

有相關 破壞類型에 依한 얇은 基礎의 信賴度 解析

System Reliability Analysis of a Shallow Foundation
using Correlated Failure Modes

金 龍 弼*

Kim, Yong-Phil

林 炳 祚**

Lim, Byung-Jo

任 忠 模***

Lim, Choong-Mo

Abstract

This paper presents how to determine the system reliability of a typical shallow foundation constituted four potential correlated failure modes of bearing capacity (BCM), consolidation settlement (CSM), moment (MFM), and tension shear (PCM). Through the identification of the distinct and different modes and evaluation of range of system reliability, the obtained conclusions are as follows;

1. The CSM and the PCM are the lowest and highest of reliability indices of single performance function, and the BCM and the MFM are medium of them.
2. For the correlated failure modes, the bi-modal bounds is narrower and lower of failure probability than the uni-modal bounds. Not to be overestimated, therefore, the system reliability should be based on the second-order bounds using correlated performance functions.

要 旨

鐵筋 콘크리트 얇은 基礎 構造物의 破壞類型을 地盤에 대해서는 支持力(BCM), 壓密 沈下量 (CSM), R.C. slab 에 대해서는 moment (MFM) 및 斜引張 剪斷破壞(PCM) 등의 類型으로 設定하였다. 그런데, 이 4 個의 서로 다른 類型에는 作用되는 荷重 基礎의 幅 및 깊이가 共通으로 入力되는 設計變數들이므로, 이 共通 設計變數들이 차지는 破壞領域을 考慮하여 system reliability 를 解析하는 方法을 提呈하였다. 또한 제시된 方法에 의해 대표적인 얇은 기초 구조물에 대한 信賴도를 解析한 바,

1. 單一 舉動函數에 대한 信賴指數는 CSM 이 가장 낮고, 가장 安定한 狀態는 PCM 이었으며, BCM 및 MFM 의 破壞確率은 類似하고 CSM 과 PSM 의 中間 정도였다.
2. 有相關 破壞類型에 대해서는, 二階法에 의한 信賴指數의 範圍가 一階法에 비해서 더 좁고 그 下限値가 더 크게 評價된다. 따라서, 構造物에 대한 統體的인 信賴도는 破壞類型들 사이의 共分散이 考慮된 二階法으로 解析해야 過小許價될 危險이 없음을 알았다.

* 正會員, 蔣山大併設 工業專門大學 助教授

** 正會員, (社)大韓土質工學會 會長

*** 正會員, 木浦專門大 教授

1. 序 論

土木 構造物의 設計에 있어서, 入力되는 設計 變數들의 결정은 經驗과 先例에 根據한 安全率 概念으로 해석하고 있다. 그런데, 최근에는 設計變數를 確率變數로 취한 信賴度 解析論에 입각하여 設計變數에 尠재된 不確實性을 解消하고 보다 論理的으로 System의 破壞確率을 구하는 方法이 발견되고 있다(Ang, 1973; Shinozuka, 1983; Ditlevsen, 1984). 그런데, 信賴度 設計라 하더라도 設計變數들 사이의 共分散을 고려하면 獨立變數로 假定한 것보다는 信賴도가 더 낮게 許價됨은 參考文獻 (9)에 依해 發表된 바 있다.

구조물 설계에 고려해야 할 破壞類型은 대체로 여러 가지이며, 개개의 舉動函數에는 공통으로 입력되는 設計變數가 있기 마련이다. 이러한 경우에는 개개의 파괴유형 사이의 相關關係를 따져서 System의 신뢰도를 해석해야 한다. 여기서는, 앞은 基礎의 신뢰도를 해석함에 있어서 舉動函數를 支持力(BCM), 壓密 沈下量(CSM), 모우먼트 파괴(MFM) 및 콘크리트 剪斷破壞(PSM) 등의 破壞類型으로 說定하고 이에 대한 개개의 신뢰도는 물론, 파괴유형 사이의 신뢰도를 고려한 System의 信賴度를 해석코자 한다.

2. 有相關 破壞類型에 對한 System의 信賴度 解析論

2.1 여러 形態의 破壞事象

構造物이 파괴되는 原因은 매우 복잡할 뿐만 아니라 여러 가지의 破壞類型들이 서로 얽혀져서 파괴된다. 여기서 對象이 되고 있는 앞은 기초의 경우에도 前述한 4가지의 파괴유형 중의 어느 하나가 優勢하게 舉動될 따름이지 獨立의 으로 작용하는 것은 아니다. 즉, 이 4가지의 거동함수에는 하중, 基礎의 幅 및 根入 깊이가 공통으로 入力되기 때문에 서로 聯關이 있다. 이와 같이 여러 개의 거동함수가 混合된 System에 대한 임의의 거동함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$g_j(X) = g_j(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.1)$$

