論文 86-23-1-3

變分法에 依한 Bilateral Fin-Line 構造의 解析에 관한 研究

(A Study on the Analysis of Bilateral Fin-Line Structure by Variational Method)

林 在 鳳*, 李 忠 雄**

(Jae Bong Lim and Choong Woong Lee)

要 約

Bilateral Fin-line 構造를 Rayleigh-Ritz의 變分法으로 解析하는 方法을 提示하고, Bilateral Fin-line 帶域通過 濾波器를 具現하여 實驗과 理論이 一致함을 보였다.

Abstract

In this paper, the Bilateral Fin-Line structure is analyzed by Rayleigh-Ritz variational method including the effects of conductor thickness.

Bilateral Fin-Line bandpass filters are realized at X-Band. Experimental results are in good agreement with the theory.

I. 序 論

Fin-line 構造는 低損失 및 製作의 容易함 때문에 마이크로波 濾波器에 대단히 適合한 構造다. Unilateral Fin-line 濾波器는 特히 製作이 용이하며, Bilateral Fin-line 濾波器는 低損失 特性에서 우수하다.

Fin-line 構造의 解析方法은 mode-matching法과 變分法을 토대로 여러가지 方法이 提示되어 왔다. Konishi[1]는 E-平面 濾波器를 Rayleigh-Ritz 變分法에 依하여 解析하였으며, Arndt[2]와 Shih[3]는 mode-matching법을 利用한 Generalized Scattering Matrix 法에 의하여 Fin-line 構造를 해석했다. Chang[4]은 Fin-line의 幅이 좁은 경우에 Fin-line에 흐르는 電流密度를 均一하다고 가정하여, 變分法에 의하여 해석했다.

Lim과 Lee[5]는 Unilateral Fin-line 構造를 Rayleigh-Ritz 변분법으로 해석하는 방법을 提示하였다. 이 방법은 Fin-line의 幅이 넓은 경우에도 적용되며, Generalized Scattering Matrix法에 비하여 식이 간단하고, 컴퓨터 CPU 소요시간이 적어지며, 행렬의 크기가 1/3로써 메모리가 적게 소요된다.

본 연구에서는, Bilateral Fin-line 構造를 Rayleigh-Ritz 변분법으로 해석하는 방법을 提示하고, 실험적으로 Bilateral Fin-line 대역통과 여파기를 설계하여, 理論과 實驗이 일치함을 보였다. 또 近似項 數에 따른 濾波器 特性의 변화와 導体板의 두께에 依한 影響을 分析하여 理論과 實驗이 一致함을 보였다.

*正會員, 國民大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Kook-Min Univ.)

**正會員, 서울大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Seoul National Univ.)

接受日字 : 1985年 8月 2日

II. 理 論

Bilateral Fin-line 帶域通過 濾波器의 基本構造는 Fig. 1과 같이 誘電体 슬랩만으로 채워진 부분(L_i) 과

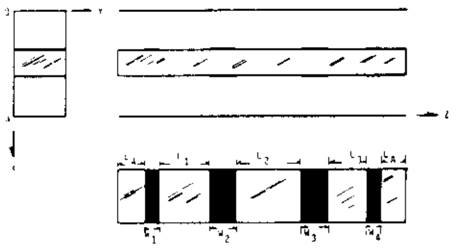


그림 1. Bilateral Fine 濾波器
Fig. 1. Bilateral Fin-line filter.

誘電体 兩面에 金屬薄膜 코팅된 부분(誘電体 인덕티브 스트립, W)으로 構成되어 있다.

1. 스칼라·포텐셜 函数와 傳播常数

Fig. 2의 Bilateral Fin-line 構造에서, 不連續面이 y-軸을 따라 一定하므로 TE_{10} 모드가 入射하면, 不連續面에 의해 各 領域에 發生되는 高次모드는 $TE_{\ell 0}$ 모드가 되며, 領域(Ⅰ), (Ⅱ)및 (Ⅳ)는 x=a/2에 대해 對稱的인 構造이므로 $\ell=1,3,5\cdots$인 奇数 高次모드만이 발생된다.

