

# 單一型 舉動函數에 依한 얇은 基礎의 信賴度 解析

—臨海堆積層의 土性資料를 中心으로—

A Reliability Analysis of Shallow Foundations using a Single-Mode Performance Function

金 龍 弼\*

Kim, Yong-Phil

林 炳 祚\*\*

Lim, Byung-Jo

## Abstract

The measured soil data are analyzed to the descriptive statistics and classified into the four models of uncorrelated-normal (UNNO), uncorrelated-nonnornal (UNNN), correlated-normal (CONO), and correlated-nonnornal(CONN). This paper presents the comparisons of reliability index and check points using the advanced first-order second-moment method with respect to the four models as well as BASIC program. A single-mode performance function is consisted of the basic design variables of bearing capacity and settlements on shallow foundations and input the above analyzed soil informations.

The main conclusions obtained in this study are summarized as follows:

1. In the bearing capacity mode, cohesion and bearing-capacity factors by  $\overline{CU}$  test are accepted for normal and lognormal distribution, respectively, and negatively low correlated to each other. Since the reliability index of the CONN model is the lowest one of the four models, which could be recommended a reliability-based design, whereas the other models might overestimate the geotechnical conditions.
2. In the case of settlements mode, the virgin compression ratio and preconsolidation pressure are fitted for normal and lognormal distribution, respectively. Constraining settlements to the lower ones computed by deterministic method, The CONN model is the lowest reliability of the four models.

## 要 旨

기초 구조물 설계에 있어서 지지력 및 압밀 침하량 산정식을 각각 단일 모수로 투우드 舉動函數(performance function)로 설정하여 실측된 토성자료를 確率變數로 취해서 記述統計學的 分析을 시행했다. 이 분석결과로서 얇은 기초가 파괴상태에 이르렀을 때의 信賴度와 그 때에 겨우는 設計變數値(check points)를 “Advanced first-order second moment method”로 구했다. 설계변수들 사이의 관계를 無相關—正規分布, 無相關—非正規分布, 有相關—正規分布 및 有相關—非正規分布 등의 유형

\* 正會員, 蔚山大併設 工業專門大學 助教授

\*\* 正會員, 高麗大學校 教授

으로 분류하여 신뢰도 및 설계변수치를 비교 검토하여 얻은 주요한 결론은 다음과 같다.

### 1. 지지력 모우드

- 1)  $\bar{C}U$  test에 의한 접착력과  $\tan \phi$  사이에는 약한 陰相關이 있으며, 각각 正規分布 및 對數正規分布를 한다.
- 2) 信賴指數를 2.34로 제한했을 경우, 有相關一對數正規分布類型의 支持力은  $18.6t/m^2$ 으로서 가장 낮게 되므로, 이 이외의 유형은 지반조건을 파악평가할 우려가 있다.

### 2. 압밀 침하량 모우드

- 1) 壓縮比(compression ratio) 및 先行 壓密應力은 각각 正規分布 및 對數正規分布를 이루며, 이들의 相關性은 統計的 獨立變數로 취급해도 좋을 만큼 매우 낮다.
- 2) 압밀 침하량을 確定論的方法으로 산출한 16cm보다 더 낮게 취하면, 有相關一對數正規分布類型의 信賴度가 가장 낮게 평가된다.

따라서, 얇은 기초 구조물을 信賴度나 破壞確率을 해석하는 데 있어서, 정확한 確率密度函數로서 복잡한 數值積分에 의한 嚴密解보다는 개략적인 確率分布形態와 비교적 쉽게 얻어지는 共分散까지를 고려하면, 기초의 지반조건이 파악평가될 우려가 없다.

## 1. 序 論

얕은 기초를 설계함에 있어서 고려해야 할 사항은 여러 가지가 있지만,<sup>1,2)</sup> 그 중에서도 특히 중요한 것은 上部構造物에 전달되는 荷重, 기초 지반의 支持力 및 沈下量 등이다. 確定論的인 방법에서는, 미리 가정한 기초의 단면이 設計要項에 맞도록 試行錯誤法을 써서 최종적인 단면을 설계하고 있다.<sup>3,4)</sup> 그러나 실제의 경우, 荷重條件이나 地盤條件 등의 변화가 매우 심할뿐만 아니라 실측자료의 선정에 있어서도 설계자의 主觀的 判斷이나 經驗에 따라 다를 수도 있기 때문에 이 방법으로 결정된 설계단면은 가장 타당한 것으로 확신할 수 없다. 이와 같이 기초의 설계에 입력되는 設計變數에 내포된 不確實性(uncertainty)과 設計者的 主觀的 判斷에 의한 誤差를 최소한으로 줄이기 위해서 보다 논리적인 설계방법을 추구해온 바, 현재까지의 유일한 수단으로서 발전된 것이 推計學的 接近方法(stochastic approach)이다.<sup>5-7)</sup>

추계학적 방법을 토질역학 부문에 적용한 연구는 많으나,<sup>8-14)</sup> 이론전개 및 계산의 편리성 또는 자료부족 등의 단순한 이유로 確率變數(random variables)를 統計的 獨立變數로 假定하여 信賴度나 破壞確率을 구한 것들이 대부분이다. 그러나, 이러한 가정은 자연현상에 위배됨은 물

론이려니와<sup>15)</sup> 지반조건을 너무 지나치게 단순하게 취급한 것으로 대형사고의 주원인이 되는 가정일 수도 있다.<sup>16)</sup> 따라서, 共分散을 0으로 취한 수학적 모델에 의한 엄밀해보다는 비록 개략적인 값이라 할지라도, 자연현상에 내포된 물리적인 관계——예를들면 相關關係 따위에 근거한 모델을 써서 기초 구조물의 信賴度를 해석한 근거로 설계하는 것이 보다 합리적이라 하겠다.

이 논문에서는 Shinozuka<sup>17)</sup>가 開發한 “advanced first-order second-moment method”를 살펴보고 실측된 土性資料를 記述統計學의으로 분석한 결과로서 얇은 기초의 支持力 및 壓密沈下量에 대한 舉動函數의 信賴度와 입력된 設計變數들이 舉動되고 있는 값을 구한다. 그리고, 이에 필요한 BASIC program을 제시한다. 특히, 設計變數들 사이의 관계를 無相關一正規分布(UN-NO), 無相關一非正規分布(UNNN), 有相關一正規分布(CONO) 및 有相關一非正規分布(CO-NN)등의 類型으로 나누어 그 각각에 대한 信賴度와 設計變數値들을 구한 결과를 비교검토함으로써 자연지반에 보다 적합한 信賴性設計를 하는데 도움을 주고자 한다.

## 2. 舉動函數에 대한 工學的 信賴度 解析論

### 2.1 信賴指數(reliability index)

구조물 설계에 필요한 抵抗條件 및 荷重條件

을 각각 確率變數(random variables)인  $X$  및  $Y$ 로 취하면, 구조물이 安定狀態를 유지할 조건은  $X > Y$ 이다. 자료로부터  $X$  및  $Y$ 에 대한 정확한 確率密度函數(PDF)를 찾아낼 수 있다면, 구조물이 破壞에 이른 상태에 대한 확률,  $P(X < Y)$ , 은 그 PDF를 積分하여 얻을 수 있다. 그런데 safety margin,  $M = X - Y$ 도 역시 PDF가  $f_M(m)$ 인 確率變數이므로, 破壞狀態에 대한 확률  $P(M < 0)$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$p_F = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad 2.1a$$

$M$ 을 標準正規分布化變量으로 취하면,  $p_F$ 는 다음과 같다.

$$p_F = F_M(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad 2.1b$$

여기서,

$f_M(m)$ ,  $F_M(m)$ : 각각 確率變數  $M$ 의 PDF 및 累加分布函數(CDF).

$\mu_M$ ,  $\sigma_M$ : 각각 표준 정규화변량의 平均 및 標準偏差

$\Phi(-)$ :  $N(0, 1)$ 인  $M$ 의  $f_M(m)$ 를 적분한 값

$\beta$ : 信賴指數(reliability index)로서  $\mu_M/\sigma_M$ 과 같다.

식 2.1에 의한 破壞確率의 계산이 정확하기는 하지만 자료치료로부터 정확한 PDF를 찾아내기가 어려울 뿐만 아니라 그 數值積分의 수행이 매우 복잡하여 실용적이지 못하다. 그런데, 자료가 충분하지 않아 하더라도 평균치나 표준편차는 비교적 정확하고 쉽게 얻을 수 있으므로, 정확한 PDF에 의한 직접적분법보다는  $M$ 의 平均值 및 標準偏差를 써서 信賴度를 구하는 방법이 Cornell<sup>18)</sup>과 Ang and Cornell<sup>19)</sup>에 의해 발전되었다.

## 2.2 舉動函數

구조물 설계에 입력되는 抵抗條件이나 荷重條件은 일반적으로 여러 개이다. 그리고, 이러한 조건들은 많은 設計變數로 구성되는 수가 많다. 따라서, 기본적인 설계변수들(basic design variables)의 항으로 나타낸 일반식을 써서 신뢰도를 해석하는 것이 바람직하다. 공학에서의 信賴度解析이란 결국 설정된 합수가 거동되고 있는 상태에 대한 확률을 산출하는 과정이므로, 다음과

같이 일반화한 수식 즉, “舉動函數(performance function)” 또는 “狀態函數(state function)”를 정의하여 이용하기로 한다. 즉,

$$g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad 2.2$$

여기서,  $X$ 는 基本設計變數  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 에 대한 vector 량이다.

식 2.2에서,  $g(X)=0$ 인 상태가 限界狀態(limit state)이고,  $g(X)>0$  및  $g(X)<0$ 이면 각각 安定狀態(safe state) 및 破壞狀態(failure state)이다.

