

砂質土層內 水平載荷 말뚝의 舉動解析에 관한 研究

A Study on Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand

鄭 好 教*

Jeong, Ho-Gyo

林 炳 祚**

Lim, Byung-Jo

Abstract

The analysis of laterally loaded piles in sand is presented through the finite element algorithm using p - y curve. The soil modulus are found iteratively where the reaction in the Winkler model is coincided with that in the p - y curve. Through the finite element algorithm, the direct consideration for the dependent effect of all other depths to a particular depth is possible. Pile head deflection and rotation are computed by this method and compared with field experimental data of statically loaded piles at the Kwang-yang steel mill construction site.

The results of this method are compared with the field experimental date of statically loaded piles tested at the Kwang-yang steel mill construction site.

要 旨

本 研究는 砂質土 地盤內의 靜의 水平載荷 pile 의 舉動을 예측하기 위해 p - y curve 와 有限要素 技法에 의한 數值解析方法을 開發하기 위해 수행되었다. Winkler model 에 의한 反力과 p - y curve 에 의한 反力이 일치하는 soil modulus 를 反復計算에 의하여 산정하였다. 有限要素技法에 의하여 各 節點間의 相互影響을 직접 고려할 수 있었다. 이 電算 Program 을 光陽製鐵所의 現場實測資料에 적용하여 本 解析方法의 適合성을 검토하고 그 結果를 分析하였다.

1. 序 論

水平荷重을 받는 單杭의 舉動은 통상 말뚝의 주변지반을 soil spring 으로 理想化한 Winkler model⁽¹⁾을 사용하여 Hetenyi⁽²⁾가 전개한 基本

理論式에 의하여 解析되어왔다. 그러나 말뚝에 加해진 水平荷重에 對하여 특정깊이의 흙의 舉動은 非線形으로 나타나며 그 形態 또한 깊이 에 따라 變化한다. 이러한 pile-soil 간의 舉動特性을 고려하여 말뚝길이에 따른 各 soil spring 의 舉動을 各 支點에서의 地盤反力(p)과 말뚝의

* 正會員 고려대학교 대학원 석사과정

** 正會員 고려대학교 교수

變位(y)로 구성되는 일련의 非線形 p - y curve 로 표현하여 pile-soil 간의 相互舉動을 解析하는 좀더 정교한 方法이 大두되었다.⁽³⁾

현재 p - y curve 를 이용한 pile-soil 간의 舉動 解析은 Bogard· Matlock⁽⁵⁾과 Reese⁽⁶⁾ 등에 의해 개발된 有限差分法(FDM)Program 에 의해 수행되고 있으나 어떤 한 支點의 舉動에 對한 餘他 支點들의 影響이 間接적으로 고려되므로 多數의 反復計算이 필요하다.

本 論文에서는 地盤을 Winkler 의 soil-spring 구조로 理想化시킨후 말뚝의 剛성과 地盤反力係數를 組合하여 相互從屬의으로 움직이는 soil-spring 의 特性을 직접 고려할 수 있는 有限要素法(FEM)Program 의 개발을 시도하였다.

砂質土 地盤에서의 soil springs 의 舉動은 雙曲線함수로 나타나는 p - y curve 로 구성하였으며 soil springs 의 舉動을 p - y curve 上에서 직접 추적하기 위하여 p - y curve 上의 secant modulus 인 soil modulus(E_s)를 反復算定함으로써 Winkler model 에 의한 反力과 " p - y " curve 에 의해 결정되는 反력이 一致되는 變位를 算定하였다. 이러한 解析過程에 有限要素技法(FEM)을 도입함으로써 地盤의 非線形 舉動特性 뿐만 아니라 各 節點間의 相互影響도 고려할 수 있는 電算 Program 을 개발하였다.

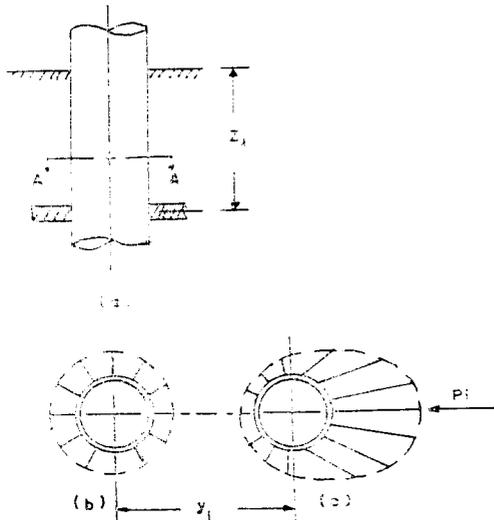


그림 2.1 p - y 의 기하학적 정의
(a) 열면 (b) 재하전 A-A 단면의 토압분포
(c) 재하후 A-A 단면의 토압분포

本 解析方法을 光陽탄에서 행해진 강관말뚝의 靜的水平載荷試驗資料에 적용하여 그 計算結果를 實測値와 比較 分析하여 本 解析方法의 適合性을 검토하였다.