여기서, $g_j(X)$ = 破壞類型 j 에 대한 舉動函數

X_i = mode j 에 入力되는 設計變數

그리고, 個個의 거동함수에 대한 安定狀態 및 破壞狀態의 領域에 있을 事象을 E_j 및 \bar{E}_j 라 하면 각각 다음과 같이 정의된다.

$$E_j = [g_j(X) > 0] \quad (2.2)$$

$$\bar{E}_j = [g_j(X) < 0] \quad (2.3)$$

System의 破壞類型이 4個이고, 그 各各의 舉動函數들에 共通으로 入力되는 設計變數들이 있을 때, 破壞狀態에 대한 Benn Diagram은 그림 2.1과 같다. 이 그림에서 破壞類型이 k 個이면, 式 (2.1) 및 (2.2)는 各各 다음과 같다.

$$E = E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_k \quad (2.4)$$

$$\bar{E} = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_k \quad (2.5)$$

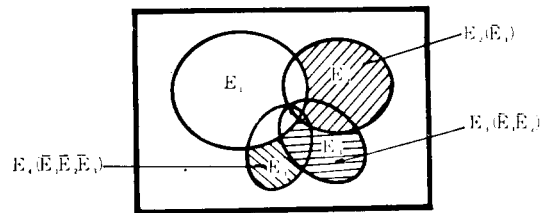


그림 2.1 有相關 破壞事象이 混合된 System

式 (2.4) 및 (2.5)의 E_j 나 \bar{E}_j 의 確率은 同時 確率 密度函數의 積分으로 嚴密解를 구해야겠지만, 여기서는 Ang and Tang(1984)의 略算法을 이용한다.

2.2.1 一隻의 有相關 舉動函數의 共通 破壞領域

基本 設計變數들이 共通으로 構成된 한 쌍의 舉動函數 $g_i(X)$ 및 $g_j(X)$ 에 대한 破壞領域 E_i 및 E_j 는 限界狀態 $g_i(X) = 0$ 및 $g_j(X) = 0$ 인 面은 일반적으로 礎曲面(hyperplanes)이며, 이 境界面에 대해서 어느 한 쪽의 領域은 接面(tangent planes)으로 分割해도 큰 차이는 없다. 그림 2.2는 이와 같이 2個의 接面으로 構成된 幾何學的 意味를 나타낸다.

지금 共通設計變數 X_1' 및 X_2' 로 구성된 2개의 線形 舉動函數를 고려하면, 그 共分散 및 標

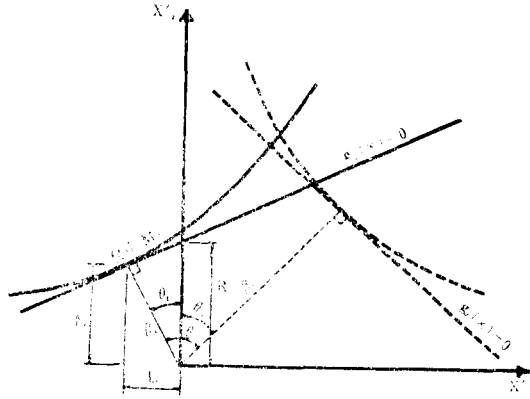


그림 2.2 超曲面과 信頼指數와의 關係

準偏差는 각각 다음과 같다(Ang and Tang, 1980).

$$\text{Cov}(g_i, g_j) = a_1 b_1 \sigma_{x_1}^2 + a_2 b_2 \sigma_{x_2}^2 \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{g_i} \sigma_{g_j} &= \sqrt{(a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2)(b_1^2 \sigma_{x_1}^2 + b_2^2 \sigma_{x_2}^2)} \\ &= \frac{\text{Cov}(g_i, g_j)}{\rho_{g_i, g_j}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

여기서 ρ_{g_i, g_j} 는 舉動函數 사이의 相關係數이다.

그리고 그림 2.2에서 $g_i(X)$ 의 限界狀態面の 折片을 R , β_i -線과의 交點을 $Q(L, M)$ 이라 할 때, θ_i 의 關係는 다음과 같다.

$$\cos \theta_i = \frac{a_2 \sigma_{x_1}}{\sqrt{a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2}} \quad (2.8)$$

$$\sin \theta_i = \frac{a_1 \sigma_{x_1}}{\sqrt{a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2}} \quad (2.9)$$

舉動函數 $g_j(X)$ 의 θ_j 에 대해서도 같은 방법을 적용하여, 두 거동함수의 限界狀態面の 交叉角 θ 에 대해 整理하면,

$$\cos \theta = \frac{a_1 b_1 \sigma_{x_1}^2 + a_2 b_2 \sigma_{x_2}^2}{\sqrt{(a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2)(b_1^2 \sigma_{x_1}^2 + b_2^2 \sigma_{x_2}^2)}} \quad (2.10)$$

그리고 식 (2.6), (2.7) 및 (2.9)에 의해서

$$\cos \theta = \rho_{g_i, g_j} \quad (2.11)$$

그림 2.2를 좀 더 상세히 나타낸 것이 그림 2.3인데, 여기서 $E_i E_j \subset A$ 및 $E_i E_j \subset B$ 이므로 共通部分의 確率 $P(E_i E_j)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \max[P(A), P(B)] &\leq P(E_i E_j) \\ &\leq P(A) + P(B) \end{aligned} \quad (2.12)$$