## 2.3. Shinozuka에 의한 信賴度 解析論

### 2.3.1. 無相關 設計變數

서로 統計的 獨立關係에 있고 正規分布를 하는 기본설계변수를 標準正規化 變量  $X'$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{xi}}{\sigma_{xi}}; \quad i=1, 2, \dots, n \quad 2.3$$

따라서, 변량  $X'$ 에 의한 거동함수의 한계상태는  $g(\sigma_{xi}X'_1 + \mu_{xi}, \dots, \sigma_{xn}X'_n + \mu_{xn}) = 0$

2개의 기본설계변수  $X'_1, X'_2$ 로 구성된 거동함수에 대한 안정상태, 한계상태 및 파괴상태를  $X'_1$  공간에 나타내면, 그림 2.1과 같다.

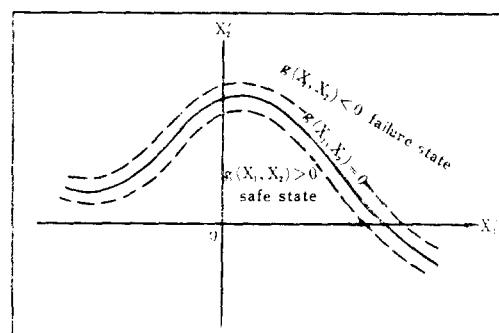


Fig. 2.1. Safe and failure states in space of reduced variates

그림 2.1에 의하면, 한계상태면,  $g(X)=0$ , 이 座標原點에서 멀어지거나 가까워짐에 따라서 안정상태 영역이 넓어지거나 좁아짐을 알 수 있다. Haosfer and Lind<sup>29)</sup> 및 Ditlevsen<sup>20)</sup>에 의해 서,  $X'_1$  공간의 좌표원으로부터  $g(X)=0$ 인, 둘째 가지의 거리가 최소인 면에 파괴면이 존재할 가능성이 있음이 시사되었으며, Shinozuka<sup>17)</sup>는 이 위

치가 "가장 破壞되기 쉬운 面(the most probable failure surface)"임을 증명하였다.

無相關 標準正規化 變量  $X'$  公간의 座標原點 에서부터  $g(X)=0$  인 면까지의 거리( $D$ )는 다음과 같다.

$$D = \sqrt{X'^1_1 + \dots + X'^n_n} = (X'X')^{1/2} \quad 2.5$$

여기서,  $t$  는 벡터  $X'$  의 轉置(transpose)이다.

따라서, 破壞面에 존재하는 점은 다음과 같은 식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } D \\ & \text{subject to } g(X)=0. \end{aligned} \quad 2.6$$

식 2.6에 Lagrange 乘法<sup>21)</sup>을 적용하면,

$$L = (X'X')^{1/2} + \lambda g(X) \quad 2.7$$

여기서,  $\lambda$ 는 Lagrange's multiplier 이다.

식 2.7에서  $L$ 이 最少가 되려면 다음 두 조건 을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X'_i} &= \frac{X'_i}{\sqrt{X'^1_1 + X'^2_2 + \dots + X'^n_n}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X'_i} \\ &= 0; \quad i=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad 2.8$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad 2.9$$

식 2.8에서  $\frac{\partial g}{\partial X'_i}$ 는 gradient vector,  $G$ 로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G &= \left( \frac{\partial g}{\partial X'_1}, \frac{\partial g}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X'_n} \right) \\ &= \left( \sigma_{x_1} \frac{\partial g}{\partial X_1}, \sigma_{x_2} \frac{\partial g}{\partial X_2}, \dots, \sigma_{x_n} \frac{\partial g}{\partial X_n} \right) \quad 2.10 \end{aligned}$$

따라서, 식 2.8 및 2.9의  $n+1$  원 1차 聯立方程式을 푸는 데 있어서, 식 2.8에 식 2.5 및 2.10을 대입하여 이것을 벡터 형식으로 표현하여 解를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{X'}{(X'X')^{1/2}} + \lambda G = 0 \quad 2.11$$

$$\text{또는 } X' = -\lambda DG$$

식 2.11을 식 2.5에 대입하여 Lagrange 승수  $\lambda$ 를 구하면,

$$\begin{aligned} D &= [(\lambda DG)(\lambda DG)]^{1/2} = \lambda D(G'G)^{1/2} \\ \lambda &= (G'G)^{-1/2} \end{aligned} \quad 2.12$$

식 2.12를 2.11식에 대입하고 정리하면 座標原點에서 限界狀態까지의 거리,  $D$ 를 구하는 식은 다음과 같다.

$$D = \frac{-G'X'}{(G'G)^{1/2}} \quad .13$$

식 2.13의  $D$  중에서 가장 작은 값이 信賴指數이고, 이 때의 設計變數들은 破壞面에 존재하는 값들이다. 따라서, 舉動函數,  $g(X)$ 에 대한 신뢰지수와 破壞面에 존재하는 設計變數  $X'^*$ 는 다음과 같다.

- 信賴指數(reliability index)

$$\beta = \frac{-G^*X'^*}{(G^*G^*)^{1/2}} = \frac{-\sum_i x'^*_i * \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2}} \quad 2.14$$

- 과거면에 존재하는 設計變數(check points)

$$X'^* = \frac{-G^*\beta}{(G^*G^*)^{1/2}} = -\alpha_i^* \beta \quad 2.15$$

여기서  $\alpha_i^*$ 는 direction cosines 으로서 다음과 같다.

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)_*^2}} \quad 2.16$$

특히, 舉動函數가  $X_1, X_2$  및  $X_3$ 으로構成된 식 2.17과 같은 線型(linear)이면, 그 信賴指數는 식 2.18과 같고 이 관계에 대한 幾何學的 意味는 그림 2.2와 같다.

$$g(X) = a_0 + \sum_i a_i X_i; \quad i=1, 2, 3 \quad 2.17$$

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_i a_i \mu_{xi}}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{xi})^2}} \quad 2.18$$

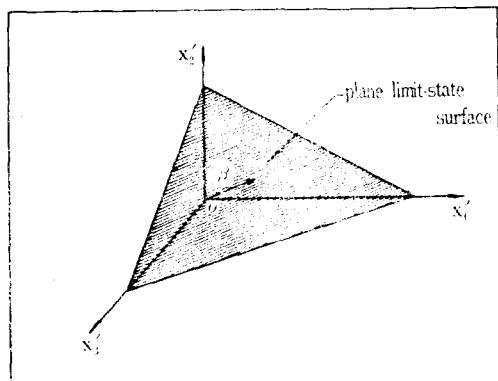


Fig. 2.2. 3次元 線型 舉動函數의 限界狀態面

식 2.14 및 2.15에서의 check points,  $X'^*$ ,는  $X'$  공간의 좌표원점에서 한계상태면까지의 거리 가 최소인 곳에 있는 점이라는 것이 중요하다.

Cornell<sup>13)</sup> 및 Ang and Cornell<sup>19)</sup> 등에 의하면 거동함수를 기본 설계변수들의 평균값에서 Taylor 級數展開로 얻은 一次近似解法(first-order approximation)에 의한 信賴指數인  $\mu_g/\sigma_g$ 의 값도 식 2.14와 같은 꼴이다. 그러나, 거동함수가 線型이면 식 2.18과 같이 신뢰지수가 唯一하지만 非線型인 경우에는 이  $\mu_g/\sigma_g$  값이 식 2.13의 最小值가 아닐 수도 있는 缺點이 있다. 그리고 Hasosfer and Lind<sup>23)</sup>에 의해서도 종래의 1차 균사해법에 의한 신뢰지수는 한계상태를 어떻게 정의하느냐에 따라서 서로 다를 수 있는 “不變量問題(invariant problem)”가 야기됨을 지적한 바 있다. 따라서, 파괴점을 평균치가 아닌任意點에서 취한 신뢰지수, 즉 식 2.14는 이러한 缺點을 해소시켜 進一步한 것으로서 “advanced first-order second-moment method”이다.

### 2.3.2 等價變換시킨 正規分布

확률변수  $X$  가 非正規分布인 경우의 거동함수의 파괴확률이나 신뢰지수를 구하려면, 계산의 편의상 이것을 正規分布化 變量으로 變換시키는 방법이 일찌기 발달되어 왔다.<sup>22)</sup> 이것은 非正規分布를 하는 基本 設計變數  $X_i$ 의 CDF 및 PDF의 從距가 각각 正規分布의 그것과 같도록 代置한 것이다.

- CDF의 從距가 서로 같게 놓으면 :

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{x_i}^n}{\sigma_{x_i}^n}\right) = F_{x_i}(x_i^*) ;$$

$$\mu_{x_i}^n = x_i^* - \sigma_{x_i}^n \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)] \quad 2.19$$

- PDF의 從距를 같도록 하면 :

$$\frac{1}{\sigma_{x_i}^n} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{x_i}^n}{\sigma_{x_i}^n}\right) = f_{x_i}(x_i^*) ;$$

$$\sigma_x^n = \frac{\phi[\Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]]}{f_{x_i}(x_i^*)} \quad 2.20$$

식 2.19 및 2.20에서,

$\mu_{x_i}^n, \sigma_{x_i}^n$  : 非正規分布 變量  $X$ 를 正規分布화한 平均 및 標準偏差

$F_{x_i}(x_i^*)f_{x_i}(x^*)$  : 비정규분포 변량  $X$ 의 破壞點  $x^*$ 에서의 CDF 및 PDF

$\Phi(-), \phi(-)$  : 파괴점  $x^*$ 에 대한 標準 正規分布의 CDF 및 PDF

따라서, 식 2.19 및 2.20에 의해서 표준 정규화변량에 대한 1차 및 2차 모멘트(first and se-

cond moment),  $\mu_x^n$  및  $\sigma_x^n$ 가 구해지면 파괴상태에서의 基本 設計變數는 식 2.5 및 2.15에 의해서 다음과 같이 구해진다.

