

원심펌프 회전축계의 불평형 응답에 미치는 유체력의 영향

양보석 · 최원호

부산수산대학 박용기제공학과

Effects of Hydraulic Force on the Unbalance Vibration of Centrifugal Pump Rotors

Bo-Suk Yang, Won-ho Choi

Dept. of Mechanical Engineering, National Fisheries University of Pusan

The paper presents an analytical investigation of the unbalance vibrations of a pump rotor.

The analysis applies to rotor-bearing-seal-impeller systems which consist of rigid disks, distributed parameter rotor elements and discrete bearings, seals, and impellers.

The dynamic hydraulic force of bearing, seal and impeller elements are represented by four stiffness coefficients and four damping coefficients.

Numerical results are presented for unbalance response associated with various kinds bearing, and with effects of seal and impeller forces.

1. 서 론

회전축계의 강제진동으로 가장 전형적이고 공업상 중요한 것은 넓은 의미로서 불평형 진동이다. 불평형은 회전체의 제작상 피할수 없으며 진동이 전혀 문제가 되지 않는 정도로 제작하는 것은 경제적인 면에서도 불가능하다. 지금까지 미끄럼 베어링으로 지지된 회전축계의 불평형 응답특성에 대하여는 여러 연구자에 의해 연구가 진행되고 있다.

수중에서 운전되는 펌프는 물의 감쇠작용 때문에 축진동 문제는 적다고 생각되어 펌프의 축진동에 관한 보고는 별로 없다. Black⁽¹⁾은 펌프

의 축진동을 연구하여 시일부분이 축진동 응답에 큰 영향을 미치는 것을 보였다. 그러나 시일 형상에 따른 유체력 평가가 충분히 구명되지 않았기 때문에 환상 시일부분의 틈새, 폭경비 및 압력차 등이 펌프진동에 어느 정도 영향을 미치는가가 충분히 검토 되어 있지않다.

이에 저자는 펌프용 시일의 유체력에 의한 진동특성에 관한 일련의 연구⁽²⁾를 진행하여 각종 시일의 유체력을 해석하였고, 이 유체력이 회전축계의 안정성에 미치는 영향^{(3),(4)}을 검토하였으며 범용 안정성해석 프로그램을 개발하였다. 이어서 본 연구는 시일과 임펠러의 효과를 포함한 회전축계의 불평형 응답해석및 범용프로그램

을 작성한다. 그리하여 시일을 베어링과 같은 지지효과와 본래의 목적인 누설량을 최소로 하는 최적설계 문제에 지금까지 연구 성과를 이용하고자 한다. 즉 위험속도 통과시의 공진 배율을 최소화 하는 문제에 본해석 방법을, 정상운전속도에서의 안정성을 향상시키는 문제는 문헌(3), (4)를 이용하여 최적형상 설계를 할 수 있다.

수치계산 예로서, 원자력 발전 플랜트의 여열 제거펌프 등에 사용되고 있는 선형적인 단단 양흡입 원심펌프의 불평형 응답에 다자유도계의 운동방정식을 유도하여 유체회전기계의 특유의 문제인 펌프용 시일과 임펠러에 의한 불평형 응답의 문제에 대해 검토한다.

