
 論 文

大韓造船學會誌
 第23卷 第4號 1986年 12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 23, No. 4, December 1986

컨테이너선의 수평-비틀연성진동 해석

김 극 천* · 김 상 주**

Analysis of Coupled Horizontal-Torsional Vibrations of Container Ships

K.C. Kim* · S.J. Kim**

Abstract

A container ship, due to wide hatch openings, has characteristics of poor torsional rigidity, strong coupling of horizontal-torsional modes and significant discontinuity in the longitudinal variation of hull sections.

In the mathematical formulation of the problem the hull is modeled as a beam and the transfer matrix method is utilized. The cross decks between cargo hatch openings are separated from the main hull and regarded as equivalent springs restraining torsion of hull. The effect of shear deformation of ship-side plating on torsion is taken into account in addition to St. Venant's and bending torsional rigidities. Compatibility requirements at cross section discontinuity are approximately considered.

Developing the practical calculation procedure and the computer programs for application to an actual ship, some parametric studies on modelling methods of the cross deck, the compatibility condition, added-mass center etc. are carried out for the purpose of comparison.

기 호 정 의

B	: bimoment	GS	: 선체의 전단-비틀 강성도
c	: 용골선으로부터 선체 단면요소의 중심(重心)까지의 거리(상방+)	g	: 중력 가속도
e	: 용골선으로부터 선체 단면의 전단중심까지의 거리(하방+)	h	: $=(c+e)$: 선체 단면 요소의 중심으로 부터 전단중심까지의 거리(하방+)
EI_c	: cross deck의 굽힘강성도	I_G	: 선체 단면요소의 중심을 통과하고 용골선에 평행인 축에 관한 중량 극관성 모멘트(부가수 기여분 포함)
EI_h	: 선체의 수평방향 굽힘강성도	I_x	: 선체 단면요소의 선체중심(中心)선에 관한 회전관성
ET	: 선체의 굽힘-비틀강성도	I_z	: 선체 단면요소의 전단중심을 통과하고 용골선에 평행인 축에 관한 중량극관성모멘트(부가수 기여분 포함)
GA_c	: cross deck의 전단강성도	M	: 굽힘모멘트
GA_h	: 선체의 수평방향 전단강성도		
GJ	: 선체의 St. Venant 비틀강성도		

접수일자: 1986년 9월 10일, 재접수일자: 1986년 11월 10일

* 정희원, 서울대 공대

** 대우조선(주) (전 서울대 대학원생)

T	: 비틀모멘트
\mathbf{T}	: 전달 매트릭스
U	: 상태벡터
u	: 전단중심의 수평방향 변위 ($u = u_b + u_s$: u_b 굽힘 변위, u_s 전단변위)
V	: 전단력
w	: 선체의 단위길이당 중량(부가수 중량 포함)
\tilde{w}	: warping 변위
α	: warping compatibility factor
ϵ_c	: cross deck에 대한 주선체의 탄성지지도(=0 단 순지지도, =1 고정)
θ	: 선체단면의 수평방향 굽힘회전각
φ	: 선체단면의 비틀각($\varphi = \varphi_b + \varphi_s$: φ_b 굽힘비틀각, φ_s 전단비틀각)
ω	: 고유원진동수($\lambda = \omega^2$)
$\tilde{\omega}$: warping 함수
$\tilde{\omega}_i$: 주선체의 cross deck와의 결합점에서의 $\tilde{\omega}$ 값

1. 서 론

콘테이너선은 다른 선박과 비교해서 창구개구(艙口開口)가 매우 커서 비틀림에 대하여 유연할 뿐만 아니라 수평-비틀 연성도가 매우 크다. 또 단면 특성도 선체 중앙부와 선수, 선미부 폐단면사이에서 불연속성이 심하다. 이와같은 특성으로 인하여 콘테이너선의 수평-비틀 연성 진동 문제는 보 거동 진동수 영역에 대하여서도 다른 종류의 선박에 대한 경우 만큼 보 이론에 의거한 정도 높은 해석방법이 정립되지 못하고 있는 실정이다.

선체 수평-비틀 연성 진동을 보이론에 의해 해석한 연구로서는 Ohtaka[1]*, Matsuura[2], Umezaki 등[3], Kagawa 등[4], Schmitz[5], Shimizu 등[6], Senjanovic 등[7], Bishop 등[8], Pedersen[9] 등의 연구를 들 수 있다.