$$x_i^* = \sigma_{x_i}^n x'_i + \mu_{x_i}^n = -\alpha_i \beta \sigma_{x_i}^n + \mu_{x_i}^n \quad 2.21$$

### 2.3.3 有相關 設計變數에 의한 信賴指數

기초지반에서 조사된 토성들 사이에는 크든 적든 간에 서로 相關性이 있다. 이와같이 기본 설계변수들 사이에 존재하는 相關關係를 취급의 복잡성 때문에 무시하여 獨立變數로서 信賴度나 破壞確率을 구해왔다.<sup>23~25)</sup> 이 相關關係를 고려한 모델과 그렇지 않은 것에 대한 신뢰도 및 check points는 분명히 다르겠으나, 이 결과치를 비교검토한 論文은 현재까지는 全無한 실정이고 統計的 獨立變數로 취급하는 것이 자연현상에 위배되므로 상관관계를 고려해야 한다는 정도로만 언급되고 있는 형편이다.<sup>15)</sup>

설계변수들 사이의 共分散 또는 共分散行列(covariance matrix),  $[C]$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[C] = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \text{Cov}(X_1, X_2) & \text{Cov}(X_1, X_3) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \sigma_{x_2}^2 & \text{Cov}(X_2, X_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \text{Cov}(X_n, X_3) \\ \cdots \text{Cov}(X_1, X_n) & \cdots & \cdots \\ \cdots \text{Cov}(X_2, X_n) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \sigma_{x_n}^2 & \cdots \end{bmatrix} \quad 2.22$$

여기서,  $\text{Cov}(X_i, X_j)$ 는 基本 設計變數  $X_i$ 와  $X_j$ 사이의 共分散이다. 그리고, 標準 正規分布化變量  $X'_i$ 와  $X'_j$ 에 대한 共分散은  $\text{Cov}(X'_i, X'_j)$   $\rho_{x_i, x_j}$ ,<sup>18)</sup>으로, 이 共分散行列  $[C']$ 은 다음과 같다.

$$[C'] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad 2.23$$

그리고, 基本 설계변수들 사이 相關關係를 고려하는 경우에 대한 信賴指數 및 check points는 다음과 같이 直交變換을 통하여 無相關 變量으로 變換시킴으로써 절 2.3.1의 이론을 그대로 적용할 수가 있다. 즉,

$$Y = T'X' \quad 2.24$$

여기서,  $X' = \{X'_1, X'_2, \dots, X'_n\}$  으로서 有相關變

### 量의 빼터 형식

$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ , 즉 無相關化한 빼터  
 $T =$  直交變換行列을 빼터 양으로 표시한  
 것으로서  $t$ 는 轉置行列을 뜻한다.

$T$ 가 相關係數 行列  $[C']$ 의 固有值에 對應되는  
 固有值 빼터(eigenvectors)로 구성되면, 다음의  
 조건을 만족한다.

$$T'[C']T = [\lambda] \quad 2.25$$

여기서,  $[\lambda]$ 는  $[[C']]$ 의 固有值로 구성되는 對角  
 行列이다. 그리고,  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ 로서  $[C']$ 가 實數이  
 고 對稱이므로 그 고유치 빼터들은 서로 直交한  
 다. 즉,  $T$ 가 直交行列이므로,  $T^{-1} = T'$ 이다.  
 따라서, 식 2.24의 逆行列을 취하면,

$$X' = TY \quad 2.26$$

따라서, 有相關 正規分布 變量  $X'$ 에 대해서는  
 直交變換行列  $T$ 와 相關係數 行列  $[C']$ 를 써서  
 식 2.6 및 2.7과 같이 나타내면 각각 다음과 같  
 다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } D = (X'[C']^{-1}X')^{\frac{1}{2}} \\ & \text{subject to } g(TY) = 0 \end{aligned} \quad 2.27$$

$$L = (X'[C']^{-1}X')^{\frac{1}{2}} + \lambda g(TY) \quad 2.28$$

식 2.8에서 식 2.14까지와 같은 방법으로  $L$ 이  
 最小가 되는 條件에 대한 解를 구하면 다음과 같  
 다.

$$\beta = \frac{-G^* X'^*}{(G^*[C']G^*)^{1/2}} \quad 2.29$$

그런데,  $Y$ 의 公分산 행렬,  $[C_Y]$ 을 살펴보면,  
 $[C_Y] = E(YY') = E(T'X'X'T)$

$$= T'E(X'X')T = T'[C']T \quad 2.30$$

식 2.30의 最右邊과 식 2.25에서,

$$[C_Y] = T'[C']T = [\lambda] \quad 2.31$$

따라서,  $[C']$ 의 固有置가 變量  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 에  
 對한 각각의 分散임을 알 수 있다.

### 3. 얇은 기초 설계에 대한 單一 모우드 舉動函數

#### 3.1 얇은 기초의 설계개념

기초에 작용하는 상부 구조물의 하중은 인위  
 적으로 가감할 수 있으나 기초가 놓이는 자연지  
 반은 본래부터 변화가 매우 심하기 때문에 그역  
 학적인 해석이 단순하지 않다. 문제는 주어진 상

부 구조물의 하중을 기초지반에 전달하는 데 있  
 어서, 그 기초지반이 剪斷破壞가 생기지 않을만  
 큼 충분한 支持力이 있어야 함과 동시에 구조물  
 자체에 손상을 가져올 만큼 沈下되지 않도록 설  
 계하는 것이 관건이다. 따라서, 여기서는 기초  
 지반의 支持力 및 壓密沈下量 算定式을 각각 단  
 일 모우드 舉動函數로 설정하여 그 신뢰도와  
 check points를 구하여 그 결과를 비교검토하기  
 로 한다.

#### 3.2 지지력 모우드

기초지반의 지지력 산출에 대한 수많은 연구  
 가 진행되어 오고 있으나,<sup>26, 27)</sup> 아직까지는 보편  
 타당한 완전한 해가 없는 실정이다. 이미 발표  
 된 문헌의 대부분이 어떤 특정한 상황에 국한시  
 키 실험치와 이론치를 비교검토한 것들이며, 그  
 연구 결과를 이용하고자 하더라도 제시된 圖標  
 들을 일일이 찾아서 지지력을 산출해야 하는 번  
 거로움이 따른다. 더욱기, 동일한 地盤條件에 대  
 해서도 제안된 공식마다 지지력이 각각 다르게  
 산출되고 있다.

그러나, 비록 비판의 여지가 있기는 하지만 현  
 재까지는 Terzaghi의 支持力公式이 가장 널리  
 이용되고 있다. 그런데, 이 공식은 기초지반의  
 破壞樣相이 局部剪斷破壞(local shear failure)인  
 가 全般剪斷破壞(general shear failure)인가에  
 따라서 그 적용이 다르다.

이와같이 파괴양상이 어느 쪽이 더 우세할 것  
 인가에 대해서는 平板載荷 試驗 따위의 실험이  
 시행되어야 한다. 그러나, 이러한 단점을 보완  
 한것이 日本建築學會에서 제안한 Terzaghi의 修正  
 支持力 公式으로서 이것을 이용하면 편리하  
 다. 이 공식의 특징은 흙의 內部摩擦角이 작으  
 면 局部剪斷破壞樣相이 優勢하다가  $\phi$ 가 커짐  
 에 따라 점차적으로 全般剪斷破壞樣相이 되도록  
 支持力係數를 조정한 것이다. 이 공식의 적용에  
 있어서도 주어진 圖標에 의해서 지지력 계수를  
 일일이 찾아야 하는 번잡성이 있으나,  $10^\circ < \phi <$   
 30° 정도의 범위에 대해서 線型回歸分析(linear  
 regression analysis)을 통하여 지지력계수  $N_c$ ,  
 $N_s$  및  $N_q$  등을 數式화하면 다음과 같다.

$$N_c = \exp(0.043\phi + 1.227) \quad 3.1$$

$$Nr = \exp(0.043\phi + 0.087) \quad 3.2$$

$$Nq = \exp(0.092\phi - 1.152) \quad 3.3$$

그리고, 기초의 形狀을 正方形으로 하고,  $D_f = 1.0 \text{ m}$ ,  $\gamma_1 = 2.0 \text{ t/m}^3$ ,  $\gamma_2 = 0.9 \text{ t/m}^3$  등으로 취하면 支持力 모우드에 대한 舉動函數는 다음과 같다.

$$G1(X) = 0.36N_r B + 1.30CNc + 2.00Nq - q \quad 3.4$$

$G1(X)$  : 支持力에 대한 舉動函數

$c$  : 基초지반의 粘着力 ( $\text{t}/\text{m}^2$ )

$B$  : 正方形 基礎底面의 幅 ( $\text{m}$ )

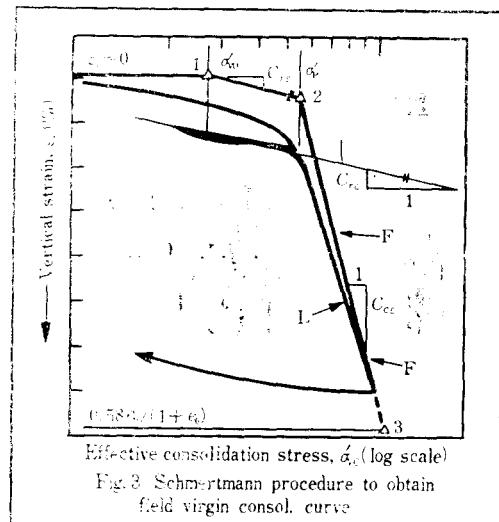
$q$  : 基초에 작용하는 鉛直荷重强度 ( $\text{t}/\text{m}^2$ )

$Nc, N_r, Nq$  : 식 3.1~3.3에서 정의된 支持力係數

### 3.3 壓密 沈下量 모우드

압밀 침하량 산정에 관계되는 土性資料는 室內試驗에 의해서만 얻을 수 있다. 그런데, 不攪亂試料라 할지라도 시료를 채취할 때부터 운반이나 供試體 제작등의 과정을 거치면서 교란이 불가피하게 된다. 따라서, 그림 3에서와 같이 실내시험으로 얻은 壓密曲線( $L$ )의 기울기가 現場狀態의 壓密曲線( $F$ )보다 더 완만하게 된다. 문제는 이 곡선( $F$ )의 기울기를 실내시험 결과로 추정하는 것인데, 현재까지는 Schmertmann의 방법이 널리 이용되고 있다. 正規壓密 粘土이면, 통상적인 압밀곡선에서 얻어지는 결과로서 추정이 가능하지만, 過壓密 粘土이면 再壓密曲線(recompression curve)이 필요하다. 그러나 재압밀 곡선에 대한 실험과정을 생략했다 하더라도, 再壓密曲線의 기울기의 범위가  $0.015 \sim 0.035$ 이고 壓縮指數(compression index)의  $5 \sim 10\%$ 정도이므로,<sup>28)</sup> 그림 3의 점 2를 작도하는데 큰 지장은 없다. 그런데, 압밀곡선의 從軸을 전통적인 방법에 의한 間隙比 대신에 그림 3과 같이 鉛直方向 變形率(vertical strain)로 나타내면 여러 가지 잇점이 있으므로, 여기서는 이러한 압밀곡선의 기울기 즉, 壓縮比(compression ratio)를 이용한다.

