

論 文

大韓造船學會誌
 第23卷 第4號 1986年 12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 23, No. 4, December 1986

有限要素法에 의한 軸系の 聯成自由橫振動解析에 관한 研究

安 時 榮*

Coupled Free Lateral Vibration Analysis of Shafting by the Finite Element Method

by

Si-Young, Ahn*

Abstract

Coupled lateral vibrations of shafting is analyzed by the Finite Element Method. In the problem formulation axial force, elastic foundation effects and rotary inertia effects are taken into account.

A computer program is developed to calculate natural frequencies of the shafting, and used to calculate natural frequencies of the experimental model shafting, which the author used for the paper[11]. The results show good agreement with the measured values. The results are also compared with those of the Transfer Matrix Method. From the comparison it is found that both results agree each other.

記 號

- I : 보의 斷面二次모멘트
- A : 보의 斷面積
- ρ : 보재료의 密度
- E : 보재료의 從彈性係數
- x, y, z : 좌표계 및 軸方向, 수직方向 및 수평方向의 變位
- V_y, V_z : y 軸, z 軸方向의 剪斷力
- M_x, M_y : x 軸돌래, y 軸돌래의 굽힘모멘트
- θ_x, θ_y : x 軸돌래, y 軸돌래의 回轉角
- δ_y, δ_z : y 軸方向, z 軸方向의 彈性支持臺의 變位
- P_y : y 軸方向의 均一分布荷重
- f_y, f_z : y 軸方向, z 軸方向의 單位길이당 均一彈性支持臺의 剛性係數
- f_{yz}, f_{zy} : y 軸方向, z 軸方向의 單位길이당 均一聯成

彈性支持臺의 剛性係數

- N_x : 軸力
- k : 剪斷修正係數
- \bar{y}, \bar{z} : y 方向, z 方向의 보의 假想變位

1. 結 言

推進軸系の 橫振動은 軸自體의 損傷, 船尾베아링의 異常磨減, 船尾管시일 事故등의 原因이 될뿐만 아니라 船尾振動의 原因이 되기도 한다.

船舶推進軸系の 損傷事故와 關聯하여 研究가 進行된 結果, Panagopulos[1], Jasper[2~4], Hayama[5]는 推進軸系の 固有振動數를 구하는 理論的 略算式을 各各 發表하였다.

電子計算機의 활발한 보급과 더불어 1970年度부터 傳達 매트릭스法과 有限要素法등으로 推進軸系の 聯成 橫振動問題를 解決하려는 많은 研究가 있어 왔다.

接受日字 : 1986年 5月 22日, 再接受日字 : 1986年 9月 22日

* 正會員, 蔚山大學校 工科大學

Vassilopoulos등[6], Koike등[7], Hori등[8], Ahn [9]은 傳達매트릭스法에 의하여, Hylarides[10]는 有限要素法에 의하여 推進軸系의 聯成橫振動解析을 하였다. 그러나 이들의 橫振動解析에 推力 및 斷面의 回轉慣性 등의 效果를 고려하지 않았다.

本 研究에서는 軸傳達推力, 彈性支持臺 및 斷面의 回轉慣性 등의 效果를 고려하여 軸系의 聯成橫振動을 有限要素法에 의하여 解析한다. 또 이 理論을 바탕으로 하여 전산프로그램을 작성하여 前論文[11]을 위한 實驗裝置의 橫型軸系의 固有振動數計算에 適用하였다. 計算한 結果와 橫型軸系의 實驗結果를 서로 比較檢討함으로써, 本 報文의 解析方法의 適當성을 確認했다.

2. 有限要素法에 의한 聯成橫振動解析[12~17]

2.1. 支配微分方程式과 境界條件

Fig. 1에서와 같이 彈性支持臺 위에서 굽힘모멘트, 전단력, 軸方向力, 均一分布荷重 및 단면의 回轉慣性 등의 效果를 同時에 받는 보요소 의 境界值問題를 다루고져 한다. 보는 단면이 變形前後 變化하지 않고, 신장률이 극히 적으며, 보의 굽힘경사각은 적고, 斷面은 대칭이며 축재료는 均質이라고 가정한다.