2. 이 론

몇개의 축단면, 임펠러, 베어링, 시일 등으로 이루어지는 Fig. 1 과 같은 펌프 회전축계를 고

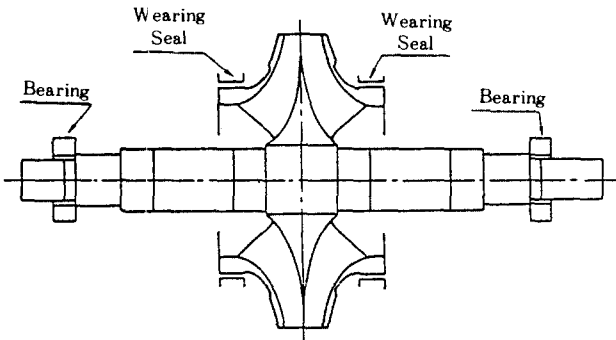


Fig. 1. 펌프의 축계

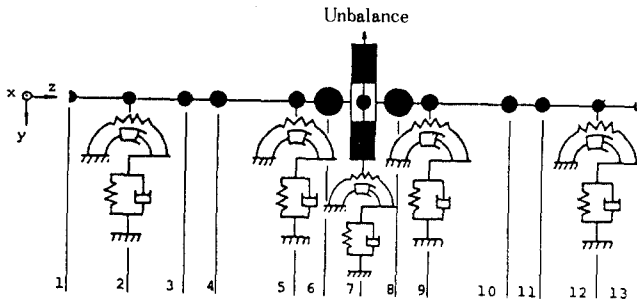


Fig. 2. 등가펌프 축계

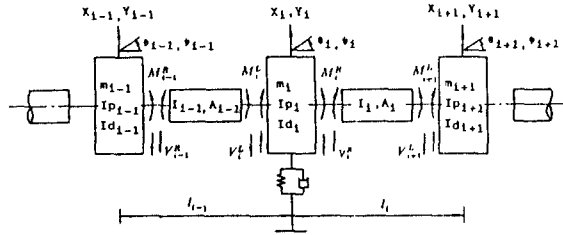


Fig. 3. rotor의 분할과 요소

려한다. 축은 원래 분포정수계이지만 여기서는 등가인 집중 정수계로 한다. 따라서 펌프축계를 축단면, 원판, 베어링, 시일, 불평형 등의 부분으로 분할하면, Fig. 2 같이 등가인 계로 표시할 수 있다.

펌프진동은 굽힘진동이 중심적인 문제이고, 상태량은 수직 및 수평방향의 변위 x, y , 수평축 및 수직축 둘레의 경사각 θ, ψ , 굽힘모멘트 M_x, M_y 전단력 V_x, V_y 이다. Fig. 3 과 같은 형으로 표시되므로, 이것을 축계의 기본요소로한다. 이들 각요소의 i 번째의 분할점에 관한 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= V_{xi}^L - V_{xi}^R - P_{xi} \\ m_i \ddot{y}_i &= V_{yi}^L - V_{yi}^R - P_{yi} \\ I_{\alpha i} \ddot{\theta}_i + \omega I_{\alpha i} \dot{\psi}_i &= M_{xi}^R - M_{xi}^L \\ I_{\alpha i} \ddot{\psi}_i - \omega I_{\alpha i} \dot{\theta}_i &= M_{yi}^R - M_{yi}^L \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

또 i 번째와 $i-1$ 번째의 축부분에 관해서는 다음과 같은 재료역학 공식이 성립한다.⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} V_{xi}^L - V_{xi}^R &= 0 \\ M_{xi}^L - M_{xi}^R - V_{xi}^R L_{i-1} &= 0 \\ x_i^L - x_{i-1}^R - L_{i-1} \theta_{i-1}^R &= \frac{L_{i-1}^2}{2EI_{i-1}} M_{xi}^R + \\ & V_{xi}^R \frac{L_{i-1}^3}{6EI_{i-1}} \\ \theta_i^L - \theta_{i-1}^R &= M_{xi}^R \frac{L_{i-1}}{EI_{i-1}} + V_{xi}^R \frac{L_{i-1}^2}{2EI_{i-1}} \\ \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

여기서 $m, I_{\alpha}, I_{\alpha}$ 는 각각 원판의 질량, 극관성모멘트 및 관성모멘트이고, P_x, P_y 는 베어링, 임펠러 및 시일의 선형 근사한 유체력, ω 는 축의 회전각속도, L 은 축의 길이, E 는 Young계

수, I는 단면 2차 모멘트를 표시한다. 첨자는 i번째의 원판 또는 축부분의 값을 나타낸다. 식 (1)과 (2)에서 전단력과 모멘트를 소거하면 질량 매트릭스 **M**, 감쇠매트릭스 **C**, 강성매트릭스 **K**로 구성되는 rotor계에 강제력 **F**가 작용하는 경우, 축계 전체의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{X}} + [\mathbf{C}]\dot{\mathbf{X}} + [\mathbf{K}]\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서 **M**은 대칭매트릭스, **C**, **K**는 비대칭매트릭스, **X**는 변위벡터이다.