전술한 방법에 의해서 壓密 沈下量 모우드에 대한 舉動函數를 쓰면 다음과 같다.



#### 1) 正規壓密 粘土

$$G2(X) = Sc - C_{rv} H_0 \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{v0}} \quad 3.5$$

여기서,  $Sc$  : 기초의 壓密 沈下量

$C_{rv}$  : 그림 3의 재압밀 곡선의 기울기,

즉, 再壓密 改正 壓縮指數

$H_0$  : 압밀토층의 두께

$\sigma'_{v0}$  : 鉛直方向의 上載應力

$\Delta\sigma_v$  : 기초에 작용하는 하중에 의한 地中應力 增加量

#### 2) 過壓密 粘土

•  $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v \leq \sigma'_{p}$ 인 경우에는 식 3.5와 같다.

•  $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v > \sigma'_{p}$ 인 경우

$$G2(X) = Sc - \left[ C_{rv} H_0 \log \frac{\sigma'_{p}}{\sigma'_{v0}} + C_{cv} * H_0 \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_v}{\sigma'_{p}} \right] \quad 3.6$$

여기서,  $\sigma'_{p}$  : 先行 壓密應力(preconsolidation stress)

$C_{cv}^*$  : 改正 壓縮指數(modified compression index)로서  $C_c/(1+e_c)$ 와 같 은데,  $e_c$ 는 先行壓密 應力點에 대 응하는 間隙比이다.

#### 4. 기초지반의 土性資料에 의한 適用例

##### 4.1 토성에 대한 자료조사<sup>30)</sup>

시료의 채취지역은 忠南 瑞山郡 大竹面 大竹 1, 2 匸 일대로서 잔만의 차가 있는 平源(tidal

flats)이다. 깊이 1.0~2.0m의 表層은 조가비와 有機物質이 함유된 海成粘土層이고, 그 아래로 16.0m까지는 주로 ML이나 CL로서 OCR=1.4 정도로 약간 過壓密된 상태이다. 각 試推孔에 대하여 국내 최초로 連續的으로 不攪亂 試料를 채취하여 기초설계에 필요한 각종 토성을 실내시험으로 구한 바 표 4.1과 같았다.

Table. 4.1. Characteristics of Soil on Oedometer and Strength Test

Var. No	<i>H</i> (m)	<i>G<sub>s</sub></i>	$\omega$ (%)	LL (%)	PL (%)	$\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	$e_0$	$\sigma'_{\text{p}}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Cc	$C_{cu}$ (t/m <sup>3</sup> )	$\phi_{cu}$ (deg)	$\bar{c}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\phi}$ (deg)
B-1	2.35	2.68	27.6	26.1	18.5	1.91	0.731	0.22	0.14	0.15	20	0.10	25
	4.35	2.69	23.8	25.2	18.1	2.00	0.664	0.45	0.12				
	7.35	2.68	27.3	25.1	17.3	2.03	0.752	0.80	0.12				
	9.35	2.70	25.8	27.8	20.3	1.96	0.789	1.12	0.16				
	11.35	2.67	29.4	36.2	26.1	1.94	0.862	0.17	0.20				
	13.35	2.67	26.2	29.9	21.5	2.00	0.751	1.34	0.11				
B-2	2.35	2.67	26.7	25.6	19.5	2.11	0.713	0.57	0.10	0.15	26	0.15	29
	3.35	2.67	31.0	31.2	22.1	2.01	0.747	0.65	0.19				
	7.35	2.67	33.5	28.6	20.1	2.06	0.882	0.74	0.14				
	11.35	2.69	40.4	49.8	27.8	1.85	1.040	0.95	0.28	0.12	23	0.10	26
	16.35	2.69	27.1	34.2	23.6	1.92	0.792	1.42	0.19				
B-4	2.35	2.66	30.3	28.9	21.8	2.03	0.691	0.39	0.15				
	4.35	2.68	38.2	45.3	26.8	1.93	0.963	0.52	0.17				
B-5	3.35	2.68	34.4	38.9	24.9	1.91	0.955	0.28	0.28	0.00	24	0.00	27
	8.05	2.67	27.9	40.7	25.0	2.07	0.788	0.85	0.20	0.10	17	0.08	22
B-12	4.30	2.69	36.9	38.2	24.7	1.95	0.898	0.45	0.21	0.10	24	0.10	29
	6.35	2.69	36.4	41.4	25.6	1.99	0.981	0.65	0.24	0.36	17	0.30	23
	11.35	2.69	34.6	39.2	25.1	1.96	0.851	1.20	0.18				
B-14	3.35	2.69	37.8	30.4	21.6	1.93	1.021	0.37	0.22				
	7.35	2.70	30.8	29.4	22.5	1.92	0.832	0.90	0.13	0.10	18	0.03	25
	11.35	2.72	37.8	51.6	27.4	1.78	1.029	0.92	0.23	0.18	17	0.11	22
	16.35	2.71	39.4	44.2	25.9	1.83	1.016	1.58	0.21				
B-15	3.35	2.66	38.7	46.8	25.4	1.80	1.088	0.48	0.30	0.06	18	0.01	25
	7.35	2.69	37.0	44.9	24.9	1.82	1.020	0.84	0.23	0.18	23	0.13	27
	10.35	2.68	35.0	41.4	20.1	1.84	0.967	1.08	0.18	0.25	17	0.21	20
	12.85	2.69	32.4	40.8	21.4	1.93	0.845	1.32	0.17				
B-19	2.05	2.68	37.0	45.3	26.4	1.87	1.005	0.20	0.32	0.00	24	0.00	27
	4.05	2.70	37.6	46.4	26.9	1.85	1.016	0.38	0.31				
	6.25	2.70	36.5	43.9	24.1	1.81	1.049	0.61	0.29	0.05	22	0.04	27
	10.85	2.69	30.9	40.2	20.3	1.85	0.832	1.10	0.21	0.34	21	0.30	25
	16.85	2.68	28.0	30.1	18.0	1.91	0.770	1.59	0.17	0.11	21	0.10	24
B-21	4.40	2.69	38.5	42.4	22.1	1.97	1.044	0.45	0.21	0.18	19	0.12	24
	7.75	2.65	43.2	49.4	27.8	1.87	1.148	0.85	0.30	0.05	19	0.02	26
	9.55	2.67	36.2	29.8	22.6	1.89	1.046	0.87	0.20	0.38	13	0.23	20
B-24	4.85	2.69	32.3	42.4	21.4	1.95	0.870	0.51	0.23	0.14	16	0.08	23
	5.85	2.69	40.3	49.1	22.4	1.87	1.131	0.83	0.34				
	6.85	2.69	40.1	43.1	22.3	1.82	1.109	0.95	0.34				

Var. No	H (m)	G <sub>s</sub>	$\omega$ (%)	LL (%)	PL (%)	$\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	$e_0$	$\sigma'_p$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Cc	$C_{cu}$ (t/m <sup>3</sup> )	$\phi_{cu}$ (deg)	$\bar{c}$ (t/m <sup>2</sup> )	$\bar{\phi}$ (deg)
B-27	7.85	2.69	36.8	40.3	22.1	1.87	0.992	1.18	0.16	0.14	19	0.09	23
	9.05	2.69	36.2	45.6	22.2	1.78	1.061	1.07	0.31				
	9.85	2.69	41.1	55.4	23.7	2.00	1.157	1.07	0.35				
	10.85	2.70	27.7	40.2	25.4	2.00	0.748	1.21	0.20	0.45	19	0.40	23
	11.60	2.69	33.8	42.4	20.3	1.85	0.911	1.19	0.21				
	12.85	2.69	26.7	42.7	21.1	1.91	0.783	1.34	0.14				
	0.55	2.66	25.5	30.1	20.5	2.07	0.739	0.21	0.10				
	3.75	2.70	36.1	40.2	27.1	1.91	1.092	0.75	0.30				
	4.85	2.69	33.6	32.6	22.9	1.80	0.904	0.70	0.24	0.04	18	0.04	24
	5.85	2.70	35.5	37.8	27.1	1.94	1.005	0.90	0.17				
	6.55	2.69	31.3	34.7	26.1	1.94	0.929	0.73	0.20	0.08	17	0.08	23
	7.45	2.69	30.0	34.5	24.1	1.90	0.840	0.90	0.24	0.09	18	0.09	22
	8.35	2.69	35.1	37.4	27.2	1.89	1.003	0.80	0.17				
	9.35	2.70	37.0	48.2	21.1	1.96	1.013	1.10	0.21				
	10.35	2.69	35.7	40.3	21.2	1.88	1.024	1.04	0.24	0.14	19	0.13	23
	11.35	2.66	40.2	62.1	24.9	1.88	1.071	1.09	0.29				
	12.35	2.66	25.5	41.4	26.2	2.03	0.680	0.97	0.13	0.37	13	0.28	19
	13.35	2.69	30.2	47.2	19.7	2.03	0.832	1.18	0.16				
	15.35	2.67	25.8	33.3	17.3	2.03	0.690	1.25	0.16	0.41	14	0.33	18
	16.35	2.70	32.0	45.3	19.8	1.95	0.916	1.30	0.24				
	17.35	2.68	30.2	49.4	20.5	1.93	0.874	1.18	0.21				
B-28	0.35	2.71	26.0	31.2	21.4	2.10	0.751	0.18	0.10				
	2.35	2.70	36.6	37.3	24.1	1.88	1.023	0.45	0.20				
	3.35	2.69	33.3	39.7	24.3	1.89	0.981	0.41	0.19				
	5.35	2.69	35.7	38.1	21.3	1.92	1.018	0.85	0.24				
	6.35	2.70	34.9	37.8	24.3	1.93	1.033	0.71	0.27				
	7.35	2.69	33.4	38.5	22.9	1.94	0.945	1.00	0.20				
	9.35	2.70	37.9	53.7	22.3	1.95	1.042	1.05	0.30	0.06	25	0.09	27