그리고 β_i -方向과 a -方向의 直交性에 의하면,

$$\begin{aligned} P(A) &= \Phi(-\beta_i) \Phi(-a) \\ &= \Phi(-\beta_i) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \rho \beta_j}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

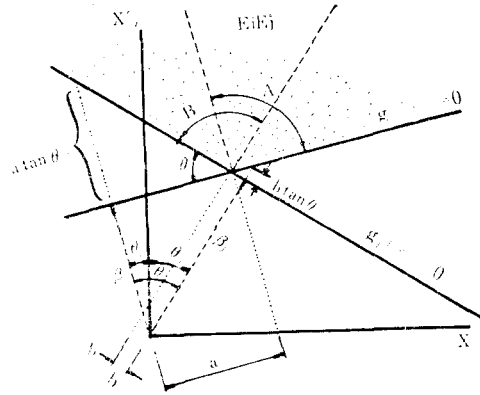


그림 2.3 一雙의 限界狀態 接面과 共通破壞部分

$$\begin{aligned} P(B) &= \Phi(-\beta_j) \Phi(-b) \\ &= \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho \beta_j}{\sqrt{1 - \rho^2}}\right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

그런데, 舉動函數 $g_i(X)$ 및 $g_j(X)$ 를 Taylor 級數展開한 一次 近似解法에 의한 共分散 및 標準偏差를 식 (2.7)에 代入하면,

$$\rho_{g_i, g_j} = \sum_{k=1}^n \alpha_{ik}^* \alpha_{jk}^* \quad (2.15)$$

여기서 α_{ik}^* 및 α_{jk}^* 는 각각 舉動函數 $g_i(X)$ 및 $g_j(X)$ 에 대한 破壞狀態에서의 direction cosines이며, 이는 基本 設計變數 각각에 대한 gradient vectors로부터 얻어진다.

2.2.2 共通 破壞領域의 確率

1) 一階法(1st-order or uni-modal bounds)

2개의 舉動函數의 安定狀態 事象 E_i, E_j 가 서로 陽相關이 있는 경우에 그 條件附 確率は

$$P(E_j | E_i) = \frac{P(E_i E_j)}{P(E_i)} \geq P(E_j) \quad (2.16)$$

k 개의 安定狀態가 混合된 경우 그 共通部分을 포함한 確率 $P(E)$ 의 下限値는 식 (2.16) 右邊의 關係를 이용하면,

$$P(E) \geq \prod_{i=1}^k P(E_i) \quad (2.17)$$

그런데, k 개의 安定狀態의 합집합은 개개의 事象중 어느 것보다는 작으므로,

$$P(E) \leq \min_j [P(E_j)]; j=1, 2, \dots, k \quad (2.18)$$

式 (2.17), (2.18)에 의해 安定 및 破壞 狀態에 있는 確率의 範圍는 各各 다음과 같다.

$$\prod_{i=1}^k p_{s_i} \leq p_s \leq \min_i p_{s_i} \quad (2.19)$$

$$\max_i p_{F_i} \leq p_F \leq 1 - \prod_{i=1}^k (1 - p_{F_i}) \approx \sum_{i=1}^k p_{F_i} \quad (2.20)$$

2) 二階法(2nd-order or bi-modal bounds)

식 (2.19), (2.20)에 의한 信賴度 範圍는 여러 破壞類型 中에서 가장 優勢한 것에 크게 左右될 뿐만 아니라 그 範圍도 비교적 넓어서 대체로 간단한 검토에 이용된다. 이러한 短點을 Kounas, Hunter 등에 補完된 方法으로서 이의 계산에는 舉動函數 사이의 相關係數 行列이 필요하며, k개의 有相關 破壞類型이 混合된 경우에 system의 破壞確率의 下限值 및 上限值는 각각 다음과 같다.

○ 하한치 ;

$$p_F \geq p_{F_i} + \max \left[\sum_{i=2}^k \left\{ p_{F_i} - \sum_{j=1}^{i-1} P(E_i E_j) \right\} ; 0 \right] \quad (2.21)$$

○ 상한치 ;

$$p_F \leq \sum_{i=1}^k p_{F_i} - \sum_{i=2}^k \max_{j < i} P(E_i E_j) \quad (2.22)$$

3. 破壞類型別 舉動函數의 設定 및 gradient vectors

3.1 概要

그림 3.1와 같이 偏心이 없는 荷重이 작용하고, 地表面이 水平한 地盤에 놓이게 되는 鐵筋 콘크리트 正方形 얇은 基礎 構造物의 綜合的인 信賴度를 解析한다. 여기서 決定해야 할 주요한 設計變數들로서는 荷重, 基礎의 幅, 根入 깊이 鐵筋 및 콘크리트 強度 등이다. 그런데, 흙의 單位重量과 기둥의 幅은 큰 變化가 없으므로 常數로 取扱한다.