各 領域에서의 스칼라·포텐셜 函数와 傳播常数는 다음과 같이 表示된다.

$$\text{(Ⅰ)}\quad f_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{(2n-1)\pi x}{a}\,[u(x)-u(x-a)] \tag{1}$$

$$\Gamma_n=\sqrt{\left[\frac{(2n-1)\pi}{a}\right]^2-k_0^2},\quad n=1,2,3\cdots \tag{2}$$

$$\text{(Ⅲ)}\quad \psi_{1n}(x)=\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\frac{n\pi x}{d}\left[u(x)-u(x-d)\right] \tag{3}$$

$$\gamma_{1n}=\sqrt{\left(\frac{n\pi}{d}\right)^2-k_0^2},\quad n=1,2,3\cdots \tag{4}$$

$$\text{(Ⅳ)}\quad \psi_{2n}(x)=\sqrt{\frac{2}{t}}\sin\frac{(2n-1)\pi(x-b)}{t}\cdot[u(x-b)-u(x-b-t)] \tag{5}$$

$$\gamma_{2n}=\sqrt{\left[\frac{(2n-1)\pi}{t}\right]^2-\varepsilon_r k_0^2},\quad n=1,2,3,\cdots \tag{6}$$

$$\text{(Ⅴ)}\quad \psi_{3n}(x)=\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\frac{n\pi(a-x)}{d}\,[u(x-a+d)-u(x-a)] \tag{7}$$

$$\gamma_{3n}=\gamma_{1n}\qquad,\ n=1,2,3,\cdots \tag{8}$$

여기서 $k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, $u(x)$는 單位階段 함수다.

領域(Ⅱ)는 誘電体(比誘電率: ε_r)가 部分的으로 채워진 導波管으로써 스칼라·포텐셜 함수 및 전파상수를 각각 $\Phi_k(x)$와 γ_k라 하자. 傳播常数 γ_k에 대한 變分表現式은 다음과 같다[6]

$$\gamma_k^2\int_0^a\Phi_k^2(x)\,dx=\int_0^a\left[\left(\frac{d\Phi_k}{dx}\right)^2-K(x)k_0^2\Phi_k\right]dx \tag{9}$$

$\Phi_k(x)$를 다음과 같이 empty guide 스칼라·포텐셜 함수 $f_n(x)$로 N-項 近似化하여 展開한다.

$$\Phi_k(x)=\sum_{n=1}^{N}b_{nk}\,f_n(x) \tag{10}$$

Rayleigh-Ritz 變分法[7]에 의하여 (10)식을 (9)식에 대입하여 (11)식과 같은 N개의 齊次 連立方程式을 얻는다.

$$\sum_{n=1}^{N}b_{nk}(T_{sn}-\gamma_k^2\delta_{sn})=0,\quad \text{for } s=1,2,\cdots,N \tag{11}$$

$$T_{sn}=\int_0^a\left[\left(\frac{df_s}{dx}\right)\left(\frac{df_n}{dx}\right)-k_0^2K(x)f_s(x)f_n(x)\right]dx \tag{12}$$

$$K(x)=\begin{cases}\varepsilon_r, & \dfrac{a-t}{2}\le x\le\dfrac{a+t}{2}\\ 1, & \text{otherwise}\end{cases} \tag{13}$$

δ_{sn}: Kronecker delta

(11)식은 결국 고유치 문제로써, 이 식에서 b_{nk}와 γ_k를 얻는다.

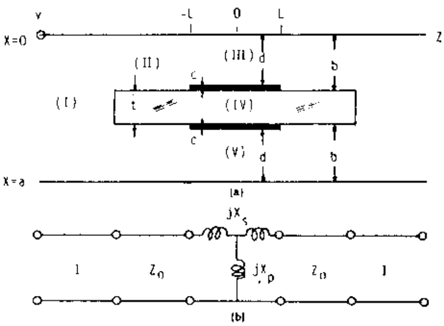


그림 2. (a) 導波管内의 誘電體그랩과 誘電體 스트립構造
(b) 等價回路

Fig. 2. (a) Structure of Dielectric slab and Dielectric strip in waveguide.
(b) Equivalent circuit.

2. 誘電体 인덕티브 스트립의 等價回路

Fig. 2 (a)는 Bilateral Fin-line의 基本構造로써 그 等價回路는 Fig. 2 (b)로 나타낼 수 있다. Fig. 2(b)에서, 傳送線路의 特性임피던스 Z와 T-等價回路의 素子값 X_s와 X_p는 TE_{10}모드의 波動임피던스 $Z_0=jk_0\eta/\Gamma_1$에 대해 正規化 된 값을 갖는다.