#### 4.2 土性資料의 記述統計學的 分析

4.2.1 支持力 mode에 관계되는 土性資料  
식 2.29 및 2.21에 의한 信賴指數 및 check  
points 를 구하려면, 設計變數에 대한 平均值, 標

準偏差, 確率分布 形態 및 相關係數行列等을 入  
力시켜야 한다. 따라서, 式 3.4의 거동함수에  
서 基礎의 幅, 粘着力 및 式 3.1~3.3의 支持  
力係數에 對한 表 4.1의 實測値로서 記述統計  
學的 分析結果는 表 4.2~4.4의 같다.

Table. 4.2 Characteristics of Soil on the Bearing Capacity

Variable Parameter	B (m)	N <sub>r</sub>	$\bar{c}$ (t/m <sup>2</sup> )	N <sub>c</sub>	N <sub>q</sub>
Minimum	—	2,000	0	7.643	6.000
Maximum	—	4.197	1.500	10.990	9.253
Mean	3.000*	3.633	0.812	9.659	7.941
Stand'd Dev.	0.150*	0.884	0.430	0.963	0.943
C.O.V.	0.050*	0.243	0.529	0.100	0.119
Skewness	—	0.177	-0.426	-0.040	--0.009

\* Assumed

Table. 4.3 Goodness-of-fit test by Kolmogorov-Smirnov ( $P_{0.95}=0.27$ )

Distribution	$B$ (m)	$N_r$	$\bar{c}$ (t/m <sup>2</sup> )	$N_c$	$N_q$
Normal	*	0.206	0.141	0.167	0.175
Lognormal		0.164	0.025	0.149	0.153
Type-I Extr.		0.157	0.157	0.146	0.114
Gamma		0.391	0.678	0.986	0.786
Decision	N	LN	N	LN	LN

N : Normal

LN : Lognormal

\* Assumed

Table 4.4 Correlation matrix

	$B$	$N_r$	$\bar{c}$	$N_c$	$N_q$
$B$	1	0	0	0	0
$N_r$		1	-0.37	0.90	0.90
$\bar{c}$			1	-0.37	-0.37
$N_c$				1	0.90
$N_q$					1

표 4.4의 相關係數 行列로부터 각 設計變數에 대한 固有值와 이에 대응되는 고유치 벡터로 구성된 座標變換行列  $T$ 를 Jaccobi method 를 이용하여 구한 결과는 각각 표 4.5 및 4.6과 같다.

Table 4.5 Eigenvalues of corr. matrix [ $C'$ ]

Variable	$B$	$N_r$	$\bar{c}$	$N_c$	$N_q$
Eigenvalue	1.000	3.001	0.795	0.100	0.100

Table 4.6 Orthogonal transformation matrix

1	0	0	0	0
0	0.550	0.305	0.550	0.550
0	0.176	0.953	0.176	0.176
0	-0.707	0	0.707	0
0	-0.408	0	-0.408	0.816

#### 4.2.2 壓密 沈下量 모우드에 관계되는 토성 자료

過壓密 粘土 지반의 모로 거동함수는 식 3.6을 이용해야 한다. 그런데, 표 4.1에는 再壓密 曲線의 圧縮指數( $Cr$ )가 없으므로, 여기서는  $Cr=0.07 Cc$ 로 취하여 그림 3에서의 點 2에 해당되는 橫軸座標 및 從軸座標를 각각  $\log(\sigma'_p)$  및  $\frac{7C_c}{1+e_0} \log\left(\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}}\right)$ 로 취하여 추정했다. 절 4.2.1과 같은 방법으로 관계되는 확률변수들에 대한 統計分析을 시행한 결과는 표 4.7~4.9와 같다. 그런데, 이 표들에서의 CFE는 식 3.6에서 정의한

$C_{re}$ \*과 같으며 앞으로는 CFE를 사용하기로 한다.

Table 4.7. Characteristics of soil on the Oedometer test.

Variable	$C_{re}$	CFE	$\sigma'_p$	$\sigma'_{v0}$
Distribution				
Minimum	0.002	0.032	3.459	0.945
Maximum	0.013	0.184	7.119	5.550
Mean	0.008	0.124	5.289	3.248
Stand'd dev.	0.003	0.034	1.108	1.394
C.O.V.	0.263	0.274	0.210	0.429

Table 4.8. Goodness-of-fit test by Kolmonov-Smirnov test. ( $P_{0.95}=0.165$ )

Variable	$C_{re}$	CFE	$\sigma'_p$	$\sigma'_{v0}$
Distribution				
Normal d.	0.074	0.053	0.070	0.087
Lognormal d.	0.078	0.086	0.066	0.106
Type-I extr. d.	0.080	0.098	0.089	0.098
Gomma d.	0.615	0.587	0.424	0.643
Decision	N	N	LN	LN

Table 4.9 Correlation matrix, exgenvalues and eigenvectors of [ $C'$ ]

a) Correlation matrix [ $C'$ ]

$C_{re}$	CFE	$\sigma'_p$	$\sigma'_{v0}$
1	0.93	0	0
$CEF$	1	0	0
$\sigma_p$		1	0.95
$\sigma'_{v0}$			1

b) Eigen values and eigenvectors of [ $C'$ ]

Eigenvalue	$C_{re}$	CFE	$\sigma'_p$	$\sigma'_{v0}$
1.93	0.07	1.95	0.05	
0.707	-0.707	0	0	
0.707	0.707	0	0	
0	0	0.707	-0.707	
0	0	0.707	0.707	

### 4.3 신뢰지수 및 check points 를 구하는 computer program

#### 4.3.1 Algorithm

본 논문에서 가장 핵심이 되는 것은 有相關一非正規分布이며 그 계산과정이 가장 복잡하므로 이 類型에 국한하여 舉動函數의 限界狀態를 만족하는 信賴指數와 破壞點을 산출하는 과정을 약술하면 다음과 같다.

1) 각각의 설계변수에 대해서 記述統計學의 으로 분석한 平均值, 標準偏差, 相關係數 行列 및 確率分布 形態에 대한 정보를 입력시킨다.

2)  $[C']$ 의 固有值를 입력하여 그 고유치에 대응되는 각각의 고유치 벡터들을 直交座標變換行列,  $T$ 의 要素로 취한다.

3) 파괴상태에 대한 初期值를  $x_i^* = \mu_{x_i}$  로 가정한다.

4) 非正規分布를 하는 설계변수에 대해서는 等價正規分布化 變量으로 고쳐서 이에대한 평균치 ( $\mu_{xi}^N$ ) 및 표준편차 ( $\sigma_{xi}^N$ )를 구한다. 그런데, 여기서는 비정규분포인 것이 對數正規分布 뿐이므로  $\sigma_{xi}^N$  및  $\mu_{xi}^N$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{xi}^N = \zeta_{xx}^* \cdot \mu_x^N = x^* [1 - (\ln x^* - \lambda_x)]$$

여기서,  $\lambda_x$  및  $\zeta_y$ 은 對數正規分布를 하는 設計變數의 平均 및 標準偏差이다.

5) 標準正規分布化 變量  $X'_i$  을 계산한다. 즉

$$X'_i = \frac{x_i^* - \mu_{xi}^N}{\sigma_{xi}^N}$$

6) 有相關變量  $X$ 를 無相關變量  $Y$ 로 變換시킨다. 이 변환과정은 다음과 같다.

$$X = [\sigma_x] TY + \mu_x$$

7)  $X$ 를 거동함수에 대입하여 gradient vectors,  $G^*$ 를 구한다. 여기서의 거동함수는  $Y_i$  만의 함수로 변환시켜진 것이므로,  $G^* = \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_*$ 이고 이때의  $y_i^*$ 는  $T'X'$  와 같다.

8) 無相關화 變量 (uncorrelated transformed variates),  $Y_i$ 에 대한 direction cosines,  $\alpha_{yi}^*$ 를 계산한다. 그런데, 식 2.31에 의하면  $[C']$ 에 대한 固有值가  $Y_i$ 의 分散 (variance) 들이므로,  $\alpha_{yi}^*$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\alpha_{yi}^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_* \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_*^2 \lambda_i}}$$

9)  $-\alpha_{yi}^* \sqrt{\lambda_i} \beta$  를 새로운 破壞點으로 代置시키고 이것을 거동함수의  $Y_i$ 에 대입하여 한계상태,  $g(X)=0$ 를 만족하는 근, 즉 信賴指數,  $\beta$ 를 찾는다.

