

## 정지통신위성의 궤도에 대한 궤도요소의 진화 I\*

— 동서 방향의 궤도 보존 —

최규홍 · 박재우 · 이병선 · 조중현 · 이용삼

연세대 천문기상학과

(1986년 12월 10일 접수; 1986년 12월 20일 수리)

### Evolution of the Orbital Elements for Geosynchronous Orbit of Communications Satellite, I.\* East-West Station Keeping

Kyu-Hong Choi, Jae-Woo Park, Byoung-Sun Lee, Jung-Hyun Jo and Yong-Sam Lee

Department of Astronomy and Meteorology, Yonsei University

(Received Dec.10, 1986; Accepted Dec.20, 1986)

#### 요 약

정지통신위성을 동서방향으로 궤도 조정을 하기 위해서는 평균경도와 궤도의 이심률에 관해서 동시에 조정하여야 한다. 궤도이심률의 효과는 궤도중심방향의  $e_c$  과  $e_s$  의 위상면상에서 표시되어야 한다. 평균경도와 궤도이심률에 대한 진화도 얻었다.

#### Abstract

For a geostationary satellite east-west station keeping maneuvers must control both the mean longitude and the orbit eccentricity simultaneously. The effect on the orbit eccentricity of maneuvers may be represented by a phase plane plot of  $e_c$  verse  $e_s$ , since these eccentricity elements give the projection of the orbit center onto the equatorial plane in units of the semi-major axis. The evolution of the mean longitude and the orbit eccentricity are obtained

---

\* Yonsei, University Observatory Contribution, No. 48.

## I. 서 론

우리 나라에서 1990 년대에 자체 방송통신위성을 보유할 예정으로 있고, 그 위성은 동경 110°의 적도 상공에서  $\pm 0^{\circ}03$  내의 경도와 위도의 좁은 영역 내에서 정지 위치 보존(station keeping)을 하지 않으면 안 된다. 이러한 문제는 천체역학의 일반 섭동론으로 취급하여야 하고, 섭동력은 Algebraic(Symbol) manipulation by computer(Hearn, 1976, Dasenbrock, 1973)에 의한 급수 전개로 섭동급수를 구해야 한다.

Balsan과 Angel(1969), Kamel et al.(1973), Kamel(1975)은 정지궤도에 통신위성을 동서 방향으로 정지시키는 기본적인 원리를 제시하였고, Shrivastava(1978)은 정지위성에 관한 전반적인 문제점을 개략적으로 서술하였고, Gartrell(1981)은 동서 방향의 궤도조정을 공학적인 문제로서 취급하고 있다.

본 연구에서는 Algebraic manipulation by computer에 의해 섭동력을 급수 전개시켜서, 영년 섭동항과 장주기 섭동항을 구했고, 동서 방향의 위치 보존에 필요한 이심률과 근지점 인수의 함수인  $e_c$ 와  $e_s$ 에 관한 진화와 위성 평균경도의 진화에 응용해 보겠다.

## II. 기본 섭동 방정식

정지위성인 방송통신위성은 이심률이 거의 영에 가깝고( $e \leq 0.0001$ ), 궤도가 적도면에 가까운 원궤도로 돌고 있다. 6개의 궤도 요소는  $a$ (궤도의 장반경),  $e_c = e \cos(\omega + \Omega)$ ,  $e_s = e \sin(\omega + \Omega)$ ,  $w_c = \sin i \cos \Omega$ ,  $w_s = \sin i \sin \Omega$ ,  $\lambda = \omega + \Omega + M$ 이다. 여기서  $e$ 는 이심률,  $i$ 는 궤도경사각,  $\Omega$ 는 승교점 경도,  $\omega$ 는 근지점 인수,  $M$ 는 평균 근점이각,  $\lambda$ 는 위성의 평균적경이다.

본 연구에서는 동서 방향의 궤도보존만 취급하므로  $e_c$ ,  $e_s$ ,  $\lambda$ 만 다루기로 한다.

