

論 文

Maximum Likelihood 기법을 이용한 Edge 검출

正會員 趙 文* 正會員 朴 來 弘**

A Maximum Likelihood Approach to Edge Detection

Moon CHO**, and Rae Hong PARK**, Regular Members

요 약 화상이해의 기본적인 특성중의 하나인 edge를 추정하는 statistical 한 방법을 제안하였다. 종래의 edge 검출기법은 주로 deterministic한 신호에는 잘 적용되었지만 statistical한 신호에는 만족스러운 결과를 얻을 수 없었다. 본 논문에서는 신호의 statistical한 성질을 고려한 likelihood 함수를 이용하여 결정함수를 구하고, 이것을 최대로 하는 위치를 edge로 선정하는 maximum likelihood edge 검출기법에 대하여 논하였다. 이 기법을 random number generator에 의하여 발생된 통계적인 성질을 갖는 신호에 적용하여 edge가 잘 검출됨을 보였다. 또 이 방법을 통계적인 성질을 갖는 이차원의 화상으로 확장하였을 때에도 정확하게 edge가 검출됨을 알 수 있었다.

ABSTRACT A statistical method is proposed which estimates an edge that is one of the basic features in image understanding. The conventional edge detection techniques are performed well for a deterministic signal, but are not satisfactory for a statistical signal. In this paper, we use the likelihood function which takes account of the statistical property of a signal, and derive the decision function from it. We propose the maximum likelihood edge detection technique which estimates an edge point which maximizes the decision function mentioned above. We apply this technique to statistical signals which are generated by using the random number generator. Simulations show that the statistical edge detection technique gives satisfactory results. This technique is extended to the two-dimensional image and edges are found with a good accuracy.

1. 서 론

주어진 화상을 보다 잘 이해하기 위해서는 입력화상으로부터 이에 필요한 유용한 정보, 즉 feature를 추출할 필요가 있다⁽¹⁾. 유용한 정보에는 여러가지가 있겠으나 가장 기본적인 것에는 화상내에서 물체와 배경, 혹은 물체와 물체사이를 구별하는, 즉 주위와 딴 성질을 갖는 주위와를 구별하는 점들로 이루어진 edge가 있다. 주

어진 화상에서 빛의 밝기가 주위에 비해 급격히 차이가 나는 점들을 찾음으로써, 즉 edge 검출을 행함으로써 보다 나은 화상해석 및 화상이해를 꾀할 수 있게 된다⁽²⁾.

이제까지 시도된 edge 검출방법에는 화상을 gray-level에 따라 여러 등급으로 나누어서 화상의 밝기에 따른 histogram 상에서 적절한 threshold를 정하여 전체화상을 서로 다른 물체로 구분하는 법⁽³⁾, 찾고자하는 template를 만들어서 전체화상을 주사하면서 원하는 특성을 찾아내는 법⁽⁴⁾, gray-level이 급히 변하는 부분에서 큰 값을 갖게하는 여러가지 operator들을 사용하여 edge를 찾는 법, 화상에 이상적인 edge 모델을 fit시켜 이상적인 edge 모델과 실제의 화상 사이

*,** 西江大學校理工大學電子工學科
Dept. of Electronic Engineering, Sogang
University, Seoul, 121, Korea.
論文番號 : 86-08(接授 1986. 2. 21)

에서 구한 mean square error가 주어진 threshold보다 작을 때 edge가 있다고 판정하는 edge fitting 방법, 화상의 한곳에서 시작하여 이웃하는 화소들의 밝기를 조사하여 비슷하면 같은 영역으로 넣고 다르면 새로운 영역을 만들어나가는 region growing 방법등 여러가지가 있다^{(1), (5)~(9), (11)}.

그러나 이러한 방법들은 영상신호가 deterministic하게 주어지는 경우에는 만족할만한 결과를 얻을 수 있지만 laser, synthetic aperture radar 및 초음파를 이용하여 얻은 화상⁽¹²⁾에서 문제가 되는 speckle 잡음처럼 각 화소의 밝기를 deterministic하게 명기할 수 없고 각 화소의 빛의 밝기가 그때 그때 realization마다 다르게 나타나게 되어 각 부분의 밝기를 확률밀도함수(probability density function; pdf)를 써서 statistical하게 표현할 수 밖에 없는 화상에 대해서는 좋은 결과를 주지 못한다. 즉 기존의 difference, Laplacian 혹은 2차원 edge 검출마스크를 사용하여도 edge 이외의 같은 영역내에서도 급격한 변화가 있는 곳에서는 edge가 검출되며 또한 각 realization마다 다르게 나타나게 되어 의미가 없게 된다. 이에 본 논문에서는 신호의 statistical한 성질을 고려하여 edge를 검출하는 방법에 대하여 논하고자 한다.

여기에서는 각 화소마다 각기 다른 신호에 의하여 생성되었을 확률을 계산하여 전체화소에 대한 확률밀도함수, 곧 likelihood 함수를 결정함수(decision function)로 하여 이것을 최대로 하는 위치를 edge로 추정하게 된다. 본 논문에서는 spectrum을 추정하거나^{(2), (3)}, 또는 음성인식^{(4), (5)}, texture 구분⁽⁶⁾ 등 여러 곳에서 유용하게 쓰이고 있는 maximum likelihood 방법을 이용하여 통계적으로 주어진 입력신호에서의 edge를 검출하는 방법에 대해 논하고자 한다.