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ & I_d \\ 0 & m \\ & I_d \end{bmatrix} \quad [\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega I_p \\ c_{yx} & 0 & c_{yy} & 0 \\ 0 & -\omega I_p & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} k_{xx}+2/d & 3/b & k_{xy} & 0 & -2/d & 3/b & 0 & 0 \\ 3/b & 4/a & 0 & 0 & -3/b & 2/a & 0 & 0 \\ k_{yx} & 0 & k_{yy}+2/d & 3/b & 0 & 0 & -2/d & 3/b \\ 0 & 0 & 3/b & 4/a & 0 & 0 & -3/b & 2/a \\ -2/d & -3/b & 0 & 0 & 2/d & -3/b & 0 & 0 \\ 3/b & 2/a & 0 & 0 & -3/b & 4/a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2/d & -3/b & 0 & 0 & 2/d & -3/b \\ 0 & 0 & 3/b & 2/a & 0 & 0 & -3/b & 4/a \end{bmatrix}$$

여기서 $a=L/EI, b=L^2/2EI, d=L^3/6EI$

F가 주기외력으로

$$\mathbf{F} = \mathbf{a} \cos \omega t + \mathbf{b} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (4)$$

로 주어지는 경우, 식 (3)의 비동차해는

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_c \cos \omega t + \mathbf{X}_s \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (5)$$

이다. 식 (4), (5)를 식 (3)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} -\omega^2[\mathbf{M}] + [\mathbf{K}] & \omega[\mathbf{C}] \\ -\omega^2[\mathbf{C}] & -\omega^2[\mathbf{M}] + [\mathbf{K}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_c \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (6)$$

따라서, $\mathbf{X}_c, \mathbf{X}_s$ 는 다음식에 의해 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_c \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega^2[\mathbf{M}] + [\mathbf{K}] & \omega[\mathbf{C}] \\ -\omega[\mathbf{C}] & -\omega^2[\mathbf{M}] + [\mathbf{K}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

계가 강제진동을 하고 있는 경우, k번째 분할점에서 타원궤도의 장축 및 단축반경을 구한

다. k번째의 분할점의 복소 진폭은 x를 실수축, y를 허수축으로 잡고 식 (5)에서 k번째의 분할점에 관한 부분을

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} x_{ck} \\ y_{ck} \end{bmatrix} \cos \omega t + \begin{bmatrix} x_{sk} \\ y_{sk} \end{bmatrix} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (8)$$

라 놓으면 다음식이 주어진다.

$$\begin{aligned} r_k(t) &= x_{ck} \cos \omega t + x_{sk} \sin \omega t + i(y_{ck} \cos \omega t \\ &+ y_{sk} \sin \omega t) = e^{i\omega t} \left\{ \frac{1}{2}(x_{ck} + y_{sk}) \right. \\ &+ i \frac{1}{2}(y_{ck} - x_{sk}) \left. \right\} + e^{i\omega t} \left\{ \frac{1}{2}(x_{ck} - y_{sk}) \right. \\ &+ \frac{1}{2}(y_{ck} + x_{sk}) \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

따라서 $r_k(t)$ 의 타원궤도의 장축과 단축반경은 다음과 같이 된다. 회전축의 불평형진동은 최대진폭이 문제로 되므로 장축반경 A_k 로 진폭을 나타낸다.