Ohtaka 등[1]은 창구개구부 및 cross deck를 Taylor [10] 또는 Kumai[11]의 방법에 따라 등가평균두께 방법으로 모델링하고 St. Venant 비틀 강성만 고려하여 전달 매트릭스법에 의해 해석하는 방법을 정립하고, 이 방법으로 일반 화물선, 유조선, 광석 운반선 및 광석·유류 운반선에 대하여 계산한 결과가 실측치와 대체로 잘 부합 한다고 했다.

콘테이너선과 같이 창구개구가 매우 큰 선박에 대하여서, Matsuura 등[2]은 비틀강성으로서 굽힘-비틀강성과 전단-비틀강성도 고려되어야 함을 밝혔고, Um-

ezaki 등[3]은 창구개구부와 cross deck의 모델링에 있어서 등가평균두께 방법 대신 cross deck와 현측판의 면내 굽힘효과도 고려하는 등가유효두께 방법이 사용되어야 하고 또 부가수 질량 중심의 산정에 있어서 종래의 Leibowitz 등[12]의 방법을 지양하고 보다 적절한 산정방법을 택하여야 한다고 했다.

Kagawa 등[4]이 상기 Matsuura 등 및 Umezaki 등의 주장을 수용해서 Ohtaka 등의 해석방법을 보완하고, 이 방법에 의한 실선계산결과를 실측치와 비교했는데 그 결과는 아직도 만족스럽지 못하다고 했다.

Shimizu 등[6]은 cross deck를 주 선체로부터 분리하여 이를 비틀을 억제하는 스프링요소로 간주하며 또 전단중심의 불연속 경계에서 변위와 단단력에 대한 적합조건을 고려하는 방법을 단순화모형에 대하여 검토했다. 그는 정식화에서 전단-비틀 강성은 고려하지 않았다. Pedersen[9]도 대개구(大開口)를 갖는 상자형(箱子型) 거어더에 대하여 전기 적합조건을 고려하는 보 이론에 의한 계산 결과와 folded-plate 모델링하여 유한 요소법으로 계산한 결과를 비교 검토하여 전자의 계산정도 향상을 확인했다.

본 연구에서는 첫째 상술한 연구흐름을 종합하여 선체를 보이론에 의해 모델링하되, cross deck는 주 선체로부터 분리하여 이를 비틀을 억제하는 스프링요소로 간주하고, 전단중심 불연속 경계에서의 변위 및 단단력 적합조건 및 비틀에 대한 선측부 전단변형의 영향등도 고려하여 전달매트릭스법으로 정식화하고 이를 실선계산에 적용하는 계산체계를 가다듬었으며, 둘째 이에 의한 전산프로그램을 작성한 다음 실선을 대상으로 해서 창구부 및 cross deck의 모델링 방법, 전단중심 불연속 경계에서의 적합 조건도입 여부, 부가수 질량중심등에 관한 일련의 parametric study를 수행하여 각각의 결과를 비교 검토했다.

2. 정식화 및 해법

2.1. 선체구조의 모델링

선체를 변다면 thin-walled beam으로 유추하고 적정 개수의 요소로 분할하여 이산화 모델링하여 전달매트릭스법으로 정식화 한다.

선체의 비틀중심은 각 분할요소의 전단중심과 일치한다고 가정하며 비틀강성으로는 St. Venant의 비틀강성 및 Wagner의 굽힘-비틀강성 뿐만아니라 Matsuura의 전단-비틀 강성도 고려한다.

* [] 내 수자는 본문 말미에 수록된 참고 문헌 번호.

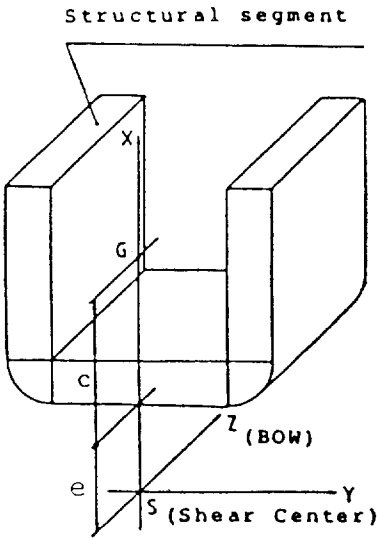


Fig. 1 Coordinate system

창구간의 cross deck는 Shimizu등[6]의 방법을 준용하여 비틀을 억제하는 국부적 스프링으로 간주하며, cross deck의 전후단을 요소분할점으로 하여 전달매트릭스의 계산에 그 영향을 도입한다.