2. 본 론

화상에서 같은 성질을 갖는 화소들의 모임을 영역(region)이라고 할 때, 각 영역에서 화소의 빛의 밝기를 deterministic하게는 모르고 확률

밀도함수의 형태를 알고 있으며 각 화소의 빛의 밝기는 서로 independent하다고 가정한다. 여기서는 edge를 검출하기 위해서 likelihood 함수를 이용하여 표시된 결정함수를 구한 후 이를 최대로 하는 점을 edge로 추정하는 maximum likelihood edge 검출기법에 대해 설명하고자 한다.

간단히 나타내기 위해서 일차원 경우를 가정하여 빛의 밝기 I 의 확률밀도함수가 두 영역에서 각각 다음과 같이 통계적으로 주어진다 가정하자.

$$p(I) = \begin{cases} p_1(I) & \text{for region I} \\ p_2(I) & \text{for region II} \end{cases} \quad (1)$$

이 두 영역의 경계라 할 수 있는 edge의 위치를 k 라 하고 각 화소의 밝기가 서로 independent하다면 전체신호에 대한 likelihood 함수 $L(I_1, I_2, \dots, I_N | k)$ 는 다음과 같이 주어진다⁽¹¹⁾.

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k) = \left[\prod_{i=1}^k p_1(I_i) \right] \cdot \left[\prod_{i=k+1}^N p_2(I_i) \right] \quad (2)$$

여기서 N 은 주어진 신호에서 화소의 전체 갯수이며 I_i 는 i 번째 화소에서의 빛의 밝기이다.

Edge의 위치를 구하는 것은 likelihood 함수 $L(I_1, I_2, \dots, I_N | k)$ 의 값을 최대로 하는 $k = \hat{k}$ 의 값을 추정하는 것이다. 식(2)에 자연대수를 취하여 결정함수 $D(k)$ 를 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$D(k) = \sum_{i=1}^k \ln p_1(I_i) + \sum_{i=k+1}^N \ln p_2(I_i) \quad (3)$$

(1) 일차원에서 한개의 edge가 있는 경우

일차원 시험신호가 그림 1에 나타낸 것처럼 전체신호는 N 개의 화소로 되어 있으며 edge는 k 에서 하나만 있고 두 영역에서의 평균값을 각각 \bar{I}_1 와 \bar{I}_2 라고 가정한다. 두 영역에서의 빛의 밝기에 대한 확률밀도함수의 형태를 알고 있을 때 각각의 realization마다 다르게 나타나는 sta-

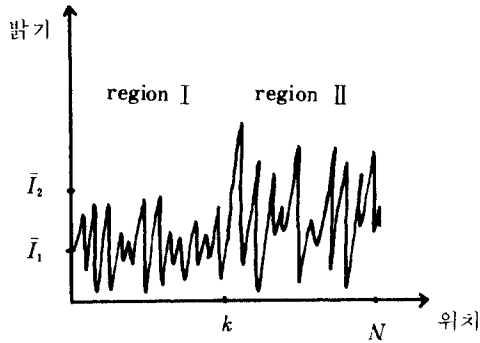


그림 1 한개의 edge가 있는 일차원 시험신호
One-dimensional test signal with only one edge.

tistical한 입력신호로부터 모든 realization의 경우에도 좋은 결과를 얻도록 하기 위하여 신호의 통계적인 성질 즉 확률밀도함수를 고려하여 likelihood 함수를 사용하여 edge의 위치 \hat{k} 를 추정하고자 한다. 쉽게 설명하기 위하여 아래와 같은 여러 경우를 예로 들기로 한다.

첫째 예로, 신호가 통계적으로 speckle잡음과 같이 negative exponential 분포를 가질 때 각 영역에서의 빛의 밝기의 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다⁽¹⁰⁾.

$$p_1(I_i) = \frac{1}{\hat{I}_1} \exp\left(-\frac{I_i}{\hat{I}_1}\right) \quad \text{for region I} \quad (4)$$

$$p_2(I_i) = \frac{1}{\hat{I}_2} \exp\left(-\frac{I_i}{\hat{I}_2}\right) \quad \text{for region II}$$

여기서 \hat{I}_1, \hat{I}_2 는 각 영역에서의 빛의 밝기의 평균값을 나타내며 edge가 k 라 가정할 때 주어진 입력신호로부터 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{I}_1 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k I_i \quad (5)$$

$$\hat{I}_2 = \frac{1}{N-k} \sum_{i=k+1}^N I_i$$

이때 같은 영역에서의 빛의 밝기는 같은 negative exponential 분포를 가지므로 (identically distributed) edge가 k 일 때 likelihood 함수는

다음과 같이 주어지며 여기에 자연대수를 취하여 k 에 무관한 상수부분을 제거하면 아래와 같이 간단한 결정함수를 얻는다.

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k) = \frac{1}{\hat{I}_1^k} \cdot \frac{1}{\hat{I}_2^{N-k}} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^k I_i}{\hat{I}_1} - \frac{\sum_{i=k+1}^N I_i}{\hat{I}_2}\right)$$

$$D(k) = -k \ln \hat{I}_1 - (N-k) \ln \hat{I}_2 \quad (6)$$

\hat{I}_1 와 \hat{I}_2 는 식(5)에서 보인대로 주어진 입력신호로부터 추정할 수 있는데 이들은 k 의 함수이므로 결정함수에서 summation 기호의 상한 및 하한에 k 가 나타나게 되어 분석적으로 결정함수 $D(k)$ 를 최대로 하는 k 의 값을 구할 수 없게 된다. 그래서 모든 k ($1 \leq k \leq N-1$)에 대해 추정된 \hat{I}_1, \hat{I}_2 값을 결정함수 $D(k)$ 에 대입하여 계산한 후 이를 최대로 하는 k 값을 edge의 위치로 추정하는 방법을 사용한다.

