《論文》 Journal of the KSLE Vol. 2, No. 1, 1986
Printed in the Republic of Korea

엔진 크랭크축의 베어링내에서 저어널의 운동궤적에 관한 연구

한동철 · 송기선*
서울대학교 기계설계학과
*현대자동차 마북리 연구소

(1986년 3월 15일 접수)

A Study on the Journal Orbit in the Bearing of Engine Crankshaft

Dong-Chul Han and Ki-Sun Song*
Seoul National University Dept. of Mechanical Design and Production Engineering
**Hyundai Motors Company.*

(Received March 15, 1986)

The motion of journal in a bearing is considered separately as rotation and translation, and then the equations of motion are derived. The bearing load capacities for these motions are calculated from the lubrication theory. The numeric integration of the equations of motion gives various journal orbit depending on force cycles and bearing parameters.

1. 서 론

왕복동 내연기관의 크랭크샤프트 저어널 베어링에는 하중이 주기적으로 변동하며 작용하게 된다. 이와 같은 비정상 하중을 받는 베어링의 해석을 통하여 저어널 중심이 베어링 틈새 내에 그리는 궤적, 시간적으로 변동하는 최소유막 두께, 틈새내에 분포되고 변동하는 압력과 그것이 베어링 재료의 피로파괴에 미치는 영향등을 규명할 수 있게 된다. 저어널과 베어링이 서로 상대운동하므로써 형성되는 윤활유막의 압력분포는 레이놀즈 편미분 방정식으로 서술할 수 있다.

비정상 하중을 받는 저어널 베어링의 해석은 이미 1950년대에 이론적(1, 2)으로 수행되기 시작하였으며 그 후에도 수많은 이론적 연구(3-8)와 실험적 연구(9)가 계속되어 왔다. 이론적 연구의 내용은 주로 레이놀즈 미분방정식의 해석과 그의 해를 이용하여 동하중이 작용하는 저어널의 베어링 틈새내에서의 궤적을 규명하는 것이다. 레이놀즈 방정식의 해는 유한한 폭의 베어링에 대한 경계조건을 가능한한 실제에 부합하도록 구하는 것이며 저어널의 회전운동과 병진운동의 경우를 나누어 해를 구한 다음에 저어널에 작용하는 하중과 저어널의 운동에 대한 운동방정식을 세우고 적분하여 궤적을 구하게 된다. 실험적 연구는 저어널 베어링에 작용하는 하중을 측정하고 또한 저어널과 베어링의 미소한 상대운동을 측정하는 것으로서 하중과 저어널 및 베어링이 동시에 변동하고 있으므로 많은 노력과 비용이 들게 된다.

본 연구에서는 연구논문 (10)에서 제시된 실제에 부합하는 경계조건을 레이놀즈 방정식에 적용하여 구한 저어널의 회전운동에 대한 부하용량과 병진운동에 대한 부하용량을 근거로 저어널 중심의 베어링 틈새내에서의 궤적을 구하

고저 한다. 여기에서는 자동차 엔진 베어링에서 나타나는 베어링의 상대운동도 고려되며 초기치 문제인 운동방정식은 수치해석적으로 적분된다.

2. 기본 이론

2 - 1. 부하용량

진원형 저어널 베어링의 윤활틈새내에서의 압력분포는 레이놀즈 편미분 방정식

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left[(1+\varepsilon\cos\varphi)^3\cdot\frac{\partial p}{\partial\varphi}\right]+\frac{D^2}{B^2}\frac{\partial}{\partial Z}\left[(1+\varepsilon\cos\varphi)^3\cdot\frac{\partial p}{\partial Z}\right]=\frac{6\eta}{\psi^2}\left[-(\omega-2\dot{\delta})\cdot\varepsilon\cdot\sin\varphi+2\cdot\dot{\varepsilon}\cdot\cos\varphi\right] \quad (1)$$

로 서술될 수 있으며 여기서 p는 압력, ε는 저어널의 편심율, δ는 편심각, η는 점성, ψ는 베어링 틈새비, ω는 저어널의 베어링에 대한 상대회전속도 그리고 φ 및 Z는 각각 베어링 원주 방향 및 폭방향의 좌표를 나타낸다. 저어널의 자전속도 ω와 저어널 중심의 베어링 중심에 대한 공전속도 $\dot{\delta}$를 조합하여 유막유동에 있어서 저어널의 유효회전속도 $\bar{\omega}$를 다음과 같이 정의하여 사용하면 저어널의 회전운동과 병진운동에 대한 힘의 작용을 분리하여 간편히 고찰할 수 있다.

$$\bar{\omega}=\omega-2\dot{\delta} \quad (2)$$

레이놀즈 방정식의 수치해석을 통하여 저어널 운동의 두가지 경우, 즉 회전운동과 병진운동으로 인하여 유막내의 형성되는 압력분포를 구할 수 있다. Fig. 1에는 이 압력분포가 베어링의 원주 위에 정성적으로 나타나 있다. 압력을 베어링의 원주와 폭에 걸쳐 적분하면 유막의 지지력을 구할 수 있는데 순수 회전운동의 경우는 P_D 또 병진운동의 경우는 P_V로 나타낸다. 순수 회전운동의 경우 압력분포의 최소틈새 위치에 대한 비대칭성으로 인하여 지지력 P_D는 최소틈새 위치로 부터 자세 각 β만큼 회전 반대방향에