또 誘電体 슬랩이 채워진 領域(Ⅱ)의 正規化 特性임피던스 Z는 다음의 式으로 주어진다[8]

$$Z=\frac{\Gamma_1}{\gamma_1} \tag{14}$$

Fig. 2 (a)에서, Z=0面이 開放回路($\epsilon=1$), 또는 短絡回路($\epsilon=2$)가 될때, $Z=-\ell$에서 본 正規化 入力어드미턴스(TE_{10}모드의 波動어드미턴스, $Y_0=\Gamma_1/jk_0\eta$에 대한)를 각각 Y_{oc}와 Y_{sc}라 하면

$$jX_s = \frac{1}{Y_{sc}} \tag{15}$$

$$jX_P = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Y_{oc}} - \frac{1}{Y_{sc}}\right) \tag{16}$$

인 관계에 있다.

$Z = -\ell$의 開口面 電界를 $\mathscr{E}(x)$라 하고, Y_{oc}및 Y_{sc}에 대한 變分表現式을 求하면(부록 참조)

$$Y^{(i)} \triangleq \frac{Y_1}{Y_0}\,\frac{1-R_1^{(i)}}{1+R_1^{(i)}}$$

$$= \frac{\sum_{n=2}^{N} Y_n\left(\int_0^a \mathscr{E}^{(i)}(x)\,\Phi_n(x)dx\right)^2 + \sum_{m=1}^{N}\left[2Y_{1m}B^{(i)}(\gamma_{1m}\ell)\left(\int_b^{b+t}\mathscr{E}^{(i)}(x)\,\psi_{2m}(x)\,dx\right)^2\right]\Big\}}{}$$

$$\frac{\left(\int_0^d \mathscr{E}^{(i)}(x)\,\psi_{1m}(x)\,dx\right)^2 + Y_{2m}B^{(i)}(\gamma_{2m}\ell)}{} \Big/ \left[Y_0\left(\int_0^a \mathscr{E}^{(i)}(x)\,\Phi_1(x)\,dx\right)^2\right] \quad \cdots \tag{17}$$

$$Y^{(i)} = \begin{cases} Y_{oc}, & i=1 \\ Y_{sc}, & i=2, \end{cases} \qquad B^{(i)}(x) = \begin{cases} \tanh(x), & i=1 \\ \coth(x), & i=2 \end{cases}$$

이 된다. 開口面 電界 $\varepsilon^{(i)}(x)$를 다음과 같은 試函數로 展開한다.

$$\mathscr{E}^{(i)}(x) = \sum_{s=1}^{N} M_s^{(i)}\left[\sqrt{\frac{d}{2}\cdot p_2}\,\psi_{1s}(x) + \sqrt{\frac{t}{2}\cdot p_1}\,\psi_{2s}(x) + \sqrt{\frac{t}{2}\cdot p_2}\,\psi_{3s}(x)\right] \tag{18}$$

여기에서 p_1과 p_2는 각각

$$p_1 = \int_b^{b+t}\left(\sin\frac{\pi x}{a}\right)^2 dx \tag{19}$$

$$p_2 = \int_0^d\left(\sin\frac{\pi x}{a}\right)^2 dx \tag{20}$$

로써, $+Z$ 방향으로 入射한 TE_{10}모드에 포함된 電力中, 각각 区間 $b \le x \le b+t$와 구간 $0 \le x \le d$ 사이에 흐르는 電力을 意味한다.

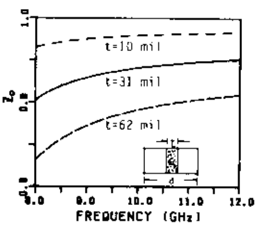


그림 3. 유전체 스랩이 채워진 도파관의 정규화 임피던스

Fig. 3. Normalized impedance of dielectric slab loaded waveguide ($a=900$ mil, $N=30$, $\varepsilon_r = 2.065$).