Danby(1964), Brouwer과 Clemence(1961)에 의하면 섭동방정식은

$$\frac{de_c}{dt} = \frac{an}{GM} \sqrt{1-e^2} \frac{\partial R}{\partial e_s} + \frac{an}{GM} \frac{e_s}{\sqrt{1-e^2}} \tan \frac{i}{2} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{an}{GM} \frac{e_c \sqrt{1-e^2}}{(1+\sqrt{1-e^2})^2} \frac{\partial R}{\partial M} \dots (1)$$

$$\frac{de_s}{dt} = \frac{an}{GM} \sqrt{1-e^2} \frac{\partial R}{\partial e_c} + \frac{an}{GM} \frac{e_c}{\sqrt{1-e^2}} \tan \frac{i}{2} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{an}{GM} \frac{e_s \sqrt{1-e^2}}{(1+\sqrt{1-e^2})^2} \frac{\partial R}{\partial M} \dots (2)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{2na^2}{GM} R + (1 - \sqrt{1 - e^2}) \frac{\partial(\omega + \Omega)}{\partial t} + 2\sqrt{1 - e^2} \sin^2 i \frac{\partial\Omega}{2 \partial t} \dots\dots\dots (3)$$

으로 주어진다. 여기서 R는 섭동함수로서 지구 중력장의 비대칭 섭동, 달과 태양의 섭동, 태양의 복사압에 대한 영년 변화, 단주기 섭동, 장주기 섭동항을 갖는다.

섭동 방정식을 Algebraic manipulation by computer(Dasenbrock, 1973)에 의해 IBM 3032로 섭동항을 구했는데, 동서 방향의 궤도 보존에 필요한 영년 변화와 장주기 섭동항은 다음과 같다.

$e_c$ 와  $e_s$ 의 평균 영년 변화(secular-mean value)는

$$\left( \begin{array}{l} (e_c)_{\text{secular}} = 1.73 \times 10^{-7} / \text{day} \cdot \sin \tilde{\omega}_M t + 0.0102 A / M \cos L_H \dots\dots\dots (4) \\ (e_s)_{\text{secular}} = -4.07 \times 10^{-7} / \text{day} \cdot \cos \tilde{\omega}_M t + 0.0111 A / M \sin L_H \dots\dots\dots (5) \end{array} \right.$$

여기서  $\tilde{\omega}_M$ 은 달 근지점의 평균 황경, t는 경과시간, A/M(단위는  $m^2/kg$ )은 태양 복사압의 위성 유효 표면적에 대한 질량비인데, 본 논문에서는 대표적인 값을  $0.030m^2/kg$ 을 취했고,  $L_H$ 는 태양 위치의 평균 황경이다. (4)식과 (5)식의 우변 첫째식들은 달 궤도의 이심률에 의한 영향 때문이고, 둘째식들은 태양 복사압에 의한 섭동항이다.

$e_c$ 와  $e_s$ 의 장주기 섭동항은 달 중력의 출차(evection) 때문인데 다음과 같다.

$$\left( \begin{array}{l} (e_c)_{IP} = (-1.5117 + 1.0737 \cos \Omega_M) \times 10^{-5} \cos L_M + 0.4564 \\ \quad \times 10^{-5} \sin \Omega_M \cdot \sin L_M + (-0.2725 - 0.1022 \cos \Omega_M) \\ \quad \times 10^{-5} \cos 3 L_M \dots\dots\dots (6) \\ (e_s)_{IP} = 0.3700 \times 10^{-5} \sin \Omega_M \cos L_M + (-3.4267 + 0.3724 \cos \Omega_M) \\ \quad \times 10^{-5} \sin L_M + 0.3031 \times 10^{-5} \sin \tilde{\omega}_M \cos 2 L_M \\ \quad + (-0.2531 \times 10^{-5} \cos \tilde{\omega}_M) \times 10^{-5} \sin 2 L_M + 0.1230 \\ \quad \times 10^{-5} \sin \Omega_M \cos 3 L_M + (-0.2970 - 0.1230 \Omega_M) \times 10^{-5} \sin 3 L_M \dots\dots (7) \end{array} \right.$$

여기서  $L_M$ 은 달의 평균 황경이고,  $\Omega_M$ 은 달궤도와 황도면과의 교점인 황경이다.