3.2 支持力 類型(Bearing Capacity Mode : BCM)

3.2.1 舉動函數

Terzaghi and Peck(1967), Meyerhof(1963), Hansen, Vesic(1973) 등에 의해 提示된 公式를 적용한 BCM에 대한 舉動函數는 다음과 같다.

$$g_1(X) = q_0 - [C(N_c + N_q)D_c + 0.3\gamma_1 B N_r + q(N_q S_q D_q - 1)] \quad (3.1)$$

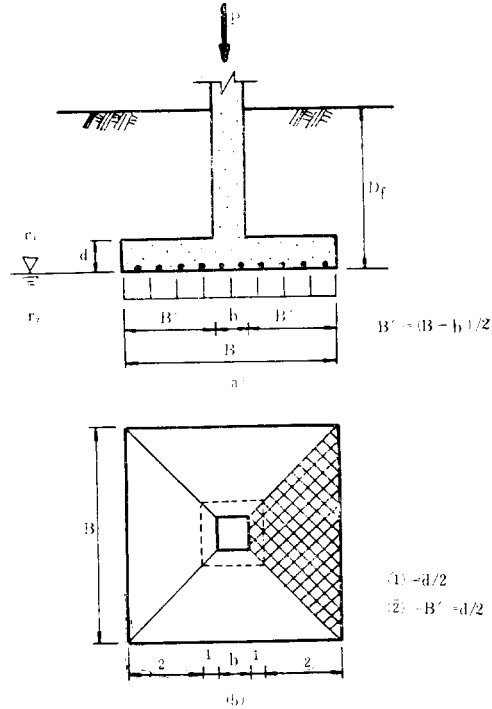


그림 3.1 얇은 基礎의 基本 設計變數

여기서,

q_0 = 基礎에 작용되는 接地壓

q = Terzaghi 支持力論에 의한 surcharge($\gamma_2 D_f$)

N_c, N_q, N_r, S_q, D_c = 흙의 內部 摩擦角이나 B 및 D_f 에 따른 支持力 係數

3.2.2 Gradient Vectors

$$\frac{\partial g_1}{\partial p} = \sigma_p / B^2 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial B} = -\sigma_B \left[\frac{2P}{B} + 0.3\gamma_1 N_r B^2 - 0.4D_f C(N_c + N_q) - D_f F_q N_q S_q \right] \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial D_f} = \sigma_{Df} [2\gamma_2 - 0.4C(N_c + N_q)/B - N_q S_q (\gamma_2 + 2D_f F_q / B)] \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial C} = -\sigma_C D_c (N_c + N_q) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \phi} = -\sigma_s [CD_c(K_c + K_q) + 0.3\gamma_1 BK_r + q\{K_q S_q D_q + N_q(F_q D_q + D_q G_q)\}] \quad (3.6)$$

여기서,

$$K_q = \exp(\pi \tan \phi) \tan \phi_2 (\pi \tan \phi_2 \sec^2 \phi_2 + \sec^2 \phi) ; \phi_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (3.7)$$

$$K_c = K_q \cot \phi - (N_q - 1) \sec^2 \phi \quad (3.8)$$

$$K_r = 1.8 [K_q \tan \phi + (N_q - 1) \sec^2 \phi] \quad (3.9)$$

$$F_q = \sec^2 \phi \quad (3.10)$$

$$G_q = 2 \frac{D_f}{B} (1 - \sin \phi) (\sec^2 \phi - 2 \sin \phi) \quad (3.11)$$

3.3 壓密 沈下量에 대한 破壞類型(CSM)

3.3.1 舉動函數

不等沈下로 인해 구조물이 파괴되는 수가 많으나, 여기서는 어느 한 부분에 국한한 것이므로 어느 限界值 以上으로 침하가 되지 않는 조건으로 거동함수를 설정한다. 다만, 식 (3.1)과 같이 要求條件에 대한 公式이 아직까지는 없으므로 常數로 취하겠으며, 對象이 되는 地盤의 土性은 文獻(10)의 試推孔 B-27의 資料를 擇한 것으로서 약간 過壓密된 상태이다. 따라서, CSM에 대한 舉動函數는 다음과 같다.

$$g_2(X) = S_a - \left[\frac{\alpha C_c H}{1 + e_0} \log \left(\frac{p_c}{p_0} \right) + \frac{C_c H}{1 + e_0} \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_c} \right) \right] \quad (3.12)$$

여기서,

S_a = 目標로 하는 壓密 沈下量

α = 膨脹曲線의 기울기 (C_r)를 C_c 로 換算하기 위한 係數

p_0 = 上載 有效應力 ($D_f + \gamma_2 H/2$)

Δp = 地中應力 增加量으로서, Das(1985)의 方法을 適用한다. 卽,

$$\Delta p = (\Delta p_t + 4\Delta p_m + \Delta p_b) / 6 \quad (3.13)$$

여기서의 添字 t, m 및 b 는 各各 壓密土層의 最上端, 中間 및 下端을 뜻한다.