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(x_c + y_s)^2 + (y_c - x_s)^2} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(x_c - y_s)^2 + (y_c + x_s)^2} \right\} \\ B_k &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(x_c + y_s)^2 + (y_c - x_s)^2} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(x_c - y_s)^2 + (y_c + x_s)^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

3. 펌프축계의 불평형 응답특성

앞절에서 유도한 이론에 따라 분할점 7 즉, 임펠러부에 불평형을 취한 경우의 축회전수에 대한 불평형응답을 표시한다. Table. 1의 수치를 이용하여 계산을 수행하며, 베어링계수는 문헌(6)과 Table 2를, 시일의 동적계수는 문헌(2)를, 그리고 임펠러부의 동적계수는 Black의 결과¹⁾를 사용한다.

Fig. 4는 시일의 입구와 출구의 압력차에 대한 분할점 7의 진폭곡선의 변화를 표시한다. 압력차가 클에 따라 최대진폭은 작게 되고, 시

Table 1. 기본 Data

Section No.	Length (cm)	Diameter (cm)	Weight (kg)
1	17.5	13.6	20.0
2	12.9	14.0	20.4
3	31.7	14.0	58.8 (63.7)
4	8.0	14.0	22.7 (23.9)
5	12.3	14.1	250.1 (412)
6	12.2	14.1	250.0 (411.9)
7	8.1	14.0	250.0 (411.9)
8	31.7	14.0	58.8 (63.7)
9	12.9	14.0	20.4
10	18.0	13.6	20.6

* ()내에 표시한 값은 부가질량을 포함한 중량임

Table 2. Dynamic coefficients of ball bearing

$$k_{xx} = k_{yy} = 7.45 \times 10^8 \text{ (N/m)}$$

$$k_{xy} = k_{yx} = 0$$

$$\omega c_{xx} = \omega c_{yy} = 7.45 \times 10^7 \text{ (N/m)}$$

$$\omega c_{xy} = \omega c_{yx} = 0$$

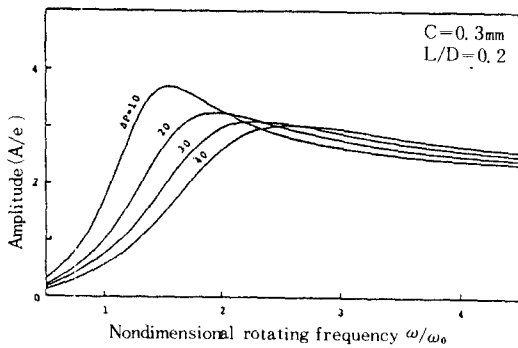


Fig. 4. 압력차의 영향

일의 강성계수가 증가함에 따라 계의 고유진동수가 증가하므로 공진점이 고회전축으로 이동한다.