$e_c$ 와  $e_s$ 의 진화에 관한 식은 다음과 같다.

$$e_c = e_{c0} + (e_c)_{\text{secular}} + (e_c)_{IP} \dots\dots\dots (8)$$

$$e_s = e_{s_0} + (e_s)_{\text{secular}} + (e_s)_{I_P} \dots\dots\dots (9)$$

여기서  $e_{c_0}$ 와  $e_{s_0}$ 은 초기값이다.

위성위치를 경도 (L) 상으로 나타내기 위해서는 (3) 식에서 구한  $\lambda$ 를

$$L = \lambda - (ST)_{\text{Greenwich}} \dots\dots\dots (10)$$

으로 놓는다. 여기서  $(ST)_{\text{Greenwich}}$ 은 시각 t에서의 Greenwich의 평균 항성시이다.

위성 경도 (L)의 가속도  $\lambda_2$ 는

$$\lambda_2 = [0.066 \sin(L_0 + 171^\circ 4) + 1.487 \sin 2(L_0 + 14^\circ 92) \\ + 0.206 \sin 3(L_0 - 21^\circ 07) + 0.019 \sin 2 L_H] \times 10^{-5} \text{ rad/day}^2 \dots\dots\dots (11)$$

이다. 여기서  $L_0$ 는 위성의 초기위치를 나타낸다. 경도 변화의 가속도는 지구 중력의 tesseral 섭동과 태양 중력의 영향 때문이다.

위성 경도 (L)의 장주기 섭동은 달과 태양의 중력 때문인데 다음과 같다.

$$(L)_{I_P} = [(5.6338 - 0.9639 \cos 2 L_H - 0.5924 \cos \Omega_M) \sin \tilde{\omega}_M \\ + (0.9639 \sin 2 L_H - 0.1159 \sin \Omega_M) \cos \tilde{\omega}_M] \times 10^{-5} \\ \times \cos L_M + [(-5.0432 - 0.9639 \cos 2 L_H + 0.8332 \cos \Omega_M) \\ \times \cos \tilde{\omega}_M + (-0.9639 \sin 2 L_H + 0.1250 \sin \Omega_M) \sin \tilde{\omega}_M] \\ \times 10^{-5} \sin L_M + [2.2297 \sin \Omega_M + 0.4766 \sin 2 L_H + 0.2612 \sin 2 \tilde{\omega}_M] \\ \times 10^{-5} \cos 2 L_M + [-5.4008 - 2.2297 \cos \Omega_M - 0.4766 \cos 2 L_H \\ - 0.2612 \cos 2 \tilde{\omega}_M] \times 10^{-5} \times \sin 2 L_M + [(0.6988 + 0.2766 \cos \Omega_M) \sin \tilde{\omega}_M \\ + 0.2766 \times \sin \Omega_M \cos \tilde{\omega}_M] \times 10^{-5} \cos 3 L_M + [(-0.6988 - 0.2766 \\ \times \cos \Omega_M) \cos \tilde{\omega}_M + 0.2766 \sin \Omega_M \sin \tilde{\omega}_M] \times 10^{-5} \sin 3 L_M \dots\dots\dots (12)$$

위성 경도 (L)의 진화에 관한 식은 다음과 같다.

$$L = L_0 + D_0 t + \lambda_2 t^2 + (L)_{I_P} \dots\dots\dots (13)$$

여기서  $D_0$ 는 위성의 경도상에서 drift rate( $^\circ/\text{day}$ )이다.