2.2. 기본방정식

좌표계를 Fig. 1과 같이 정의한다. 임의의 분할요소의 운동방정식은

$$\frac{w}{g} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right) = \frac{\partial V}{\partial z} \tag{1}$$

$$\frac{I_x}{g} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u_b}{\partial z} \right) - V = - \frac{\partial M}{\partial x} \tag{2}$$

$$\frac{I_z}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{w}{g} h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial z} \tag{3}$$

보 이론으로부터

$$M = -EI_h \frac{\partial^2 u_b}{\partial z^2} \tag{4}$$

$$V = GA_h \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u_b}{\partial z} \right) \tag{5}$$

또 thin-walled beam이론으로부터

$$B = -E\Gamma \frac{\partial^2 \varphi_b}{\partial z^2} \tag{6}$$

$$T = GJ \frac{\partial \varphi}{\partial z} - E\Gamma \frac{\partial^3 \varphi_b}{\partial z^3} \tag{7}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{b^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GA_h^*}{b^*GA_h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EI_h^*}{b^*EI_h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GS}{b^*(GJ+GS)} & 0 & \frac{GJ^*}{b^*(GJ+GS)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b^*GJ^*}{E\Gamma} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{19}$$

Matsuura[2]의 전단-비틀 강성을 도입하면

$$T = GJ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + GS \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_b}{\partial z} \right) \tag{8}$$

이 된다.

2.3. 전달매트릭스

선체를 여러개의 균일보 요소로 이산화하고, 각 요소의 전달매트릭스를 결정한다.

2.3.1. Cross deck가 없는 요소

(1)~(8)을 조화분리한 다음 변위와 힘들의 진폭을 u, φ, V, M, \dots 등으로 표기하고 이들을 다음과 같이 무차원화하여 상태벡터 U 의 element를 정의한다.

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{u}{b^*}, u_2 = \frac{du_b}{dz}, u_3 = \varphi, u_4 = b^* \frac{d\varphi_b}{dz} \\ u_5 &= \frac{B}{GJ^*}, u_6 = \frac{b^*T}{GJ^*}, u_7 = \frac{b^*M}{EI_h^*}, \\ u_8 &= \frac{V}{GA_h^*} \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

여기서 $b^*=1m, GJ^*, EI_h^*$ 및 GA_h^* 는 중앙단면에서의 강성도이다.

(9)를 (1)~(8)을 조화분리한 식들에 대입하여 정리함으로써 다음 관계식들이 얻어진다.

$$\frac{du_1}{dz} = \frac{GA_h^*}{b^*GA_h} u_8 + \frac{1}{b^*} u_2 \tag{10}$$

$$\frac{du_2}{dz} = -\frac{EI_h^*}{b^*EI_h} u_7 \tag{11}$$

$$\frac{du_3}{dz} = \frac{GJ^*}{b^*(GJ+GS)} u_8 + \frac{GS}{b^*(GJ+GS)} u_4 \tag{12}$$

$$\frac{du_4}{dz} = -\frac{b^*GJ^*}{E\Gamma} u_5 \tag{13}$$

$$\frac{du_5}{dz} = \frac{GS}{b^*(GJ+GS)} u_8 - \frac{GJ \cdot GS}{b^*GJ^*(GJ+GS)} u_4 \tag{14}$$

$$\frac{du_6}{dz} = -\frac{b^*\lambda}{gGJ^*} (I_G + wh^2) u_3 - \frac{b^{*2}\lambda wh}{gGJ^*} u_1 \tag{15}$$

$$\frac{du_7}{dz} = \frac{b^*GA_h^*}{EI_h^*} u_3 + \frac{b^*I_x \lambda}{gEI_h^*} u_2 \tag{16}$$

$$\frac{du_8}{dz} = -\frac{b^*w\lambda}{gGA_h^*} u_1 - \frac{wh\lambda}{gGA_h^*} u_3 \tag{17}$$

(10)~(17)은 다음과 같이 매트릭스식으로 표현된다.