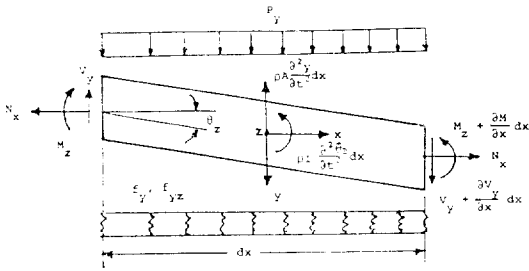


Fig. 1 Beam element model

Fig. 1에서와 같이 軸方向을 x軸, 垂直方向을 y軸, 水平方向을 z軸으로 좌표계를 정한다.

y軸方向의 힘과 x-y平面內에서의 굽힘모멘트의 평형과, z軸方向의 힘과 x-z平面內에서의 모멘트의 평형을 각각 고려하면 다음과 같은 평형식을 얻을수가 있다.

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} = f_y A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - P_y + f_y \cdot y - f_{y_z} \cdot \delta_z + f_{y_z} z - f_{y_z} \delta_z \quad (1)$$

$$V_y = \frac{\partial M_z}{\partial x} + f_y I \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} + N_x \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial x} = f_z A \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + f_y z - f_z \delta_z + f_{z_y} y - f_{z_y} \delta_y \quad (3)$$

$$V_z = \frac{\partial M_y}{\partial x} + \rho I \frac{\partial \theta_y}{\partial t^2} + N_x \frac{\partial z}{\partial x} \quad (4)$$

x-y平面 및 x-z平面內에서의 굽힘모멘트는 다음과 같다.

$$M_z = -EI \frac{\partial \theta_z}{\partial x} = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (5)$$

$$M_y = -EI \frac{\partial \theta_y}{\partial x} = -EI \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (6)$$

上式들로부터 다음과 같은 x-y平面 및 x-z平面內의 支配微分方程式이 각각 유도된다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - N_x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \rho I \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} + f_y A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + f_y \cdot y + f_{y_z} \cdot z = P_y + f_y \delta_y + f_{y_z} \cdot \delta_z \quad (7)$$

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - N_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \rho I \frac{\partial^4 z}{\partial t^2 \partial x^2} + f_z A \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + f_z \cdot z + f_{z_y} \cdot y = f_z \cdot \delta_z + f_{z_y} \delta_y \quad (8)$$

彈性支持臺의 剛性係數 f_{yz} 및 f_{zy}가 異方性이던 兩平面間에는 聯成作用이 생긴다. (7)과 (8)은 4階微分方程式으로 되어 있어 8個의 境界條件이 必要하다.

本解析에 使用되는 x-y平面內의 보요소에 대한 表示法은 Fig. 2에서와 같으며 x-z平面에 대한 것도 이와 유사하다.

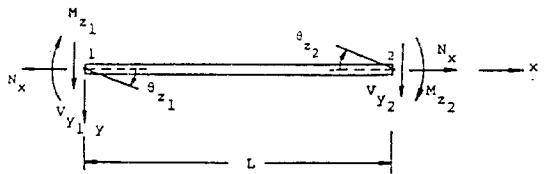


Fig. 2 Notation for the beam element in x-y plane

(1)~(4)들로부터 V_y, M_z, V_z, M_y는 다음과 같이 表示될 수가 있다.

$$V_y = -EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + N_x \frac{\partial y}{\partial x} + f_y I \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \quad (9)$$

$$M_z = -EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$V_z = -EI \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + N_x \frac{\partial z}{\partial x} + f_z I \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial t^2} \quad (11)$$

$$M_y = -EI \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad (12)$$

Fig. 1과 Fig. 2의 表示差를 고려하면 8개의 境界條件이 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} -V_{y1} &= FVY_1 & V_{y1} &= FVY_2 \\ M_{z1} &= FMZ_1 & -M_{z2} &= FMZ_2 \\ -V_{z1} &= FVZ_1 & V_{z2} &= FVZ_2 \\ M_{y1} &= FMY_1 & -M_{y2} &= FMY_2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 FVY_i , FMZ_i , FVZ_i 및 $FMY_i (i=1, 2)$ 는 보요소 i 단에서의 (9)~(12)식들의 右邊項에 각각 해당한다.

