

굴곡형 格子導波路에서 비스듬히 입사하는 波動에 대한 모드 結合現象：
특이섭동 방법에 의한 해석

(Mode Coupling at Oblique Incidence in a Corrugated Dielectric Waveguide：
Analysis by the Singular Perturbation Method)

金 弘 九*, 申 相 永**

(Hong-Koo Kim and Sang-Yung Shin)

要 約

정현함수적으로 굴곡된 격자 유전체 도파로에 광파가 비스듬히 입사하는 경우 파동의 상호 결합현상을 해석하였다. 즉 TE-TE모드간 결합현상에 특이 섭동방법을 적용하여 결합모드 방정식을 구하고, 논란이 되어온 Wagatsuma 등의 결과, Stegeman 등의 결과와 비교하였다. 또한 회절효율에 미치는 위상 부정합 효과를 고찰하였다.

Abstract

The optical wave interactions in a sinusoidally corrugated dielectric waveguide are analyzed for the oblique incidence case. The coupled mode equations which govern the interactions are derived by the singular perturbation method for the TE-TE mode coupling. The results are compared with those of normal mode analysis by Wagatsuma et al. and total field analysis by Stegeman et al. Phase mismatching effects on the diffraction efficiency are also investigated.

I. 序 論

집적광학(integrated optics)에서는 일반적으로 박막 도파로(thin-film waveguide)를 통해 빛을 보내고 그 위에 제작된 소자들을 이용해서 신호를 처리하게 되는데 그 중에서도 많은 소자들이 도파로 위에 제작된 격자구조(grating structure)를 모체로 하고 있다. 예를 들면 격자여파기(grating filter), 분포회환레이저

(distributed feedback laser) 및 광파장 디멀티플렉서(optical wavelength demultiplexer) 등이 격자구조를 이루고 있는데 그 응용 범위는 더욱 넓어지리라 예상된다.

격자도파로 내에서의 파동현상을 이론적으로 고찰하는데 있어서, 레이저빔이 굴곡형 격자도파로(corrugated dielectric waveguide)에 수직으로 입사하는 경우에 대해서는 잘 해석되어 있으나^{1,2,3} 비스듬히 입사하는 경우의 모드결합현상은 그 해석방법에 따라 서로 다른 결과가 나와 많은 논란의 대상이 되어 왔다.^{4,5,6}

본 논문에서는 특이섭동방법(singular perturbation method)에 의해 이 문제를 해석하였으며, 이를 기존의 결과와 비교하였고 또 위상부정합(phase mismatching)이 회절효율(diffraction efficiency)에 미치는 영향을 고찰했다. 지금까지 특이섭동방법에 의한 격자도

*正會員, 電子通信研究所 光素子室
(Electronics and Telecommunications Research Institute.)

**正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

接受日字: 1985年 8月 4日

파로에서의 파동현상의 해석은 굴곡형 격자도파로에 수직으로 입사하는 경우¹⁾와, 굴절율이 정현함수적으로 섭동된 격자도파로에 비스듬히 입사하는 경우²⁾가 있으며, 굴곡형 격자도파로내에서 비스듬히 입사하는 경우의 파동현상을 특이섭동방법에 의해 해석한 것은 아직까지 보고되지 않았었다.

II. 解 析

1. 결합방정식의 유도

유전체도파로의 표면이 다음 식과 같이 정현함수적으로 섭동을 받은 모양을 하고 있는 굴곡형 격자도파로의 경우를 해석하기로 한다. (그림 1 참조)

$$z = f(y) = \delta \eta d \cos Ky \tag{1}$$

여기서, d 는 섭동을 받지 않은 도파로의 두께, η 는 섭동의 정도를 나타내는 변조지표(index of modulation), δ 는 η 의 값이 1보다 충분히 작음을 나타내는 매개변수이며 $\Lambda = 2\pi/K$ 는 섭동의 주기를 나타낸다.

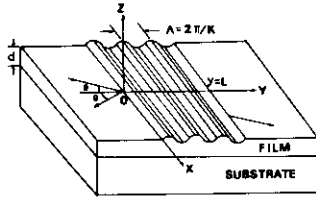


그림 1. 굴곡형 격자도파로의 구조
Fig. 1. Geometry of the corrugated dielectric waveguide.

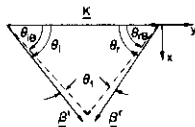


그림 2. 입사파와 반사파의 파동벡터(β^i , β^r) 및 격자벡터(K) 사이의 관계
Fig. 2. Configuration of wavevectors (β^i , β^r) and grating vector (K).

격자도파로에서의 전계(E) 및 자계(H)는 섭동을 받지 않은 전계, 자계(E_0 , H_0) 및 섭동에 의한 전계, 자계의 변화량(E_1 , H_1)의 합으로 나타낼 수 있다.

$$E = E_0 + \delta E_1, \quad H = H_0 + \delta H_1 \tag{2}$$

위상부정합(phase mismatching)이 회절효율에 미치는 영향을 고찰하기 위해서는 입사파의 주파수 또는 입사각이 Bragg 조건으로부터 벗어난 상태에서 해석을 해야하는데 이를 위해서 위상이 부정합된 상태를

다음과 같이 기술하기로 한다.

먼저, 입사파의 주파수(ω)를 아래와 같이 놓음으로써 Bragg 주파수(ω_0) 부근에서의 모드결합현상을 관찰하기로 하며

$$\omega = \omega_0 + \delta \omega_1 \tag{3}$$

입사각(θ_i) 및 반사각(θ_r)이 Bragg 각(θ_{ib} , θ_{rb})으로부터 약간 벗어난 경우의 모드결합 현상을 관찰하기 위해서는 입사파와 반사파의 파동벡터($\beta^i = \hat{x}\beta^i \sin \theta_i + \hat{y}\beta^i \cos \theta_i$, $\beta^r = \hat{x}\beta^r \sin \theta_r - \hat{y}\beta^r \cos \theta_r$) 및 격자벡터(K) 사이의 관계를 다음과 같이 표현하기로 한다. (그림 2, 참조)

$$\beta^i \sin \theta_i = \beta^r \sin \theta_r \tag{4}$$

$$\beta^i \cos \theta_i + \beta^r \cos \theta_r = K + \delta \xi \tag{5}$$

$$\delta \xi = \beta^i (\cos \theta_i - \cos \theta_{ib}) + \beta^r (\cos \theta_r - \cos \theta_{rb}) \tag{6}$$