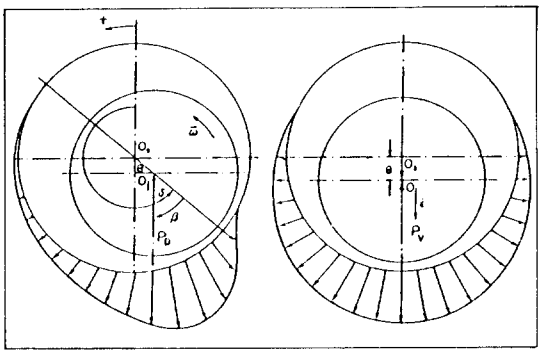

Fig. 1. *Pressure distribution in lubricant gap for rotation and translation of journal*

서 작용하게 된다. 부하용량인 Sommerfeld number는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{순수회전운동시}\quad So_D=\frac{P_D\cdot\psi^2}{B\cdot D\cdot\eta\cdot|\bar{\omega}|} \quad (3)$$

$$\text{순수병진운동시}\quad So_V=\frac{P_V\cdot\psi^2}{B\cdot D\cdot\eta\cdot|\dot{\varepsilon}|} \quad (4)$$

Sommerfeld number So_V와 So_D 및 자세각 β는 Table 1, 2, 3에 베어링폭비 B/D 와 편심율 ε에 따라 수록되어 있다.

2 - 2. 저어널에 대한 힘의 평형

운동방정식을 세우기 위하여 베어링 지지력 P_D와 P_V를 벡터적으로 합하고 저어널에 작용하는 외력 P에 대응시킨다. 저어널의 베어링에 대한 상대회전 방향과 평형점으로 부터 병진운동하려는 방향(좁은틈새 또는 넓은틈새 방향)에 따라 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 네가지 하중작용 경우를 고려한다. Fig. 2a, 2b에서는 회전운동의 방향이 바뀌고 이에 따라 지지력이 작용하는 방향도 최소틈새의 전후로 자세각 β 만큼 바뀌는 것을 나타내며, Fig. 2c 및 2d 에서는 병진운동 $\dot{\varepsilon}$의 방향이 바뀌는 것을 나타낸다. 여기에서 모든 각도와 각 속도는 시계반대방향을 양의 방향으로 정하였고, 저어널 중심이 최소틈새 쪽으로 병진운동하는 것을 양으로 하였다. 하중의 작용 각도는 γ_P, 최소틈새의 위치는 δ, 저어널의 베어링에 대한 유효회전속도는 ω, 그리고 하중작용 각도를 $\gamma_P=\gamma-180°$로 표기하여 운동방정식 정립에 사용하였다.

Table 1. *Load capacity So_{β} for rotation of journal in a cylindrical bearing.*

ε \ B/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1000	0.00160	0.00625	0.01362	0.02320	0.03443	0.04677	0.07293	0.09877
0.2000	0.00342	0.01339	0.02907	0.04932	0.07291	0.09865	0.15270	0.20560
0.3000	0.00579	0.02257	0.04874	0.08215	0.12065	0.16213	0.24791	0.33042
0.4000	0.00923	0.03575	0.07657	0.12781	0.18583	0.24730	0.37149	0.48802
0.5000	0.01478	0.05679	0.12015	0.19782	0.28353	0.37236	0.54603	0.70420
0.6000	0.02494	0.09460	0.19651	0.31737	0.44583	0.57520	0.81782	1.02944
0.7000	0.04688	0.17421	0.35177	0.55240	0.75484	0.94957	1.29829	1.58612
0.8000	0.10929	0.39123	0.75208	1.12980	1.48493	1.80404	2.33277	2.74423
0.8500	0.19544	0.67670	1.24964	1.81279	2.31784	2.75427	3.44649	3.95911
0.9000	0.43409	1.41929	2.47087	3.39390	4.17361	4.81683	5.78849	6.47476
0.9200	0.66661	2.10080	3.53537	4.73025	5.68483	6.45602	7.59996	8.39288
0.9400	1.14553	3.42502	5.51331	7.14728	8.39935	9.37116	10.7628	11.7021
0.9600	2.39314	6.58899	9.97061	12.4082	14.1830	15.5152	17.3643	18.5774
0.9700	3.94286	10.2001	14.8056	17.9569	20.1826	21.8213	24.0557	25.4981
0.9800	7.63502	18.0712	24.8710	29.2395	32.2192	34.3658	37.2350	39.0529
0.9850	11.8047	26.1607	34.8438	40.2207	43.8174	46.3771	49.7600	51.8801
0.9900	20.9468	41.5935	53.2116	60.1226	64.6834	67.8865	72.0659	74.6521
0.9930	33.8618	59.2813	73.1196	81.2575	86.4925	90.1806	94.9055	97.7642
0.9950	51.2413	83.8419	99.4241	108.303	113.990	117.926	122.978	126.048
0.9970	88.4508	134.022	154.337	165.598	172.696	177.551	183.706	187.392
0.9990	195.805	269.054	299.010	315.040	324.924	331.570	339.827	344.660
0.9993	228.807	309.154	341.526	358.739	369.306	376.386	385.146	390.248
0.9996	271.144	360.017	395.275	413.893	425.269	432.861	442.210	447.626
0.9999	326.658	425.964	464.726	485.045	497.393	505.598	515.649	521.435