10) 과정 9)에서 구한 신뢰지수를 써서 새로운 破壞點, 즉  $y_i^* = -\alpha_{yi}^* \sqrt{\lambda_i} \beta$ 의 값을 계산한다.

11) 과정 6)과 같은 방법으로 本來의 變量, 즉 有相關一非正規分布에 대한 파괴점,  $x_i^*$ 을 구한다. 이  $x_i^*$ 가 check points이며, 이것을 구하는 식은 다음과 같다.

$$X^* = [\sigma_x^N] TY^* + [\mu_x^N]$$

12) 과정 11)에서 구한  $x_i^*$ 를 파괴점으로 취하여 과정 4)에서 과정 11)까지를 반복 계산한 신뢰지수의 값을 비교하여 iteration 前後의 差異가 0.001 정도로 收斂하면, 이것을 信賴指數 및 check points로 確定한다.

#### 4.3.2 Flow chart

식 3.4와 3.6에서 설정된 舉動函數  $G_1(X)$  및  $G_2(X)$ 가 모두 非線型이므로, 한계상태를 만족하는 신뢰지수를 구하는 것이 관건이다. 그리고 § 4.3.1의 algorithm 8)에서 각 설계변수에 대한 gradient vector를 구하는 식은 미리 筆算으로 세워서 입력한다.

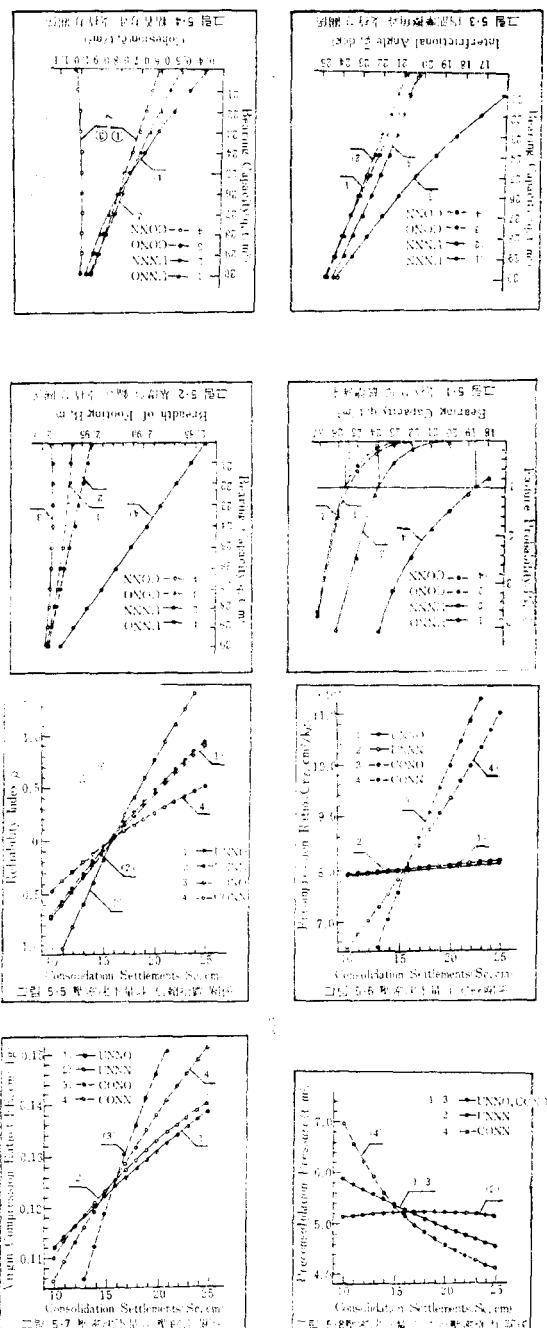
여기서는 小型 컴퓨터인 APPLE(II)를 사용하였으며, 支持力 모우드에 대한 BASIC program 을 제시하면 附錄(I)과 같다. 여기에 사용된 주요한 변수명에 대한 의미는 flow chart의 print out 문장을 보다 상세히 처음으로써 대신한다.

## 5. 信賴度 解析 結果 및 考察

### 5.1 해석 결과

附錄(I)과 같은 프로그램에 지지력 모우드 및 壓密沈下量 모우드에 관계된 지반에 대한 통계자료, 즉 표 4.2부터 4.9까지를 입력하여 그 계산결과들을 정리하면, 각각 부록 II 및 III과 같

다. 그리고, 이 결과들을 圖示하면 그림 5.1~5.8과 같다.



## 5.2 考 察

### 5.2.1 支持力 mode

그림 5.1에서, 破壞確率을 1%로 制限한다면, UNNO, UNNN, CONO 및 CONN 등의

類型에 대한 許用되는 支持力은 각각 25.7, 25.3 23.8 및 18.6(單位는 모두  $t/m^2$ )이다. 이는 같은 地盤條件에 대해서 設計變數들을 統計的 獨立變數로 가정하면 相關係數를 고려한 것보다 破壞確率이 더 높게 평가됨을 뜻한다. 確率分布形態에 대해서는 支持力係數들을 正規分布로 假定한 것보다는 概略의 檢定으로 얻은 對數正規分布인 경우의 支持力이 더 작게 評價된다. 그러므로, 設計變數들 사이의 관계를 有相關一對數正規分布의 類型으로 구한 舉動函數의 信賴度와 設計變數値로서 얇은 基礎의 支持力を 評價해야 할 것이다.

그림 5.2에서 正方形 얇은 基礎의 幅은前述 한 4 가지 類型中에서 CONO model이 가장 크고 CONN model이 가장 작다. 이는 근소한 差異이기는 하지만 CONN model이 가장 경제적인 단면이라기 보다는 基礎의 幅을 確率變數로 취합에 있어서 入力資料를 표 4.2 및 4.3과 같이 人爲的으로 가정한 것에서 基因된 것으로 思料되어 추후 이에 대한 깊은 연구가 기대된다.

그림 5.3 및 5.4에서, 粘着力( $c$ )과 內部摩擦角( $\phi$ )이 서로 반대되는 樣相으로 舉動되고 있다. 이것은 두 설계변수 사이에 陰相關(-0.37)이 있기 때문에 자명한 결과이기도 하지만, 相關係數뿐만 아니라 確率分布形態도 고려해야 함을 뜻한다. 그런데, 표 4.1에서 自無含水比의 標本平均은  $33.8 \pm 1.5\%$ 로서 調査對象地域의 含水比變化가 거의 없으므로, 含수비를 일정하게 유지한 상태에서는 直接剪斷에 의한  $c$ 와  $\tan\phi$ 사이에 강한 陰相關이 있음을 실험적으로 밝힌 Matsuo<sup>2)</sup>의 결과와 어느 정도 근사한 결과임을 알 수 있다. 따라서, 附錄(II)와 같은 CONN model을 써서 信賴度를 해석해야 한다. 여기서, 正方形基礎의 接地壓을  $18.0 t/m^2$ 으로 制限할 경우에 信賴指數 및 check points를 구한 결과는 다음과 같다.

- 1) 信賴指數( $\beta$ ) = 2.389(破壞確率 = 0.84%)
- 2) check points :
  - i. 基礎의 幅( $B$ ) = 2.800 m
  - ii. 粘着力( $c$ ) = 0.109  $t/m^2$
  - iii. 內部摩擦角( $\phi$ ) = 21.6 deg.

### 5.2.2 壓密 沈下量 mode

選定地域은  $OCR=1.4$  정도로 약간 過壓密된

상태이며, 식 3.6에 표 4.7의 平均值를 대입한  
壓密沈下量은 15.9 cm로서 너무 과대하기 때문에,  
지반을 개량하거나 깊은 기초로 설계해야 할 것이다.  
그러나, 여기서는前述한 4 가지 model에 대한 해석결과를 비교검토하는 데 그친다.

그림 5-5에서, 壓密沈下量을 25~10 cm로 제한하면 이것을 초과하는 확률은 20~70%로서 매우 높으므로, 支持力에 비해서 훨씬 優勢한 mode이다. 그런데, 土性의 平均值에 의한 壓密沈下量보다 더 낮게 취하면 CONN mode의 超過確率이 가장 높게 평가된다. 즉, 이 類型以外에서는 자연의 地盤條件를 너무 단순하게 취급한 데서 그 超過確率이 낮게 평가되는 요인이 되므로, consolidation settlements mode의 舉動函數에 대한 信賴度는 有相關一非正規分布 類型으로 解析해야 할 것이다.

그림 5.7 또는 附錄Ⅲ의 virgin compression ratio(CFE)에서 압밀 침하량을 13cm로 제한한다면, UNNO, UNNN, CONO 및 CONN 等의 model에 대한 現場狀態의 改正 壓縮指數는 각각 0.118, 0.119, 0.106 및 0.116(단위는 모두  $\text{cm}^2/\text{kg}$ )이므로, pre-loading工法 따위로 지반을 개량 코자 할 때에는 有相關보다는 無相關 類型의 間隙比를 더 크게 책정할 위험이 있음을 알 수 있다.

따라서, bearing capacity mode나 settlements mode의 舉動函數에 대한 信賴度는 CONN mode로서 해석하면, 지반조건에 보다 가깝고 안정하게 설계할 수 있을 것이다.

## 6. 결 론

얕은 기초 설계에 있어서, 支持力과 壓密沈下量을 각각 단일 모우드 舉動函數로 설정하여 이에 필요한 지반의 실측자료를 記述統計學的으로 분석한 결과를 토대로 設計變數들 사이의 관계를 無相關一正規分布(UNNO), 無相關一非正規分布(UNNN), 有相關一正規分布(CONO) 및 有相關一非正規分布(CONN) 등의 類型으로 구분한 것들의 信賴度를 “Advanced first-order second moment method”로 해석하여 얻은 주요결론을 요약하면 다음과 같다.