3.3.2 Gradient vectors

$$\frac{\partial g_2}{\partial C_c} = -\sigma_{cc} \frac{H}{1 + e_0} (\alpha A_1 + A_2) \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial e_0} = \sigma_{ec} \frac{C_c H}{(1 + e_0)^2} (\alpha A_1 + A_2) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial p_c} = -\sigma_{pc} \frac{C_c H (\alpha - 1)}{\ln(10) p_c (1 + e_0)} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial H} = -\sigma_H \frac{C_c}{1 + e_0} \left[\alpha A_1 + A_2 - \frac{\alpha \gamma_1 H}{2 \ln(10) p_0} + \frac{H \left(3\gamma_1 - \frac{4q_0}{H_m^3} - \frac{q_0}{H_b^3} \right)}{6 \ln(10) (p_0 + \Delta p)} \right] \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial p} = -\sigma_p \frac{C_c H H_1}{6 \ln(10) (1 + e_0) (p_0 + \Delta p)} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial D_f} = \sigma_{Df} \frac{\gamma_2 C_c H}{\ln(10) (1 + e_0)} \left[\frac{\alpha}{p_0} - \frac{6 + B^2 H_1}{6 (p_0 + \Delta p)} \right] \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial B} = \sigma_B \frac{C_c H}{3 \ln(10) (1 + e_0) (p_0 + \Delta p)} \left[q_0 \left\{ H_1 - B \left(\frac{H_1 - B}{H_1^3} + \frac{4(H_m - B)}{H_m^3} + \frac{H_b - B}{H_b^3} \right) \right\} \right] \quad (3.20)$$

여기서,

$$A_1 = \log \left(\frac{p_c}{p_0} \right)$$

$$A_2 = \log \left(\frac{p_0 + \Delta p}{p_c} \right)$$

$$H_1 = 1/H_t^2 + 4/H_m^2 + 1/H_b^2$$

3.4 Moment 破壞類型(MFM)

3.4.1 舉動函數

地盤反力 q_0 에 의한 휨 應力이 작용하여 基礎板이 破壞되려는 類型이다. 이 휨 應力을 鐵筋의 引張應力이 抵抗되도록 하여 舉動函數를 設定한다. 卽,

$$g_3(X) = \phi \frac{q_0 B (B - b)^2}{8} - j A_s f_y d \quad (3.21)$$

여기서,

ϕ = 鐵筋을 2方向으로 配置할 경우의 減少係數

b = 기둥의 幅

A_s = 所要 鐵筋의 總斷面積

f_y = 鐵筋의 항복점 引張應力

d = 基礎板의 有效 두께

3.4.2 Gradient Vectors

$$\frac{\partial g_2}{\partial p} = \sigma_p \phi_1 (B-b)^2 / B ; \phi_1 = \phi / 8 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial B} = \sigma_B \phi_1 \{ P(B^2 - b^2) / B^2 + \gamma_2 D_f (3B - b)(B - b) \} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial D_f} = \sigma_{D_f} \phi_1 \gamma_2 B (B - b)^2 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial A_s} = -\sigma_{A_s} j f_y d \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial f_y} = -\sigma_{f_y} j A_s d \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial d} = -\sigma_d j A_s f_y \quad (3.27)$$

3.5 Concrete Punching Shear Failure Mode (PSM)

3.5.1 舉動函數

콘크리트의 剪斷應力 試驗法은 현재까지 개발 되어 있지 않다. 그런데, 흙의 一軸壓縮強度 (unconfined compression strength) 시험이나 콘크리트의 壓縮強度 試驗法은 근본적으로 같은 개념이므로, 前者의 理論에서 $\phi = 30^\circ$ 정도인 材料로 본다면 約 $0.4f'_c$ 이다. 여기서는 콘크리트의 극한 剪斷強度를 $f'_c/4$ 로 취한다.

$$g_4(X) = q_0 [B^2 - (b+d)^2] - \phi f'_c A_c \quad (3.28)$$

여기서, A_c 는 剪斷破壞에 미치는 限界面積으로서 $4(b+d)d$ 이다.

3.5.2 Gradient Vectors

$$\frac{\partial g_4}{\partial p} = \sigma_p \{ B^2 - (b+d)^2 \} / B^2 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial B} = -\sigma_B B \gamma_2 D_f \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial D_f} = \sigma_{D_f} \gamma_2 \{ B^2 - (b+d)^2 \} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial d} = -\sigma_d \{ 2\gamma_2 D_f (b+d) + 4\phi f'_c (2d+b) \} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial f'_c} = -\phi \sigma_{f'_c} A_c \quad (3.33)$$

4. 構造物의 信賴度 算定

4.1 入力 data

3.1節에서 設定한 일은 基礎 構造物 設計에 필요한 基本 設計變數들이 모두 正規分布를 하고, 이 變數들 사이에는 統計的 獨立關係에 있다고 假定하여 破壞可能한 4가지의 類型別로 入力시킨 資料는 表 4.1과 같다.