Fig. 5는 시일의 틈새변화에 대한 분할점 7의 진폭곡선을 나타낸다. 시일의 유체력을 무시한 경우, 공진점의 최대진폭과 비교해 보면

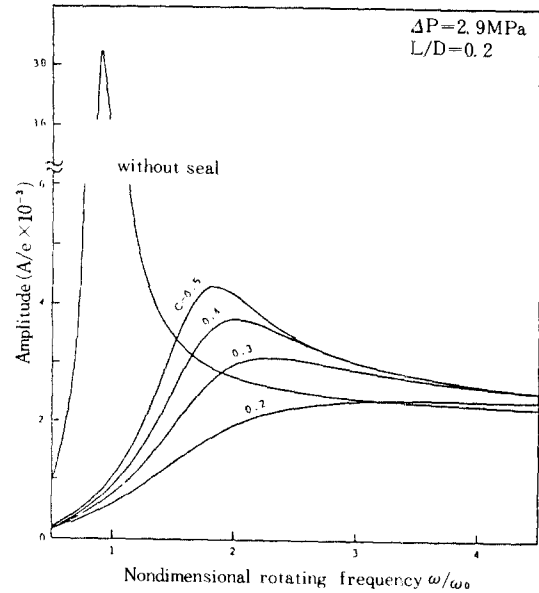


Fig. 5. 틈새의 영향

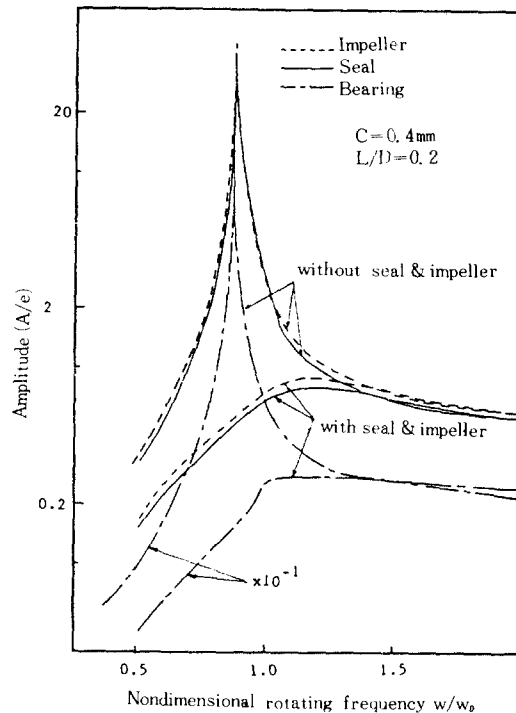


Fig. 6. 시일과 임펠러부의 영향

틈새가 작을수록 크게 감소하고, 공진점도 고 회전축으로 이동한다. 이것은 시일부의 감쇠 작용에 의한 것으로, 시일의 틈새가 작게 되는 만큼 감쇠력이 크게되며, 또 강성계수도 증가하기 때문이다.

Fig. 6은 볼베어링으로 지지된 컴프축에서 시일과 임펠러부의 유체력을 무시한 경우와 고려한 경우의 진폭특성을 나타낸다. 그림에서 점선은 임펠러부, 실선은 시일부 그리고 일점쇄선은 베어링부의 진폭을 나타낸다. 시일과 임펠러부의 감쇠효과에 의해 최대진폭은 크게 감소하며 시일과 임펠러부의 강성의 영향으로 최대진폭이 높은 회전수로 이동한다.

Fig. 7은 축과 임펠러의 부가질량을 고려한 경우와 무시한 경우의 진폭특성을 나타낸다. 컴프축은 주축과 임펠러로 구성되고, 축돌레와 액체로 채워져 있다. 이 때문에 액체와 상호작용으로 주축과 임펠러에는 부가질량효과가 발생한다. 이 부가질량을 고려할 경우 축중량이 증가하게 되고 따라서 부가질량을 무시한 경우보다 최대진폭이 증가하고, 공진점이 낮아지게 된다.

Fig. 8은 시일과 임펠러부의 유체력을 무시했을때의 각종베어링형식에 따른 임펠러부의 불평형응답을 나타낸다. 진원베어링과 2원호베어링은 2개의 피크가 발생하고 있으며 볼베어링의 경우가 진폭이 가장 크다.