또 다른 예로 신호의 확률밀도함수가 식 (7)과 같은 uniform 분포를 가진다고 가정할 때 각 영역에서의 평균값 \hat{I}_1, \hat{I}_2 는 앞에서와 같이 주어진 입력신호로부터 추정하여 이것으로 uniform 분포의 식으로 나타내어 식(8)과 같이 likelihood 함수 및 결정함수를 구할 수 있다.

확률밀도함수 :

$$\text{For region I } p_1(I_i) = \begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq I_i \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{For region II } p_2(I_i) = \begin{cases} \frac{1}{R} & \text{for } 0 \leq I_i \leq R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

likelihood 함수 및 결정함수 :

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k) = \left(\frac{1}{2\hat{I}_1}\right)^k \left(\frac{1}{2\hat{I}_2}\right)^{N-k}$$

$$D(k) = -k \ln \hat{I}_1 - (N-k) \ln \hat{I}_2 \quad (8)$$

여기서 R 은 두 영역의 빛의 밝기의 평균값의 비를 나타낸다. Uniform 분포일 경우 입력신호로부터 구한 평균이 \hat{I}_1 이라면 식(7)에서와 같이

빛의 밝기 분포는 $0 \leq I_t \leq 2 \hat{I}_1$ 이 되므로 식 (8)의 첫째항 $\left(\frac{1}{2 \hat{I}_1}\right)^k$ 를 얻게되며 둘째항도 이와 같이 입력신호로부터 구할 수 있다.

앞에서는 두 영역의 확률밀도함수의 형태는 같으나 단지 파라메타인 평균값만 다른 경우를 살펴 보았으나 두 영역의 확률밀도함수의 형태가 다른 경우에도 마찬가지로 maximum likelihood edge 검출기법을 적용할 수 있다. 예로 빛의 밝기의 확률밀도함수가 영역 I에서는 negative exponential 분포이고 영역 II에서는 uniform 분포일 때 앞서의 분석방법을 그대로 적용하여 식 (9)와 (10)을 얻을 수 있다.

확률밀도함수 :

For region I

$$p_1(I_t) = \frac{1}{\hat{I}_1} \exp\left(-\frac{I_t}{\hat{I}_1}\right) \quad (9)$$

For region II

$$p_2(I_t) = \begin{cases} \frac{1}{R} & \text{for } 0 \leq I_t \leq R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

likelihood 함수 및 결정 함수 :

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k) = \frac{1}{\hat{I}_1^k} \exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^k I_i}{\hat{I}_1}\right) \left(\frac{1}{2 \hat{I}_2}\right)^{N-k} \quad (10)$$

$$D(k) = -k \ln \hat{I}_1 - (N-k) \ln \hat{I}_2 - k + k \ln 2$$

본 논문의 예에서는 각 영역의 확률 밀도함수가 negative exponential 분포와 uniform 분포일 경우만 고찰하였으나 각 영역에서 일반적인 확률 밀도함수를 가진 경우에도 이 알고리즘을 적용할 수 있다.

(2) 일차원에서 두개의 edge가 있는 경우로의 확장

일차원의 시험신호가 그림 2에 나타낸 바와 같이 두 일정한 밝기 \bar{I}_1 와 \bar{I}_2 를 가지고 k_1, k_2 위치에서 두개의 edge를 갖는다고 가정하고 각 화소에서의 빛의 밝기는 서로 independent 하다고 가정한다. 각 realization마다 신호의 크기가 다르게 되며 각 영역에서의 확률밀도함수의 형태를 알고 있다고 가정하면 앞에서와 같이 maximum likelihood 기법을 적용하여 edge의 위치 \hat{k}_1 와 \hat{k}_2 를 추정할 수 있다.

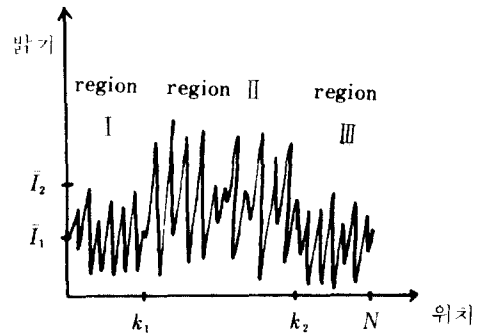


그림 2 두개의 edge가 있는 일차원 시험신호
One-dimensional test signal with two edges.

예로, 세 영역의 빛의 밝기의 확률밀도함수가 통계적으로 negative exponential 분포를 가질 때 각 영역에서의 확률밀도함수는 다음과 같다¹⁰⁾.

$$p_j(I_t) = \frac{1}{\hat{I}_j} \exp\left(-\frac{I_t}{\hat{I}_j}\right) \quad \text{for region } j \quad (j=1, 2, 3) \quad (11)$$

여기서 \hat{I}_j 는 j번째 영역에서의 빛의 밝기의 평균값이며 입력신호로부터 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{I}_1 &= \frac{1}{k_1} \sum_{i=1}^{k_1} I_i \\ \hat{I}_2 &= \frac{1}{k_2 - k_1} \sum_{i=k_1+1}^{k_2} I_i \\ \hat{I}_3 &= \frac{1}{N - k_2} \sum_{i=k_2+1}^N I_i \end{aligned} \quad (12)$$

앞에서의 분석 방법과 마찬가지로 edge가 k_1, k_2 에 있을 때 전체 신호에 대한 likelihood 함수와 결정함수는 다음 식과 같다.