여기서, ξ 는 파동벡터의 y 방향성분의 부정합의 정도를 나타내는 척도인데 입사각 및 반사각이 Bragg각으로부터 벗어난 양(θ_i)이 작은 경우 그 값은 근사적으로 다음과 같이 주어진다.

$$\xi \approx -(\beta^i \sin \theta_i + \beta^r \sin \theta_r) \theta_i \tag{7}$$

도파로를 통해 입사된 빛은 격자영역을 지나면서 수없이 많은 산란을 하게 되는데 이들 사이에는 기본적으로 위상정합이 이루어져 있으므로 산란파가 누적되어 큰 반사파가 형성된다.

따라서, 미시적으로 본 산란파의 양은 적지만 거시적으로 본 산란파의 양은 매우 큰 값이 되므로 $|E_1| \sim |E_0|$ 가 되어 정규 섭동방법(regular perturbation method)은 적용될 수 없다.

이러한 난점을 해결하기 위해서는 $|E_0|$ 의 크기를 고정된 것으로 보지 말고 도파방향으로 서서히 변화할 수 있는 양(slowly varying quantity)으로 보아야 하는데 이 변화를 관찰하기 위해서 $E_0(x, y, z)$ 의 도파방향변수인 y 를 y_0 와 y_1 으로 분리하여 섭동을 받기 전의 E_0 의 고유한 변화는 변수 x, y_0 및 z 를 사용하여 관찰하고 섭동에 의해 E_0 가 도파방향으로 서서히 변화하는 모양은 변수 y_1 을 통해 관찰하기로 한다.

따라서, 격자벡터방향으로의 미분연산자도 다음과 같이 분리해야 한다.

$$\partial/\partial y = \partial/\partial y_0 + \delta \partial/\partial y_1 \tag{8}$$

$\partial/\partial y_1$ 앞에 δ 를 붙인 이유는 E_0 가 y_1 에 대해 서서히 변화하기 때문이다.

식(2), (3) 및 (8)을 Maxwell방정식에 대입한 다음 δ 에 관해 같은 차수의 항끼리 한데 모으면 E_0 및 H_0 그리고 E_1 과 H_1 에 관한 방정식을 얻게 된다.

$$(\nabla_0^2 + \omega_0^2 \mu \epsilon) E_0 = 0 \tag{9}$$

$$\underline{H}_0 = \frac{-1}{j\omega_0\mu} \nabla_0 \times \underline{E}_0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\nabla_0^2 + \omega_0^2 \mu \epsilon) \underline{E}_1 = & \frac{-\partial^2}{\partial y_0 \partial y_1} \underline{E}_0 - 2\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon \underline{E}_0 \\ & - \hat{y} \times \left(\nabla_0 \times \frac{\partial \underline{E}_0}{\partial y_1} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\underline{H}_1 = \frac{-1}{j\omega_0\mu} \left(\nabla_0 \times \underline{E}_1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} \nabla_0 \times \underline{E}_0 + \hat{y} \times \frac{\partial \underline{E}_0}{\partial y_1} \right) \quad (12)$$

여기서, $\nabla_0 = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y_0} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$ 이며

유전율 ϵ 은 각각의 영역에서 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_0 : z \geq f(y) \\ \epsilon_f : -d \leq z \leq f(y) \\ \epsilon_s : z \leq -d \end{cases} \quad (13)$$

한편, 박막층의 경계면에서 전계 및 자계의 접선성분은 연속이므로 섭동된 표면에서의 경계조건은 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$\hat{n} \times \begin{pmatrix} \underline{E}' \\ \underline{H}' \end{pmatrix}_{z=f(y)} = \hat{n} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^c \\ \underline{H}^c \end{pmatrix}_{z=f(y)} \quad (14)$$

여기서, 첨자 f와 c는 각각 박막층과 덮개층 (cover layer)을 나타내며 \hat{n} 은 섭동된 면에 대한 단위법선벡터로서 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{n} = \left[1 + \left(\frac{df}{dy} \right)^2 \right]^{-1/2} \left(-\hat{y} \frac{df}{dy} + \hat{z} \right) \quad (15)$$

식(14)의 경계치들을 $z=0$ 인 면에 대한 Taylor급수로 전개하여 δ 에 관한 0차 및 1차항의 계수들을 각각 같게 놓으면 다음과 같이 $z=0$ 인 면에서의 경계조건을 얻게 된다.

$$\hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}'_0 \\ \underline{H}'_0 \end{pmatrix}_{z=0} = \hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^s_0 \\ \underline{H}^s_0 \end{pmatrix}_{z=0} \quad (16)$$

$$\frac{df}{dy} \hat{y} \times \begin{pmatrix} \underline{E}'_0 \\ \underline{H}'_0 \end{pmatrix}_{z=0} - \hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}'_1 \\ \underline{H}'_1 \end{pmatrix}_{z=0} - \hat{z} \hat{x} \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \underline{E}'_0 \\ \underline{H}'_0 \end{pmatrix}_{z=0} =$$

$$\frac{df}{dy} \hat{y} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^s_0 \\ \underline{H}^s_0 \end{pmatrix}_{z=0} - \hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^s_1 \\ \underline{H}^s_1 \end{pmatrix}_{z=0} - \hat{z} \hat{x} \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} \underline{E}^s_0 \\ \underline{H}^s_0 \end{pmatrix}_{z=0} \quad (17)$$

박막과 기판(substrate)의 접합면에 대한 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}'_0 \\ \underline{H}'_0 \end{pmatrix}_{z=-d} = \hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^s_0 \\ \underline{H}^s_0 \end{pmatrix}_{z=-d} \quad (18)$$

$$\hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}'_1 \\ \underline{H}'_1 \end{pmatrix}_{z=-d} = \hat{z} \times \begin{pmatrix} \underline{E}^s_1 \\ \underline{H}^s_1 \end{pmatrix}_{z=-d} \quad (19)$$