Table 4.1 Input Data

Mode	Design Variables	mean	S.D.	c.o.v.
BCM (1)	ϕ , rad	0.36	0.04	0.11
	c , t/m ²	0.58	0.23	0.39
	B , m	2.00	0.20	0.10
	D_f , m	1.50	0.15	0.10
	P , t	50.00	12.50	0.25
CSM (2)	H , m	6.00	0.72	0.12
	C_c , --	0.22	0.02	0.05
	P_c , t/m ²	8.12	0.65	0.08
	e , --	0.96	0.09	0.10
	P , t	50.00	12.50	0.25
	B , m	2.00	0.20	0.10
	D_f , m	1.50	0.15	0.10
MFM (3)	P , t	50.00	12.50	0.25
	B , m	2.00	0.20	0.10
	D_f , m	1.50	0.15	0.10
	d , m	0.30	0.015	0.05
	f_y , t/m ²	40000	4000	0.10
	A_s , m ²	0.002	2×10^{-4}	0.10
PSM (4)	P , t	50.00	12.50	0.25
	B , m	2.00	0.20	0.10
	D_f , m	1.50	0.15	0.10
	d , m	0.30	0.015	0.05
	f'_c , t/m ²	2000	400	0.20

4.2 信賴指數 및 破壞點의 設計變數 算定

Rackwitz algorithm을 이용하여 支持力 破壞 類型에 대해서만 파괴에 이른 상태에서의 信賴指數와 그 때에 撥揮하고 있는 設計變數들을 구한 결과는 表 4.2이고, 나머지 3개의 類型에 대해서도 破壞點에 收斂된 값들을 整理하면 表 4.3과 같다.

Table 4.2 Evaluation of Reliability Index and Check Points

Iteration No.	Design Variable	Assued Failure Point	Gradiet Vector	Direction Cosine	Remark
1	ϕ , rad	0.36	23.4695	0.9450	$q_0=17.5\text{t/m}^2$ $\beta=3.595$
	c , t/m ²	0.58	6.5429	0.2634	
	B , m	2.00	1.6592	0.0668	
	D_f , m	1.50	3.2659	0.1315	
	P , t	50.00	-3.1250	-0.1258	
2	ϕ , rad	0.2255	7.9345	0.8088	$q_0=21.7\text{t/m}^2$ $\beta=3.093$
	c , t/m ²	0.3658	3.8026	0.3876	
	B , m	1.9520	2.6643	0.2716	
	D_f , m	1.4291	0.9828	0.1002	
	P , t	55.6544	-3.2807	0.3344	
3	ϕ , rad	0.2069	9.9231	0.8180	$q_0=21.8\text{t/m}^2$ $\beta=3.099$
	c , t/m ²	0.3088	4.4306	0.3652	
	B , m	1.8320	3.4626	0.3003	
	D_f , m	1.4535	1.3894	0.1145	
	P , t	62.9286	-3.7244	0.3070	
4	ϕ , rad	0.2596	9.9061	0.8155	$q_0=21.8\text{t/m}^2$ $\beta=3.096$
	c , t/m ²	0.3240	4.4135	0.3633	
	B , m	1.8139	3.6864	0.3035	
	D_f , m	1.4468	1.3833	0.1139	
	P , t	61.8938	-3.7992	-0.3128	
5	ϕ , rad	0.2600	9.9488	0.8158	$q_0=21.8\text{t/m}^2$ $\beta=3.096$
	c , t/m ²	0.3256	4.4219	0.3626	
	B , m	1.8121	3.7096	0.3042	
	D_f , m	1.4471	1.3899	0.1140	
	P , t	62.1033	-3.8067	-0.3122	

*Initial Conditions : Demand of Contact Press. (q_0)=15.5 t/m²
Supply of Bearing Capacity (q_w)=50.7 t/m²

Table 4.3 Reliability Index and Check Points of all Failure Modes

Failure Mode	Design Variable	Failure Point	Gradient Vector	Direction Cosine	Remark
BCM (1)	ϕ , rad	0.2600	9.9488	0.8158	$q_0=12.7\text{t/m}^2$ $q^*=21.8\text{t/m}^2$ $\beta=3.096$
	c , t/m ²	0.3256	4.4219	0.3626	
	B , m	1.8121	3.7096	0.3042	
	D_f , m	1.4471	1.3899	0.1140	
	P , t	62.1033	-3.8067	-0.3122	
CSM (2)	H , m	6.6624	-0.0171	-0.4070	$S_0=6.65\text{cm}$ $S_c^*=15\text{cm}$ $q^*=21.0\text{t/m}^2$ $\beta=2.265$
	C_c , ---	0.2243	-7.35 × 10	-0.1751	
	P_c , t/m ²	7.1553	0.0275	0.6558	
	e_0 , ---	0.9259	7.03 × 10 ⁻³	0.1674	
	P , t	63.6750	-0.0262	-0.4819	
	B , m	1.8858	0.0106	0.2522	
	D_f , m	1.5759	-9.37 × 10 ⁻³	-0.2231	