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k_1, k_2) = \frac{1}{\hat{I}_1^{k_1}} \frac{1}{\hat{I}_2^{k_2 - k_1}} \frac{1}{\hat{I}_3^{N - k_2}} \exp \left(- \frac{\sum_{t=1}^{k_1} I_t}{\hat{I}_1} - \frac{\sum_{t=k_1+1}^{k_2} I_t}{\hat{I}_2} - \frac{\sum_{t=k_2+1}^N I_t}{\hat{I}_3} \right)$$

$$D(k_1, k_2) = -k_1 \ln \hat{I}_1 - (k_2 - k_1) \ln \hat{I}_2 - (N - k_2) \ln \hat{I}_3 \quad (13)$$

또 다른 예로 주어진 신호의 확률밀도함수가 식(14)와 같이 평균값이 다른 uniform 분포를 가질 때 likelihood 함수 및 결정함수는 식(15)와 같이 주어진다.

확률밀도함수 :

For region I, III

$$p_1(I_t) = p_3(I_t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq I_t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

For region II

$$p_2(I_t) = \begin{cases} \frac{1}{R} & 0 \leq I_t \leq R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

likelihood 함수 및 결정함수 :

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k_1, k_2) = \left(\frac{1}{2\hat{I}_1} \right)^{k_1} \left(\frac{1}{2\hat{I}_2} \right)^{k_2 - k_1} \left(\frac{1}{2\hat{I}_3} \right)^{N - k_2}$$

$$D(k_1, k_2) = -k_1 \ln \hat{I}_1 - (k_2 - k_1) \ln \hat{I}_2 - (N - k_2) \ln \hat{I}_3 \quad (15)$$

두 영역에서의 확률밀도함수의 형태가 다른 경

우 즉 예로 영역 I, III에서는 negative exponential 분포이며 영역 II에서는 uniform 분포일 때 확률밀도함수, likelihood 함수 및 결정함수는 식(16), (17)과 같이 주어진다.

확률밀도함수 :

For region I, III

$$p_j(I_t) = \frac{1}{\hat{I}_j} \exp \left(- \frac{I_t}{\hat{I}_j} \right) \quad (j = 1, 3)$$

For region II

$$p_2(I_t) = \begin{cases} \frac{1}{R} & \text{for } 0 \leq I_t \leq R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

likelihood 함수 및 결정함수 :

$$L(I_1, I_2, \dots, I_N | k_1, k_2) = \frac{1}{\hat{I}_1^{k_1}} \exp \left(- \frac{\sum_{t=1}^{k_1} I_t}{\hat{I}_1} \right) \left(\frac{1}{2\hat{I}_2} \right)^{k_2 - k_1} \frac{1}{\hat{I}_3^{N - k_2}} \exp \left(- \frac{\sum_{t=k_2+1}^N I_t}{\hat{I}_3} \right)$$

$$D(k_1, k_2) = -k_1 \ln \hat{I}_1 - (k_2 - k_1) \ln \hat{I}_2 - (N - k_2) \ln \hat{I}_3 + (k_2 - k_1) (1 - \ln 2) \quad (17)$$

(3)이차원에서 한개의 edge가 있는 경우로의 확장

Maximum likelihood edge 검출기법은 이차원에서의 edge 검출에도 확장하여 적용할 수 있다. 그림 3에 보인 것처럼 오직 한개의 edge를 갖는 두 영역으로 구성된 이차원 신호를 $N \times N$ 개의 화소로 표시 가장한다. 각 화소에서의 빛의 밝기는 이웃과 서로 independent 하며 각 영역에서 평균값은 I_1, I_0 이며 두 영역에서의 신호에 대한 확률밀도함수의 형태를 안다고 가정하며, 두 영역사이에 X축 혹은 Y축에 평행한 오직 한개의 선으로 edge를 이룬다고 가정하자.

Edge를 찾기 위하여 우선 화상을 X축 혹은

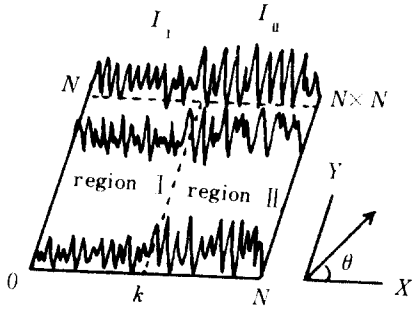


그림 3 한개의 edge가 있는 이차원 시험신호.
Two-dimensional test signal with only one edge.

Y축에 평행한 방향으로 parallel projection⁽¹⁷⁾시켜 일차원 신호를 만든 후 일차원에서처럼 likelihood 함수와 결정함수에서 가장 급격한 edge의 위치를 추정할 수 있다. 편의상 $\theta = 90^\circ$ 라 하면 N개의 화소들을 이 방향으로 parallel projection시켜 그 합을 I_T 라 하면 일차원 array I_T 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_T = \sum_{i=1}^N I_i \quad (18)$$

서로 independent 한 신호들의 합의 확률 밀도 함수는 각각의 확률밀도함수들의 convolution으로 표시되므로⁽¹⁸⁾ project 된 합의 확률밀도 함수를 각 화소에서의 확률밀도함수로 나타내면 다음과 같다.

$$p_T(I) = \overbrace{p(I) * p(I) * \dots * p(I)}^{N \text{ 개}} \\ = F^{-1} [\{F(p(I))\}^N] \quad (19)$$

여기서 F, F^{-1} 는 각각 Fourier 변환과 역Fourier 변환을 나타낸다.