2. p - y curve

2.1 基本概念

McClelland-Focht⁽⁷⁾에 의해 처음 소개된 이래 Reese et al.⁽⁴⁾ 등에 의해 그 구성방법이 점차 발전되온 p - y curve 의 개념은 그림(2.1)에 잘 나타나 있다. 말뚝이 水平載荷되고 y_i 의 변위가 발생하여 그림(2.1.b)의 상태에서 그림(2.1.c)의 상태로 되면서 말뚝주변에 不均等한 土壓이 발생하고 그 습은 말뚝단위길이상 不均等한 힘 p_i 로 표현된다.

그림(2.2)와 같은 말뚝길이에 대한 일련의 p - y curve 들은 特定깊이에서의 地盤舉動이 餘他깊이에서의 舉動과 無關하다는 것을 의미한다. 그러나 特定깊이에서의 地盤反力은 해당깊이에서의 變位에 의해 결정된다는 점을 고려하면 이러한 不連續性에 의한 誤差는 무시할 수 있을 정도의 작은 값이라는 것이 실험을 통해 밝혀졌다.⁽⁶⁾

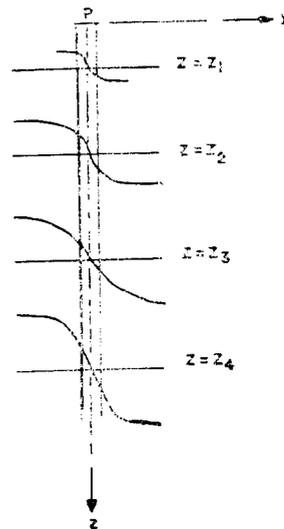


그림 2.2 깊이 에 따른 p - y curve

2.2 構成方法들의 比較分析

現在까지 발표된 砂質土層에서의 p - y curve의 構成方法은 Reese et al⁽⁴⁾의 方法을 토대로한 API RP 2A 方法⁽⁸⁾을 포함하여 모두 4가지의 方法이 있다. Murchison-O'Neil⁽¹¹⁾은 이들 4가지 方法 즉 (I)APIRP 2A, (II)Bogard-Matlock⁽⁹⁾, (III)Scott, (IV) O'Neil-Murchison⁽¹⁰⁾ 등이 각기 제안한 方法들에 대해 同一한 基本資料들을 사용하여 相對的인 比較를 하였다.

比較基準을 枕頭變位, 最大휨모멘트, 最大휨모멘트의 발생깊이 등으로 하여 4가지 方法에 의한 計算値와 各資料의 實測値를 比較하였다. 해당자료말뚝 직경의 1.0, 2.5, 5.0, 7.5, 15%의 값에 해당되는 枕頭變位를 基準으로 實測値와 計算値를 比較하여 그 差異를 實測値로 나눈 값을 誤差로 하였으며 그림(2.3)에 한 예가 나타나 있다. 여러 시험자료에 대해 이와 같은 方法으로 計算된 오차를 습하여 各 方法의 累積誤差를 구한 것이 표(2.1)과 같으며 팔호안의 값은 各 方法의 累積誤差를 方法(I)의 累積誤差로 나눈 값으로서 各 方法의 相對的인 正確度를 나타낸다. 표(2.1)에서 알 수 있듯이 가장 正確한 方

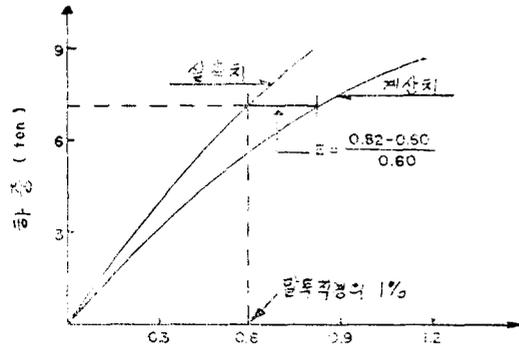


그림 2.3 오차계산의 예

표 2.1 各方法의 累積誤差

方法	抗頭變位(Δ)	M_{max}	M_{max} 발생깊이
I	74.8(1.00)	16.5(1.00)	12.7(1.00)
II	70.1(0.94)	16.0(0.97)	11.4(0.90)
III	83.1(1.11)	12.8(0.78)	8.2(0.65)
IV	51.8(0.69)	9.6(0.58)	8.7(0.69)

법은 O'Neil-Murchison이 제안한 方法(IV)이다. 따라서 本 研究에서는 方法(IV)에 의해 p - y curve를 구성하여 數値解析에 이용하였다.