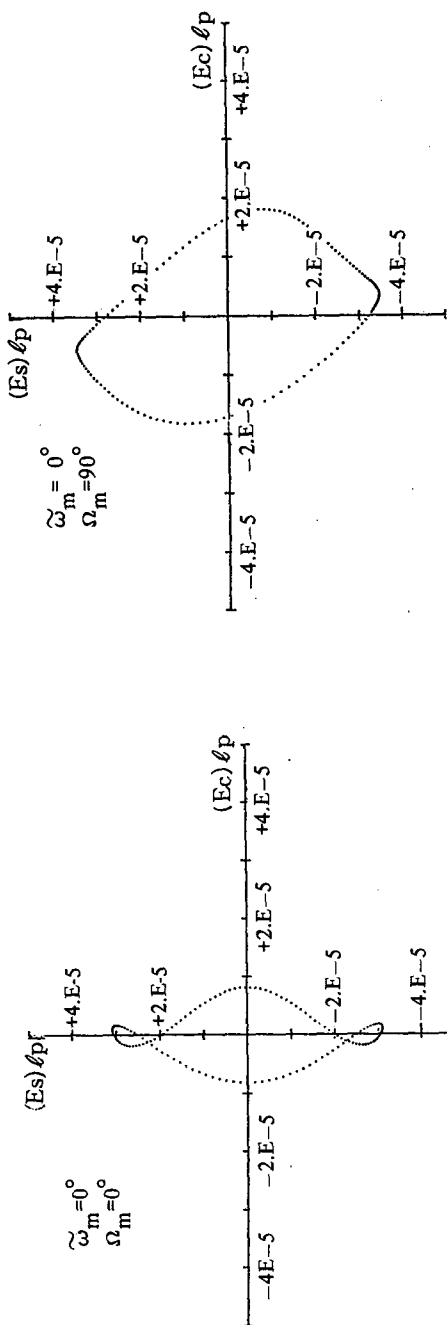


Fig. 1. The evection curve for  $\tilde{\omega}_m = 0^\circ$  and  $\Omega_m = 0^\circ$ . Dot marks give the orbit center location at 0.2 day interval.

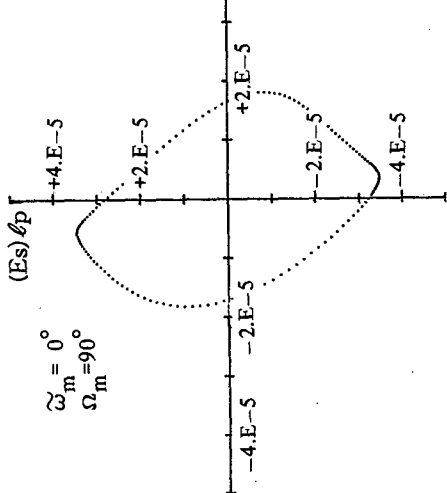


Fig. 2. Same as Fig. 1 but for  $\Omega_m = 90^\circ$ .

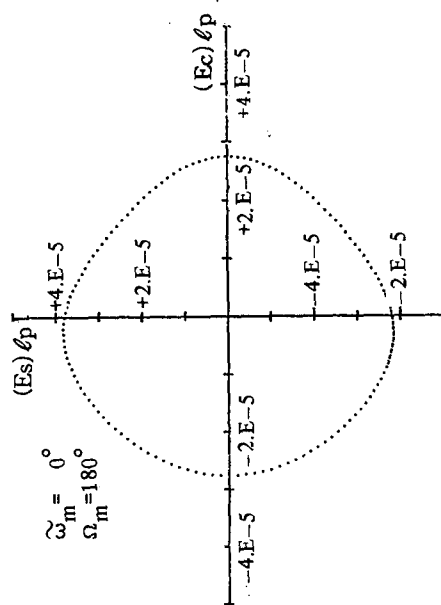


Fig. 3. Same as Fig. 1 but for  $\Omega_m = 180^\circ$ .