예로 신호가 speckle 잡음처럼 negative exponential 분포를 가질 때 N개의 independent한 화소들을 합하여 얻은 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다⁽¹⁹⁾.

$$p_{I_T}(I_T) = \frac{I_T^{N-1}}{(N-1)! \bar{I}_j^N} \exp\left(-\frac{I_T}{\bar{I}_j}\right) \\ \text{for region } j \ (j = I, II) \quad (20)$$

여기서 \bar{I}_I 와 \bar{I}_{II} 는 각 영역의 평균값에 해당된다. Edge가 k라 가정할 때 입력화상에서 다음과 같이 \hat{I}_I 와 \hat{I}_{II} 를 추정하여 \bar{I}_I 와 \bar{I}_{II} 대신에 사용할 수 있다.

$$\hat{I}_I = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k I_{T,i} \\ \hat{I}_{II} = \frac{1}{N-k} \sum_{i=k+1}^N I_{T,i} \quad (21)$$

여기서 $I_{T,i}$ 는 parallel projection시켜 얻은 I_T 의 i번째 위치에서의 빛의 밝기를 나타내며 project시켜 얻은 일차원 신호에서 likelihood 함수와 결정함수는 다음과 같다.

$$L(I_{T,1}, I_{T,2}, \dots, I_{T,N} | k) \\ = \frac{\prod_{i=1}^k I_{T,i}^{N-1}}{[(N-1)! \hat{I}_I^N]^k} \\ \exp\left(-\frac{1}{\hat{I}_I} \sum_{i=1}^k I_{T,i}\right) \frac{\prod_{i=k+1}^N I_{T,i}^{N-1}}{[(N-1)! \hat{I}_{II}^N]^{N-k}} \\ \exp\left(-\frac{1}{\hat{I}_{II}} \sum_{i=k+1}^N I_{T,i}\right) \quad (22)$$

$$D(k) = N \times \{-k \ln \hat{I}_I - (N-k) \ln \hat{I}_{II}\}$$

식(22)의 결정함수는 일차원에서 한개의 edge가 있는 경우의 결정함수에 상수배 곱한 것과 같으므로 결과적으로 같은 방법에 의해 edge의 위치를 추정할 수 있게 된다.

경계선이 X축 혹은 Y축에 평행하지 않은 경우에는 preprocessing 즉, 좌표변환을 행하여 X축 혹은 Y축에 평행하게끔 변환시킨 후 앞에

서 서술한 edge 검출방법을 적용할 수 있다.

(4) 이차원에서 두개의 edge가 있는 경우로의 확장

이차원 화상신호가 그림 4에 보인 것과 같으며 각 영역에서의 확률밀도함수의 형태를 안다고 가정한다. 즉 영역 I, III에서는 평균값이 I_I , 영역 II에서는 I_{II} 이며 수직 혹은 수평방향으로 평행한 edge가 두개 있다고 가정한다.

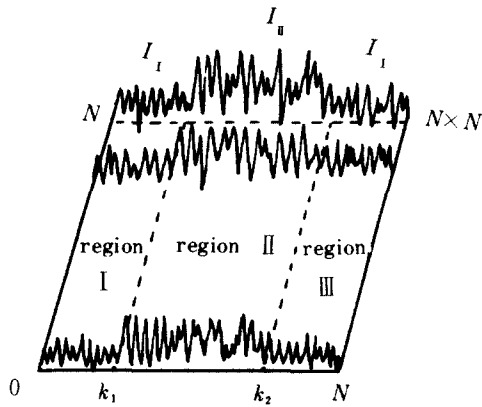


그림 4 두개의 edge가 있는 이차원 시험신호
Two-dimensional test signal with two edges.

예로, 신호가 negative exponential 분포를 가질 경우 수직 혹은 수평방향으로 parallel projection 시키면 각 영역에서의 확률밀도함수는 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$p_{I_T}(I_T) = \frac{I_T^{N-1}}{(N-1)! \bar{I}_T^N} \exp\left(-\frac{I_T}{\bar{I}_T}\right) \quad \text{for region } j \quad (j=I, II, III) \quad (23)$$

여기서 \bar{I}_T 는 주어진 입력신호로부터 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{I}_I = \frac{1}{k_1} \sum_{t=1}^{k_1} I_{T,t}$$

$$\hat{I}_{II} = \frac{1}{k_2 - k_1} \sum_{t=k_1+1}^{k_2} I_{T,t} \quad (24)$$

$$\hat{I}_{III} = \frac{1}{N - k_2} \sum_{t=k_2+1}^N I_{T,t}$$

Project 된 일차원 신호에서 edge의 위치가 k_1, k_2 에 있을 때 likelihood 함수와 결정함수는 다음과 같이 주어진다.

$$L(I_{T,1}, I_{T,2}, \dots, I_{T,N} | k_1, k_2)$$

$$= \frac{\prod_{t=1}^{k_1} I_{T,t}^{N-1}}{[(N-1)! \hat{I}_I^N]^{k_1}} \exp\left(-\frac{1}{\hat{I}_I} \sum_{t=1}^{k_1} I_{T,t}\right) \frac{\prod_{t=k_1+1}^{k_2} I_{T,t}^{N-1}}{[(N-1)! \hat{I}_{II}^N]^{k_2 - k_1}} \exp\left(-\frac{1}{\hat{I}_{II}} \sum_{t=k_1+1}^{k_2} I_{T,t}\right) \times \frac{\prod_{t=k_2+1}^N I_{T,t}^{N-1}}{[(N-1)! \hat{I}_{III}^N]^{N - k_2}} \exp\left(-\frac{1}{\hat{I}_{III}} \sum_{t=k_2+1}^N I_{T,t}\right)$$

$$D(k_1, k_2) = N \times \left\{ -k_1 \ln \hat{I}_I - (k_2 - k_1) \ln \hat{I}_{II} - (N - k_2) \ln \hat{I}_{III} \right\} \quad (25)$$

식(25)는 일차원에서 두개의 edge가 있는 경우의 결정함수를 상수배 곱한 것이며 수직과 수평방향의 모든 k_1 과 k_2 에 대하여 계산한 후 가장 큰 값을 갖는 점을 edge로 추정할 수 있다.