Rayleigh-Ritz 變分法에 依하여 (18)식을 (17)식에 대입하여 정리하면, (21)식과 같은 N개의 齊次 連立方程式을 얻는다.

$$Y_0\cdot Y^{(i)}\cdot\sum_{s=1}^{N} M_s^{(i)} p_{s1} p_{r1} = \sum_{s=1}^{N} M_s^{(i)} g_{sr}^{(i)}$$
$$\text{for } \gamma = 1, 2, \cdots, N \tag{21}$$

$$g_{sr}^{(i)} = \sum_{n=2}^{N} Y_n p_{sn} p_{rn} + \sum_{m=1}^{N}\left[p_2\cdot dY_{1m}B^{(i)}(\gamma_{1m}\ell) + \frac{t}{2}p_1\cdot Y_{2m}B^{(i)}(\gamma_{2m}\ell)\right]\delta_{sm}\delta_{rm} \tag{22}$$

$$p_{sn} = \sqrt{2p_2 d}\int_0^d \psi_{1s}(x)\,\Phi_n(x)\,dx + \sqrt{\frac{p_1 t}{2}}\int_b^{b+t}\psi_{2s}(x)\,\Phi_n(x)\,dx \tag{23}$$

(21)식에서 Y_{oc} 및 Y_{sc}를 求하고, 다시 (15), (16)식에서 X_s와 X_P를 求한다. Fig. 4는 X-band에서 X_s와 X_P를 計算한 결과를 보여준다.

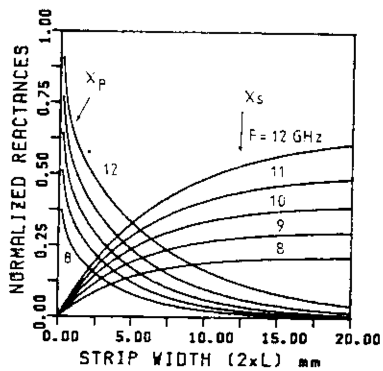


그림 4. 그림 2의 T-등가회로의 정규화 리액턴스

Fig. 4. Normalized reactances of T-equivalent circuit of Fig. 2. ($a=900$ mil, $t=31$ mil, $c=0.7$ mil, $\varepsilon_r = 2.065$, $N=30$).

Arndt[2]나 Shih[3]의 Generalized Scattering Matrix 法에서는 行列이 複素数로 표시되며, 이들 複素行列의 곱셈및 逆行列 演算이 많고, N項 近似化를 取했을 때 行列의 크기가 ($3N\times 3N$)이 된다. 반면에 本 研究에서 提示한 變分解析 方法은 (21)식에서 알 수 있듯이 $Y^{(i)}$와 $g_{sr}^{(i)}$는 純虛数로써 컴퓨터로 $Y^{(i)}$를 求할 때 純虛数의 演算 처리가 가능하며, 行列의 크기가 ($N\times N$)로써 소요 메모리가 훨씬 줄어들고, 또한 연산시간도 단축된다.

變分法에 依하여 Bilateral Fin-line 構造를 解析할 때, Y_{oc}와 Y_{sc}를 구하기 위해서는 단지 4번의 행렬식 연산과 誘電体 슬랩이 채워진 부분의 스칼라·포텐셜 함수와 전파상수를 구하기 위한 1번의 고유치 연산이 필요하므로 계산시간이 짧다. 본 연구에서 제시한 방법에 의하여 3단 여파기를 설계했을 때, MV-8000 시스템으로 N=30 項을 取하여 약 1분의 CPU 時間이 소요되었다. 참고적으로 Arndt[2]는 3단 여파기의 설계에 N=20項을 取하여 Siemens-7880 시스템으로 20

~30分의 CPU 時間이 所要되었으며, Shih[3]는 5단 여파기 설계에 N=2일 경우, CDC 170/750 Dual 시스템에서 약 2分의 時間이 所要되었다.

III. 濾波器의 設計 및 實驗 結果

上記 理論의 妥當性을 증명하기 위해 대역통과 여파기를 Lim과 Lee[5]의 方法에 따라 設計하였으며, 比誘電率이 2.065, 두께 31mil, 동판두께 0.7mil인 CuFlon 基板을 使用하여 濾波器를 製作하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과, 近似項의 数는 30 程度면 充分하였으며, 設計된 濾波器의 理論的 周波数 特性의 計算은 上記의 變分法을 利用하여 N=30, C=0.7mil로 하여 求했다.