-O'Neil-Murchison의 方法

O'Neil-Murchison⁽¹⁰⁾은 식(2.1)과 같은 連續的인 雙曲線함수로써 p - y curve의 구성식을 제안하였으며 구성된 일련의 p - y curve 들은 그림(2.4)과 같다.

$$p = \eta A p_u \tanh \left[\left(\frac{kz}{\eta A p_u} \right) y \right] \quad (2.1)$$

여기서 A 는 經驗的인 修正係數로써 식(2.2)에 의하여 計算되며 算定値가 0.9보다 작으면 0.9를 사용한다.

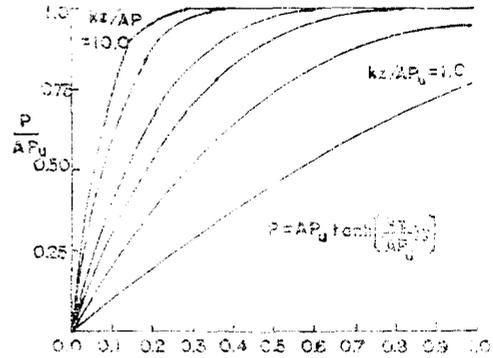


그림 2.4 方法 IV의 p - y curves

$$A = 3 - 0.8z/D \geq 0.9 \quad (2.2)$$

η 는 形狀係數로써 tapered 말뚝이나 木材말뚝의 경우는 1.5, H 말뚝이나 鋼管말뚝의 경우는 1.0의 값을 사용한다.

k 는 水平方向地盤反力係數이다.

p_u 는 極限反力로써 식(2.3)과 식(2.4) 중 작은 값을 사용한다.

$$p_u = \gamma \cdot z [D(k_p - k_a) + z k_p \tan \phi \tan \beta] \quad (2.3)$$

$$p_u = \gamma \cdot D \cdot z [k_p^3 + 2k_c k_p^2 \tan \phi + \tan \phi - k_a] \quad (2.4)$$

여기서 ;

z =지중깊이

γ =흙의 單位重量(地下水位에 따라 선택)

k_a =Rankine의 主動土壓係數

k_p =Rankine의 受動土壓係數

k_0 =靜止土壓係數

ϕ =內部摩擦角

$\beta = 45^\circ + \phi/2$

3. 數値解析方法의 開發

3.1 有限要素法

地盤에 打設된 말뚝을 n 개의 要素로 나누고 地盤을 Winkler model로 理想化시켜 그 關係를 도시하면 그림(3.1)과 같다.

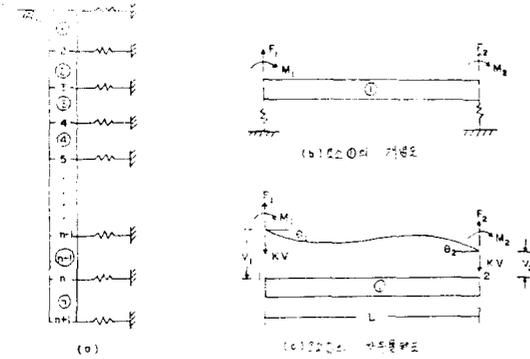


그림 3.1 Model의 구성

그림(3.1.c)에 대해 살펴보면 휨변형에 의해 요소①내에 저장된 변형에너지는 식(3.1)과 같다. ⁽¹²⁾

$$U_b = \frac{1}{2}EI \int_0^L \frac{d^2v}{dx^2} dx \quad (3.1)$$

soil spring은 휨에 대한 抵抗成分이 없으므로

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ M_1 \\ F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L^3} + K_1 & -\frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

3.2 p-y curve의 導入

이미 언급한 O'Neil-Murchison의 제안에 따라 p-y curve를 구성하면 임의깊이(z_i)에서 지반은 그림(3.3)과 같이 非線形으로 舉動함을 알 수 있다. 따라서 말뚝이 水平載荷되었을 때 地盤反力(p)와 변위(y)는 p-y curve 상에서 secant modulus로 표현되는 soil modulus(E_{si})에 의해 결정된다.

spring 내에 저장된 변형에너지는 식(3.2)와 같다.

$$U_k = \frac{1}{2}K_1 V_1^2 + \frac{1}{2}K_2 V_2^2 \quad (3.2)$$

따라서 總變형에너지는,

$$U = U_b + U_k \quad (3.3)$$

한편 外力에 의한 포텐셜에너지는,

$$W = F_1 V_1 + M_1 \theta_1 + F_2 V_2 + M_2 \theta_2 \quad (3.4)$$

要素길이에 걸친 변위(V)의 形狀을 單位先端變位에 대해 나타내는 形狀係數(N)을 도입하면 변위(V)는 다음과 같다.