$$\frac{dU}{dz} = CU \tag{18}$$

여기서

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ \cdot GS}{b^*GJ^*(GJ+GS)} & 0 & \frac{GS}{b^*(GJ+GS)} & 0 & 0 \\ -\frac{b^* \lambda wh}{gGJ^*} & 0 & -\frac{b^* \lambda I_z}{gGJ^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b^* I_x \lambda}{gEI_h^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b^* GA_h^*}{EI_h^*} \\ -\frac{b^* w \lambda}{gGA_h^*} & 0 & -\frac{wh \lambda}{gGA_h^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(18)의 해는

$$U(z) = e^{-\epsilon z} U_0 \tag{20}$$

이다. 여기서 U_0 은 $z=0$ 즉 기준 station에서의 상태벡터이다. $T(z) = e^{-\epsilon z}$ 로 놓고 이를 Taylor급수로 전개한 다음 i -station과 $(i+1)$ -station 사이의 길이 l_i 를 대입하면 U_i 와 U_{i+1} 사이의 관계식

$$U_{i+1} = T_i(l_i) U_i \tag{21}$$

이 얻어진다. 여기서

$$T_i(l_i) = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{l_i^k}{k!} C^k \tag{22}$$

I 는 8×8 단위행렬이다. 즉, (22)가 i -segment의 전달매트릭스이다.

2.3.2. Cross deck가 있는 요소

warping을 구속하는 cross deck가 존재하는 segment의 경우 cross deck의 무게는 주구조에 포함시키고

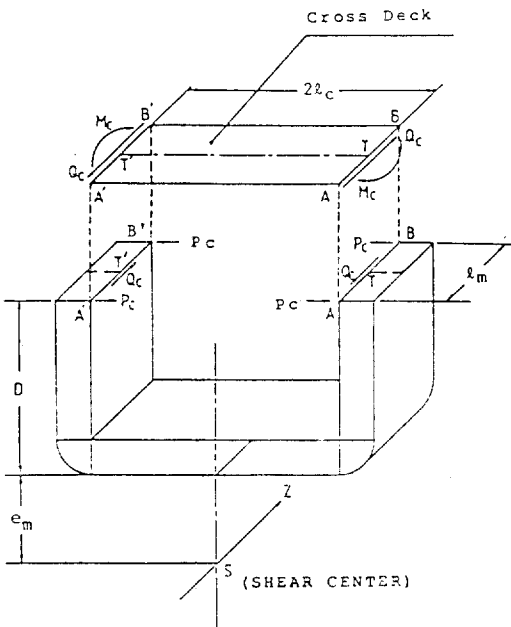


Fig. 2 Reactive moments and forces of cross deck

cross deck를 주선체로부터 분리하여 선체비틀을 억제하는 스프링으로 간주한다. Fig 2와 같이 cross deck가 존재하는 segment m 에서 cross deck의 전후연을 BB' , AA' , 이의 중립축의 주선체 고착점을 T, T' 로 한다.

Shimizu등[6]의 이론체계에 따르면 segment m 의 양단 station m 및 $m+1$ 에서의 상태벡터 $U_m^L (= U_A^L)$ 와 $U_{m+1}^L (= U_B^L)$ 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$U_{m+1}^L = G_B G_A U_m^R = T_m U_m^R \tag{23}$$

(23)에서 G_A, G_B 의 elements를 각기 g_{ij}, \bar{g}_{ij} ($i, j=1 \dots 8$)로 표기할 때 이들은 다음과 같이 정의된다.

$$g_{ij} = \begin{cases} \zeta t_{ij}; & i=4 \\ t_{ij} - a_i t_{4j}; & i \neq 4 \end{cases} \tag{24}$$

여기서

$$a_i = \zeta \left(t_{i6} \frac{r_1}{GJ^*} + t_{i8} \frac{r_2}{b^* GA_h^*} \right) \\ \zeta = 1 / \left(1 + t_{46} \frac{r_1}{GJ^*} + t_{48} \frac{r_2}{b^* GA_h^*} \right) \tag{25}$$

$$\bar{g}_{ij} = \begin{cases} \bar{t}_{ij}; & j=4 \\ \bar{t}_{i1} + \bar{t}_{i5} \frac{r_3}{b^* GJ^*} - \bar{t}_{i7} \frac{r_4}{EI_h^*} + \delta_i; & j \neq 4 \end{cases}$$

여기서

$$\delta_6 = \frac{r_1}{GJ^*}, \delta_8 = \frac{r_2}{b^* GA_h^*}, \delta_i = 0 \quad (i \neq 6, 8)$$

또 (24) 및 (25)에서

t_{ij}, \bar{t}_{ij} : cross deck 반력을 고려하지 않는 경우 즉, (22)로부터 결정되는 구간 $A \sim T$ 및 구간 $T \sim B$ 에 대한 경간전달매트릭스의 elements이고,

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{2\lambda_c}{l_m} (D + e_m), \quad r_2 = \frac{2\lambda_c}{l_m}, \quad r_3 = 2\tilde{\omega}_1 \mu_c, \\ r_4 &= 2\mu_c l_c, \quad \lambda_c = \frac{\epsilon_c^{11} GA_c}{1 + \xi_c} \tilde{\omega}_1, \quad \xi_c = \frac{l_c^2 GA_c}{3EI_c} \\ \mu_c &= \frac{\epsilon_c^{11} GA_c}{1 + \xi_c} \frac{\tilde{\omega}_1}{l_c} \end{aligned} \right\} \tag{26}$$

2.4. 분할요소 경계에서의 적합조건

일반적으로 분할요소 경계에서는 전단중심이 일치하지 않으므로 그로인한 단면력과 변위에 대한 적합조건을 고려해야 한다.