3. Simulation 결과

Simulation을 위하여 statistical한 성질을 갖는 신호를 random number generator에 의하여 발생시켰다. 각 영역에서 주어진 확률분포를 가지며 파라메타인 평균값을 변화시켜 전체 신호를 얻은 후 본론에서 언급한 maximum likelihood edge 검출기법을 적용하였다.

일차원 simulation인 경우 전체화소의 수를 $N = 1024$ 로 하고 edge의 위치를 $k = 512$ 로 가정한 후 영역 I에서는 평균값을 고정시키고 영역

II에서는 평균값을 여러가지로 변화시키면서(즉 R의 값을 변화시키면서) statistical한 입력 신호를 만들어 냈으며 여기에 제안된 edge 검출기법을 적용하여 추정된 edge 위치를 구하였고, random number generator의 seed를 바꿈으로써 10개의 다른 realization을 얻어 제안된 edge 검출기법을 적용하여 여러 realization마다 검출된 edge의 위치와 이에 대한 평균 값과 표준편차를 표 1-3에 나타냈다.

두 영역에서의 신호에 대한 확률밀도함수의 형태가 같은 때는 두 영역사이의 신호의 평균값의 비율 R이 작은 경우에도 edge의 위치가 잘 검출됨을 표 1, 2를 통해 알 수 있으나, 영역 I은 negative exponential 분포이며 영역 II는 uniform 분포인 경우처럼 두 영역에서의 확률밀도함수의 형태가 다를 때는 두 영역의 평균값의 비 R이 10이상 되어야 비교적 정확한 edge가 검출됨을 표 3에서 알 수 있었다. 그래서 두 영역사이에 평균값의 비가 일정한 경우 신호에 대한 확률밀도함수의 모양이 크게 달라질 때는 edge의 검출이 더 어려움을 알 수 있었다.

표 1 추정된 edge(negative exponential 분포, true edge=512)
Estimated edge(negative exponential distribution, true edge=512).

R	2	3	4	5	10	20	50	100
seed # 1	513	518	512	513	513	513	512	512
seed # 2	513	512	512	515	512	513	512	512
seed # 3	513	512	512	511	512	512	512	513
seed # 4	513	513	517	515	512	512	512	512
seed # 5	513	515	512	512	512	512	512	512
seed # 6	512	512	517	511	512	512	512	512
seed # 7	512	514	510	513	512	512	512	512
seed # 8	533	511	514	512	513	512	512	512
seed # 9	524	512	514	511	511	512	512	512
seed # 10	512	513	513	515	512	512	512	512
mean	518.8	513.2	513.3	512.8	512.1	512.2	512	512.1
s. d.	6.7	1.9	2.1	1.6	0.5	0.4	0	0.3

표 2 추정된 edge(uniform 분포, true edge=512)
Estimated edge(uniform distribution, true edge=512).

R	2	3	4	5	10	20	50	100
seed # 1	511	512	513	512	512	512	512	512
seed # 2	511	512	514	512	512	512	512	512
seed # 3	509	512	512	513	512	512	512	512
seed # 4	511	514	512	512	512	512	513	513
seed # 5	516	512	512	512	512	513	512	512
seed # 6	504	512	512	512	512	512	512	512
seed # 7	521	512	513	512	512	512	512	512
seed # 8	510	515	512	513	512	512	512	513
seed # 9	517	512	512	512	512	512	512	512
seed # 10	516	512	512	512	512	512	512	512
mean	512.6	512.5	512.4	512.2	512	512.1	512.1	512.2
s. d.	4.6	1.0	0.7	0.4	0	0.3	0.3	0.4

표 3. 추정된 edge(영역 I : negative exp. 분포, 영역 II : uniform 분포, true edge=512)
Estimated edge(region I : negative exp. distr., region II : uniform distr., true edge=512).

R	4	8	10	20	50	100
seed # 1	3	3	512	512	511	512
seed # 2	1	10	511	512	512	512
seed # 3	1	6	512	512	512	512
seed # 4	2	2	511	511	512	512
seed # 5	2	2	512	512	512	512
seed # 6	6	6	512	512	512	512
seed # 7	1	1	514	512	512	512
seed # 8	2	3	512	512	513	512
seed # 9	10	16	510	512	512	512
seed # 10	1	1	512	512	512	512
mean	2.9	5	511.8	511.9	512	512
s. d.	2.8	4.5	1	0.3	0.4	0

일차원에서 두개의 edge가 있는 경우는 전체

화소의 수를 $N=128$ 로 하고 두개의 edge 위치를 $k_1=32$, $k_2=96$ 으로 하여 영역 I, III에서는 신호의 평균값을 고정시키고 영역 II에서의 평균값을 변화시키면서 (즉 R 을 변화시키면서) 검출된 edge를 표 4 - 6에 보였다. 두 영역에서의 확률

밀도함수의 형태가 다를 경우는 edge가 한개인 경우와 마찬가지로 영역들사이의 평균값의 비 R 이 10이상 되어야 edge가 양호하게 검출됨을 알 수 있다.