Fig. 9는 시일과 임펠러부의 유체력을 고려하였을때의 각종베어링 형식에 따른 임펠러지

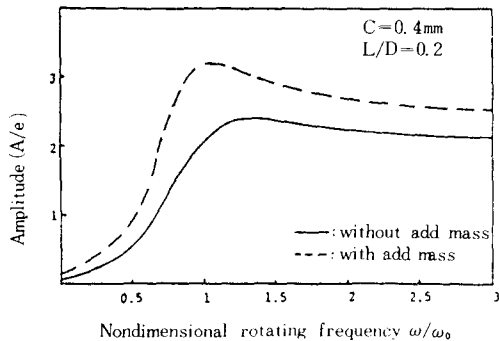
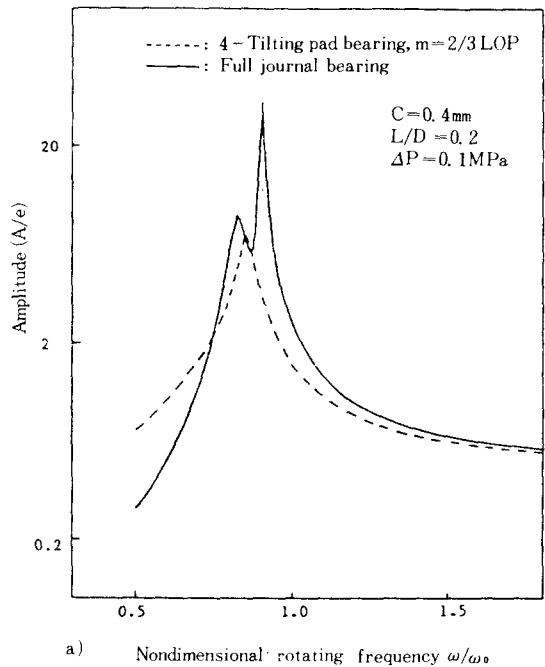
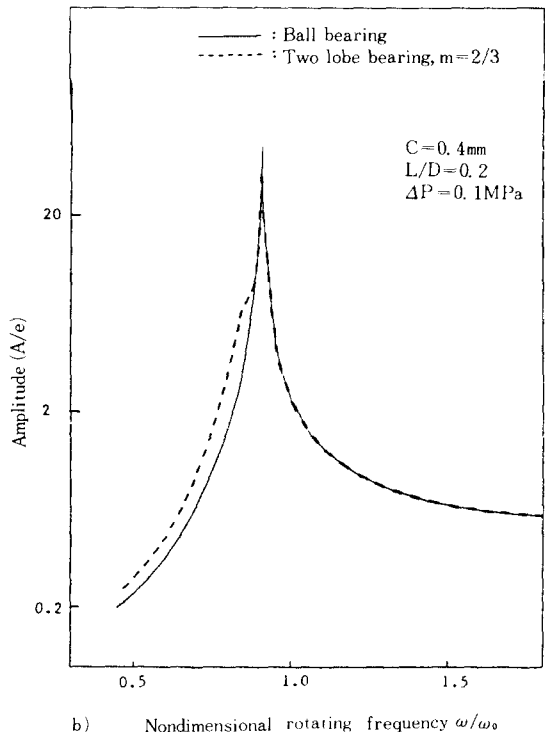