1) 본보문의수치계산에서는 $\epsilon_c=1.0$ 즉, 고정으로 취했다.

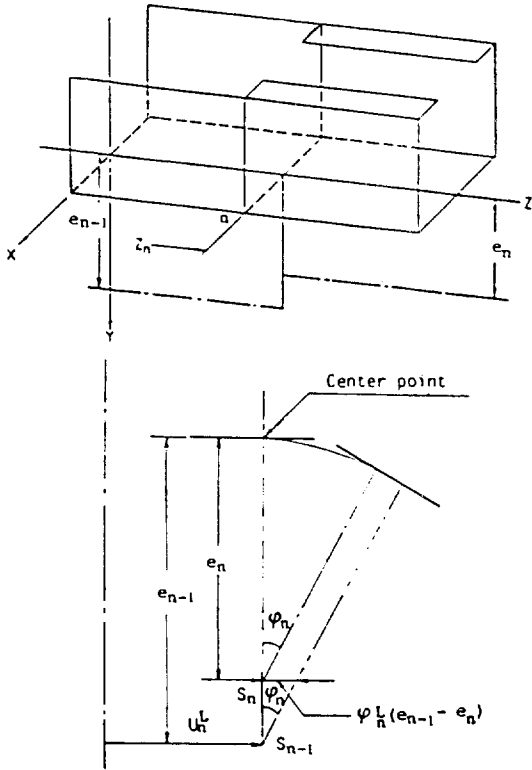


Fig. 3 Compatibility requirements at cross section discontinuity

경계 n 을 기준으로 하여 선미쪽을 L , 선후쪽을 R 이라고 하자. 그러면,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n^R &= \varphi_n^L \\ M_n^R &= M_n^L \\ V_n^R &= V_n^L \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

또 $\left(\frac{du}{dz}\right)_n^R = \left(\frac{du}{dz}\right)_n^L$ 이 당연히 성립하며 (10)을 고려하면,

$$(u_2)_n^R = (u_2)_n^L + GA_n^* \left(\frac{1}{(GA_n)_n^L} - \frac{1}{(GA_n)_n^R} \right) (u_3)_n^L \quad (28)$$

Fig. 3에서 이웃한 segments의 선저중심의 수평변위는 연속해야 하고, 수평전단력의 작용점은 전단중심이므로 수평변위 및 비틀모멘트에 다음과 같은 수정이 필요하다.

$$\left. \begin{aligned} u_n^R &= u_n^L + \phi_n^L (e_{n-1} - e_n) \end{aligned} \right\}$$

$$T_n^R = T_n^L + V_n^L (e_n - e_{n-1}) \quad (29)$$

bimoment B 와 $\frac{d\phi}{dz}$ 에 대해서는 warping변위의 연속성을 위해 Haslum[13]이 제안한 근사적 방법을 이용한다. 즉

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)_n^R &= \alpha \left(\frac{d\phi}{dz}\right)_n^L \\ B_n^R &= \frac{1}{\alpha} B_n^L \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

여기서 α 는 warping compatibility factor이다. 이를 결정하기 위하여 두가지 가정을 한다. 첫째, 두 분할 요소의 warping compatibility를 만족시키기 위해 추가 응력 $\Delta\sigma$ 를 도입하는데 $\Delta\sigma$ 는 국부적인 응력이며 St. Venant 원리를 만족한다. 둘째, 추가응력 $\Delta\sigma$ 의 분포는 두 요소 사이의 변위차에 비례한다. 즉,

$$\Delta\sigma(s) = c(\tilde{w}_R(s) - \tilde{w}_L(s)) \quad (a)$$

추가응력 $\Delta\sigma$ 가 가상변위에 대해 한 일은 0이므로

$$\left. \begin{aligned} \int_F \Delta\sigma(\tilde{w}_R + \tilde{w}_L) dF &= 0 \text{ (bimoment)} \\ \int_F \Delta\sigma dF &= 0 \text{ (axial force)} \\ \int_F \Delta\sigma \cdot x dF &= 0 \text{ (굽힘모멘트 } M_y) \\ \int_F \Delta\sigma \cdot y dF &= 0 \text{ (굽힘모멘트 } M_x) \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

여기서 F 는 공통 단면의 면적이다.