近似項 数 N의 변화에 따른 濾波器 特性의 변화를 보기위해 N=10(표 1 의 2), N=30(표 1 의 1)으로 設計했으며, 동판두께에 의한 영향을 고찰하기 위해 C=0.0(표 1 의 3)과 C=0.7mil(표 1 의 1)로 設計하였다.

표 1. Bilateral Fin-line 대역통과 여파기의 설계자료

Table 1. Design data of Bilateral Fin-line bandpass filters.
0.2dB, 3-section Tschebyscheff filter
a=900mil, t=31mil, ε_r=2.065 CuFlon
Guided bandwidth=6%, F_0=10.5GHz

unit:mn

No.	L_A	$W_1=W_4$	$L_1=L_3$	$W_2=W_3$	L_2	C(miL)	N
1	14.852	2.588	12.405	9.236	12.395	0.7	30
2	14.781	2.833	12.280	9.506	12.285	0.7	10
3	14.821	2.672	12.343	9.352	12.333	0.0	30

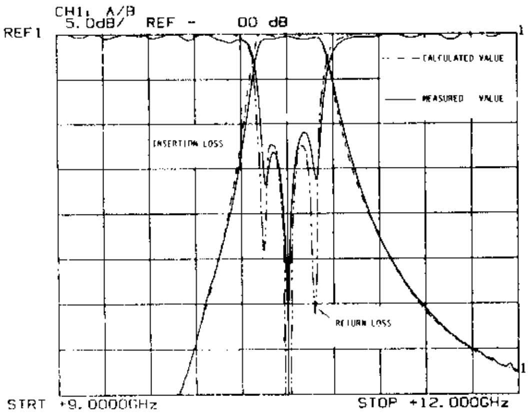


그림 5. Bilateral Fin-line 대역통과 여파기의 주파수 응답(표1의 여파기 1)

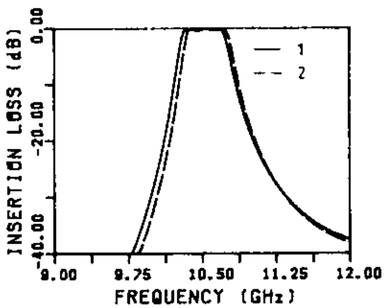
Fig. 5. Frequency response of Bilateral Fin-line landpass filter (filter 1. in Table 1.).

Fig. 5는 N=30, C=0.7mil로 설계한 여파기의 특성으로 理論과 實驗이 一致하였다. 이때 最小 挿入損失은 0.2dB였다.

Fig. 6은 N의 変化에 따른 特性변화를 보여주고 있으며, N=30일 때에 비해, N=10을 취했을 때 주파수 特性이 理論的으로 약 45MHz(실험치 : 40MHz) 높은 쪽으로 移動하며, N=3인 경우에는 약 95MHz 높은 쪽으로 移動한다. 또 周波数 帶域幅은 약간(약 0.5%) 좁아지고, 通過帶域의 ripple 수준은 상당히 커진다.

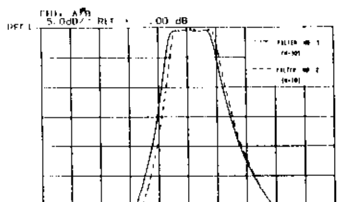
Fig. 7은 도체판 두께가 여파기 특성에 미치는 영향을 나타낸다. 설계시에 도체판의 두께를 0.0mil로 설계하여, 실제 0.7mil인 기판으로 제작하면 이론적으로 24MHz(실험치 : 23MHz)만큼 주파수 특성이 높은 쪽으로 移動한다.

또 C=1.4mil이면 약 47MHz(실험치 : 50MHz) 높은 쪽으로 移動한다. 또한 帶域幅은 약간 좁아지고, 리플



(a) 이론적 비교

(a) Theoretical comparison.