$$V = N_1 V_1 + N_2 \theta_1 + N_3 V_2 + N_4 \theta_2 \quad (3.5)$$

最小일의 原理에 따라 식(3.4)와 식(3.5)을 V_1 에 대해 편미분하여 정리하면,

$$F_1 = EI \int_0^L \frac{d^2V}{dx^2} \frac{d^2N}{dx^2} dx + K_1 V_1 \quad (3.6)$$

形狀係數의 적분공식에 따라 정리하면,

$$F_1 = \left(\frac{12}{L^3} EI + K_1 \right) V_1 - \frac{6}{L^3} EI \theta_1 - \frac{12}{L^3} EI V_2 - \frac{6}{L^2} EI \theta_2 \quad (3.7)$$

따라서 식(3.4)와 식(3.5)를 θ_1, V_2, θ_2 에 대해 차례로 편미분하고 식(3.6)과 식(3.7)의 과정을 밟으면 外力과 변위 사이에 다음과 같은 行列式이 구성된다.

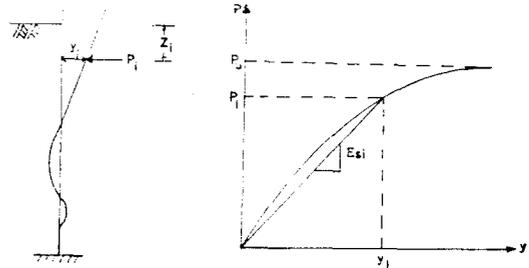


그림 3.2 말뚝의 처짐형상 그림 3.3 p-y curve

물론 이때의 E_{ii} 는 載荷荷重에 따라 항상 변하는 값이며 식(3.8)에 도입된 K 성분과 의미가 동일하다. 그러므로 E_{ii} 를 식(3.8)에 도입하여 變位(y_i)를 구하면 식(3.9)에 의하여 反力(p_i)를 구할 수 있다.

$$p_i = E_{ii} \cdot y_i \quad (3.9)$$

3.3 解析 Program의 構成

1) 식(3.8)을 이용하여 全말뚝길이에 대한 剛性 Matrix를 구성하여 다음과 같이 外力과 變位사이의 관계를 구성한다.

$$\{F\} = [S] \{\delta\} \quad (3.10)$$

2) 식(2.1)로써 p - y curve를 구성한다.

$$p = \eta A p_u \tanh \left[\left(\frac{kz}{\eta A p_u} \right) y \right] \quad (2.1)$$

3) 식(2.1)에 도입된 水平地盤反力係數(k)를 이용하여 剛性 Matrix내의 E_{ii} 성분의 초기치를 가정한다.

$$E_{ii} = k \cdot z$$

4) 식(3.10)에서 各 節點의 처짐量(y_i)와 처짐角(θ_i)를 산정하고 식(3.9)를 이용하여 反力(p_i)을 결정한다.

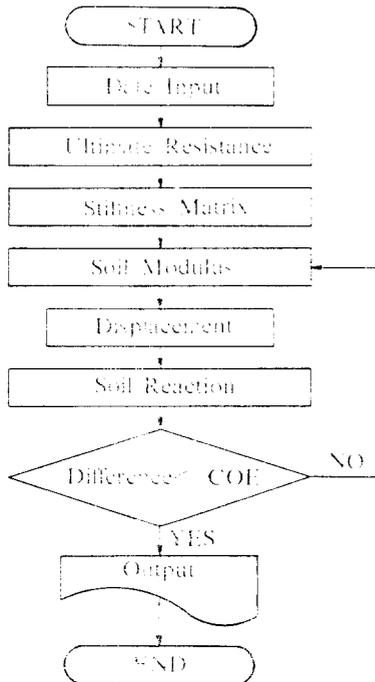


그림 3.4 Flow Chart

5) 과정(3)에서 구한 y_i 를 과정(2)의 식(2.1)에 대입하여 p - y curve 상의 反力을 결정한다.

6) 과정(4)와 과정(5)에 의해 산정된 두개의 反力값이 일치할 때까지 E_{ii} 를 再假定하여 (4)에서 (5)까지의 과정을 반복한다. 해당깊이(z_i)에서의 反力과 變位는 과정(4)와 과정(5)의 결과가 일치할 때의 反力(p_i)와 變位(y_i)이다.

以上の 과정에 대한 흐름도는 그림(3.4)와 같다.

4. 現場試驗의 條件 및 結果

本 研究에 인용한 資料는 光陽탄에서 행해진 光陽製鐵所 基礎말뚝杭打 및 載荷試驗⁽¹³⁾ 중 水平載荷試驗資料이다. 各 시험지역의 土質은 말뚝貫入깊이에 대해 中上部層은 loose sand와 silty sand로 이루어져있으며 中下部層은 silty clay나 sandy clay로 이루어져 있고 深部層은 sand stone이나 shale로 이루어져 있다. 試驗方法은 各各 다른 直徑의 鋼管말뚝에 대해 日本土質工學會의 기준에 따라 一方向載荷方法이 사용되었다.