(13)의 境界條件들을 갖춘 (7)과 (8)은 보의 一般의 境界值 問題를 表示하고 있다.

2. 2. 變位場의 表示

前述한 境界值 問題는 解析의 方法으로 解를 구하기는 대단히 어렵다. 따라서 數值解析이나 variational principle로서 解를 구한다. 모든 境界條件을 滿足시키는 實變位場과 假想變位場의 近似變位場을 定하여 그 解를 구한다.

$x-y$ 平面內에서의 實變位場 $y(x)$ 는 다음의 3次方程式으로 近似化될 수가 있다.

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (14)$$

여기서 $a_i (i=0, 1, 2, 3)$ 는 보양단에서의 節點變位 y_1 ,

$$y(x) = \{ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \ 0 \ 0 \} \cdot \begin{Bmatrix} y_1 \\ \theta_{z1} \\ z_1 \\ \theta_{y1} \\ y_2 \\ \theta_{z2} \\ z_2 \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$Z(x) = \{ 0 \ 0 \ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{\theta}_{z1} \\ \bar{z}_1 \\ \bar{\theta}_{y1} \\ \bar{y}_2 \\ \bar{\theta}_{z2} \\ \bar{z}_2 \\ \bar{\theta}_{y2} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

2. 3. Weak Formulation과 離散系

Weak formulation은 각 보요소의 境界值問題를 variational principle를 이용하여 變形시키는 것 즉 (7)과 (8)의 支配微分方程式과 (13)의 境界條件을 滿足시키는 實連續變位場을 (17) 및 (18)을 사용하며 近似離散變位場으로 變換시키는 것이다.

Strang[14]의 方法에 따라 Galerkin Method를 사용하여, 支配微分方程式 (7)과 (8)에 각각 $\bar{y}(x)$, $\bar{z}(x)$ 를 승하여 要素길이 L 에 대해 2번 積分하면 weak formulation된 다음식을 각각 구할 수 있다.

$$\int_0^L EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial x^2} dx + \int_0^L N_x \frac{\partial y}{\partial x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} dx + \int_0^L f_{y,y} \cdot \bar{y} dx + \int_0^L f_{y,z} \bar{y} dx + \int_0^L \rho I \frac{\partial \dot{y}}{\partial x} \frac{\partial \dot{\bar{y}}}{\partial x} dx$$

y_2 , 와 θ_1, θ_2 들의 합수로 계산될 수 있으며, 이들 계수들은 (14)식에 대입하면

$$y(x) = \{ N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x) \} \begin{Bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서 $\xi = \frac{x}{L}$ 라 놓으면 shape function $N_i(x)$ 는

$$\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ N_2(x) &= L\xi(1 - \xi)^2 \\ N_3(x) &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ N_4(x) &= L\xi(\xi^2 - \xi) \end{aligned} \quad (16)$$

따라서 $x-y$ 平面 및 $x-z$ 平面에 대한 實變位場 $y(x)$, $z(x)$ 와, 假想變位場 $\bar{y}(x)$, $\bar{z}(x)$ 은 각각 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$\begin{aligned} &+ \int_0^L \rho I A \dot{y} \dot{\bar{y}} dx \\ &= V_{y1} \bar{y}_1 + M_{z1} \bar{\theta}_{z1} + V_{y2} \bar{y}_2 + M_{z2} \bar{\theta}_{z2} \\ &+ \int_0^L (P_y + f_{y,y} \cdot \delta_y + f_{y,z} \cdot \delta_z) \bar{y} dx \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &\int_0^L EI \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x^2} dx + \int_0^L N_x \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial \bar{z}}{\partial x} dx \\ &+ \int_0^L \rho I \frac{\partial \dot{z}}{\partial x} \frac{\partial \dot{\bar{z}}}{\partial x} dx + \int_0^L A \dot{z} \dot{\bar{z}} dx \\ &+ \int_0^L f_{z,z} \bar{z} dx + \int_0^L f_{z,y} \bar{z} dx \\ &= V_{z1} \bar{z}_1 + M_{y1} \bar{\theta}_{y1} + V_{z2} \bar{z}_2 + M_{y2} \bar{\theta}_{y2} \\ &+ \int_0^L (f_z \delta_z + f_{z,y} \delta_y) \bar{z} dx \end{aligned} \quad (20)$$

