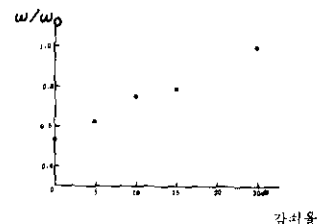


그림 9. 변조신호의 진폭변화에 대한 공진주파수의 변화 Fig. 9. The resonance frequency vs the modulation amplitude.



그림 9는 변조신호의 진폭을 변화시키면서 대신호변조의 공진주파수를 측정한 것이다. 변조신호의 진폭이 증가하면 공진주파수가 낮은 주파수쪽으로 이동한다. 그림 10은 실험에서 측정된 변수를 사용하여 다이오드 레이저의 주파수 응답을 계산한 것이다.<sup>14)</sup> 공진주파수가 변조신호의 진폭에 따라 이동되는 데, 이것은 실험결과와 일치한다.

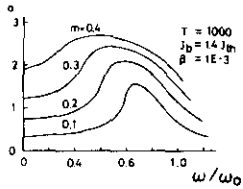


그림 10. 측정된 비선형공진특성의 변수를 이용하여 계산한 비선형공진특성

Fig. 10. The primary resonance curves calculated using the extracted parameters of the rate equations.

V. 結 論

다이오드 레이저를 소신호공진주파수와 유사한 주파수로 대신호변조하면, 공진주파수가 낮은 주파수쪽으로 이동되고, 히스테리시스가 나타나며, 매우 짧은 광펄스를 얻을 수 있다. 이러한 비선형공진에 미치는 자연방출비와 광자수명의 영향을 고찰하기 위해서 다이오드 레이저의 동특성을 기술하는 비선형 비율방정식의 수식적인 해를 구하였다. 또, 소신호공진주파수의 2배 정도의 주파수로 대신호변조하면, 주기 1과 주기 2를 안정한 해로 하는 히스테리시스를 동반한 제 1 저조파가 생성되며, 광출력은 두 변조주기에 한번씩 짧은 광펄스를 방출하는 데, 이것은 주기증배를 통한 혼돈현상의 첫번째 단계이다. 이러한 제 1 저조파 생성에 관해서도 수식적인 해를 구하여 자연방출비와 광자수명의 영향을 고찰하였다. 즉, 자연방출비가 증가하면 다이오드 레이저의 불안정성(공진주파수의 이동, 히스테리시스와 그 영역, 제 1 저조파 생성영역)이 감소하고, 광자수명이 감소하면 불안정성이 증가한다. 그러나, 자연방출비가 큰 경우는( $\beta > 10^{-3}$ ) 광자수명의 영향이 포화되므로, 자연방출비가 다이오드 레이저의대 대신호변조특성을 결정하는 가장 중요한 변수이다.

히다치 CSP1400 다이오드레이저를 대신호변조하여 공진주파수가 낮은 주파수쪽으로 이동된 것을 관측하였다. 또, 이동된 공진주파수로 대신호변조하여 1GHz의 반복율을 갖는 100ps 미만의 광펄스를 얻었다. 그러나, 비선형공진시의 히스테리시스, 제 1 저조파생성,

주기증배를 통한 혼돈현상은 관측하지 못했는데, 이것은 사용한 레이저의 자연방출비가  $10^{-3}$ 으로 매우 크기 때문임을 측정된 변수를 사용한 이론적인 계산결과와 비교하여 확인하였다.