5. 解析結果 및 分析

5.1 解析條件

本 方法을 적용한 지역은 中上部層은 砂質土層이고 中下部層은 粘土層이므로 일정깊이 以下의 粘土層에서는 soil modulus가 일정하다는⁽¹⁴⁾ 특성을 이용하여 砂質土層 아래의 깊이에 대해서는 同一한 soil modulus를 적용하였다. 시험지역의 土質變數는 引用資料⁽¹³⁾의 土質性狀 및 杭打記錄을 이용하여 특정한 범위내에서⁽¹⁵⁾ 결정하였다.

O'Neil-Murchison⁽¹⁰⁾은 直徑이 60.96cm인 강관말뚝에 대한 現場시험을 통하여 식(2.1)과 같은 구성식을 제안하였다. 本 研究에서는 식(2.1)에 따라 이론적인 p - y curve를 구성하였으므로 直徑이 60.96cm보다 큰 3개의 말뚝과 작은 3개의 말뚝에 대해 本 方法을 적용하였다. 各 말뚝의 單位要素길이는 100cm로 하였으며 6개소의 시험지역과 말뚝에 대한 基本 입력자료는 표 5.1과 같으며 本 解析에 도입된 p - y curve의 背景試驗資料도 함께 수록하였다.

표 5.1

기본 입력 자료

試驗番號	試驗地域	발목直徑 D(mm)	貫入길이 L(m)	砂質土層 L3(m)	段階荷重 FF(ton)	單位길이 LE(m)	剛性 EI(kg-cm ²)	地盤反力係數 KF(kg/cm ³)	φ(°)
11	高爐敷地	914.4	29.50	15.08	6.25	1	9.571×10 ¹¹	0.5536	20
12	高爐敷地	711.2	27.00	15.13	5.60	1	4.436×10 ¹¹	0.5536	20
16	製鋼敷地	711.2	22.20	18.63	5.00	1	3.571×10 ¹¹	0.5536	20
5	코크스敷地	558.8	17.65	14.40	3.75	1	1.706×10 ¹¹	1.6608	27
2	原料處理敷地	508.0	41.30	22.51	3.40	1	1.273×10 ¹¹	1.6608	27
23	熱延敷地	406.4	19.10	4.21	3.00	1	4.901×10 ¹⁰	1.6608	27
0	背景試驗	609.6	—	—	—	—	1.678×10 ¹¹	3.5984	39

림(5.1)과 같이 시험지역별과 재하단계별로 實測値와 비교하였다.

5.2 解析結果 및 實測値와의 比較

各試驗발목에 대한 해석결과를 표(5.2)와 그

표 5.2

항두 변위량의 비교

敷地 No	比較 항목	하중단계	하중단계							
			1	2	3	4	5	6	7	8
高爐 11	하중 (ton)	중 (ton)	6.25	12.5	18.75	25.0	31.25	37.5	43.75	50.0
	변위 (mm)	실측치	2.2	6.8	14.0	22.2	31.2	42.2	54.4	67.0
		계산치	3.6	7.2	11.0	15.0	19.1	23.7	28.6	34.2
	경사각 (×10 ⁻⁵ rad)	실측치	100	280	480	530	740	1,600	2,400	2,500
계산치		86	172	260	352	447	548	656	774	
高爐 12	하중 (ton)	중 (ton)	5.6	11.3	16.9	22.5	28.1	33.8	39.4	45.0
	변위 (mm)	실측치	2.0	4.6	9.9	15.6	22.9	31.3	41.7	54.1
		계산치	4.5	9.1	14.2	19.9	26.7	35.3	46.4	60.4
	경사각 (×10 ⁻⁵ rad)	실측치	90	210	370	450	550	570	685	1,150
계산치		124	250	385	534	702	902	1,146	1,436	
製鋼 16	하중 (ton)	중 (ton)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
	변위 (mm)	실측치	3.3	7.8	13.7	20.7	28.6	38.6	47.0	61.8
		계산치	4.4	8.9	13.7	19.2	25.6	33.5	43.7	56.5
	경사각 (×10 ⁻⁵ rad)	실측치	50	170	275	430	705	830	1,255	1,340
계산치		126	255	391	540	707	902	1,138	1,419	
코크스 5	하중 (ton)	중 (ton)	3.75	7.5	11.25	15.0	18.75	22.5	26.25	30.0
	변위 (mm)	실측치	1.4	4.2	7.6	11.3	15.3	19.3	24.6	29.0
		계산치	2.3	4.7	7.3	10.1	13.2	16.9	21.4	27.1
	경사각 (×10 ⁻⁵ rad)	실측치	78	200	370	540	650	820	1,020	1,220
계산치		98	198	301	412	532	667	825	1,010	