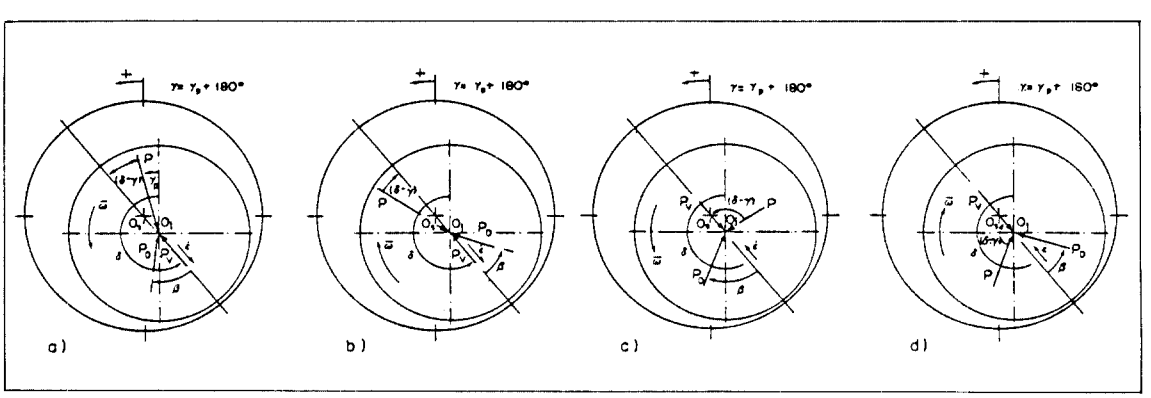

Fig. 2. *Various case of the journal motion and equilibrium of the reaction forces.*

Table 2. *Attitude angle β [radian] of journal in a cylindrical bearing.*

ε \ B/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
0.0000	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080	1.57080
0.1000	1.44437	1.44567	1.44763	1.45143	1.45478	1.45866	1.46704	1.47502
0.2000	1.31792	1.32062	1.32507	1.33203	1.33878	1.34672	1.36307	1.37834
0.3000	1.19189	1.19592	1..20279	1.21278	1.22276	1.23446	1.25767	1.28034
0.4000	1.06613	1.07144	1.08062	1.09341	1.10646	1.12107	1.15077	1.17984
0.5000	0.94006	0.94656	0.95801	0.97305	0.98928	1.00615	1.04147	1.07435
0.6000	0.81232	0.81997	0.83378	0.85058	0.86990	0.88844	0.92705	0.96321
0.7000	0.68029	0.68910	0.70548	0.72358	0.74473	0.76528	0.80405	0.84054
0.8000	0.53855	0.54854	0.56803	0.58682	0.60726	0.62790	0.66683	0.70035
0.8500	0.46044	0.47102	0.49193	0.51131	0.53067	0.54960	0.58463	0.61526
0.9000	0.37312	0.38417	0.40464	0.42574	0.44389	0.46047	0.48974	0.51467
0.9200	0.33403	0.34512	0.36491	0.38495	0.40331	0.41919	0.44596	0.46818
0.9400	0.29127	0.30215	0.32077	0.33890	0.35509	0.36933	0.39317	0.41251
0.9600	0.24328	0.25335	0.26989	0.28522	0.29846	0.30985	0.32850	0.34334
0.9700	0.21664	0.22575	0.24063	0.25400	0.26533	0.27494	0.29047	0.30267
0.9800	0.18800	0.19530	0.20773	0.21855	0.22750	0.23499	0.24689	0.25611
0.9850	0.17254	0.17916	0.18987	0.19905	0.20657	0.21280	0.22264	0.23021
0.9900	0.15457	0.16360	0.17231	0.17963	0.18545	0.19026	0.19779	0.20355
0.9930	0.13925	0.15541	0.16385	0.17017	0.17525	0.17928	0.18565	0.19054
0.9950	0.12750	0.14279	0.15222	0.15874	0.16360	0.16744	0.17322	0.17749
0.9970	0.11428	0.12700	0.13451	0.13959	0.14334	0.14626	0.15064	0.15383
0.9990	0.09985	0.10879	0.11384	0.11718	0.11961	0.12148	0.12426	0.12625
0.9993	0.09766	0.10590	0.11053	0.11358	0.11579	0.11750	0.12001	0.12182
0.9996	0.09549	0.10300	0.10719	0.10994	0.11194	0.11347	0.11573	0.11735
0.9999	0.09335	0.10010	0.10384	0.10630	0.10807	0.10943	0.11142	0.11285

힘의 평형을 저어널의 편심(ε)방향과 그에 수직하는 편심각(δ)방향으로 나누어 생각한다. 편심각(δ)방향의 힘의 평형식은

$$P_D \sin\beta = P\cdot\sin(\delta-\gamma) \tag{5}$$

로, 또한 편심(ε)방향의 힘의 평형식은

$$P_V = P\cos(\delta-\gamma) - P_D\cos\beta \tag{6}$$

로 세울 수 있다.