參 考 文 獻

- [1] K.L. Lau and A. Yariv, "Ultra-high speed semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-21, no. 2, pp. 121-138, 1985.
- [2] G. Arnold and P. Russer, "Modulation behavior of semiconductor injection laser," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-30, no. 1, pp. 1809-1821, 1982.
- [3] M. Kressel and J.K. Butler, *Semiconductor Lasers and Hetrojunction LEDs*, Academic Press, 1977.
- [4] T.L. Paoli and J.E. Ripper, "Direct modulation of semiconductor lasers," *Proc. IEEE*, vol. 58, pp. 1457-1465, 1970.
- [5] S. Tarucha and K. Otsuka, "Response of semiconductor laser to deep sinusoidal injection current modulation," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-17, no. 5, pp. 810-816, 1981.
- [6] G.H.B. Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, John Wiley, 1980.
- [7] M. Sargent III, M.O. Scully, and W.E. Lamb, Jr., *Laser Physics*, Addison-Wesley, 1974.
- [8] W. Harth, "Large signal direct modulation," *Electron. Lett.*, vol. 9, no. 22, pp. 532-533, 1973.
- [9] W. Harth and D. Siemsen, "Subharmonic resonance in the direct modulation of injection current," *Arch. Elec. Ubertrag.*, vol. 28, no. 9, pp. 391-392, 1974.
- [10] D. Siemsen, "Observation of inherent oscillations and subharmonic resonances in the output of GaAs DH lasers," *Int. J. Electron.*, vol. 45, no. 1, pp. 63-70, 1978.
- [11] J.A. Copeland, "Semiconductor laser self-pulsing due to deep level traps," *Electron. Lett.*, vol. 28, no. 23, pp. 809-810, 1978.
- [12] P. Glas, R. Muller, and A. Klehr, "Bistability, self-sustained oscillations, and irregular operation of a GaAs laser coupled to external resonator," *Opt. Comm.* vol. 47, p. 297, 1983.

- [13] 윤태훈, 이창희, 신상영, "반도체레이저에서의 주기 증배 및 혼돈현상," 1984년 대한전자공학회 하계종합학술발표대회 논문집, vol. 7, no. 1, pp. 538-540, 1984.
- [14] Chang-Hee Lee, Tae-Hoon Yoon, and Sang-Yung Shin, "Period doubling and chaos in a directly modulated laser diode," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 46, no. 1, pp. 95-97, 1985.
- [15] Y.C. Chen, H.G. Winful, and J.M. Liu, "Subharmonic bifurcations and irregular pulsing behavior of modulated semiconductor lasers," *Appl. Phys. Lett.* (to be published).
- [16] Y. Suematsu and T. Hong, "Suppression of relaxation oscillation in light output of injection lasers by electrical resonances circuit," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-13, no. 9, pp. 756-762, 1977.
- [17] 이창희, 윤태훈, 신상영, "직접변조한 다이오드 레이저의 공진 및 제 1 저조파 생성," 1984년 대한전자공학회 추계종합학술발표대회 논문집, vol. 7, no. 2, pp. 400-403, 1984.
- [18] D.J. Channin, "Effect of gain saturation on injection laser switching," *J. Appl. Phys.*, vol. 50, no. 6, 3858-3860, 1979.
- [19] R.S. Tucker and D.J. Pope, "Circuit modeling of the effect of diffusion on damping in a narrow-stripe semiconductor laser," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-19, no. 7, pp. 1179-1183, 1983.
- [20] R.F. Kazarinov, C.H. Henry, and R.A. Logan, "Longitudinal mode self-stabilization in semiconductor lasers," *J. Appl. Phys.*, vol. 53, pp. 4631-4644, 1982.
- [21] 이창희, 다이오드레이저의 변조특성, 한국과학기술원 석사학위논문, 1985.
- [22] R. Lang and K. Kobayashi, "External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-16, no. 3, 347-355, 1980.
- [23] D.E. McCumber, "Intensity fluctuation in output of cw oscillators. I," *Phys. Rev.*, vol. 141, no. 1, pp. 306-322, 1966.
- [24] A. Yariv, *Quantum Electronics*, John Wiley, 1975.
- [25] A.Sv. Sudbø and L. Bjerkan, "Nonlinear modulation and relaxation oscillation in semiconductor lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-19, no. 10, pp. 1542-1551, 1983.
- [26] 이창희, 윤태훈, 신상영, "다이오드레이저의 파라메터 추출 및 대신호변조실험," 1985년도 마이크로파 및 전파전자/광파 및 양자전자공학 연구회 합동학술발표회 논문집, vol. 9, no. 1, pp. 1-4, 1985.
- [27] T.L. Paoli, "Optical response of a stripe-geometry junction laser to sinusoidal current modulation at 1.2GHz," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-17, no. 5, pp. 675-680, 1981.