Fig. 7. 부가질량의 영향

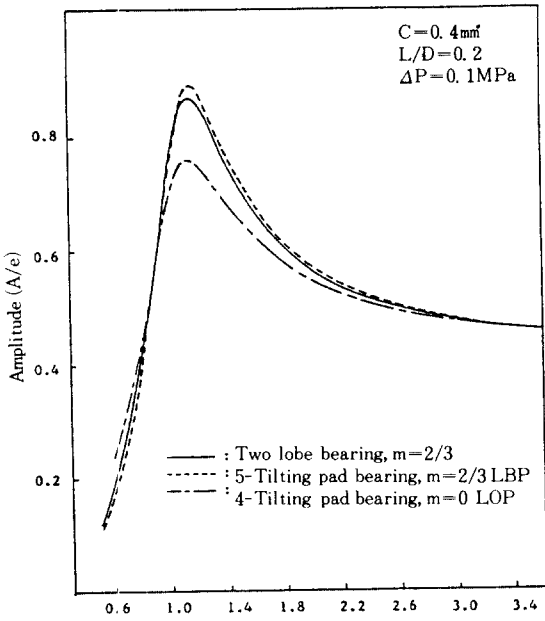


a) Nondimensional rotating frequency ω/ω_0

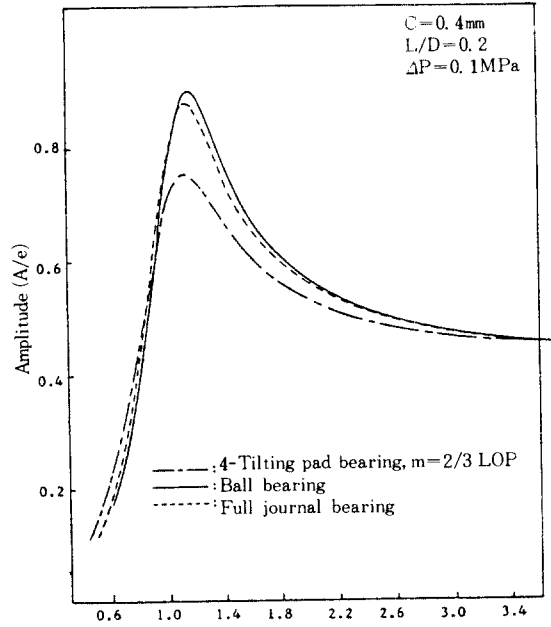


b) Nondimensional rotating frequency ω/ω_0

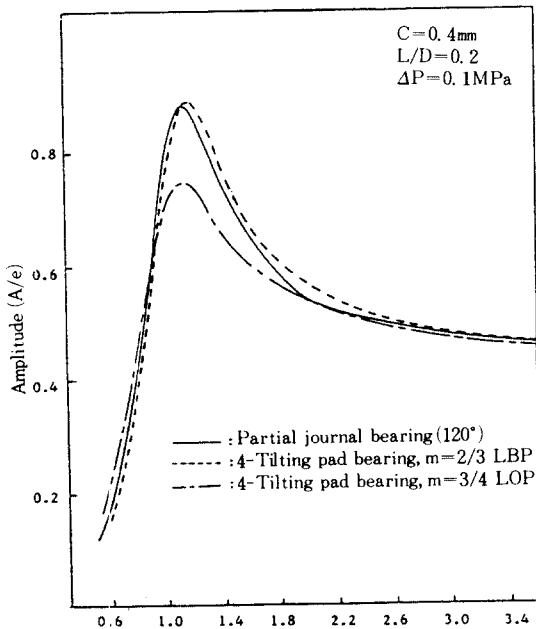
Fig. 8. 각종 베어링의 진폭특성 (시일과 임펠러 유체력 무시)



a) Nondimensional rotating frequency ω/ω_0



c) Nondimensional rotating frequency ω/ω_0



b) Nondimensional rotating frequency ω/ω_0

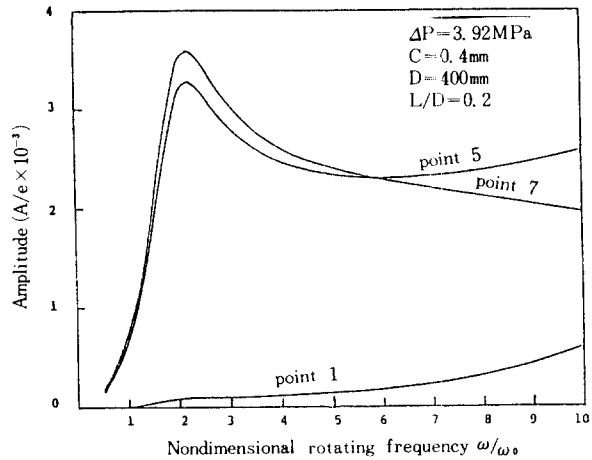


Fig. 10. 각 분할점에서의 진폭특성

Fig. 9. 각종 베어링의 진폭특성 (시일과 임펠러 유체력 고려)

점의 불평형응답을 나타낸다. 시일과 임펠러부의 유체력을 무시했을 경우 (Fig. 8)와 비교하여 보면 시일부의 감쇠효과에 의해 피크치가 상당히 완만하게 감소가 됨을 알수가 있다. 볼베어링으로 지지되었을 때가 가장 큰 진폭을 보이고 있으며 동일한 4 Tilting pad bearing의 경우라도 LOP (Load On Pad)의 경우가 LBP