식(3)과 (4)의 베어링 부하용량과 평형식(5)와 (6)을 연성시켜 저어널의 회전운동과 병진운동에 대한 식을 다음과 같이 얻는다.

$$|\bar{\omega}| = \frac{\psi^2\cdot P}{B\cdot D\cdot\eta\cdot So_D}\cdot\left[\frac{\sin(\delta-\gamma)}{\sin\beta}\right] \tag{7}$$

$$|\dot{\varepsilon}| = \frac{\psi^2\cdot P}{B\cdot D\cdot\eta\cdot So_V}\cdot\left[\cos(\delta-\gamma) - \frac{|\sin(\delta-\gamma)|}{\tan\beta}\right] \tag{8}$$

윗 식에서 자세각 β는 항상 0° 와 90° 사이의 크기를 갖으며 최소 윤활틈새의 위치와 저어널 하중작용선이 이루는 각($\delta-\gamma$)의 부호에 따라 유효회전속도 $\bar{\omega}$의 방향만이 바뀌므로 회전운동에 대한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수

Table 3. *Load capacity So_v for translation of journal in a cylindrical bearing.*

ε \ B/D	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
-0.9999	0.00506	0.02009	0.04478	0.07875	0.12157	0.17280	0.29866	0.45256
-0.9990	0.00506	0.02012	0.04483	0.07884	0.12171	0.17299	0.29896	0.45298
-0.9950	0.00509	0.02022	0.04506	0.07923	0.12230	0.17382	0.30032	0.45488
-0.9900	0.00512	0.02035	0.04535	0.07973	0.12306	0.17486	0.30202	0.45728
-0.9800	0.00519	0.02061	0.04593	0.08073	0.12458	0.17698	0.30547	0.46212
-0.9600	0.00532	0.02115	0.04711	0.08279	0.12770	0.18132	0.31254	0.47201
-0.9400	0.00546	0.02170	0.04834	0.08493	0.13094	0.18581	0.31984	0.48221
-0.9200	0.00561	0.02228	0.04962	0.08714	0.13428	0.19045	0.32737	0.49272
-0.9000	0.00576	0.02288	0.05094	0.08943	0.13775	0.19526	0.33515	0.50356
-0.8500	0.00617	0.02448	0.05447	0.09553	0.14697	0.20802	0.35576	0.53216
-0.8000	0.00661	0.02623	0.05833	0.10222	0.15706	0.22196	0.37817	0.56311
-0.7000	0.00764	0.03031	0.06729	0.11767	0.18031	0.25398	0.42924	0.63312
-0.6000	0.00891	0.03531	0.07827	0.13653	0.20858	0.29272	0.49043	0.71613
-0.5000	0.01050	0.04153	0.09188	0.15984	0.24334	0.34014	0.56449	0.81549
-0.4000	0.01249	0.04937	0.10899	0.18902	0.28665	0.39888	0.65515	0.93575
-0.3000	0.01506	0.05942	0.13085	0.22611	0.34139	0.47268	0.76762	1.08316
-0.2000	0.01843	0.07256	0.15927	0.27408	0.41175	0.56687	0.90920	1.26641
-0.1000	0.02293	0.09008	0.19701	0.33738	0.50393	0.68937	1.09057	1.49809
0.0000	0.02911	0.11407	0.24838	0.42293	0.62750	0.85216	1.32769	1.79684
0.1000	0.03789	0.14795	0.32041	0.54184	0.79767	1.07421	1.64535	2.19124
0.2000	0.05083	0.19759	0.42509	0.71291	1.03980	1.38676	2.08373	2.72721
0.3000	0.07083	0.27383	0.58416	0.96969	1.39862	1.84418	2.71146	3.48227
0.4000	0.10375	0.39812	0.84009	1.37664	1.95864	2.54780	3.65388	4.59652
0.5000	0.16262	0.61759	1.28427	2.06961	2.89460	3.70392	5.16082	6.34592
0.6000	0.28095	1.05102	2.14105	3.37355	4.61533	5.78667	7.79343	9.34308
0.7000	0.56534	2.06471	4.07767	6.22296	8.26487	10.0961	13.0526	15.2072
0.8000	1.49609	5.22804	9.80139	14.2396	18.1285	21.3871	26.2810	29.6240
0.8500	2.95344	9.92045	17.8290	24.9739	30.8831	35.6232	42.4476	46.9514
0.9000	7.56578	23.7350	39.9658	53.1887	63.3262	71.0409	81.6430	88.3997
0.9200	12.5620	37.7170	61.1712	79.2378	92.5792	102.491	115.848	124.243
0.9400	23.8342	67.2141	103.829	130.151	148.775	162.258	180.069	191.111
0.9600	57.0494	145.877	210.812	253.576	282.388	302.684	328.963	345.027
0.9700	103.367	245.469	339.427	398.089	436.563	463.286	497.534	518.310
0.9800	229.271	489.693	640.431	728.934	785.356	823.983	872.947	902.372
0.9850	390.449	774.879	979.236	1095.19	1168.03	1217.52	1279.86	1317.08
0.9900	785.592	1415.06	1716.75	1881.78	1983.86	2052.62	2138.55	2189.40
0.9930	1378.58	2300.86	2711.29	2930.62	3064.92	3154.83	3266.42	3331.88
0.9950	2237.32	3505.76	4039.46	4319.97	4490.41	4603.90	4743.85	4825.24
0.9970	4285.62	6202.92	6960.22	7350.98	7586.05	7741.36	7930.93	8039.71
0.9990	12270.6	15891.9	17217.7	17884.4	18278.3	18534.4	18840.6	19011.7
0.9993	15580.6	19746.6	21250.9	22002.9	22445.1	22731.3	23071.6	23260.5
0.9996	20634.4	25541.6	27286.9	28152.0	28659.1	28985.0	29369.7	29581.7
0.9999	29000.2	34980.4	37070.6	38098.2	38693.8	39074.5	39520.2	39763.4