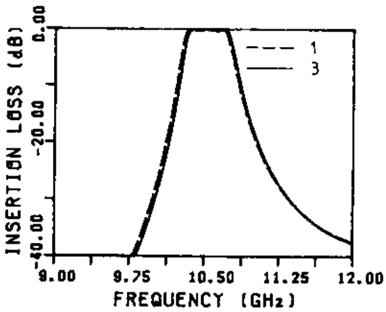


(b) 실험적 비교

(b) Experimental comparison

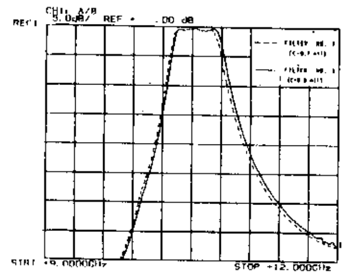
그림 6. Bilateral Fin-Line 여파기 특성에 대한 근사함수 N의 영향(표 1 의 여파기 1 과 2 의 비교)

Fig. 6. Effects of approximation term no., N, on the Bilateral Fin-Line filter characteristics(comparison between filter 1 and 2 in Table. 1).



(a) 이론적 비교

(a) Theoretical comparison.



(b) 실험적 비교

(b) Experimental comparison.

그림 7. Bilateral Fin-line 여파기특성에 대한 도체판 두께의 영향(표1. 의 여파기 1과 3의 비교)

Fig. 7. Conductor thickness effects on the Bilateral Fin-line filter characteristics (comparison between filter 1 and 3 in Table. 1).

수준도 약간 증가하지만, 近似項 數를 적게 취한 경우보다는 변화가 적었다.

Ⅳ. 結　　論

本 研究에서는 Bilateral Fin-line 構造를 모드 展開에 依한 Rayleigh-Ritz 變分法으로 解析하는 方法을 提示하고, Bilateral Fin-line 濾波器를 設計, 製作하여 理論値와 實驗値가 一致함을 보임으로써 理論的 妥當性을 證明하였다.

X-band 帶域에서 Bilateral Fin-line 構造의 도체판 두께가 有限한 경우의 影響을 理論 및 實驗으로 확인했으며, 도체판이 1 mil 두꺼워 질 수록 여파기의 주파수 특성은 약 34MHz 높은 쪽으로 移動한다. 近似項 數에 따른 影響은 보다 심각하였으며, 充分한 近似項 數(約 30項)를 取해야 願하는 濾波特性을 얻을 수 있었다.

本 研究에서 提示한 解析方法은 既存의 Generalized Scattering Matrix 法에 比해 演算이 훨씬 簡單하며, 行列의 크기가 1/3로 감소하고, 모든 計算量이 實数로 처리되어, CPU 시간이 짧게 걸리며, 所要 메모리가 훨씬 작아진다.

本 研究에서 提示한 Rayleigh-Ritz 變分法으로 3段 濾波器를 設計했을 때(N=30), MV-8000 시스템으로 약 1分의 CPU 時間이 所要되었다. 實驗에 依하면 0.2% 以内의 誤差로 設計가 가능했다.

附　　録

각 구간에서 電界와 磁界의 단면성분을 표시하면,

구간 $Z \leq -\ell$ 에서

$$E_y(z) = a_1^{(i)}\Phi_1 e^{-\gamma_1(z+\ell)} + R_1^{(i)} a_1^{(i)} \Phi_1 e^{\gamma_1(z+\ell)} + \sum_{n=2}^{N} a_n^{(i)} \Phi_n e^{\gamma_n(z+\ell)} \quad (A-1)$$

$$H_x(z) = -Y_1 a_1^{(i)} \Phi_1 e^{-\gamma_1(z+\ell)} + Y_1 R_1^{(i)} a_1^{(i)} e^{\gamma_1(z+\ell)} + \sum_{n=2}^{N} Y_n a_n^{(i)} \Phi_n e^{\gamma_1(z+\ell)} \quad (A-2)$$

구간 $-\ell \leq z \leq \ell$ 에서

$$E_y(z) = \sum_{m=1}^{N} \{b_m^{(i)} \psi_{1m} \cosh(\gamma_{1m} z)[u(x) - u(x-d)] + c_m^{(i)} \psi_{2m} \cosh(\gamma_{2m} z)[u(x-b) - u(x-b-t)] + d_m^{(i)} \psi_{3m} \cosh(\gamma_{3m} z)[u(x-a+d) - u(x-a)]\} \quad (A-3)$$

$$H_x(z) = \sum_{m=1}^{N} \{Y_{1m} b_m^{(i)} \psi_{1m} \sinh(\gamma_{1m} z)[u(x) - u(x-d)] + Y_{2m} c_m^{(i)} \psi_{2m} \sinh(\gamma_{2m} z)[u(x-b) - u(x-b-t)] + Y_{3m} d_m^{(i)} \psi_{3m} \sinh(\gamma_{3m} z)[u(x-a+d) - u(x-a)]\} \quad (A-4)$$