이제, 방정식(9)와 (11)의 해를 구하기로 하자. 먼저 방정식(9)의 해 \underline{E}_0 는 $(\hat{x} \sin \theta_i + \hat{y} \cos \theta_i)$ 방향으로 진행하는 입사파와 $(\hat{x} \sin \theta_r - \hat{y} \cos \theta_r)$ 방향으로 진행하는 반사파의 합으로 표시될 수 있다. 입사파가 TE모드인 경우 반사파는 TE모드 또는 TM모드가 되며 마찬가지로 TM모드 입사파에 대해 반사파로는 TE모드 또는

TM모드사가 나올 수 있다. 따라서 TE-TE, TM-TM 및 TM-TM의 3가지 모드결합이 가능한데 본 논문에서는 대칭적인 TE-TE모드결합의 경우, 즉 TE모드 입사파와 TE모드 반사파의 전파정수가 동일한 경우에 대해서 해석하겠다.

방정식(9)와 경계조건(16) 및 (18)을 만족하는 해 \underline{E}_0 를 구하면 다음과 같다.

$$\underline{E}_0 = \begin{cases} (-\hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta) \frac{-k_z}{\gamma_c} C_0^c \exp(-\gamma_c z) \cdot \\ \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) + (-\hat{x} \cos \theta - \hat{y} \sin \theta) \cdot \\ \frac{-k_z}{\gamma_c} C_0^c \exp(-\gamma_c z) \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) : \text{덮개층} \\ (-\hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta) C_0^c \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z z + \sin k_z z \right) \cdot \\ \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) + (-\hat{x} \cos \theta - \hat{y} \sin \theta) C_0^c \cdot \\ \frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z z + \sin k_z z \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) : \text{박막층} \\ (-\hat{x} \cos \theta + \hat{y} \sin \theta) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z d - \sin k_z d \right) \\ C_0^s \exp[\gamma_s(z+d)] \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) + (-\hat{x} \cos \theta \\ - \hat{y} \sin \theta) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z d - \sin k_z d \right) C_0^s \exp[\gamma_s(z \\ +d)] \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) : \text{기판층} \end{cases} \quad (20)$$

여기서,

$$\begin{aligned} k_z &= \sqrt{\omega_0^2 \mu \epsilon_f - (\beta^i)^2}^{1/2} = \sqrt{\omega_0^2 \mu \epsilon_f - (\beta^r)^2}^{1/2}, \\ \gamma_c &= \sqrt{(\beta^i)^2 - \omega_0^2 \mu \epsilon_c}^{1/2} = \sqrt{(\beta^r)^2 - \omega_0^2 \mu \epsilon_c}^{1/2}, \\ \gamma_s &= \sqrt{(\beta^i)^2 - \omega_0^2 \mu \epsilon_s}^{1/2} = \sqrt{(\beta^r)^2 - \omega_0^2 \mu \epsilon_s}^{1/2}, \\ \theta &= \theta_i = \theta_r \end{aligned} \quad (21)$$

$\underline{r} = \hat{x}x + \hat{y}y_0 + \hat{z}z$ 이다.

C_0^c 및 C_0^s 는 y_1 의 함수로서 \underline{E}_0 가 도파방향으로 서서히 변화하는 모습을 기술하는 인자의 역할을 하고 있다.

식(20)을 방정식(11)의 우변에 대입하여 정리하면 \underline{E}_1 은 다음과 같은 형태의 해를 갖는 것으로 가정할 수 있다.

$$\underline{E}_1 = \underline{g}'(y_1, z) \exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r}) + \underline{g}^r(y_1, z) \exp(-j \underline{\beta}^r \cdot \underline{r}) \quad (22)$$

식(22)를 방정식(11)의 좌변에 대입한 다음 Floquet 모드인 $\exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r})$ 와 $\exp(-j \underline{\beta}^r \cdot \underline{r})$ 의 직교성을 이용하여 정리하면 $\underline{g}'(y_1, z)$ 및 $\underline{g}^r(y_1, z)$ 에 관한 방정식을 얻게 된다.

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + \omega_0^2 \mu \epsilon - \beta^2 \right) \begin{pmatrix} \underline{g}' \\ \underline{g}^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{M}' \\ \underline{M}^r \end{pmatrix} \quad (23)$$

여기서, β 는 입사파와 반사파의 동일한 전파정수를 나타내며 \underline{M}' 와 \underline{M}^r 은 (11)식의 우변에서 $\exp(-j \underline{\beta}' \cdot \underline{r})$ 항과 $\exp(-j \underline{\beta}^r \cdot \underline{r})$ 항의 계수를 각각 나타낸다. 유전율 ϵ 은 3개의 층에서 서로 다른 값을 가지며 벡터

\underline{M}^i 및 \underline{M}^r 도 x, y, z 성분을 다 갖는 것을 고려하면 위의 벡터방정식은 18개의 스칼라 미분방정식으로 분해되는 것을 알 수 있다. 그 해들은 매우 복잡한 형태로 표시되므로 여기서는 박막층에서 $\underline{g}^i, \underline{g}^r$ 의 y 성분만 기술하고 나머지 성분들은 부록 1에 기록하기로 한다.

$$\underline{g}_y^i = \left(\frac{-j \sin \theta \cos \theta}{2k_z} \beta \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_r}{k_z} \sin \theta C_0^i \right) \left(\cos k_z z + \frac{k_z}{\gamma_s} \sin k_z z \right) z + B_{1y}^i \sin k_z z + C_{1y}^i \cos k_z z \quad (24)$$

$$\underline{g}_y^r = \left(\frac{j \sin \theta \cos \theta}{2k_z} \beta \frac{\partial C_0^r}{\partial y_1} + \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_r}{k_z} \sin \theta C_0^r \right) \left(\cos k_z z + \frac{k_z}{\gamma_s} \sin k_z z \right) z + B_{1y}^r \sin k_z z + C_{1y}^r \cos k_z z \quad (25)$$