있다.

$$\dot{\delta}=\frac{\omega}{2}-\frac{\psi^2\cdot P}{2\cdot B\cdot D\cdot\eta\cdot So_D}\cdot\left[\frac{\sin(\delta-\gamma)}{\sin\beta}\right] \quad (9)$$

저어널의 병진운동에 관한 식(8)에서 괄호 안의 값의 부호는 병진운동에 의한 베어링 반력 P_V의 방향과 그의 크기를 결정지운다. 즉 양의 값을 갖는 경우는 저어널이 최소틈새 방향으로 운동하고 음의 값을 갖는 경우는 최대틈새 방향으로 운동하므로 운동방정식은

$$\dot{\varepsilon}=\frac{\psi^2\cdot P}{B\cdot D\cdot\eta\cdot So_V}\cdot\left[\cos(\delta-\gamma)-\frac{|\sin(\delta-\gamma)|}{\tan\beta}\right] \quad (10)$$

이 되며 편심율 ε에 해당하는 무차원 부하용량 So_V는 표 3에서 interpolation을 통하여 구하는데 $\dot{\varepsilon}>0$이면 $So_V=So_V(+\varepsilon)$ 또 $\dot{\varepsilon}<0$인 경우는 $So_V=So_V(-\varepsilon)$의 범위에서 구하면 된다.

위의 운동방정식에서 하중P와 작용각 γ_P는 크랭크각 $\alpha=\omega_J t$에 따라 변동하므로 다음과 같이 무차원의 형태로 변형시켜 해석하므로써 크랭크각에 따른 저어널 중심의 궤적을 구할 수 있다.

$$\delta'=\frac{\partial\delta}{\partial\alpha}=\frac{\dot{\delta}}{\omega_J},\quad \varepsilon'=\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}=\frac{\dot{\varepsilon}}{\omega_J} \quad (11)$$

$$\delta'=\frac{\omega}{2\omega_J}-\frac{\psi^2\cdot P}{2\cdot B\cdot D\cdot\eta\cdot\omega_J\cdot So_D}\cdot\frac{\sin(\delta-\gamma)}{\sin\beta} \quad (12)$$

$$\varepsilon'=\frac{\psi^2\cdot P}{B\cdot D\cdot\eta\cdot\omega_J\cdot So_V}\cdot\left[\cos(\delta-\gamma)-\frac{|\sin(\delta-\gamma)|}{\tan\beta}\right] \quad (13)$$

3. 크랭크 베어링의 특성

크랭크 축의 주베어링에 비하여 피스톤 연결봉과 크랭크 축 사이의 크랭크 베어링은 저어널과 베어링의 상대운동 측면에서 좀 다른 특성을 갖고 있다.