(19)와 (20)으로 부터 $x-y$ 平面 및 $x-z$ 平面內에서

NE개의 요소로 구성된 보전체의 標準離散系는 다음과 같은 보의 運動方程式으로 表示될 수 있다.

$$\sum_{e=1}^{NE} [A]d = \sum_{e=1}^{NE} \{ \{V\} + \{D\} \} \quad (21)$$

여기서 [A]는 (19)와 (20)의 12개의 좌변항들로부터 구해진 보요소의 매트릭스를 表示하며 다음과 같이 정적매트릭스항과 동적매트릭스項으로 구성된다.

$$[A] = [S_1] + [S_2] + \dots + [S_8] - ([S_9] + \dots + [S_{12}]) \\ = [K_1] - \omega^2 [M_1]$$

또 보요소의 단에 베어링부剛性, 集中質量 및 質量慣性모멘트의 效果를 고려할 경우에는 이들을 각각 對角剛性매트릭스 [K_B] 및 對角質量매트릭스 [m]로 처리할 수가 있으며, 따라서 [A]는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$[A] = [K_1] + [K_B] - \omega^2 \{ [M_1] + [m] \} \\ = [K] - \omega^2 [M]$$

여기서 [K] = [K₁] + [K_B]

$$[M] = [M_1] + [m]$$

또 $d = [y_1 \ \theta_{z1} \ z_1 \ \theta_{y1} \ y_2 \ \theta_{z2} \ z_2 \ \theta_{y2}]^T$

$$\{F\} = \{V\} + \{D\}$$

여기서 d는 보요소의 節點變位벡터, {F}는 (19), (20)의 우변항으로부터 구해지는 節點外力벡터이다.

따라서 (21)은 다음과 같은 軸全體에 대한 運動方程式으로 表示될 수 있고

$$[K - \omega^2 M]d = F \quad (22)$$

{F} = {0}로 놓으면 固有值問題가 된다.

$$[K - \omega^2 M]d = \{0\} \quad (23)$$

여기서 K, M 및 F는 보전체의 綜合剛性매트릭스, 綜合質量매트릭스 및 綜合外力벡터를 각각 나타낸다.

(23)으로부터 보전체의 固有值와 固有벡터를 구할 수가 있다.

3. 數值計算 및 考察

앞에서 기술한 計算方法을 確認하기 위하여 前論文 [11]에서 使用한 實驗裝置의 模型軸系에 대하여 聯成橫振動의 固有振動數를 計算하고 그 結果를 實測值와 比較한다. 實驗裝置, 기구 및 實驗方法은 [11]에 상세되어 있다.

固有值問題의 解를 구하는 方法에 여러가지 方法이 있으나 QR 또는 QL algorithm은 最小固有振動數를 구하는데 有利한 點을 고려하여 여기서는 이 方法에 의했다.

3.1. 模型軸系

模型軸系는 Fig. 3과 같으며 集中質量, 慣性모멘트 및 베어링부의 剛性은 Table 1과 같다.