자계 \underline{H}_1 을 구하기 위해서는 앞에서 유도한 식(2)에 \underline{E}_0 및 \underline{E}_1 을 대입하면 된다. 이와같이 하여 구해진 $\underline{E}_0, \underline{H}_0, \underline{E}_1$, 및 \underline{H}_1 을 경계조건 (17) 및 (19)에 대입한 다음 Floquet 모드의 직교성을 이용하여 정리하면 16개의 스칼라식을 얻게 된다. 식(24)와 (25) 그리고 부록 1에서 보듯이 \underline{E}_1 의 일반해를 표시하기 위해서 24개의 임의의 상수 (A_1^i, B_1^i, C_1^i , 및 D_1^i)를 도입했는데, 경계조건에서 얻어진 16개의 식으로부터 이들 임의의 상수를 소거하면, 입사파와 반사파의 전계의 크기인 C_0^i 와 C_0^r 의 상호작용을 기술하는 결합방정식을 얻게 된다. (경계조건으로부터 결합방정식을 유도하는 과정을 부록 2에 기록하였다).

$$\begin{cases} \cos \theta \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + j \frac{\omega_1}{v_g} C_0^i = -j K \exp(j \xi y_1) C_0^r \\ -\cos \theta \frac{\partial C_0^r}{\partial y_1} + j \frac{\omega_1}{v_g} C_0^r = -j K \exp(-j \xi y_1) C_0^i \end{cases} \quad (26)$$

여기서, 군속도 (group velocity) v_g 와 결합계수 (coupling coefficient) K 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$v_g = \frac{\beta d_{eff}}{\omega_0 \mu \epsilon_r} \left[d + \frac{\gamma_c^2 + (\epsilon_c / \epsilon_r) k_z^2}{\gamma_c (\gamma_c^2 + k_z^2)} + \frac{\gamma_s^2 + (\epsilon_s / \epsilon_r) k_z^2}{\gamma_s (\gamma_s^2 + k_z^2)} \right] \quad (27)$$

$$K = \frac{k_z^2 \eta d}{2 \beta d_{eff}} \cos 2 \theta \quad (28)$$

d_{eff} 는 유효도파두께 (effective guide width)이며 다음과 같다.

$$d_{eff} = d + 1/\gamma_c + 1/\gamma_s \quad (29)$$

결합계수는 입사파와 반사파사이의 에너지교환의 정도를 나타내는 척도로서, 회절효율을 결정해 주는 중요한 인자가 되는데 입사각과 결합계수와의 관계를 살펴보면 $\theta = 45^\circ$ 일때 $K = 0$ 이 되므로 TE모드 반사파는 생기지 않는다. 그런데, 이때 TE-TM 모드결합의 결합

계수는 0이 아니므로^{14,7)} 45° 부근으로 TE모드를 입사시키면 반사파는 TM모드를 변환되어 나오게 된다. 이는 격자도파로가 모드변환기로 사용될 수 있음을 보여 주고 있다.

한편, Wagatsuma 등¹⁴⁾은 Marcuse의 결합모드이론 (coupled mode theory)을 적용하여 결합계수를 구했는데 그 결과가 매우 복잡한 적분식으로 표시되어 있기 때문에 본 논문에서의 결과와 직접적인 비교는 불가능하지만 입사각에 관계하는 인자는 완전히 일치하고 있다. 그러나 Stegeman 등¹⁵⁾의 total field analysis의 결과와 비교해 보면, 결합계수는 두 결과가 일치하지만 Stegeman의 경우에는 결합방정식의 미분연산자 앞에 경사인자 (obliquity factor)인 $\cos \theta$ 와 $-\cos \theta$ 가 없으므로 수직으로 입사하는 경우와 45° 로 입사하는 경우에는 두 해석결과가 동일하나 입사각이 커질수록 두 결과의 차이는 점점 더 커지게 된다.

한편, Seshadri¹⁶⁾는 $\epsilon_c = \epsilon_s$ 인 대칭형 박막도파로의 박막층이 정현함수적으로 섭동된 굴절률분포를 갖는 격자도파로에 대해 특이섭동법을 적용하여 해석하였는데 본 논문에서의 결과와 비교해 볼 때, 두 변조지표 사이에 다음 관계가 만족이 되면 두 해석결과는 서로 일치하게 된다.

$$\eta = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{k_z} \right)^2 \left[1 + \frac{\gamma}{d(k_z^2 + \gamma^2)} \right] \eta_c \quad (30)$$

여기서, γ 는 덮개층 및 기관층에서의 z 방향 감쇠정수를 나타내며 η_c 은 박막층의 유전율에 대한 변조지표로서 다음과 같이 정의된다.

$$\epsilon_r(y) = \epsilon_r (1 + \delta \eta_c \cos ky) \quad (31)$$

기본모드로 도파하는 경우 일반적으로 $\beta \gg k_z$ 인 것을 고려하면, 동일한 크기의 변조지표로 섭동되었다고 가정할 때 유전율에 섭동을 주는 것이 경계면에 섭동을 주는 것보다 더 큰 결합계수를 얻게 됨을 알 수 있다.

2. 회절효율의 계산

앞에서 유도한 결합방정식은 격자구조 내에서만 성립하는 식인데 격자의 크기는 제한되어 있으므로 입사파의 크기가 주어졌을 때 반사파의 크기를 구하기 위해서는 격자영역의 경계면에 경계조건을 적용하여 결합방정식을 풀어야 한다.

먼저, 결합방정식을 풀기 쉽게 만들기 위해 C_0^i 및 C_0^r 에 다음과 같은 변환을 가하기로 하지.

$$\begin{cases} C_0^i = C_0^i \exp(-j \xi y_1 / 2) \\ C_0^r = C_0^r \exp(j \xi y_1 / 2) \end{cases} \quad (32)$$

식(32)를 식(26)에 대입하면 다음과 같은 결합방정식을 얻게 된다.

$$\begin{cases} \cos\theta \frac{\partial G_0^+}{\partial y_1} + j\zeta G_0^+ = -jKG_0^+ \\ -\cos\theta \frac{\partial G_0^-}{\partial y_1} + j\zeta G_0^- = -jKG_0^- \end{cases} \quad (33)$$

여기서,

$$\zeta = \omega_1/v_g + (\cos\theta)\xi/2 \quad (34)$$

이다.