일반적으로 하중은 저어널에 작용하여 베어링에 전달하게 되나 크랭크 베어링에 있어서는

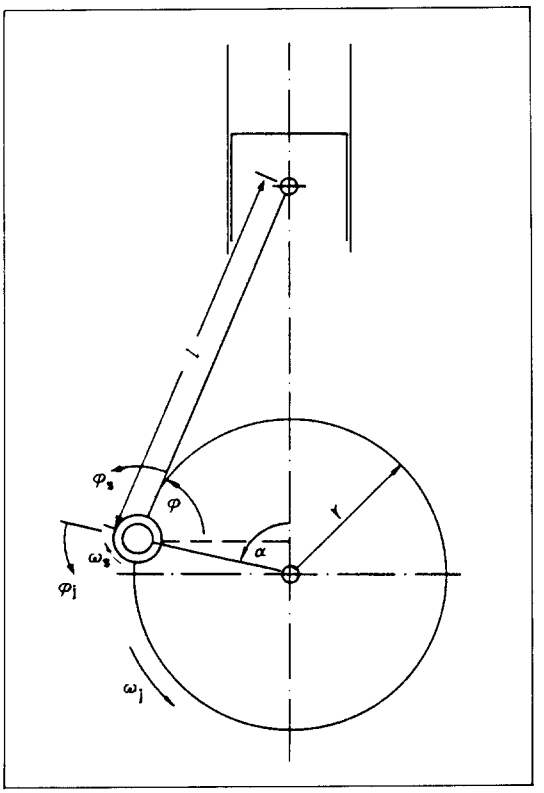

Fig. 3. *Mechanism of crankshaft and piston connecting rod.*

피스톤 압력이 연결봉을 통하여 베어링에 작용하고 결국 저어널에 가해져 크랭크 축을 회전시킨다. 따라서 베어링에 작용하는 하중의 방향은 180° 바뀌져서 ($\gamma=\gamma_P+180°$) 저어널에 작용한다고 생각하여 저어널 중심의 베어링 내에서의 궤적을 구해야 한다.

Fig. 3으로 부터 크랭크각 α와 연결봉의 회전각 φ사이에는

$$\cos\varphi=\frac{r}{l}\cdot\sin\alpha \quad (14)$$

의 관계가 있고 크랭크 축의 반경비 $\lambda=r/l$을 사용하여 베어링의 각 속도 ω_s와 저어널의 각 속도 ω_J의 관계를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\omega_s=\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{\lambda\cdot\omega_J\cdot\cos\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2\cdot\sin^2\alpha}} \quad (15)$$

따라서 저어널의 베어링에 대한 상대회전속도는

$$\omega = \omega_j - \omega_s = \omega_j \left(1 + \frac{\lambda \cdot \cos\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \cdot \sin^2\alpha}}\right) \quad (16)$$

이며 이 각속도는 운동방정식 (9) 및 (12)에 사용된다.

베어링에 고정시킨 좌표계를 사용하여 외력에 대응하는 크랭크 저어널의 운동궤적을 구한 다음 저어널에 고정시킨 좌표계로 변환시키기 위하여 Fig. 3 으로 부터 다음의 관계식을 이용한다.

$$\varphi_s - \varphi_j = (90° - \varphi) + \alpha \quad (17)$$

식(14)를 이용하여 다음과 같은 좌표 변환식을 유도할 수 있다.

$$\varphi_j = \varphi_s - \left[\sin^{-1}(\lambda \cdot \sin\alpha) + \alpha\right] \quad (18)$$

$$\delta_j = \delta - \left[\sin^{-1}(\lambda \cdot \sin\alpha) + \alpha\right] \quad (19)$$

$$\gamma_{pj} = \gamma_p - \left[\sin^{-1}(\lambda \cdot \sin\alpha) + \alpha\right] \quad (20)$$

4. 수치해석 및 결과

주어진 베어링의 칫수, 크랭크 저어널의 회전속도, 윤활유의 점성 그리고 크랭크 각에 따른 외력의 크기와 방향이 주어지면 비선형 연성미분 방정식인 운동방정식 (12), (13)은 ε, δ 와 시간 t에 대한 초기치 문제로서 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수치해석적으로 그 해를 구할 수 있다.

크랭크각 $\alpha = 0$일 때의 하중 P_o와 작용각 γ_{po}에 대한 초기치는 순수한 회전운동만 가정하여

$$\delta_o = \gamma_{po} + 180° - \beta\,(So_{D\infty})$$
$$\varepsilon_o = \varepsilon\,(So_{D\infty}) \quad (21)$$
$$So_{D\infty} = \frac{P_o \cdot \psi^2}{B \cdot D \cdot \eta \cdot \omega}$$

로 놓고 새로운 크랭크각 $\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\alpha$에 대한 평형점($\varepsilon$, δ)를 점진적으로 구한다.

베어링에 작용하는 하중은 주기적이므로 궤적 또한 주기적이어야 한다. 한 주기의 크랭크각 α에 대하여 계산한 편심율 및 편심각과 그 다음 단계에서 또 한주기의 크랭크각에 대하여