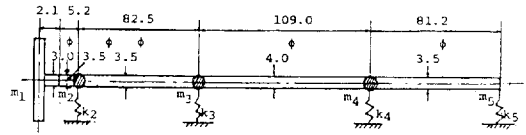


Fig. 3 Calculation model of experimental shafting

Table 1 Conc. mass, diam. mass moment of inertia & spring constant

Conc. mass (kg·cm ⁻¹ ·sec ²)	Diam. m. of Inertia (kg·cm·sec ²)	Spring Constant (kg·cm ⁻¹)				
			Vert.	Horz.		
m ₁	0.015612	Id ₁	0.87817	K ₁	0	0
m ₂	0.0012244	Id ₂	0	K ₂	425.5	44.16
m ₃	0.0010714	Id ₃	0	K ₃	476,200	375.0
m ₄	0.0010714	Id ₄	0	K ₄	476,200	375.0
m ₅	0	Id ₅	0	K ₅	1.0 × 10 ⁶	1.0 × 10 ⁶

2.2. 實測值와 計算結果의 比較檢討

實驗裝置를 통한 模型軸系의 共振回轉數의 實測值와 傳達매트릭스法에 의한 軸系의 固有振動數計算結果 [11], 위에서 상세한 有限要素法에 의한 計算結果 및 discrete mass system(D.M.S)으로 본 軸系에 대한 有限要素法에 의한 計算結果들이 Table 2에 表示되어 있다. 단 여기서 實驗에서 推力을 고려하지 않았기 때문에 이 計算에서는 推力의 影響을 고려하지 않았다. Table 2에 表示된 것과 같이 有限要素法에 의한 計算結果가 實測值와 잘 一致하고 있음을 確認할 수가 있다. 또 傳達매트릭스의 計算結果와도 서로 잘 부합한다.

Table 2 Comparison of natural frequencies for experimental model shafting

measurement & calculation	Vib. plane	Natural freq. (rad/sec)		Ratio of Cal. diff. to A(%)	
		V	H	V	H
measurement	A V & H	138.2	58.4		
Cal. by T.M.M.	B V & H	141.5	59.0	+2.4	+1.03
Cal. by F.E.M.	C V & H	141.45	58.9	+2.3	+0.86
Cal. by F.E.M. (D.M.S.)	D V & H	140.6	58.63	+1.7	+0.4

3.3. 斷面回轉慣性 및 推力의 效果

斷面의 回轉慣性 및 推力이 模型軸系의 固有振動數에 미치는 影響을 數值實驗의 結果로 檢討하였다.

Table 3 Effect of thrust on natural frequencies for experimental model shafting

Calculation by F.E.M.	Thrust (kg)	Natural Freq. (rad/sec)		Ratio of Cal. diff. to A(%)		
		V	H	V	H	
Case 1	0	A	141.45	58.90		
Case 2	-10	B	141.42	58.86	-0.02	-0.03
Case 3	-100	C	141.20	58.48	-0.18	-0.71
Case 4	-1,000	D	138.95	54.38	-1.77	-7.67
Case 5	+10	E	141.47	58.95	+0.01	+0.08
Case 6	+100	F	141.69	59.32	+0.17	+0.71
Case 7	+1,000	G	143.88	62.88	+1.72	+6.76

回轉慣性的 效果를 고려하지 않을 때의 固有振動數 計算結果와 그의 效果를 고려하였을 때의 固有振動數 計算結果는 수평방향, 수직방향에서 각각 58.9rad/sec 및 141.45rad/sec로 동일하게 나타났다. 回轉慣性效果는 축의 길이와 직경과의 비에 영향을 받지만 그의 비가 증가함에 따라 그의 영향이 감소된다. 상기결과와는 축의 길이와 직경과의 비가 70정도로 큰 모형축제인데 實船의 경우에도 동 비가 매우 큼으로 斷面回轉慣性的 영향은 무시할 수 있다고 판단된다.

推力的 效果를 고려하지 않을 때의 固有振動數 計算結果와 推力的 效果를 고려하고 推力的 크기를 변동했을 때의 固有振動數 計算結果가 다음 Table 3에 나타나 있다. 여기서 (+)는 引張을, (-)는 壓縮을 表示한다. 軸系の 固有振動數가 壓縮軸力的 크기에 따라 점점 감소하고 引張軸力的 크기에 따라 점점 증가하는 경향이 정량적으로 파악된다. 이로부터 實船에 있어서 推力가 橫振動數에 미치는 영향이 큼을 알 수 있다.