MFM (3)	P, t	59.9861	-2.6525	-0.2633	$M_0=9.5tm$
	B, m	2.5620	-9.3309	-0.9264	$M_u=19.2tm$
	D_f, m	1.5189	-0.4179	-0.0415	$M^*=17.0tm$
	d, m	0.2961	0.8591	0.0853	$q^*=12.2t/m^2$
	$f_y, t/m^2$	37840	1.7928	0.1780	$\beta=3.033$
	A_s, cm^2	18.9000	1.7928	0.1780	
PSM (4)	P, t	58.1506	-15.9109	-0.1568	$\tau_0=78.4t/m^2$
	B, m	2.0394	-4.8023	-0.0473	$\tau_c=500t/m^2$
	D_f, m	1.5098	-1.5873	-0.0157	$\tau^*=90.0t/m^2$
	d, m	0.2995	0.8372	8.26×10^{-3}	$q^*=17.0t/m^2$
	$f_c', t/m^2$	359.810	100.00	0.9863	$\beta=4.157$

note : *Values of failure point

4.3 各 破壞類型 사이의 相關係數

表 4.3에서 direction cosines 들을 式 (2.15)에 代入하여 破壞類型 사이의 相關係數 行列을 구하면, 表 4.4 와 같다.

Table 4.4 Correlation Matrix of Failure Modes

	BCM(1)	CSM(2)	MFM(3)	PSM(4)
BCM(1)	1	0.3013	-0.2056	0.0328
CSM(2)		1	-0.0975	0.0670
MFM(3)	Sym.		1	0.0865
PSM(4)				1

4.4 基礎 構造物의 信賴度 範圍

1) Uni-modal bounds

表 4.2의 備考欄에 있는 各 破壞類型別 信賴指數를 式 (2.20)에 代入한 信賴度의 範圍는 다음과 같다.

$$2.198 \leq p_F \leq 2.265 \quad (4.1)$$

또는

$$1.176\% \leq p_F \leq 1.397\% \quad (4.2)$$

2) Bi-modal bounds

各 破壞類型들을 次例로 한 쌍씩 構成하여 共通 破壞部分에 대한 確率을 구하면 다음과 같다.

$$2.334 \times 10^{-5} \leq P(E_1 E_2) \leq 4.139 \times 10^{-5} \quad (4.3)$$

$$P(E_1 E_3) \leq 7.040 \times 10^{-6}; (\rho_{1,3} < 0) \quad (4.4)$$

$$2.430 \times 10^{-8} \leq P(E_1 E_4) \leq 2.463 \times 10^{-8} \quad (4.5)$$

$$P(E_2 E_3) \leq 2.775 \times 10^{-8}; (\rho_{2,3} < 0) \quad (4.6)$$

$$3.054 \times 10^{-7} \leq P(E_2 E_4) \leq 3.742 \times 10^{-7} \quad (4.7)$$

$$5.507 \times 10^{-8} \leq P(E_3 E_4) \leq 5.874 \times 10^{-8} \quad (4.8)$$

위의 結果들을 式 (2.21) 및 (2.22)에 代입하여 二階法으로 구한 信賴度 範圍는,

$$2.1977 < p_F < 2.1984 \quad (4.9)$$

또는

$$1.389\% < p_F < 1.395\% \quad (4.10)$$

4.5 考 察

식 (4.2) 및 (4.10)에 의하면, bi-modal bounds가 範圍도 좁고 그 下限値가 더 높게 評價된다. 따라서, 有相關 破壞類型의 舉動函數로 構成하여 system reliability를 解析해야 할 것이다. 그리고, 4개의 有相關 破壞類型의 共通의 設計變數들의 變化範圍는 表 4.3에 의하여,

$$58.15 t \leq P^* \leq 63.68 t$$

$$1.81 m \leq B^* \leq 2.56 m$$

$$1.45 m \leq D_f^* \leq 1.58 m$$

$$29.9 cm \leq d^* \leq 30.0 cm$$

여기서는 共通 設計變數들을 上限値로 취하고 나머지는 破壞點에서 발휘되고 있는 값들을 檢討한다.

즉,

$$P^*=64 t, B^*=2.6 m, D_f^*=1.6 m, d^*=30 cm \text{ 이므로,}$$

○ 基礎에 作用하는 荷重;

$$Q^*=P^*+D_f^*B^*=85.63t$$

○ 接地壓;

$$q_0^*=Q^*/B^*=12.67t/m^2$$

1) Bearing capacity mode (BCM)

$c^*=0.33t/m^2$, $\phi^*=0.26rad$.이므로, $N_q^*=6.81$, $N_r^*=3.94$, $N_c^*=15.44$, $D_c^*=1.25$, $S_q^*=1.38$, $D_q^*=1.19$ 등을 舉動函數 $g_i(X)$ 의 抵抗條件식에 대입하면, $q_0^*=44.84t/m$ 이다. 따라서, 確定論的 設計法에 의한 安全率은 3.54이다.