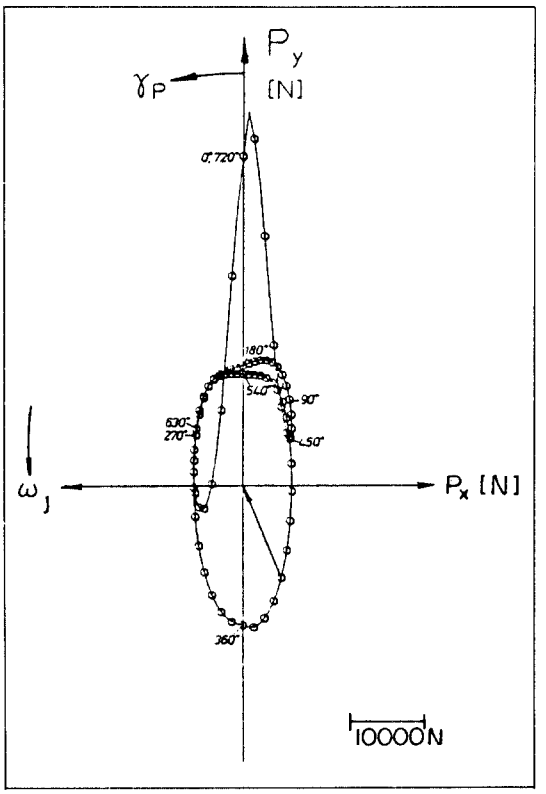

Fig. 4. *Lood cycl'e of a crank bearing*

계산한 편심율 및 편심각의 차이가 충분히 작아질 때까지 반복 계산한다.

$$|\varepsilon(\alpha) - \varepsilon(\alpha + \alpha_{cyc})| < \Delta\varepsilon \quad (22)$$

$$|\delta(\alpha) - \delta(\alpha + \alpha_{cyc})| < \Delta\delta \quad (23)$$

여기서 $\Delta\alpha = 10°$, $\Delta\varepsilon = 0.001$ 그리고 $\Delta\delta = 0.1°$를 취하였다.

Fig. 4 에는 계산예(11)로써 6 기통 엔진의 피스톤 연결봉에 한 싸이클 동안 작용한 힘의 크기 및 방향이 그려 나타내어졌다. 저어널 베어링에 대한 계산자료는 다음과 같다.

베어링 폭비	$B/D = 0.423$
엔진회전속도	$N = 4300$ rpm
베어링 틈새	$\Delta R = 36\ \mu$m
윤활유 점성	$\eta = 4.91 \cdot 10^{-9}$ MPas
틈 새 비	$\psi = 1.404 \cdot 10^{-3}$
크랭크 반경비	$\lambda = 0.3092$

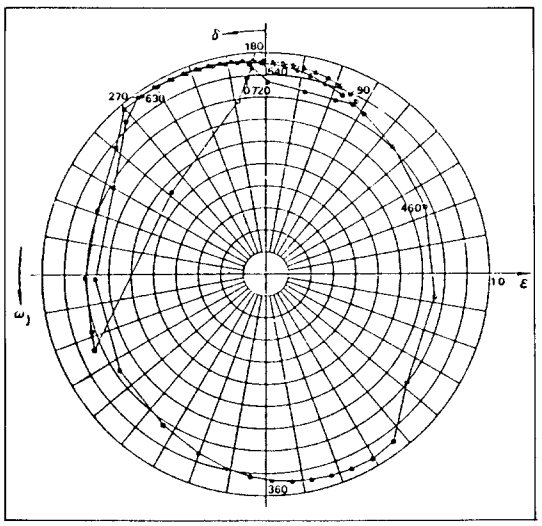

Fig. 5. *Journal orbit in a crank bearing (bearing fixed coordinate).*

Fig. 5 에는 베어링의 틈새내에서 저어널 중심의 운동궤적이 베어링에 고정된 좌표계로 그려 나타내어져 있다. 그림의 윗부분은 피스톤 연결봉과 접하는 부분으로서 저어널과 베어링이 가장 근접하는 위치이며, 따라서 마멸이 가장 많이 일어날 수 있는 부분이다. 베어링을 분할하여 조립하기에 가장 적당한 곳은 수평방향임을 알 수 있다.