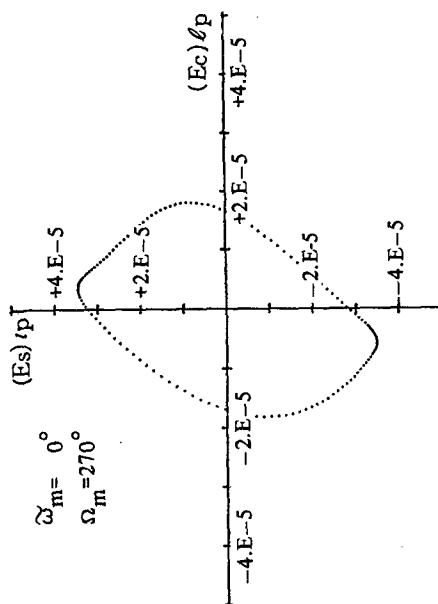


Fig. 4. Same as Fig. 1 but for  $\Omega_m = 270^\circ$ .

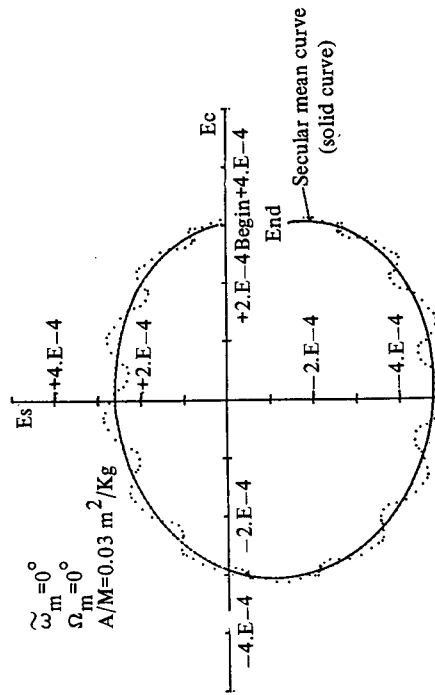
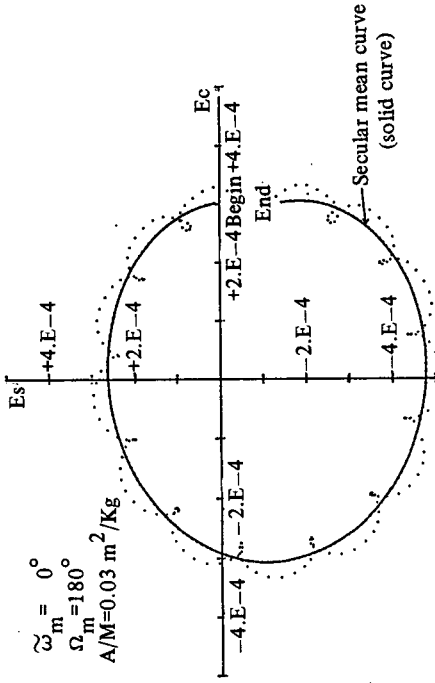


Fig. 5. Evolution of orbit center with small evection perturbation(dotted curve). Dot marks give the orbit center location at 2 days interval.

Fig. 6. Same as Fig. 5 but for large evection perturbation(dotted curve).

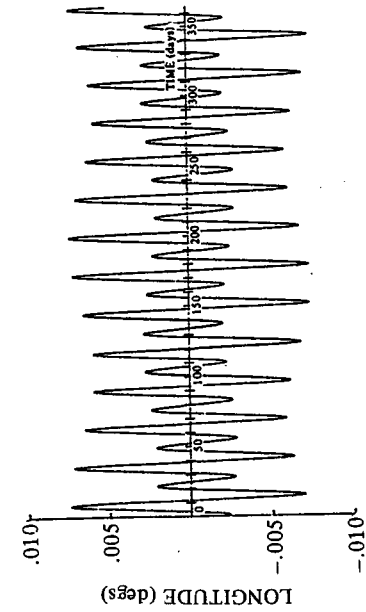
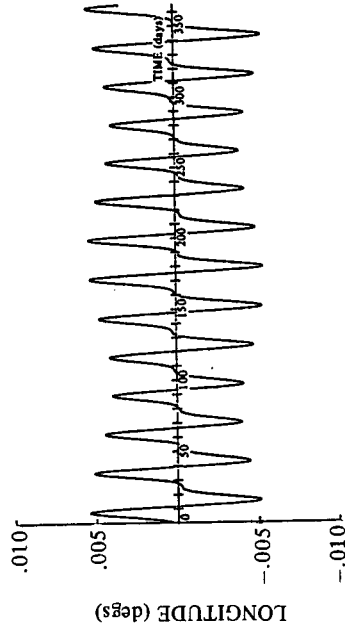