### 1. 지지력 모우드

1) 선정된 지역의 지표면에서 -6.00 m 까지의 不攪亂試料로 CU test에 의한 土性을 통제분석하면, 粘着力과 支持力係數들 사이에 陰相關이 있으며 각각 正規分布 및 對數正規分布를 이룬다.

2) 동일한 接地壓에 대해서, 無相關보다는 有相關 類型의 破壞確率이 더 높게 평가되며, 確率分布를 正規分布로 가정한 것 보다는 Kolmogorov-Smirnov test에 의한 對數正規分布의 破壞確率이 더 높게 평가된다.

### 2. 壓密沈下量 모우드

OCR=1.4 정도로 약간 過壓密된 選定地盤의 壓密沈下量을 25~10cm로 許用하면前述한 4 가지 類型에 대한 超過確率은 모두 20~70% 정도로서 지지력에 비해서 훨씬 우세한 mode이며, 지반을 개량하지 않는 한 깊은 기초로 설계해야 할 것이다. 다만, 設計變數들 사이의 관계를 獨立變數로 가정하지 않고 共分散을 고려하면 許用沈下量이 초과될 확률은 더 높게 평가되므로 有相關 類型으로 信賴度를 해석해야 한다.

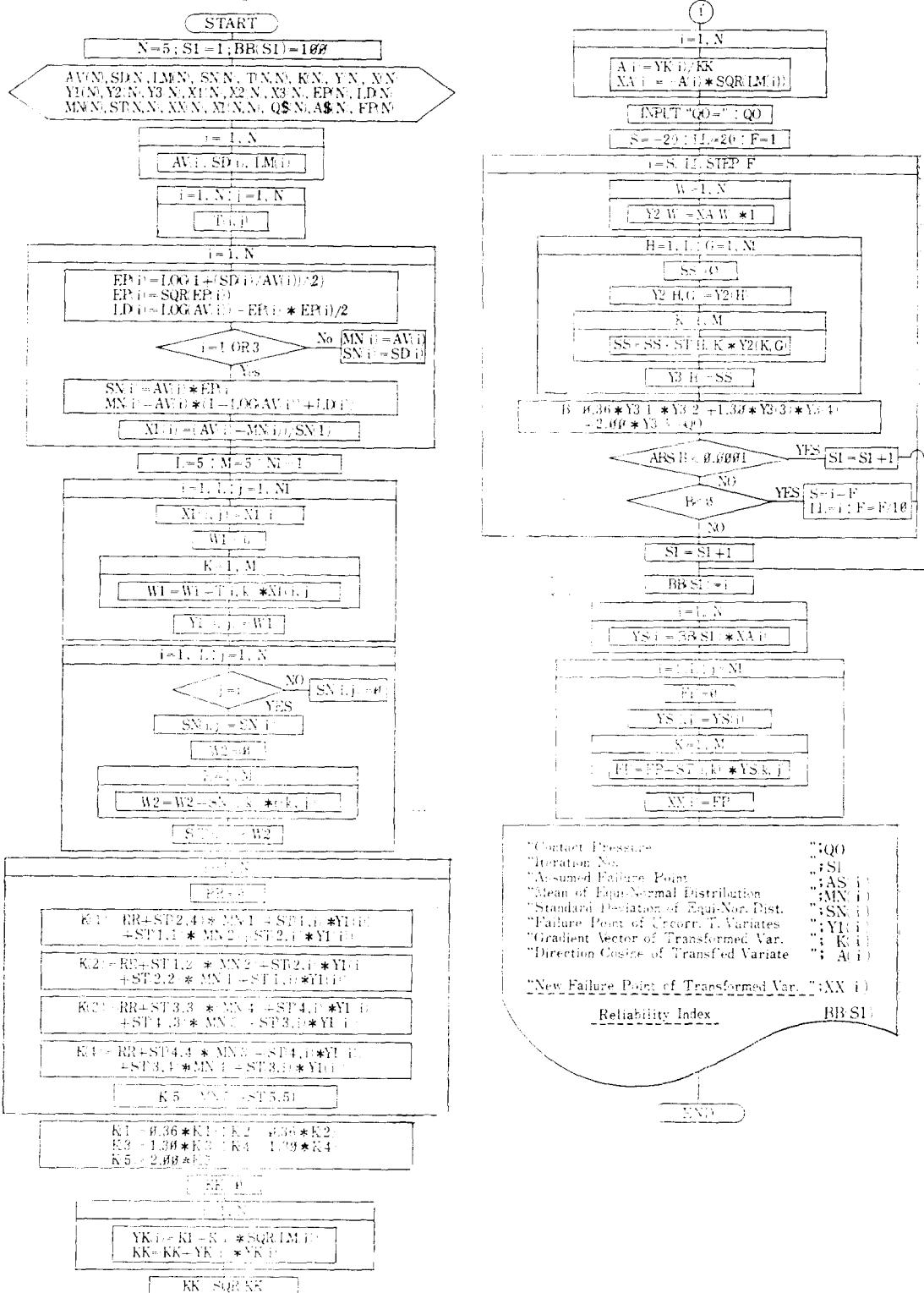
따라서, 지지력 및 압밀침하량에 대한 단일 모우드 舉動函數의 信賴度를 有相關一非正規分布 類型으로 解析해야 地盤條件를 過大評價하는 위험성이 적어지므로, 보다 安全한 設計가 될 것이다.

### REFERENCES

1. The Task Committee for Design Manual for the Commiffree on Shallow Foundations of the Soil Mechanics and Foundation Division, “Sub-surface Investigation for Design and Construction of Foundations of Buildings: Appendices A and B,” J. of the Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol. 98, 1972, pp. 771~785.
2. Koerner, R.M., “Construction and Geotechnical Method in Foundation Engineering,” McGraw-Hill Book Co., 1984, pp. 1~57.
3. 林炳祚, “基礎工學,” 治度文化社, 1983, pp. 22~73.
4. 青木重雄, 平野嘉菊, 平原勲, “直接基礎および橋臺・橋腳の 設計計算例,” 山海堂, 昭和 54 年, pp. 1~32.
5. Sauer, E.K., “Landslides in Clay Shale in the North Saskatchewan R. Valley, Canada,” An

- International Journal of Engineering Geology, Vol. 20, No. 4, 1984, pp. 279~300.
6. Wu, Tien H., "Uncertainty, Safety, and Decision in Soil Engineering," J. of Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol. 100, No. GT3, 1974, pp. 329~346.
  7. Matsuo, Minoru and Kuroda, Katsuhiko, "Probabilistic Approach to Design of Embankment," Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, 1974, pp. 75~95.
  8. Tang, W.H., "Principles of Probabilistic Characterization of Soil Properties," Probabilistic Characterization of Soil Properties: Bridge between Theory and Practice, ASCE, 1984, pp. 74~89.
  9. Freeze, A.R., "Probabilistic One-Dimensional Consolidation," Journal of the Geotechnical Engineering Div., ASCE, Vol. 103, No. GT11, 1977, pp. 1247~1263.
  10. George, K.P. and Basama, A.A., "An Extreme-Value Model for Strength of Stiff Clays," Probabilistic Characterization of Soil Properties: Bridge between Theory and Practice, ASCE, 1984, pp. 156~167.
  11. Chowdhury, R.M., "Geomechanics Systems Reliability," Structural Safety and Reliability (IASSAR), Vol. II, Shinko Printing Co., 1985, pp. 489~491.
  12. Azzouz, A.S., Krizeek, R.J., and Corotis, R.B., "Regression Analysis of Soil Compressibility," Soils and Foundations, Vol. 16, No. 2, 1976, pp. 19~29.
  13. Lee, I.K., Ingels, O.G., and White, W., "Geotechnical Engineering," Pitman Pub. Co., 1983, pp. 66~87.
  14. Yamamoto, Matsuo and Ang, A. H-S., "Reliability of Braced Excavations," Structural Safety and Reliability (IASSAR), Vol. III, 1985, pp. 341~351.
  15. Harr, Milton E., "Reliability-Based Design in Civil Engineering," Structural Safety and Reliability (IASSAR), Vol. III, Shinko Pub. Co., 1985, pp. 619~623.
  16. Peck, R.B., "Where has all the Judgment gone?" Canadian Geotechnical Journal, Vol. 17, No. 4, 1980, pp. 584~590.
  17. Shinozuka, Masanobu, "Basic Analysis of Structural Safety," Journal of Structural Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. 3, 1983, pp. 721~738
  18. Benjamin, J.R. and Cornell, C.A., "Probability, Statistics, Decision for Civil Engineering," McGraw-Hill Book Co., 1970, pp. 180~188.
  19. Ang, A. H-S. and Cornell, C.A., "Reliability Bases of Structural Safety and Design," J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, 1974, pp. 1755~1769.
  20. Ditlevsen, J., "Generalized Second Moment Reliability Index," Journal of Structural Mechanics, ASCE, Vol. 7, No. 4, 1979, pp. 435~451.
  21. Thomas, G.B. and Finney, R.L., "Calculus and Analytic Geometry," Addison-Wesley Pub. Co., 1984, pp. 865~874.
  22. Paloheimo, E. and Hannus, M., "Structural Design on Weighted Fractiles," J. of the Structural Div., ASCE, Vol. 100, No. ST7, 1974, pp. 221~244.
  23. Tobutt, D.C. and Richards, E.A., "The Reliability of Earth Slopes," International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 3, John Wiley & Sons, Inc., 1979, pp. 323~354.
  24. 金泳壽, "斜面의三次元破壊의確率에關한研究"高麗大大學院, 土木科, 博士學位論文, 1982.
  25. 李松, "얕은基礎의安定性에 대한確率論的解釈", 高麗大大學院, 土木科, 博士學位論文, 1985.
  26. Terzaghi, K. and Peck, R.E., "Soil Mechanics in Engineering Practice," John Wiley & Sons, Inc., 1967, pp. 211~224.
  27. Vesic, A.S., "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations," J. of Soil Mechanics Division, ASCE, Vol. 99, No. SM. 1, 1973, pp. 45~69.
  28. Holtz, R.D. and Kovacs, W.D., "An Introduction to Geotechnical Engineering," McGraw-Hill Book Co., 1981, pp. 283~409.
  29. Haosfer, A.M. and Lind, N., "An Exact and Invariant First-Order Reliability Format," J. of Engineering Mechanism, ASCE, Vol. 100, No. EM1, 1974, pp. 111~121.
  30. 白樂晨, "60,000 BPSD 精油工場敷地 2 次地質調查報告書," 極東石油(株), 1984. 9.