2) Consolidation settlement mode (CSM)

$H^*=6.66m$, $C_c^*=0.224$, $e_0^*=0.93$, $P_c^*=7.16t/m^2$, $P_0^*=6.38t/m^2$, $\Delta P^*=3.26t/m^2$ 이므로 $S_c^*=10.36cm$ 이다. 따라서, 目標로 하는 壓密沈下量(S_a)을 超過하지 않을 條件에 대해서 安全率 概念으로서 $F_s=1.45$ 여서 매우 不安定할 뿐만 아니라 타당한 設計法으로 보기가 困難하다. 그런데, 信賴度 解析으로 얻은 表 4.3에는 接地壓을 $21.0t/m^2$ 으로 作用시키는 경우에 非超過確率은 98.82%여서 상당히 安全側에 있음을 보여주고 있다.

3) Moment failure mode (MFM)

$f_y^*=35980t/m^2$, $A_s^*=18.6cm^2$ 이므로, 抵抗moment는 $17.9t/m$ 이다. 마찬가지로 表 4.3의 要求條件의 moment(M_0)에 對한 安全率은 1.88이나, 信賴度 設計에 의해서는 安全狀態 確率은 99.78%로서 거의 安全한 것으로 判斷된다.

4) Concrete Punching shear failure mode (PSM)

콘크리트의 引張 剪斷應力에 대한 公認된 試驗法이 없어서, 이 應力을 壓縮強度의 25%로 取해서 구한 信賴度는, 前述한 4가지의 破壞類型中에서 가장 安全하게 評價되었다. 이는 콘크리트 引張 剪斷應力을 過大評價된 것으로 判斷된다.

5. 結 論

얇은 基礎의 信賴度評價에 있어서, 破壞될 수 있는 類型을 地盤의 不適當한 支持力(BCM) 및 過度한 壓密沈下量(CSM), R.C. slab에 대해서는 moment 破壞(MFM)와 斜引張 剪斷破壞(PCM) 등으로 設定하고, 이 서로 다른 破壞類型의 舉動函數에 荷重, 基礎의 幅 및 깊이를 共通 基本 設計變數로 構成시켜서 system reliability를 解析한 바,

1. 單一 舉動函數에 대한 信賴指數는 CSM 이

가장 낮고, PSM 이 가장 安定狀態에 있으며, BCM 과 MFM 의 破壞確率은 거의 같고 BCM 과 MFM 의 中間이다.

2. 有相關 破壞類型의 信賴度 範圍는 二階法이 一階法보다 더 좁으며, 그 破壞確率의 下限值도 낮게 評價된다. 따라서, 有相關 舉動函數로 設定된 二階法으로 system reliability를 解析해야 過小評價될 危險이 없음을 알았다.

이 論文은 蔚山大 併設 工業 專門大學 財團의 研究費를 支援받아 이룩된 것으로 貴財團에 感謝드립니다.

References

1. Ang, Alfredo H-S, "Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design," J. of Structural Div., ASCE, Vol. 93, No. ST9, 1973, pp. 1891~1810.
2. Ang, Alfredo H-S and Tang Wilson H., "Probability Concepts in Engineering Planning and Design," Vol. II, John Wiley and Sons, Inc., 1984, pp. 448~470.
3. Das, Braja M., "Principles of Foundation Engineering," Brooks/Cole Engineering Div., 1984, pp. 101~164.
4. Ditlevsen, Ove, "Uncertainty Modeling with Applications to Multidimensional Civil Engineering," Mc-Graw Hill, 1984, pp. 226~240.
5. Meyerhof, George Geofferey, "Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations," The Bearing Capacity and Settlement of Foundations Selected Papers, Tech-Press, Canada, 1982, pp. 77~86.
6. Shinozuka, Masanobu, "Basic Analysis of Structural Safety," J. of Structural Engineering Div., ASCE. Vol. 109, No. 3, 1983, pp. 721~738.
7. Terzaghi Karl and Peck, Ralph E., "Soil Mechanics in Engineering Practice," John Wiley and Sons, Lnc., 1967, pp. 211~224.
8. Vesic, Aleksandar S., "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations," J. of the Soil Mechanics and Foundations Div., ASCE, Vol. 99, No. SM1, 1973, pp. 45~73.
9. 金龍弼, 林炳祚, "單一型 舉動函數에 의한 얇은 基礎의 信賴度 解析", 大韓土質工學會誌, 第2卷, 第1號, 1986, pp. 27~44.
10. 白樂晨, "60,000 BPSD 精油工場敷地 二次 地質 調査 報告書", 極東石油(株), 1984. 9.