Fig. 7. (L) versus time for  $\tilde{\omega}_m = 0^\circ$  and  $\Omega_m = 0^\circ$ .

Fig. 8. (L) versus time for  $\tilde{\omega}_m = 0^\circ$  and  $\Omega_m = 180^\circ$ .

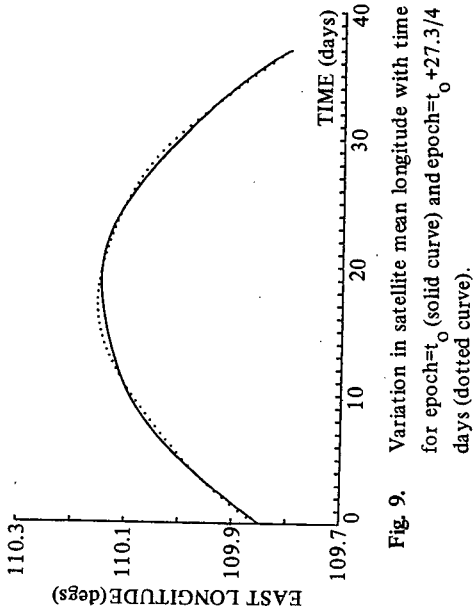


Fig. 9. Variation in satellite mean longitude with time for epoch= $t_0$  and epoch= $t_0 + 27.3/4$  days (dotted curve).

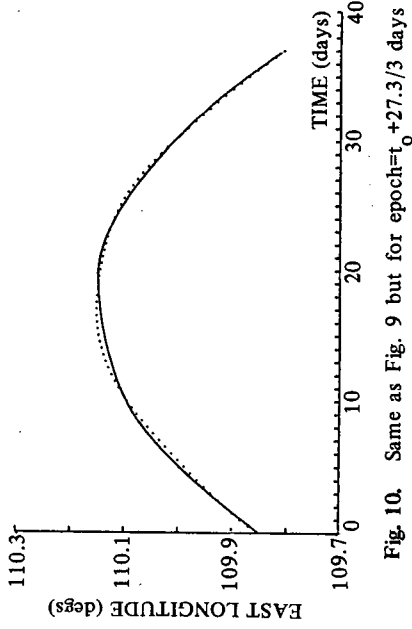


Fig. 10. Same as Fig. 9 but for epoch= $t_0 + 27.3/3$  days (dotted curve).

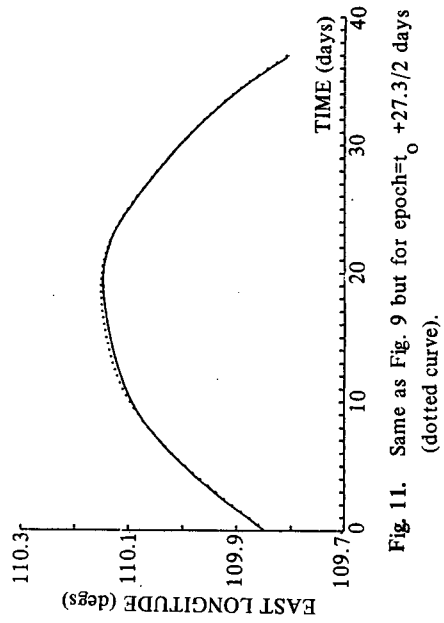


Fig. 11. Same as Fig. 9 but for epoch= $t_0 + 27.3/2$  days (dotted curve).