이 되고, $z=-\ell$의 開口面 電界 및 磁界를 각각 $\mathscr{E}(x)$와 $\mathscr{H}(x)$라 하자. $z=-\ell$에서 電·磁界의 단면 성분이 연속이어야 하므로

$$\begin{aligned}\mathscr{E}(x) &= a_1^{(i)}(1+R_1^{(i)})\Phi_1+\sum_{n=2}^{N} a_n^{(i)}\Phi_n\\ &=\sum_{m=1}^{N}\{b_m^{(i)}\psi_{1m}\cosh(\gamma_{1m}\ell)[u(x)-u(x-d)]+c_m^{(i)}\psi_{1m}\cosh(\gamma_{2m}\ell)[u(x-b)-u(x-b-t)]\\ &\quad+d_m^{(i)}\psi_{3m}\cosh(\gamma_{3m}\ell)[u(x-a+d)-u(x-a)]\}\end{aligned} \tag{A-5}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{H}(x) &= -Y_1a_1^{(i)}(1-R_1^{(i)})\Phi_1+\sum_{n=2}^{N} Y_n a_n^{(i)}\Phi_n\\ &=-\sum_{m=1}^{N}Y_{1m}b_m^{(i)}\psi_{1m}\sinh(\gamma_{1m}\ell)[u(x)-u(x-d)]+Y_{2m}c_m^{(i)}\psi_{2m}\sinh(\gamma_{2m}\ell)[u(x-b)-u(x-b-t)]\\ &\quad+Y_{3m}d_m^{(i)}\psi_{3m}\sinh(\gamma_{3m}\ell)[u(x-a+d)-u(x-a)]\}\end{aligned} \tag{A-6}$$

이 되고, 여기서

$Y_n=\dfrac{\Gamma_1}{jk_0\eta},\ Y_{1m}=\dfrac{\gamma_{1m}}{jk_0\eta},\ Y_{2m}=\dfrac{\gamma_{2m}}{jk_0\eta},\ Y_{3m}=\dfrac{\gamma_{3m}}{jk_0\eta},\ k_0=\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, 및 $\eta=\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ 이다.

스칼라·포텐셜 함수의 直交性을 利用하여, 계수 $a_m^{(i)}$, $b_m^{(i)}$, $c_m^{(i)}$ 및 $d_m^{(i)}$를 $\mathscr{E}^{(i)}(x)$로 나타낼 수 있다.

$$a_1^{(i)}=\frac{1}{1+R_1^{(i)}}\int_0^a \mathscr{E}^{(i)}(x)\ \Phi_1(x)\,dx \tag{A-7}$$

$$a_n^{(i)}=\int_0^a \mathscr{E}^{(i)}(x)\ \Phi_n(x)\,dx \tag{A-8}$$

$$b_m^{(i)}=\frac{1}{\cosh(\gamma_{1m}\ell)}\int_0^d \mathscr{E}^{(i)}(x)\ \psi_{1m}(x)\,dx \tag{A-9}$$

$$c_m^{(i)}=\frac{1}{\cosh(\gamma_{2m}\ell)}\int_b^{b+t} \mathscr{E}^{(i)}(x)\,\psi_{2m}(x)\,dx \tag{A-10}$$

$$d_m^{(i)}=\frac{1}{\cosh(\gamma_{3m}\ell)}\int_{a-d}^{a} \mathscr{E}^{(i)}(x)\ \psi_{3m}(x)\,dx \tag{A-11}$$

(A−7)~(A−11)식을 (A−6)식에 대입한 후, 양변에 $\varepsilon^{(i)}(x)$를 곱하여 $0\leq x\leq a$에 대해 積分하여 정리하면, 다음과 같이 正規化 入力 어드미턴스 $Y^{(i)}$에 대한 變分表現式을 얻는다.