**APPENDIX(I) BASIC Program to compute the reliability and check points of bearing capacity mode**



**APPENDIX (II) Reliability Index and Check Point of G1(X)**

1) Uncorrelated-Normal distribution (assumed)

$q(t/m^2)$	$B(m)$	$N_r$	$\bar{c}(t/m^2)$	$N_c$	$N_q$	$\bar{\phi}(\text{deg.})$	$\beta$	$P_r(\%)$
20	2.9704	2.398	0.614	8.537	5.310	20.20	1.268	0.001
21	2.9717	2.508	0.647	8.591	5.547	20.70	3.908	0.002
22	2.9733	2.617	0.679	8.652	5.780	21.18	3.549	0.019
23	2.9751	2.724	0.711	8.720	6.010	21.65	3.193	0.065
24	2.9775	2.830	0.743	8.795	6.236	22.10	2.840	0.230
25	2.9790	2.929	0.777	8.879	6.447	22.52	2.489	0.620
26	2.9815	3.033	0.807	8.967	6.669	22.95	2.142	1.611
27	2.9842	3.134	0.837	9.061	6.885	23.37	1.797	3.643
28	2.9869	3.233	0.868	9.162	7.094	23.77	1.455	7.420
29	2.9898	3.329	0.898	9.267	7.298	24.15	1.116	13.310
30	2.9928	3.422	0.929	9.379	7.496	24.52	0.780	21.770

2) Uncorrelated-Nonnormal Dist. (Assumed)

$q(t/m^2)$	$B(m)$	$N_r$	$\bar{c}(t/m^2)$	$N_c$	$N_q$	$\bar{\phi}(\text{deg.})$	$\beta$	$P_r(\%)$
20	2.9517	2.663	0.506	8.053	5.936	20.87	4.660	$10^{-4}$
21	2.9557	2.727	0.558	8.185	6.081	21.24	4.213	0.001
22	2.9606	2.790	0.608	8.322	6.224	21.61	3.780	0.010
23	2.9653	2.858	0.655	8.451	6.379	21.98	3.359	0.039
24	2.9697	2.927	0.700	8.581	6.530	22.35	2.949	0.160
25	2.9740	2.998	0.743	8.712	6.687	22.71	2.550	0.540
26	2.9881	3.076	0.783	8.835	6.855	23.06	2.162	1.532
27	2.9821	3.146	0.823	8.965	7.014	23.42	1.785	3.670
28	2.9860	3.218	0.862	9.095	7.177	23.77	1.416	7.429
29	2.9896	3.292	0.898	9.224	7.344	24.117	1.057	14.529
30	2.9932	3.369	0.933	9.351	7.516	24.463	0.706	24.109

3) Correlated-Normal distribution (assumed)

$q(t/m^2)$	$B(m)$	$N_r$	$\bar{c}(t/m^2)$	$N_c$	$N_q$	$\bar{\phi}(\text{deg.})$	$\beta$	$P_r(\%)$
20	2.9926	0.957	1.026	6.713	5.006	14.67	3.445	0.015
21	2.9915	1.185	1.017	6.965	5.256	16.05	3.168	0.028
22	2.9908	1.413	1.010	7.216	5.505	17.26	2.890	0.190
23	2.9903	1.638	1.003	7.464	5.752	18.34	2.612	0.448
24	2.9901	1.863	0.997	7.712	5.998	19.33	2.232	0.983
25	2.9903	2.084	0.994	7.955	6.240	20.24	2.053	2.059
26	2.9907	2.303	0.991	8.169	6.481	21.09	1.773	4.117
27	2.9915	2.520	0.989	8.435	6.718	21.87	1.493	6.797
28	2.9925	2.734	0.989	8.670	6.953	22.61	1.214	11.234
29	2.9938	2.945	0.990	8.902	7.185	23.30	0.935	17.490
30	2.9953	3.153	0.992	9.131	7.413	23.95	0.656	25.588

4) Correlated-Nonnormal dist. (real)

$q(\text{t/m}^2)$	$B(\text{m})$	$N_r$	$\bar{c}(\text{t/m}^2)$	$N_e$	$N_q$	$\bar{\phi}(\text{deg})$	$\beta$	$P_r(\%)$
15	2.8791	1.554	0.128	7.772	6.046	14.50	3.612	0.012
16	2.8378	2.234	0.075	8.218	6.450	18.15	2.806	0.252
17	2.8263	2.398	0.136	8.311	6.546	19.17	2.540	0.550
18	2.8004	2.785	0.109	8.746	6.978	21.57	2.389	0.837
19	2.8310	2.494	0.298	8.358	6.609	20.06	2.276	1.139
20	2.8406	2.518	0.382	8.374	6.633	20.37	2.170	1.500
21	2.8530	2.544	0.463	8.398	6.663	20.66	2.058	1.904
22	2.8671	2.576	0.541	8.435	6.706	20.96	1.934	2.655
23	2.8822	2.618	0.613	8.486	6.761	21.29	1.796	3.190
24	2.8976	2.670	0.679	8.553	6.830	21.63	1.642	5.030
25	2.9130	2.734	0.740	8.635	6.914	22.00	1.475	7.010
26	2.9281	2.809	0.794	8.732	7.012	22.40	1.293	9.775
27	2.9425	2.896	0.843	8.843	7.123	22.81	1.103	13.522
28	2.9561	2.995	0.885	8.969	7.248	23.25	0.901	18.385
29	2.9687	2.107	0.921	9.107	7.386	23.70	0.690	24.510
30	2.9801	3.231	0.952	9.259	7.536	24.16	0.473	31.812

APPENDIX(II) : Reliability Index and Check Points of G2(X)

1) Reliability Index( $\beta$ )

$S_c, \text{cm}$	Model	UNNO	UNNN	CONO	CONN
10	-0.74	-0.75	-1.39	-0.47	
11	-0.61	-0.60	-1.04	-0.82	
12	-0.48	-0.47	-0.82	-0.28	
13	-0.35	-0.34	-0.60	-0.20	
14	-0.23	-0.21	-0.40	-0.12	
15	-0.11	-0.08	-0.18	-0.05	
16	0.00	-0.03	0.02	0.02	
17	0.12	0.15	0.22	0.08	
18	0.23	0.26	0.40	0.13	
19	0.34	0.37	0.59	0.19	
20	0.44	0.48	0.77	0.24	
21	0.54	0.58	0.94	0.29	
22	0.64	0.69	1.10	0.35	
23	0.73	0.79	1.27	0.40	
24	0.88	0.89	1.43	0.45	
25	0.91	0.98	1.59	0.50	

2) Recompression Ratio ( $C_{re}, \text{cm}^2/\text{kg}$ )

$S_c, \text{cm}$	Model	UNNO	UNNN	CONO	CONN
10	7.902	7.883	4.67	6.440	
11	7.920	7.990	5.33	6.750	
12	7.930	7.927	5.90	7.040	
13	7.955	7.948	6.46	7.330	
14	7.971	7.968	6.97	7.579	
15	7.987	7.987	7.54	7.835	
16	8.001	8.005	8.05	8.083	
17	8.016	8.023	8.56	8.409	
18	8.030	8.039	9.03	8.729	
19	8.043	8.055	9.51	9.030	
20	8.057	8.071	9.97	9.339	
21	8.070	8.085	10.14	9.656	
22	8.083	8.100	10.81	9.954	
23	8.096	8.114	11.26	10.330	
24	8.107	8.128	11.67	10.700	
25	8.119	8.140	12.08	11.000	

3) Virgin Compression Ratio(CFE, cm<sup>2</sup>/kg)

Model <i>S<sub>c</sub>, cm</i>	UNNO	UNNN	CONO	CONN
10	0.112	0.111	0.086	0.106
11	0.114	0.114	0.094	0.109
12	0.116	0.116	0.100	0.113
13	0.118	0.119	0.106	0.116
14	0.120	0.121	0.112	0.119
15	0.122	0.123	0.119	0.122
16	0.124	0.125	0.125	0.125
17	0.126	0.126	0.130	0.129
18	0.128	0.128	0.136	0.132
19	0.129	0.130	0.141	0.135
20	0.131	0.131	0.146	0.138
21	0.133	0.133	0.151	0.141
22	0.134	0.134	0.156	0.143
23	0.136	0.136	0.161	0.146
24	0.137	0.137	0.165	0.148
25	0.138	0.139	0.170	0.151

4) Preconsolidation Pressure ( $\sigma_p'$ , t/m<sup>2</sup>)

Model <i>S<sub>c</sub>, cm</i>	UNNO	UNNN	CONO	CONN
10	5.889	5.136	5.83	6.670
11	5.778	5.151	5.76	6.300
12	5.671	5.162	5.66	6.010
13	5.568	5.170	5.56	5.743
14	5.469	5.174	5.47	5.532
15	5.373	5.171	5.37	5.307
16	5.281	5.177	5.28	5.113
17	5.191	5.175	5.19	4.988
18	5.105	5.173	5.11	4.848
19	5.020	5.169	5.02	4.712
20	4.938	5.164	4.94	4.601
21	4.860	5.159	4.86	4.478
22	4.781	5.153	4.79	4.380
23	4.706	5.147	4.71	4.267
24	4.632	5.141	4.64	4.178
25	4.560	5.133	4.56	4.093