原料處 2	하 중 (ton)		3.4	6.8	10.2	13.5	16.9	20.3	23.7	27.0
	변 위 (mm)	실 측 치	2.0	4.1	6.8	9.8	12.9	17.4	22.6	27.9
		계 산 치	2.4	5.0	7.7	10.7	14.2	18.4	24.0	31.0
	경 사 각 ($\times 10^{-5}$ rad)	실 측 치	95	180	275	380	505	570	675	872
계 산 치		108	218	333	458	598	758	952	1,187	
熱 延 2	하 중 (ton)		3.0	6.0	9.0	12.0	15.0	18.0	21.0	24.0
	변 위 (mm)	실 측 치	3.7	7.8	12.1	17.6	23.4	29.4	36.3	43.6
		계 산 치	3.3	7.0	11.4	17.3	26.3	39.0	54.7	75.1
	경 사 각 ($\times 10^{-5}$ rad)	실 측 치	230	470	720	1,020	1,360	1,800	2,215	2,650
계 산 치		177	365	581	847	1,209	1,678	2,222	2,871	

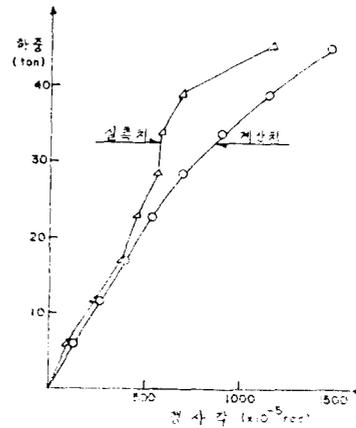
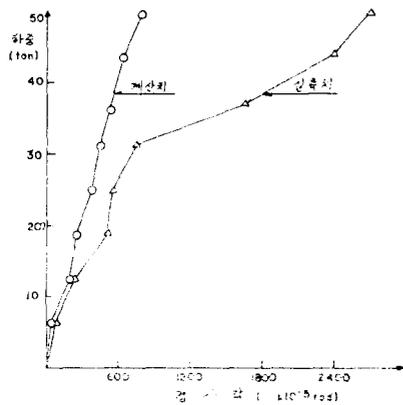
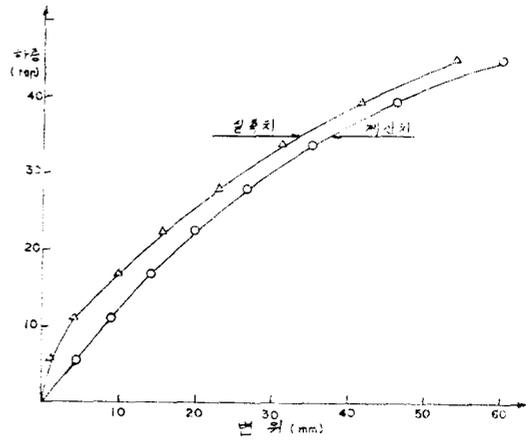
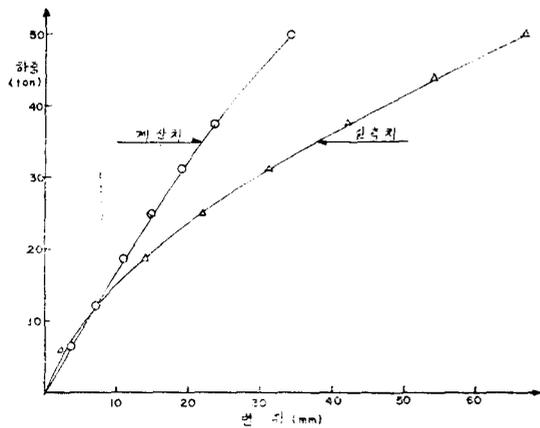