이차원에서 한개의 edge가 있는 간단한 경우

표 4 추정된 edges(negative exp. 분포, true edges=32, 96)
Estimated edges(negative exp. distr., true edges=32, 96)

R	2		5		10		20		50		100	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
seed # 1	40	81	34	96	32	99	32	100	29	96	29	102
seed # 2	54	93	32	89	31	92	29	99	29	96	31	97
seed # 3	86	87	29	100	32	95	32	95	32	96	26	97
seed # 4	33	81	26	95	26	100	29	99	32	98	31	97
seed # 5	39	97	40	96	26	93	31	96	31	96	27	97
seed # 6	55	96	21	95	32	95	29	95	29	94	32	97
seed # 7	32	103	23	96	32	95	32	95	33	96	32	96
seed # 8	40	84	33	95	34	100	29	96	31	96	32	97
seed # 9	43	93	32	94	26	95	32	95	29	96	32	97
seed # 10	27	97	33	93	27	94	30	95	26	96	32	97
mean	44.7	91.2	30.3	94.9	29.8	95.8	30.5	96.5	30.1	96	30.4	97.4
s. d.	16.1	7.2	5.4	2.6	3	2.7	1.4	1.9	2	0.9	2.2	1.6

표 5 추정된 edges(uniform 분포, true edges=32, 96)
Estimated edges(uniform distr. true edges=32, 96).

R	2		5		10		20		50		100	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
seed # 1	28	96	32	99	29	99	28	96	31	96	32	96
seed # 2	35	99	23	96	32	98	33	96	32	96	32	96
seed # 3	21	91	36	96	32	99	30	96	32	98	31	95
seed # 4	26	89	31	96	26	96	31	96	28	96	32	96
seed # 5	28	93	32	96	36	96	32	96	32	96	32	96
seed # 6	31	95	36	96	32	96	32	96	32	96	31	97
seed # 7	36	97	25	96	32	96	25	96	26	94	32	96
seed # 8	33	96	32	96	32	100	32	96	28	96	34	96
seed # 9	32	96	32	96	26	96	32	96	32	96	32	95
seed # 10	35	94	32	98	27	96	32	96	32	98	28	96
mean	30.5	94.6	31.1	96.5	30.4	97.2	30.7	96	30.5	96.2	31.6	95.9
s. d.	4.5	2.8	3.9	1	3.1	1.5	2.3	0	2.2	1.1	1.4	0.5

표 6 추정된 edges (영역 I, III : negative exp. 분포, 영역 II : uniform 분포, true edges = 32, 96)
 Estimated edges(region I, III : negative exp. distr., region II : uniform distr., true edges = 32, 96).

R	2		6		10		20		50		100	
edges	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
seed # 1	1	117	1	117	30	99	31	96	29	99	32	97
seed # 2	6	125	6	123	31	99	30	96	32	96	32	97
seed # 3	2	120	2	120	32	100	29	96	20	96	32	95
seed # 4	6	123	6	122	31	105	32	97	31	96	32	97
seed # 5	6	121	6	121	26	111	31	96	30	96	32	95
seed # 6	3	121	3	121	4	99	32	96	29	97	29	97
seed # 7	6	125	32	122	32	96	31	96	26	94	32	97
seed # 8	2	124	2	124	32	100	29	96	28	95	22	97
seed # 9	5	125	5	125	26	96	32	96	29	96	32	95
seed # 10	5	123	10	123	27	107	31	96	32	99	32	102
mean	4.2	122.4	7.3	121.8	27.1	101.2	30.8	96.1	28.6	96.4	30.7	96.9
s. d.	1.9	2.5	8.6	2.1	8	4.6	1.1	0.3	3.4	1.5	3	1.9

표 7 이차원 신호에서 추정된 edge (negative exp. 분포, true edge = 32)
 Estimated edge in two-dimensional signal (negative exp. distr., true edge = 32).

	R	2	3	4	5	10	20	50	100
Vertical edge	seed # 1	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 2	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 3	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 4	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 5	32	32	32	32	32	32	32	32
	mean	32	32	32	32	32	32	32	32
	s. d.	0	0	0	0	0	0	0	0
horizontal edge	seed # 1	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 2	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 3	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 4	32	32	32	32	32	32	32	32
	seed # 5	32	32	32	32	32	32	32	32
	mean	32	32	32	32	32	32	32	32
	s. d.	0	0	0	0	0	0	0	0

는 전체화소를 64×64 로 하고 edge가 수평 혹은 수직으로 $k=32$ 에 있는 경우를 고려하였다. 5개의 서로 다른 realization을 입력화상으로 하여 이것을 parallel projection 시킨 후 검출된

edge를 표 7에 보였듯이 매우 정확한 결과를 얻었다.

이차원에서 두개의 edge가 있는 경우는 전체화상을 64×64 로 하고 edge가 수평 혹은 수직으

표 8 이차원신호에서 추정된 edges (negative exp. 분포, true edges=16, 48)
 Estimated edges in two-dimensional signal (negative exp. distr., true edges=16, 48).

	R	2		5		10		20		50		100	
	edges	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
vertical edges	seed # 1	16	48	16	47	14	48	16	48	16	48	16	52
	seed # 2	18	48	16	48	16	54	16	48	16	50	15	48
	seed # 3	16	48	16	48	16	48	16	48	15	48	15	48
	seed # 4	16	48	16	48	16	48	16	48	14	48	16	47
	seed # 5	16	48	16	47	16	51	16	48	16	48	16	48
	mean	16.4	48	16	47.6	15.6	49.8	16	48	15.4	48.4	15.6	48.6
	s. d.	0.8	0	0	0.5	0.8	2.4	0	0	0.8	0.8	0.5	1.7
horizontal edges	seed # 1	16	48	16	48	16	48	16	48	16	48	16	48
	seed # 2	16	48	16	48	16	48	16	48	16	48	16	52
	seed # 3	16	48	16	48	16	48	16	48	15	46	16	48
	seed # 4	16	48	15	48	16	50	16	56	16	48	16	48
	seed # 5	16	48	16	50	14	47	16	48	16	48	16	48
	mean	16	48	15.8	48.4	15.6	48.2	16	49.6	15.8	47.6	16	48.8
	s. d.	0	0	0.4	0.8	0.8	1	0	3.2	0.4	0.8	0	1.6

로 $k_1=16$, $k_2=48$ 에 있다고 가정하여 앞에서와 같은 방법으로 검출된 edge를 표 8에 나타냈는데 한개의 edge가 있는 경우와는 달리 s. d. 이 더 커짐을 알 수 있었다.