결합방정식 (33)의 해를 다음과 같이 가정하자.

$$\begin{pmatrix} G_0^+(y_1) \\ G_0^-(y_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_0^+ \\ G_0^- \end{pmatrix} \exp(-jy_1\Delta\beta) \quad (35)$$

이를 식(33)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} \cos\theta \Delta\beta - \zeta & -K \\ -K & -\cos\theta \Delta\beta - \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_0^+ \\ G_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

식(36)이 의미있는 해 (non-trivial solution)를 갖기 위해서는 $\Delta\beta$ 는 다음 식을 만족해야 한다.

$$(\cos\theta \Delta\beta - \zeta)(\cos\theta \Delta\beta + \zeta) + K^2 = 0 \quad (37)$$

즉,

$$\Delta\beta = \pm (\zeta^2 - K^2)^{1/2} / \cos\theta. \quad (38)$$

따라서, 방정식(33)의 해는 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} G_0^+(y_1) \\ G_0^-(y_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{01}^+ \\ G_{01}^- \end{pmatrix} \exp(j\beta_1 y_1) + \begin{pmatrix} G_{02}^+ \\ G_{02}^- \end{pmatrix} \exp(-j\beta_1 y_1) \quad (39)$$

여기서,

$$\beta_1 = (\zeta^2 - K^2)^{1/2} / \cos\theta \quad (40)$$

그런데, $y_1=L$ 인 위치에서는 산란파의 누적이 없으므로 $G_0^-(y_1=L)=0$ 인 경계조건을 적용하면 식(39)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{cases} G_0^+(y_1) = G_{01}^+ (e^{j\beta_1 y_1} + \frac{\beta_1 + \alpha}{\beta_1 - \alpha} e^{j2\beta_1 L} e^{-j\beta_1 y_1}) \\ G_0^-(y_1) = G_{01}^- \frac{\beta_1 + \alpha}{-K} \cos\theta (e^{j\beta_1 y_1} - e^{j2\beta_1 L} e^{-j\beta_1 y_1}) \end{cases} \quad (41)$$

여기서, $\alpha = \zeta / \cos\theta$ 이다.

따라서, 회절효율은 다음과 같다.

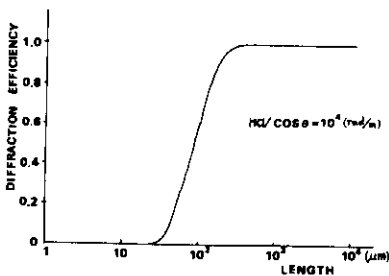


그림 3. 격자도파로의 길이와 회절효율의 관계 ($|K|/\cos\theta = 10^4$ (rad/m)인 경우)

Fig. 3. Diffraction efficiency versus the length of the corrugated region. $|K|/\cos\theta = 10^4$ (rad/m)

$$R = \left| \frac{G_0^-(0)}{G_0^+(0)} \right|^2 = \left| \frac{-K \tan\beta_1 L}{\zeta \tan\beta_1 L - j\beta_1 \cos\theta} \right|^2 \quad (42)$$

완전한 위상정합이 이루어졌을 때는 $\beta_1 = \pm jK/\cos\theta$ 이므로 회절효율은 다음과 같다.

$$R = \tanh^2 (|K|L/\cos\theta) \quad (43)$$

격자도파로의 길이와 회절효율의 관계를 그림 3에 나타내었다.

Stegeman의 결과에는 미분연산자 앞에 경사인자가 없으므로 회절효율은 다음과 같다.

$$R = \tanh^2 (|K|L) \quad (44)$$

결합계수 K 는 식(28)에서와 같이 입사각에 따라 변화하는데 이를 고려하여 두 결과에 있어서 입사각과 회절효율의 관계를 도시하면 그림 4와 같다.

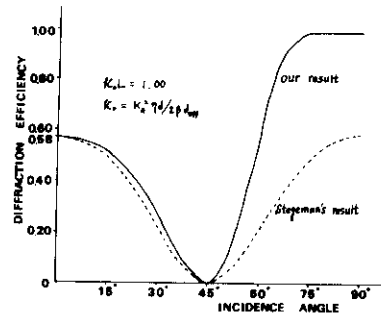


그림 4. 입사각과 회절효율의 관계

($k_1^2 \eta d L / 2 \beta d_{eff} = 1.00$ 인 경우)

Fig. 4. Diffraction efficiency versus incidence angle. $k_1^2 \eta d L / 2 \beta d_{eff} = 1.00$

입사각이 작은 경우에는 두 결과가 거의 일치하지만 입사각이 커질 수록 그 차이가 커짐을 알 수 있다. 주파수 및 입사각의 부정합이 회절효율에 미치는 영향은 근본적으로 동일한데 이들 사이의 관계는 식(7)과 (34)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\omega_1 = - (v_g \beta \sin 2\theta / 2) \theta_1 \quad (45)$$

즉, 입사각을 θ_1 만큼 증가시키면 이는 주파수를 $(v_g \beta \sin 2\theta / 2) \theta_1$ 만큼 감소시킨 것과 동일하다. 따라서, 여기서는 입사각이 Bragg각으로 고정된 경우에 대한 회절효율의 주파수특성만을 살펴보기로 하자.

ω_1 과 R 의 관계는 식(34), (40) 및 (42)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$R = \frac{K^2 \tanh^2 \{ [K^2 - (\omega_1/v_g)^2]^{1/2} L / \cos\theta \}}{[K^2 - (\omega_1/v_g)^2] + (\omega_1/v_g)^2 \tanh^2 \{ [K^2 - (\omega_1/v_g)^2]^{1/2} L / \cos\theta \}} \quad (46)$$

이를 그래프로 그리면 그림 5와 같다.