### III. $e_c$ 와 $e_s$ 의 진화

$e_c$  와  $e_s$  의 진화에 관한 (8)식과 (9)식은 두 개의 부분으로 구성되어 있다. 영년 평균치라고 부르는 영년항이고, 다른 항은 출차(evection) 섭동이라고 불리우는 장주기 섭동항으로 나뉜다.

출차 섭동은 그림 1-4 에서 보는 바와 같이  $(e_c)_{I_p}$  와  $(e_s)_{I_p}$  는 달의 황경  $L_M$  의 함수로서 약 27.3 일 주기로 진동하고 있다. 출차 섭동은 원점에 관해서 거의 대칭이므로, 이 원점을 출차 섭동 곡선의 원점이라고 부른다. 출차 섭동 곡선의 크기와 모양은 위성 궤도면과 달의 궤도면과의 사이각에 따라 변하게 되는데 달의 근지점 황도  $\tilde{\omega}_M$  에 관해서는 적게 변하지만 황도 상에서의 달의 승교점 황도인  $\Omega_M$  에 관해서는 큰 영향을 미치고, 18.6 년의 주기로 출차 섭동 곡선의 크기가 변하고 있다(그림 1-4 참조).

$(e_c)_{I_p}$  의  $\cos L_M$  계수와  $(e_s)_{I_p}$  의  $\sin L_M$  계수를 살펴보면  $\Omega_M = 180^\circ$  (그림 3 참조, 위성 궤도면과의 상호 경사각 =  $18^\circ$ ) 일 때 가장 큰 크기의 섭동 곡선이 되고,  $\Omega_M = 0^\circ$  (그림 1 참조, 위성 궤도면과의 상호 경사각 =  $28^\circ$ ) 일 때 가장 작은 크기의 섭동 곡선이 된다.  $\Omega_M = 90^\circ$  와  $270^\circ$  의 섭동 곡선은 보통 크기의 곡선으로서 그림 2 와 그림 4 에 표시되어 있다. 그리고  $(e_c)_{I_p}$  의  $\cos L_M$  계수는  $-1.5117 \times 10^{-4}$  이고,  $(e_s)_{I_p}$  의  $\sin L_M$  계수는  $-3.4267 \times 10^{-5}$  인 가장 큰 값이며, 모두 음수의 값을 가지므로 정지위성의 타원궤도 중심에 대해서는 반대 방향에 달이 위치하고 있다고 말할 수 있다. 다시 말하면, 타원궤도의 중심에 대해서 근지점은 반대 방향에 있기 때문에 달의 위치는 위상 공간 내서는 같은 방향에 있게 된다.

그림 5 와 그림 6 은  $e_c$  와  $e_s$  에서의 타원궤도 중심에 대한 1년간의 변화를 보여 주고 있다. 그림 5 는 장주기 섭동이 제일 적은 경우이며, 그림 6 은 장주기 섭동이 제일 클 때의 경우에 해당한다. 그림에서의 실선은 영년 평균치를 보여주고 있다. (4)식과 (5)식에서 영년 평균치에 큰 영향을 주는 섭동은 태양의 복사압이다.  $(e_c)_{secular}$  의  $\cos L_H$  와  $(e_s)_{secular}$  의  $\sin L_H$  의 계수가 모두  $3 \times 10^{-4}$  의 크기를 가진 양수이므로, 영년 평균치에 대한 궤도 중심의 방향은 태양의 위치와 동일한 방향에 위치하게 된다.