그림 5.1.1 高爐敷地 11

그림 5.1.2 高爐敷地 12

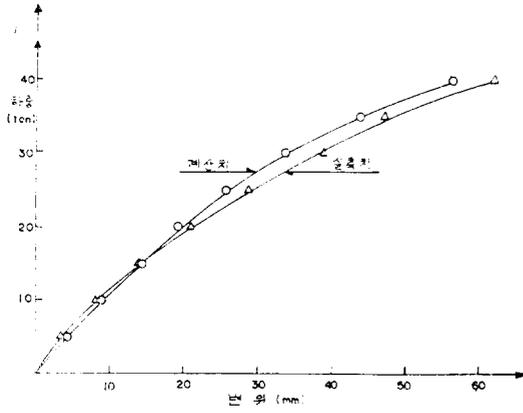


그림 5.1.3 製鋼敷地 16

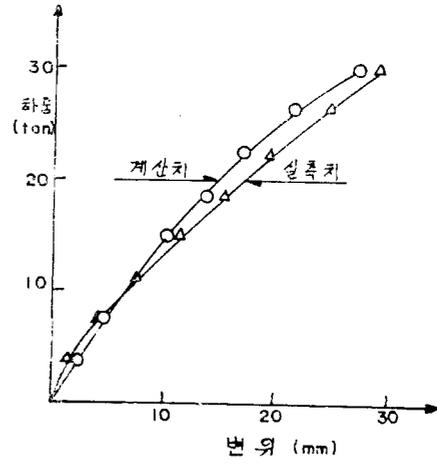


그림 5.1.4 코크스敷地 5

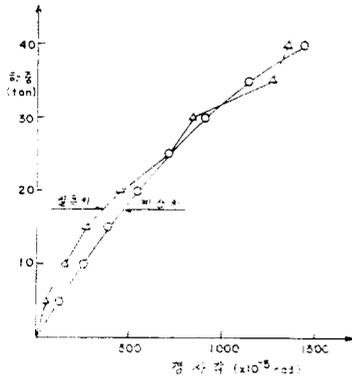
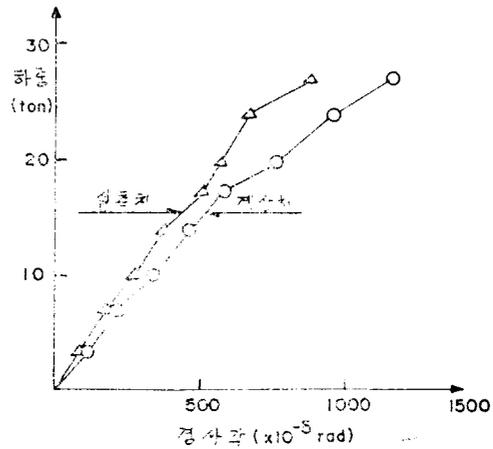
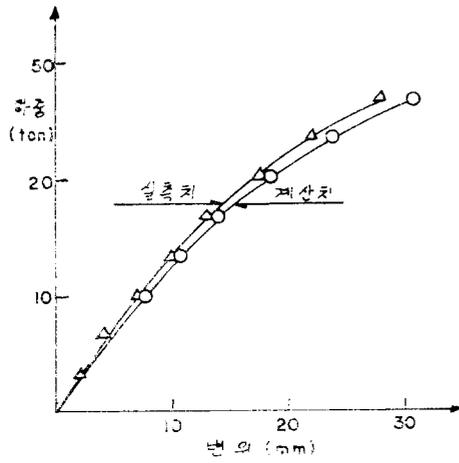
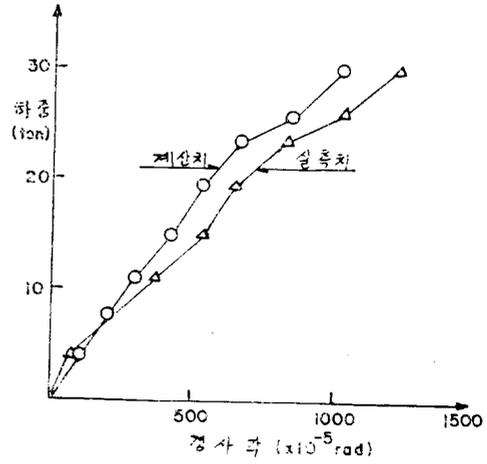