$\{(\omega_1/v_g)^2 - K^2\}^{1/2} L / \cos\theta = n\pi$. ($n=1, 2, 3, \dots$) 일때

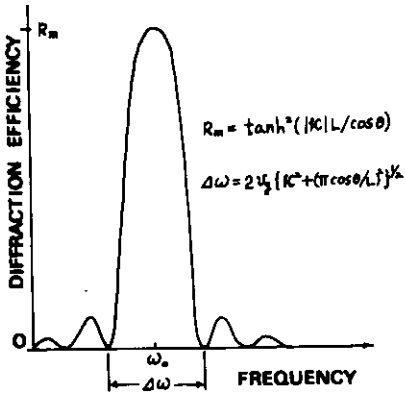


그림 5. 주파수와 회절효율의 관계
Fig. 5. Diffraction efficiency versus frequency deviation.

$R=0$ 이 되는데 회절효율이 처음으로 0 이 되는 것을 기준으로 하여 대역폭을 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta\omega = 2\sqrt{K^2 + (\pi\cos\theta/L)^2} \quad (47)$$

경사지게 입사할 수록 대역폭은 감소하면 회절효율의 최대치는 증가함을 알 수 있다.

한편, 두꺼운 홀로그램격자(thick hologram grating)에 대한 Kogelnik의 해석결과¹¹⁾에 의하면, 홀로그램내에서의 입사파와 반사파(Kogelnik의 기호로는 각각 R과 S)의 상호 작용은 손실이 없는 경우 다음과 같은 결합방정식에 의해 기술된다.

$$\begin{cases} \cos\theta \frac{\partial R}{\partial y} = -jK_z(\underline{a}_i \cdot \underline{a}_r)S \\ -\cos\theta \frac{\partial S}{\partial y} + j2\zeta S = -jK_z(\underline{a}_i \cdot \underline{a}_r)R \end{cases} \quad (48)$$

$(\underline{a}_i \cdot \underline{a}_r)$ 은 입사파 및 반사파의 분극벡터(polarization vector)들 사이의 내적을 나타내는데 평행분극(parallel polarization)의 경우 그 값은 $\cos 2\theta$ 가 된다. 본 논문에서 TE-TE 모드결합시 결합계수의 입사각에 따른 변화가 $\cos 2\theta$ 의 형태로 기술되고 있는 것을 고려하면 두 결과는 본질적으로 동일함을 알 수 있다. Kogelnik의 경우 입사파와 반사파에 대한 방정식의 형태가 다

른 것은 두 파동벡터를 비대칭적으로 가정했기 때문이며 다음과 같은 변환을 가하면 본 논문에서의 결과와 완전히 동일한 형태가 된다.

$$\begin{cases} R = G_i \exp(j\zeta y / \cos\theta) \\ S = G_r \exp(j\zeta y / \cos\theta) \end{cases} \quad (49)$$

다시 말하면 동일한 형태의 방정식에 동일한 형태의 경계조건(즉, 우리의 $G_i(y_1=L)=0$ 와 Kogelnik의 $S(d)=0$)을 사용하게 되어, 입사각과 회절효율과의 함수 관계는 같게 된다.

III. 結 論

격자도파로에 파동이 경사지게 입사하는 경우의 모드결합현상을 특이섭동방법을 이용하여 해석하였다.

Stegeman등의 결과와 비교할 때 입사각이 작은 경우는 잘 일치하지만 입사각이 클 수록 그 차이가 커지는 점이 주목된다. 한편 Wagatsuma등의 결과와는 직접 비교할 수는 없지만 입사각에 관계하는 인자는 두 결과가 일치하고 있다.

그리고, 동일한 구조는 아니지만, 정현함수적으로 섭동된 유전율분포를 갖는 격자도파로에 대한 Seshadri의 결과 및 두꺼운 홀로그램격자구조에 대한 Kogelnik의 결과를, 입사각과 회절효율의 관계라는 관점에서 비교해 볼 때, 본 논문의 결과와 잘 일치함이 확인되었다.

입사각 또는 주파수의 부정합이 회절효율에 미치는 영향을 고찰해 볼 때, 경사지게 입사할 수록 대역폭은 감소하며 회절효율의 최대치는 증가함을 알 수 있었다.

결론적으로 굴곡형 격자 도파도에 파동이 비스듬히 입사하는 경우, 회절효율의 입사각에 대한 함수 관계는 그동안 Stegeman등과 Wagatsuma등의 결과가 서로 상이하여 논란이 되어서, 본 논문에서 특이 섭동방법으로 해석하여 본 결과 Wagatsuma등의 결과와 일치함을 확인하고 한 걸음 더 나아가 Wagatsuma등이 구하지 못한 정확한 수리적인 해를 구하였다. 해석방법에 따른 이론적 결과의 차이를 실험을 통하여 규명하여 보는 것도 흥미있는 일이 될 것이다.

附 錄

1. 방정식 (11)의 해

$$\underline{E}_1 = \begin{pmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ E_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_x^i \\ g_y^i \\ g_z^i \end{pmatrix} \exp(-j\underline{\beta}^i \cdot \underline{r}) + \begin{pmatrix} g_x^r \\ g_y^r \\ g_z^r \end{pmatrix} \exp(-j\underline{\beta}^r \cdot \underline{r})$$