4. 結 論

軸力, 彈性支持臺 및 軸斷面 回轉慣性 등의 影響을 고려하여 軸系の 聯成橫振動을 有限要素法에 依하여 計算하는 方法을 定式化하고 固有振動數 計算을 위한 전산프로그램을 작성하였다. 이 프로그램에는 베어링부의 剛性, 集中質量 및 質量慣性 모멘트의 影響도 도입되고 있다.

模型軸系에 대하여 상기 方法에 의하여 固有振動數를 計算한 結果는 Table 2에 보인바와 같이 實測値와 잘 부합한다. 또 傳達매트릭스法에 의한 計算値와도 比較하였는데 有限要素法에 의한 計算結果와 傳達매트릭스法에 의한 結果는 서로 대등한 정도를 가짐을 確認할 수 있다.

船舶의 推進軸系의 경우 軸斷面의 回轉慣性效果는 무시할 수 있으나, 軸力 즉 推力的의 影響은 무시할 수 없음이 확인된다.

參 考 文 獻

- [1] Panagopoulos E., "Design Stage Calculation of Torsional, Axial, and Lateral Vibration of Marine Shafting", *SNAME*, Vol. 58 1950 pp. 329-384.
- [2] Jasper N.H. and Rupp L.A., "An Experimental and Theoretical Investigation of Propeller Shaft Failures", *SNAME*, Vol. 60, 1952, pp. 314-381.
- [3] Jasper N.H. "A Theoretical Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shaft Disc Systems", DTMB Report 827, 1954/12.
- [4] Jasper N.H., "A Design Approach to the Problem of Critical Whirling Speeds of Shafts-Disc Systems", DTMB Report 890, 1954/12.
- [5] Hayama S., "A Study on Lateral Vibration of Propeller Shafting", *Bulletin of MESJ*, Vol. 3, No. 1, 1975, pp. 17-24.
- [6] Vassilopoulos L. and Brawshaw R. "Coupled Transverse Shaft Vibrations of Modern Ships", New England SNAME Section Paper, Oct., 1973.
- [7] Koike H. and et al., "Evaluation of Lateral Vibration in Marine Shaft System", *Journal of MESJ*, Vol. 11, No. 5, 1976, pp. 376-384.
- [8] Hori Y. and et al., "Lateral Vibrations of Propeller Shaft Systems", *Journal of MESJ*, Vol. 13, No. 4, 1978, pp. 307-312.
- [9] Ahn, S.Y., "Coupled Transverse Vibrations of Propeller-Shaft Systems", *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 22, No. 1, March 1985 (Korean)
- [10] Hylarides S., "Transverse Vibrations of Ships Propulsion System", *ISP*, Vol. 22, No. 252, 1975.
- [11] Ahn, S.Y., and Jeon, H.J., "Calculation of the Coupled Free, Transverse Vibrations of the Multi-Supported Shaft System by Transfer Matrix Method", *Journal of MESK*, Vol. 7, No. 1, March 1983, pp. 49-63 (Korean)

- [12] Thomson, W.T., *Theory of Vibration with Application*, Prentice-Hall, 1972.
- [13] Bathe, K.J., Wilson, E.L., *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Inc., England Cliff, New Jersey 1976.
- [14] Strang, G., and Fix, G.J., *Analysis of the Finite Element Method*, Prentice-Hall, Inc., 1973.
- [15] Kikuchi, N., "Finite Element Methods in Mechanics", Dep't. of Mechanical Engineering, The University of Michigan, 1985.
- [16] Mourelatos, Z.P. and Parsons, M.G., "Finite Element Analysis of Elastohydrodynamic Stern Bearings", *Transaction of SNAME*, Vol. 93, 1985.
- [17] Karni, Z.H., Parsons, M.G. and Mourelatos, Z.P., "Time-Varying Behavior of a Statically Indeterminate Shafting System in a Hydrodynamic Journal Bearing", to appear in *Journal of Tribology*, 1986.