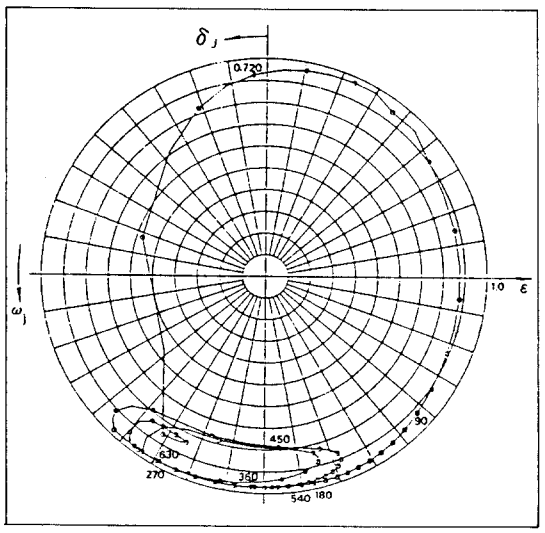

Fig. 6. *Journal orbit in the cranle bearing (journal fixed coordinate).*

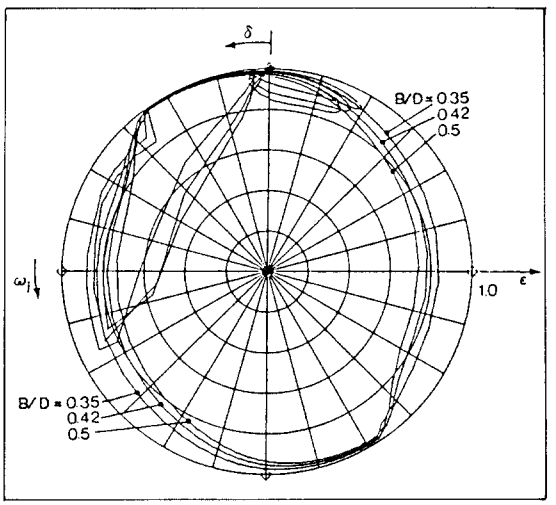

Fig. 7. *Journal orbit for the bearing width ratio B/D = 0.35, 0.42, 0.5*

Fig. 6 에는 운동궤적이 저어널에 고정된 좌표계로 환산되어 나타나 있는데 이것은 윤활유 공급구를 저어널에 가공함에 있어 적당한 위치를 선정하는데 도움이 된다. 여기에서는 δ_j = 30° − 60° 가 적당하다. 그림의 밑부분은 저어널의 안쪽부분으로서 베어링과 많은 시간동안 근접하여 상대운동하고 있어 마멸의 가능성이 많으므로 가공에 특별한 주의가 필요하다.

Fig. 7 에는 베어링의 폭비 B/D를 0.35 및 0.5로 변환시켜 베어링 고정좌표에 궤적을 비교한 것으로서 폭이 넓은 경우에는 최소틈새가 미소하게 커지고 폭이 좁은 경우에 미소하게 작아짐을 알 수 있다.

5. 결 론

저어널의 베어링 내에서의 운동을 회전운동과 병진운동으로 나누고 각각의 운동으로 인해 발생되는 힘이 저어널에 작용하는 외력과 평형을 이루도록 하여 저어널과 베어링간의 운동방정식을 세우고 Runge-Kutta 방법을 이용하여 수치해석 하였다. 저어널 중심의 궤적을 구함에 있어 피스톤 연결봉과 크랭크 축의 힘과 운동관계를 상세히 고려하였다.

크랭크 베어링의 예를 구체적으로 들어 베어

링 틈새내의 저어널 운동궤적을 구하였으며, 이를 통하여 최소윤활 틈새의 크기와 위치, 베어링 분할에 있어 적절한 위치, 저어널 윤활유 공급구의 적당한 가공위치, 마멸이 쉽게 일어날 위치등에 대하여 평가할 수 있었다.

참고문헌

1. Ott, H.H.: Zylindrische Gleitlager bei instationärer Belastung. Diss. ETH Zürich 1948.
2. Hahn, H.W.: Das zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter zeitlich veränderlicher Belastung. Diss. Universität Karlsruhe 1957.
3. Holland, J.: Beitrag zur Erfassung der Schmierverhältnisse in Verbrennungskraftmaschinen. VDI-Forschungsheft 475 (1959).
4. Lang, O.: Triebwerke schnellaufender Verbrennungsmotoren. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1966.
5. Harbordt. J.: Klumpp, R.: Computer-Programm zur Berechnung der Verlagerungsbahn, der örtlichen Drücke und des tatsächlichen Schmierspaltes in Gleitlagern mit beliebiger Geometrie unter statischer und dynamischer Last. FVV-Forschungsheft 137 (1972).
6. Schaffrath, G.: Das Gleitlager mit beliebiger Schmierspaltform—Verlagerung des Wellenzapfens bei zeitlich veränderlicher Belastung. Diss. Universität Karlsruhe 1967. —Die Bahn des Wellenmittelpunktes im dynamisch belasteten Radialgleitlager beliebigen Querschnitts. Konstruktion 21 (1969) H. 3, S. 97.
7. Varga, Z.: Wellenbewegung, Reibung und Öldurchsatz beim segmentierten Radialgleitlager von beliebiger Spaltform unter konstanter und zeitlich veränderlicher Belastung. Diss. ETH Zürich 1971.
8. Butenschön, H.J.: Das hydrodynamische Radialgleitlager endlicher Breite unter instationärer Belastung. Diss. Universität Karlsruhe 1976.
9. Radermacher, K.H.: Das instationär belastete zylindrische Gleitlager—experimentelle Untersuchung. Diss. Universität Karlsruhe 1962: MTZ 24 (1963) H. 12; Konstruktion 16 (1964) H. 6.
10. D.-C. Han: Theoretische Ermittlung der Kennlinien und Stabilitätseigenschaften hochtouriger Hybridlager. Fortschritt-Ber. VDI Zeits. Reihe 1 Nr. 106 1983
11. Glyco-Metallwerk Wiesbaden: Berechnungs protokoll der Verlagerungsfahn eines Pleuellagers, Testmotor 6-Zylinder 12GG, N = 4300 820 4/12
12. 한동철 : 저어널 베어링의 특성과 터어보 기계류의 촉진등에 관한 연구. 대한기계학회 논문집 제 7 권 제 4 호.