$$\begin{aligned}
 g_{1z}^+ &= \begin{cases} \left[(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2\gamma_c} \frac{\partial C_1^+}{\partial y_1} - \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_c}{\gamma_c} C_1^+ \right] \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(-\gamma_c z) + A_{1z}^+ \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \left[(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2k_z} \frac{\partial C_1^+}{\partial y_1} - \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_z} C_1^+ \right] (\cos k_z z + \frac{k_z}{\gamma_c} \sin k_z z) z + B_{1z}^+ \sin k_z z + C_{1z}^+ \cos k_z z & \text{: 박막층} \\ \left[-(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2\gamma_s} \frac{\partial C_1^+}{\partial y_1} + \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_s}{\gamma_s} C_1^+ \right] \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z d - \sin k_z d \right) (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{1z}^+ \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases} \\
 g_{1z}^- &= \begin{cases} \left[-(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2\gamma_c} \frac{\partial C_1^-}{\partial y_1} - \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_c}{\gamma_c} C_1^- \right] \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(-\gamma_c z) + A_{1z}^- \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \left[-(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2k_z} \frac{\partial C_1^-}{\partial y_1} - \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_z} C_1^- \right] (\cos k_z z + \frac{k_z}{\gamma_c} \sin k_z z) z + B_{1z}^- \sin k_z z + C_{1z}^- \cos k_z z & \text{: 박막층} \\ \left[(1+\cos^2\theta) \frac{j\beta}{2\gamma_s} \frac{\partial C_1^-}{\partial y_1} + \cos\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_s}{\gamma_s} C_1^- \right] \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z d - \sin k_z d \right) (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{1z}^- \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases} \\
 g_{1y}^+ &= \begin{cases} \left(-\cos\theta \sin\theta \frac{j\beta}{2\gamma_c} \frac{\partial C_1^+}{\partial y_1} + \sin\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_c}{\gamma_c} C_1^+ \right) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(-\gamma_c z) + A_{1y}^+ \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \left(\cos\theta \sin\theta \frac{j\beta}{2\gamma_s} \frac{\partial C_1^+}{\partial y_1} - \sin\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_s}{\gamma_s} C_1^+ \right) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \cos k_z d - \sin k_z d \right) (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{1y}^+ \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases} \\
 g_{1y}^- &= \begin{cases} \left(\cos\theta \sin\theta \frac{j\beta}{2\gamma_s} \frac{\partial C_1^-}{\partial y_1} + \sin\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_c}{\gamma_c} C_1^- \right) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(-\gamma_c z) + A_{1y}^- \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \left(-\cos\theta \sin\theta \frac{j\beta}{2\gamma_s} \frac{\partial C_1^-}{\partial y_1} - \sin\theta \frac{\omega_s \omega_1 \mu \epsilon_s}{\gamma_s} C_1^- \right) \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) \cos k_z d - \sin k_z d (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{1y}^- \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases} \\
 g_{2z}^+ &= \begin{cases} \frac{1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^+}{\partial y_1} \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(\gamma_c - z) + A_{2z}^+ \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \frac{1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^+}{\partial y_1} (\sin k_z z - \frac{k_z}{\gamma_c} \cos k_z z) z + B_{2z}^+ \sin k_z z + C_{2z}^+ \cos k_z z & \text{: 박막층} \\ \frac{1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^+}{\partial y_1} (-\sin k_z d - \frac{k_z}{\gamma_c} \cos k_z d) (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{2z}^+ \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases} \\
 g_{2z}^- &= \begin{cases} \frac{-1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^-}{\partial y_1} \left(\frac{-k_z}{\gamma_c} \right) z \exp(-\gamma_c z) + A_{2z}^- \exp(-\gamma_c z) & \text{: 뒷개층} \\ \frac{-1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^-}{\partial y_1} (\sin k_z z - \frac{k_z}{\gamma_c} \cos k_z z) z + B_{2z}^- \sin k_z z + C_{2z}^- \cos k_z z & \text{: 박막층} \\ \frac{-1}{2} \sin\theta \frac{\partial C_2^-}{\partial y_1} (-\sin k_z d - \frac{k_z}{\gamma_c} \cos k_z d) (z+d) \exp\{\gamma_s(z+d)\} + D_{2z}^- \exp\{\gamma_s(z+d)\} & \text{: 기판층} \end{cases}
 \end{aligned}$$

2. 경계조건으로부터 결합방정식의 유도

(\underline{E}_0 , \underline{H}_0) 및 (\underline{E}_1 , \underline{H}_1)의 해를 식(17), (19)의 경계조건에 대입한 다음, 식(4)-(6)에 기술된 파동벡터들과 격자벡터 사이의 관계를 고려하여 정리하면 입사파항 $\exp(-j\beta' \cdot \underline{r})$ 에 대한 8개의 식을 얻게 된다.

이를 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$[M][F'] = [P'] \tag{A1}$$

여기서 [M]은 8×12 형 행렬로서 그 성분은 다음과 같다.

$$M_{1,1} = M_{2,2} = M_{7,10} = M_{8,11} = -M_{1,7} = -M_{2,8} = 1, \quad M_{3,1} = -M_{8,2} = \gamma_c, \quad M_{4,11} = -M_{3,10} = \gamma_s, \quad M_{4,4} = -M_{8,3} = k_z$$

$$M_{7,4} = M_{8,1} = \sin k_z d, \quad M_{1,7} = M_{8,8} = -\cos k_z d, \quad M_{2,4} = -M_{4,5} = k_z \cos k_z d, \quad M_{2,7} = -M_{4,6} = k_z \sin k_z d, \quad M_{4,11} = M_{8,3} = -M_{4,9} = j\beta \cos \theta,$$

$$M_{8,11} = M_{8,3} = -M_{8,9} = -j\beta \sin \theta, \quad M_{1,4} = -j\beta \sin \theta \sin k_z d, \quad M_{2,5} = j\beta \sin \theta \cos k_z d, \quad M_{4,4} = j\beta \cos \theta \sin k_z d, \quad M_{4,9} = -j\beta \cos \theta \cos k_z d.$$

나머지 성분은 0 임.

[F']는 12×1 형 행렬로서 그 성분은 A_{1z}^+ , A_{1y}^+ , A_{1z}^- , B_{1z}^+ , B_{1y}^+ , B_{1z}^- , C_{1z}^+ , C_{1y}^+ , C_{1z}^- , D_{1z}^+ , D_{1y}^+ 및 D_{1z}^- 이다.

[P']은 8×1 형 행렬로서 다음과 같이 주어진다.