### IV. 위성 평균 경도(L)의 진화

이심률이 적은 경우에 진 근점이각 ( $\nu$ ) 과 평균 근점이각 ( $M$ ) 과의 관계는 (Brouwer 와 Clemence, 1961)

$$\nu \approx M + 2 e \sin M \dots\dots\dots (14)$$



가 되므로, 이 식을 이용하여 실제 위성의 경도( $L_s$ )와 위성의 평균 경도( $L_0$ )는

$$L_s \approx L_0 + 2 e \sin M \dots\dots\dots (15)$$

가 되므로, 정지위성의 경우  $e \sim 10^{-4}$  이기 때문에,  $|L_s - L_0| \leq 0.012$  정도의 단주기 섭동이 하루의 주기로 변하게 된다.

위성 평균 경도의 장주기 섭동력은 달의 중력에 의한 섭동력이 주가 된다. 즉  $\cos L_M, \sin L_M, \cos 2 L_M, \sin 2 L_M$ 의 계수가 제일 크기 때문에 달의 공전 주기와 달의 공전 주기의 반의 주기인 27.3일과 13.7일 주기의 장주기 섭동은 갖게 된다. 진폭은  $0.005 - 0.0075$ 이다. 특히 그림 7에서와 같이  $\Omega_M = 0^\circ$ 에서  $0.0075$  진폭의 제일 큰 장주기 섭동을 보이고, 그림 8에서는  $\Omega_M = 180^\circ$ 이며 진폭도  $0.005$  정도로 작아지고, 특히 13.7일 주기의 진폭이 아주 약하게 나타나고 있다.

지구의 tesseral 섭동에 의해서  $\lambda_2$ 의 가속도를 가진다. 동경  $110^\circ$ 의 적도 상공에 있는 정지 위성은 동경  $75.9^\circ$ 의 적도 상공의 안정한 영역으로 움직이려 하고 있다.

그림 9~그림 11은 동경  $110^\circ$ 에서의 정지위성의 평균 경도에 관한 진화를 보이고 있다. 여기서 기산점을 달의 공전기의  $1/4, 1/3, 1/2$  만큼 변화시켜 볼 때  $0.0075$  정도 변화를 보이고 있다.

### V. 결 론

동경  $110^\circ$ 의 적도 상공 약 35,800km에서 위성을 동서 방향으로 정지화시키기 위해서는 다음과 같은 사항을 고려해야 한다.

- (1)  $0.03$  만큼의 좁은 경도 범위 내에서 위성의 위치를 보존하기 위해서는 이심률의 영년 변화에 크게 영향을 미치는 태양 복사압을 고려하여야 하며, 아울러 장주기 섭동을 일으키는 달의 중력 영향도 고려하여야 한다.
- (2) 위성의 평균 경도에서는 장주기 섭동의 진폭은  $0.0075$ 이지만, 단주기 섭동은  $0.012$  정도로 크므로 단주기 섭동도 고려하여야 한다.
- (3) 동서 방향의 위치 보존을 하기 위해서는 이심률과 drift rate의 조정도 동시에 이루어져야 한다.

### 감사의 말씀

이 연구는 1985년 전반기 과학재단 일반연구비의 지원으로 이루어졌으며 한국과학재단에 대하여 깊은 감사를 드립니다.

### References

- Balsan, R. E. and Angel, B. A. 1969, *J. Spacecraft Rockets*, **6**, 805.
- Brouwer, D. and Clemence, G. M. 1961, *Methods of Celestial Mechanics*(Academic: New York).
- Danby, J. M. A. 1964, *Fundamentals of Celestial Mechanics* (Macmillan: New York), pp. 243-251.
- Dasenbrock, R. R. 1973, *NRL Report, 7564*(NRL: Washington, D.C.), pp. 1-67.
- Gartrell, C. F. 1981, *J. Guidance and Control*, **4**, 310.
- Hearn, A. C. 1976, *Proc. SYSMAC, 76*(ACM: New York), pp. 46-52.
- Kamel, A. 1975, *Celestial Mechanics*, **12**, 425.
- Kamel, A., Ekman, D. and Tibbitts, R. 1973, *Celestial Mechanics*, **8**, 129.
- Shrivastava, S. K. 1978. *J. Spacecraft*, **15**, 67.