4. 결 론

Likelihood 함수를 이용하여 statistical 한 신호에 대해 적용할 수 있는 maximum likelihood edge 검출기법을 제안하였다. 이를 이용하여 신호가 전 영역에서 negative exponential 분포를 갖는 경우와 uniform 분포를 갖는 경우, 또 negative exponential 분포를 갖는 영역과 uniform 분포를 갖는 영역이 붙어 있는 경우에 있어서 edge의 위치를 컴퓨터 시뮬레이션으로 구하였다.

일차원에서 edge가 한개 혹은 두개 있는 경우에 전체신호가 negative exponential 분포를 갖거나 혹은 uniform 분포를 가질 때는 두 영역에서의 신호의 평균값의 비가 작은 경우에도 edge가 잘 검출되었지만 전체신호가 확률분포가 현저히 다른 두 영역 즉 negative exponential 분포

와 uniform 분포를 갖는 두 영역으로 구성되었을 때는 두 영역의 신호의 평균값의 비가 10 이상되어야 양호한 결과를 얻었다.

이 방법을 확장하여 이차원에서 한개의 edge가 있을 때 edge가 정확히 검출되었으나 두개의 edge가 있는 경우는 한개의 edge가 있는 경우보다 검출된 edge의 s. d. 이 더 커짐을 알 수 있었다. 일반적으로 이차원에서 더 복잡한 edge의 검출에도 이 방법을 확장하여 적용할 수 있을 것이다.

본 논문은 1985년도 문교부 학술연구 조성비에 의해 이루어졌습니다. 깊은 감사를 드립니다.

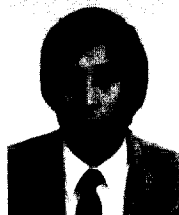
참 고 문 헌

- (1) A. Rosenfeld and A. C. Kak, Digital Picture Processing, 2nd ed., vol. 2, New York, Academic Press, 1982, pp. 55-187.

- (2) A. Rosenfeld and M. Thurston, "Edge and curve detection for visual scene analysis," IEEE trans. Computers, vol. C-20, pp. 562-569, 1971.
- (3) Alan H. Feiveson, "Classification by thresholding," IEEE trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-5, pp. 48-54, 1983.
- (4) A. Rosenfeld and G. J. Vanderbrug, "Coarse-fine template matching," IEEE trans. Syst. Man Cybern., vol. SMC-7, pp. 104-107, 1977.
- (5) Tamar Peli and David Malah, "A study of edge detection algorithms," Computer Graphics and Image Processing, vol. 20, pp. 1-20, 1982.
- (6) R. C. Gonzalez and P. Wintz, Digital Image Processing, Massachusetts, Addison-Wesley, 1977, pp. 320-333.
- (7) Ramakant Nevatia, Machine Perception, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1982, pp. 105-111.
- (8) W. K. Pratt, Digital Image Processing, New York, John Wiley & Sons, 1978, pp. 492-494.
- (9) T. Pavlidis, Algorithms for Graphics and Image Processing, Rockville, Computer Science Press, 1982, pp. 68-72.
- (10) J. W. Goodman, "Statistical properties of laser speckle patterns," in Laser Speckle and Related Phenomena, ed. J. C. Dainty, Springer Verlag, 1975, pp. 9-75.
- (11) R. O. Duda and P. E. Hart, Pattern Classification and Scene Analysis, New York, John Wiley & Sons, 1973, pp. 44-51.
- (12) John P. Burg, "The relationship between maximum entropy spectra and maximum likelihood spectra," Geophys., vol. 37, pp. 375-376, 1972.
- (13) R. T. Lacoss, "Data adaptive spectral analysis methods, Geophys., vol. 36, pp. 661-675, 1971.
- (14) A. K. Datta, N. R. Ganguli, and S. Rag, "Maximum likelihood methods in vowel reconstruction: a comparative study," IEEE trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-4, pp. 683-689, 1982.
- (15) L. R. Bahl, F. Jelinek, and R. L. Mercer, "A maximum likelihood approach to continuous speech recognition," IEEE trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-5, pp. 179-190, 1983.
- (16) A. L. Vickers and J. W. Modestino, "A maximum likelihood approach to texture classification," IEEE trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-4, pp. 61-68, 1982.
- (17) A. Rosenfeld and A. C. Kak, Digital Image Processing, 2nd ed., vol. 1 New York, Academic Press, 1982, pp. 353-365.
- (18) A. Papoulis, Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 1984, pp. 134-141.



趙 文 (Moon CHO) 正會員
 1960年 3月17日生
 1981年 2月 西江大學校 電子工學科卒業.
 1984年 2月 嶺南大學校 大學院 電子工學科 卒業.
 1982年 3月~1986年 2月 金烏工科大学 電子工學科助教
 1985年 2月~現在 西江大學校 大學院 電子工學科博士過程在學.



朴來弘 (Rae-Hong PARK) 正會員
 1954年 1月 1日生
 1972年 3月~1976年 2月 서울大學校 電子工學科卒業
 1977年 9月~1979年 8月 서울大學院 電子工學科卒業
 1979年 9月~1981年 6月 Stanford大學 電氣科卒業 (M. S.)
 1981年 6月~1984年 6月 Stanford大學 電氣科 卒業 (Ph. D.)
 1978年 7月~1979年 6月 서울大學校 工科大学 生産技術研究所 助教
 1984年 9月~現在 西江大學校 電子工學科 助教授.