$$Y^{(i)}=\frac{Y_1}{Y_0}\frac{1+R_1^{(i)}}{1-R_1^{(i)}}=\frac{\sum_{n=2}^{N}Y_n\left(\int_0^a\mathscr{E}^{(i)}(x)\Phi_n(x)\,dx\right)^2+\sum_{m=1}^{N}\left[2Y_{1m}B^{(i)}(\gamma_{1m}\ell)\left(\int_0^d\mathscr{E}^{(i)}(x)\psi_{1m}(x)\,dx\right)^2+Y_{2m}B^{(i)}(\gamma_{2m}\ell)\left(\int_b^{b+t}\mathscr{E}^{(i)}(x)\psi_{2m}(x)\,dx\right)^2\right]}{Y_0\left(\int_0^a\varepsilon^{(i)}(x)\ \Phi_1(x)\,dx\right)^2} \tag{A-12}$$

$$Y^{(i)}=\begin{cases}Y_{oc}, & i=1\\ Y_{sc}, & i=2\end{cases} \tag{A-13}$$

$$B^{(i)}(x)=\begin{cases}\tanh(x), & i=1\\ \coth(x), & i=2\end{cases} \tag{A-14}$$

$\mathscr{E}^{(i)}(x)$를 本文의 (18)식으로 전개하여, (A−12)식에 대입하여 정리하면

$$Y_0Y^{(i)}\sum_{s=1}^{N}\sum_{r=1}^{N}M_s^{(i)}M_r^{(i)}P_{s1}P_{r1}=\sum_{s=1}^{N}\sum_{r=1}^{N}M_s^{(i)}M_r^{(i)}g_{sr}^{(i)} \tag{A-15}$$

이 되고, 여기서

$$g_{sr}^{(i)}=\sum_{n=2}^{N}Y_nP_{sn}P_{rn}+\sum_{m=1}^{N}\left[P_2\cdot d\cdot Y_{1m}B^{(i)}(\gamma_{1m}\ell)+\frac{t}{2}\cdot P_1\cdot Y_{2m}B^{(i)}(\gamma_{2m}\ell)\right]\delta_{sm}\,\delta_{rm} \tag{A-16}$$

$$P_{sn}=\sqrt{2P_2d}\int_0^d\psi_{1s}(x)\,\Phi_n(x)\,dx+\sqrt{\frac{P_1\cdot t}{2}}\int_b^{b+t}\psi_{2s}(x)\,\Phi_n(x)\,dx \tag{A-17}$$

$Y^{(i)}$는 $M_r^{(i)}$의 변화에 대해 stationary해야 하므로, (A−15)식의 양변을 $M_r^{(i)}$에 관해 편미분하여 다음식을 얻는다.

$$Y_0\ Y^{(i)}\sum_{s=1}^{N}M_s^{(i)}P_{s1}P_{r1}=\sum_{s=1}^{N}M_s^{(i)}g_{sr}^{(i)},\quad \text{for } r=1,2,\cdots,N \tag{A-18}$$

參 考 文 獻

[1] Y. Konishi and K. Uenakada, "The design of a bandpass filter with inductive strip-planar circuit mounted in waveguide," *IEEE Trans., Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-22, pp. 869-873, Oct. 1974.

[2] F. Arndt, J. Bornemann, D. Grauerholz, and R. Vahldieck, "Theory and design of low insertion loss fin-line filters," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-30, no. 2, pp. 155-162, Feb. 1982.

[3] Y. Shih, T. Itoh, and L. Bui, "Computer-Aided Design of millimeterwave E-Plane filters," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-31, no. 2, pp. 135-141, Feb. 1983.

[4] K. Chang and P.J. Kahn, "Equivalent circuit of a narrow axial strip in waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-24, pp. 611-615, Sep. 1976.

[5] 林在鳳, 李忠雄, "變分法에 依한 마이크로波 E-平面 濾波器와 Unilateral Fin-Line 濾波器의 解析 및 CAD 設計," 대한전자공학회지, 제22권 제6호 pp.63~70, 11월 1985.

[6] R.E. Collin, *"Field Theory of Guided Wave,"* MGH, New York, pp. 241, 1960.

[7] R.E. Collin, *"Field theory of Guided wave,"* MGH, New York, pp. 232-247 and 314-367, 1960.

[8] R.E. Collin, *"Field theory of Guided wave,"* MGH, New York, pp. 247, 1960.