그림 5.1.5 原料處理敷地 2



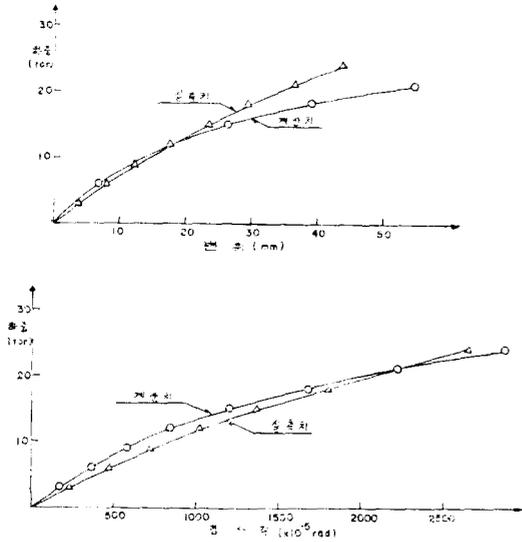


그림 5.1.6 熱延數地 23

5.3 比較結果에 대한 分析

背景試驗말뚝의 剛性에 比해 剛性이 6 倍가량 큰 No. 11 말뚝의 경우는 寡小算定된 계산결과를 나타내고 1/4 倍만큼 작은 No. 23 말뚝의 경우는 最終載荷段階에서 계산결과가 다소 크게 산정되었다. 한편 背景試驗말뚝과 비슷한 剛性을 가진 다른 말뚝의 경우에는 일반적인 誤差의 경향이 나타나지 않았으며 實測値와 計算値의 差異가 僅少했다. 특히 現場試驗을 통해 결정된 許容支持力의 범위내에서는 實測値와 計算値가 매우 僅少한 差異를 나타냈으며 許容水平支持力에 대해서 枕頭變位の 實測値와 計算値를 비교하면 표(5.3)과 같다.

표 5.3 허용수평 지지력에 대한 항두변위의 비교

試驗地域	高爐高爐製鋼數地11	高爐製鋼數地12	原科熱延數地16	原科熱延數地5	原科熱延數地2	原科熱延數地23
許容支持力 (ton/本)	15	15	15	10	10	7
實測値 (mm)	9.5	7.5	14.0	6.8	7.0	9.5
計算値 (mm)	8.5	12.3	14.5	6.5	7.7	8.0

6. 結 論

砂質土地盤내의 靜的水平載荷말뚝의 舉動을 해석하기 위해 $p-y$ curve의 特性을 도입하고 有限要素技法을 이용한 解析 Program을 개발하였다. 本 解析方法을 引用資料에 적용하고 計算値와 實測値를 비교하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

- 1) 말뚝의 直徑이 406.4~711.2mm의 범위에 있는 경우에 解析結果와 實測値와의 일치는 만족할 만하다. 따라서 本 解析方法에 의해 現場에서 널리 사용되는 말뚝의 舉動解析이 가능하다.
- 2) 말뚝의 全길이에 대한 舉動解析이 가능하며 計算時間이 극히 적게 소요되므로 經濟的이다.

本 研究에서 개발된 Program은 砂質土地盤내의 말뚝이 靜的인 水平荷重과 모멘트荷重을 받는 경우에 적용이 가능하며 일부분의 수정으로 垂直荷重도 고려할 수 있다. 本 研究은 均一한 砂質土層의 地盤條件과 靜的荷重의 載荷條件에 대해 수행되었으며 地盤 및 載荷條件의 變化에 대응하는 研究가 보다 많이 수행되리라 생각한다.

參 考 文 獻

1. Ronald F. Scott, *Foundation Analysis* Prentice Hall, 1981, pp. 317~328.
2. Hetenyi, *Beams on Elastic Foundation* Univ. of Michigan, 1946, pp. 1~75.
3. Michael Georgiadis and Roy Butterfield, "Laterally Loaded Pile Behavior," J.G.T. Div., ASCE, Jan. 1982.
4. Reese, L.C., Cox, W.R., and F.D. Koop, "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand," OTC Paper No. 2680, Houston, May 1974.
5. Matlock, H., and Haliburton, T.A., *BMCOL* 28, Hudson Matloch Publisher, Austir, Texas, June 1964.
6. Reese, L.C., "Laterally Loaded Pile: Program Documentation," J. GT4, Div., ASCE, April 1977.

7. McClelland, B., and J.A. Focht, Jr., "Soil Modulus for laterally Loaded Piles, Transactions, ASCE, Vol. 123, pp.1071~74.
8. API Recommended Practice for Planning, Designing, and Constructing Fixed Offshore Platforms, API, Washington, D.C 13th Ed. 1982.
9. Scott, R.F., "Analysis of Centrifuge Pile Tests: Simulation of Pile Driving" Research Report, API OSAPR Project 13, C.I.T, Pasadena, California, June, 1980.
10. O'Neil, M.W., and Murchison, J.M., "An Evaluation of p - y Relationships in sands," Research Report No. GT-DF02-83, Dep. of Civil Engg., Univ. of Houston, Houston, Texas, May, 1983.
11. Murchison, J.M., and O'Neil, M.W., "Evaluations of p - y Relationships in Cohesionless soils," Proc. of Symposium on Analysis and Design of Pile Foundations, ASCE, Oct 1984.
12. P. Bhatt, *Problems in Structural Analysis by Matrix Methods*, The Construction Press, pp. 34~41, pp.52~62.
13. 光陽製鐵所 基礎杭打 및 載荷試驗報告書, 製鐵엔지니어링株式會社, 1984.
14. Reese, L.C., Cox, W.R., and Koop, F.D., "Field Testing and Analysis of Laterally Loaded Piles in Stiff Clay," 7th OT (Paper No. 2312, Houston, Texas, May 1975.
15. 林炳祚' 基礎工學' 治庭文化社