$$P_1 = P_2 = 0$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= \left[(1 + \cos^2 \theta) \frac{j\beta}{2k_x} \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \cos \theta \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_x} C_0^i \right] \left[\left(\frac{k_x}{\gamma_c} - 1 \right) \cos k_x d + \left(\frac{k_x}{\gamma_c} + 1 \right) \sin k_x d \right] + \\
&\quad + \left(\cos^2 \theta j\beta \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \cos \theta \omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f C_0^i \right) \left(\sin k_x d + \frac{k_x}{\gamma_c} \cos k_x d \right) d \\
P_4 &= \left(\cos \theta \sin \theta \frac{j\beta}{2k_x} \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \sin \theta \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_x} C_0^i \right) \left[\left(\frac{k_x}{\gamma_c} - 1 \right) \cos k_x d + \left(\frac{k_x}{\gamma_c} + 1 \right) \sin k_x d \right] \\
&\quad + \left(\cos \theta \sin \theta j\beta \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \sin \theta \omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f C_0^i \right) \left(\sin k_x d + \frac{k_x}{\gamma_c} \cos k_x d \right) d \\
P_5 &= - (1 + \cos^2 \theta) j\beta \left(\frac{1}{k_x} + \frac{k_x}{\gamma_c^2} \right) \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + \cos \theta \omega_0 \omega_1 \mu \left(\frac{\epsilon_f}{k_x} + \frac{\epsilon_c k_x}{\gamma_c^2} \right) C_0^i - \cos \theta \frac{\eta d}{2} (\gamma_c^2 + k_x^2) \exp(j\xi y_1) C_0^i \\
P_6 &= - \cos \theta \sin \theta \frac{j\beta}{2} \left(\frac{1}{k_x} + \frac{k_x}{\gamma_c^2} \right) \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + \sin \theta \omega_0 \omega_1 \mu \left(\frac{\epsilon_f}{k_x} + \frac{\epsilon_c k_x}{\gamma_c^2} \right) C_0^i + \sin \theta \frac{\eta d}{2} (\gamma_c^2 + k_x^2) \exp(j\xi y_1) C_0^i \\
P_7 &= \left[- (1 + \cos^2 \theta) \frac{j\beta}{2k_x} \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + \cos \theta \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_x} C_0^i \right] \left(\frac{-k_x}{\gamma_c} \sin k_x d + \cos k_x d \right) d \\
P_8 &= \left(\cos \theta \sin \theta \frac{j\beta}{2k_x} \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \sin \theta \frac{\omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f}{k_x} C_0^i \right) \left(\frac{-k_x}{\gamma_c} \sin k_x d + \cos k_x d \right) d
\end{aligned}$$

한편, 경계조건 (16) 및 (18)로부터 다음과 같은 분산관계 (dispersion relation)를 얻을 수 있는데 $\tan k_x d = k_x (\gamma_c + \gamma_s) / (k_x^2 - \gamma_c \gamma_s)$

이를 이용하여 식 (A1)을 축소시키면 다음과 같은 형태가 된다.

$$\cos \theta (\gamma_c A_{1x}^i + k_x B_{1x}^i) - \sin \theta (\gamma_c A_{1y}^i + k_x B_{1y}^i) = P_a \quad (A2)$$

$$- \cos \theta (\gamma_c A_{1x}^i + k_x B_{1x}^i) + \sin \theta (\gamma_c A_{1y}^i + k_x B_{1y}^i) = P_b \quad (A3)$$

여기서,

$$P_a = \cos \theta j\beta \frac{\gamma_c^2 + k_x^2}{\gamma_c k_x} \left(d + \frac{1}{\gamma_s} \right) \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \frac{\gamma_c^2 + k_x^2}{\gamma_c k_x} \omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f \left[d + \frac{\gamma_s^2 + (\epsilon_s / \epsilon_f) k_x^2}{\gamma_s (\gamma_s^2 + k_x^2)} \right] C_0^i$$

$$P_b = \cos \theta j\beta \frac{\gamma_c^2 + k_x^2}{\gamma_c^2 k_x} \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} - \frac{\gamma_c^2 + (\epsilon_c / \epsilon_f) k_x^2}{\gamma_c^2 k_x^2} \omega_0 \omega_1 \mu \epsilon_f C_0^i - \cos 2\theta \frac{\eta d}{2} (\gamma_c^2 + k_x^2) \frac{k_x}{\gamma_c} \exp(j\xi y_1) C_0^i$$

식 (A2) 및 (A3)는 다음 식으로 압축될 수 있는데

$$P_a + P_b = 0$$

이를 정리하면 다음과 같다.

$$\cos \theta \frac{\partial C_0^i}{\partial y_1} + j \frac{\omega_1}{v_g} C_0^i = -j K \exp(j\xi y_1) C_0^i$$

군속도 v_g 및 결합계수 K 는 각각 식 (27) (28)에 주어져 있다. 마찬가지로 방법으로 반사파항 $\exp(-j\xi^r \cdot \underline{r})$ 에 대한 경계조건을 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$- \cos \theta \frac{\partial C_0^r}{\partial y_1} + j \frac{\omega_1}{v_g} C_0^r = -j K \exp(-j\xi y_1) C_0^r$$

参 考 文 献

- [1] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, New York: Academic Press, 1974.
- [2] H. Kogelnik, *Theory of Dielectric Waveguides*. in *Integrated Optics*, T. Tamir, Ed. New York: Springer-Verlag 1975.
- [3] M. Tsutsumi, T. Ohira, T. Yamaguchi, and N. Kumagai, "Reflection of millimeter waves by a corrugated dielectric slab waveguide," *Proc. IEEE*, vol. 68, pp. 733-734, 1980.
- [4] K. Wagatsuma, H. Sakaki, and S. Saito, "Mode conversion and optical filtering of obliquely incident waves in corrugated waveguide filters," *IEEE J. Quantum Electron*, vol. 15, pp. 632-637, 1979.
- [5] D.G. Hall, "Diffraction efficiency of waveguide gratings: Brewster's law," *Opt. Lett.* vol. 5, pp. 315-317, 1980.
- [6] G.I. Stegeman, D. Sarid, J.J. Burke, and D. G. Hall, "Scattering of guided waves by surface periodic gratings for arbitrary angles of incidence: Perturbation field theory and implication to normal mode analysis," *J. Opt. Soc. Am.* vol. 71, pp. 1497-1504, 1981.

- [7] 김홍구, 신상영, "격자도파로에서의 모드결합현상의 특이섭동방법에 의한 해석" 대한전자공학회 하계종합학술대회 논문집, vol. 5, no. 1, pp. 119-121, 1982.
- [8] S.R. Seshadri, "TE-TE mode coupling at oblique incidence in a periodic dielectric waveguide," *Appl. Phys.* vol. 25, pp. 211-220, 1981.
- [9] H. Kogelnik, "Coupled wave theory for thick hologram gratings," *Bell Syst. Tech. J.* vol. 48, pp. 2909-2947, 1969.
-