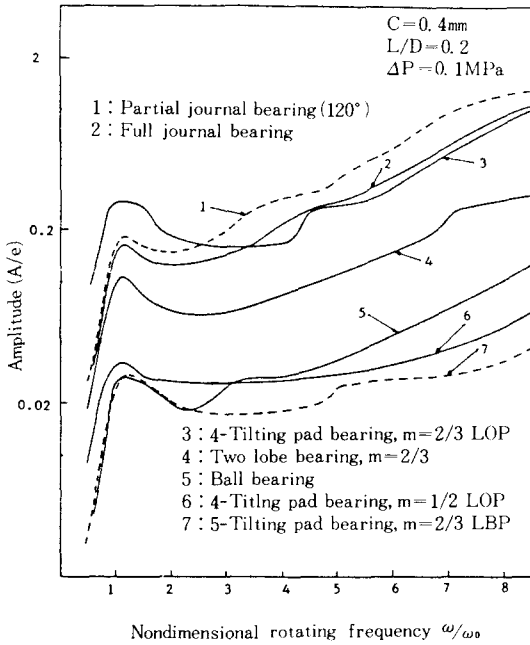


Fig. 11. 각종 베어링의 영향

(Load Between Pad)보다 진폭이 작다.

Fig. 10은 분할점 1 (베어링부), 5 (시일부) 및 7 (임펠러부)에서의 진폭곡선을 나타내고 있다. 공진점을 통과하고 부터 불평형이 있는 분할점 7의 경우는 점차 감소하고 있지만 시일부의 진폭은 축회전수의 증가에 따라 커지고 있다. 이것은 문헌(2)에서 설명한 것같이 회전효과에 따라 고회전으로 될수록 시일의 강성 계수가 적게 되어, 더욱 상승하면 강성계수가 음이 되므로, 진동을 여기시키게 되어 진폭이 크게 되며 베어링도 이 영향을 받고 있다.

Fig. 11은 각종베어링 형식에 따른 베어링 지지부에서의 진폭곡선으로 대체로 연성향을 갖는 베어링이 진폭이 큰 경향을 보이고 있으며 고회전수로 갈수록 시일의 영향에 따라 진폭이 급격히 증가하고 있다.

4. 결 론

펌프용 시일을 지지용 베어링과 같이 적극적으로 이용하기 위한 최적설계의 기본 자료로 이용하기 위해 시일과 임펠러의 효과를 포함한 펌프축계의 불평형응답특성을 해석하였고, 계산 프로그램을 작성하였다. 수치계산 예로서, 원자력 발전프랜트의 여열제거펌프등에 사용하고 있는 전형적인 단단 양흡입 원심펌프의 실기 모델에 따른 계의 불평형응답계산을 행하였고 환상시일부와 임펠러부에서 발생하는 유체력이 펌프회전축계의 불평형응답에 미치는 영향을 조사하였다. 그리고 유체회전기계의 동적설계에 있어서 종래의 rotor-bearing계의 해석모델에 시일부와 임펠러부의 유체력을 고려한 불평형응답해석이 이루어져야 함을 입증하였다.

참 고 문 헌

- 1) Black, M. F., Dynamics of Rotors, IUT-AM SYM., 1974.
- 2) Yang, B.S., Effects of Seal Dynamics on the Vibration and Stability of Hydraulic Machine, Dr. Eng. Thesis, Kobe Univ. 1984.
- 3) 梁保錫外 2人, ポンプ用シールのロータの安定性に及ぼす影響日本機械学会論文集 第51巻470号 pp. 2479~2486, 1985.
- 4) 양보석 외 2인, '원심펌프회전축계의 안정성에 미치는 시일의 영향' 대한기계학회 논문집, 제10권 1호 pp. 56~61. 1986.
- 5) Pestel, E. C. and F. A. Lekie, Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill, 1963.
- 6) 일본기계학회편, 미끄럼베어링의 정특성및 동특성데이터집, 일본공업출판(주). 1984.