경계 양측에서의 warping변위를 다음과 같이 가정한다.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{w}_L(s) &= -\varphi'_L \tilde{\omega}_L(s) \\ \tilde{w}_R(s) &= -\varphi'_R (\alpha \tilde{\omega}_R(s) + Ax + By + C) \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

(a) 및 (c)을 (b)에 대입하고 정리하면

$$\left. \begin{aligned} B &= C = 0 \\ A &= \frac{I_{Ly} - \alpha I_{Ry}}{I_{yy}} \\ \alpha &= \frac{\sqrt{\Gamma_{n-1} - \frac{I_{Ly}^2}{I_{yy}}}}{\Gamma_n - \frac{I_{Ry}^2}{I_{yy}}} \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{n-1} &= \int_F \tilde{\omega}_L^2 dF, & \Gamma_n &= \int_F \tilde{\omega}_R^2 dF \\ I_{Ly} &= \int_F \tilde{\omega}_L \cdot x dF, & I_{Ry} &= \int_F \tilde{\omega}_R \cdot y dF \\ I_{yy} &= \int_F x^2 dF, \end{aligned} \right\}$$

대부분의 경우, I_{Ly} 와 I_{Ry} 는 0이거나 매우 작은 값이므로

$$\alpha \cong \sqrt{\Gamma_{n-1} / \Gamma_n} \quad (31)$$

(30)의 첫번째 식에 (12)을 대입하면

$$(u_4)_n^R = \alpha \left(\frac{GJ + GS}{GS} \right)_n^R \left(\frac{GS}{GJ + GS} \right)_n^L (u_1)_n^L$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \alpha \left(\frac{GJ+GS}{GS} \right)_n^R \frac{1}{(GJ+GS)_n^L} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{(GS)_n^R} \right\} GJ^*(u_8)_n^L - \frac{b^*(e_n - e_{n-1})}{(GS)_n^R} GA_h^*(u_8)_n^L \\
 & \dots(32)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{P}_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{e_{n-1} - e_n}{b^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GA_h^* \left(\frac{1}{(GA_h)_n^L} - \frac{1}{(GA_h)_n^R} \right) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \frac{GS_n^L}{GS_n^R} \cdot \frac{(GJ+GS)_n^R}{(GJ+GS)_n^L} & 0 & \frac{GJ^*}{GS_n^R} \left(\alpha \frac{(GJ+GS)_n^R}{(GJ+GS)_n^L} - 1 \right) & 0 & -\frac{b^* GA_h^*}{GS_n^R} (e_{n-1} - e_n) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{b^* GA_h^*}{GJ_n^*} (e_n - e_{n-1}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots(34)$$

2.5. 고유진동수 및 고유 mode의 계산

선체는 양단이 자유이므로 선미에서의 상태벡터 \mathbf{U}_1 의 element 중 $u_{15} = u_{16} = u_{17} = u_{18} = 0$, 또 우단에서의 \mathbf{U}_{n+1} 의 element 중 $u_{n+1,5} = u_{n+1,6} = u_{n+1,7} = u_{n+1,8} = 0$ 이다. 따라서

$$\mathbf{T}_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

와 같이 정의하면

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{T}_L \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \\ u_{14} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_R \mathbf{U}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

이다. 이제

$$\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{T}_n \mathbf{P}_n \mathbf{T}_{n-1} \dots \mathbf{P}_2 \mathbf{T}_1 \mathbf{U}_1 \dots \quad (37)$$

(36)을 대입함으로써

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{T}_R (\mathbf{T}_n \mathbf{P}_n \mathbf{T}_{n-1} \dots \mathbf{P}_2 \mathbf{T}_1) \mathbf{T}_L \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \\ u_{14} \end{pmatrix} \\
 & = \mathbf{A} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{13} \\ u_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (38)
 \end{aligned}$$

(27)~(30) 및 (32)을 간략히 나타내면

$$\mathbf{U}_n^R = \mathbf{P}_n \mathbf{U}_n^L \quad (33)$$

여기서

을 얻는다. 따라서 진동수방정식은 다음과 같다.

$$|\mathbf{A}| = 0 \quad (39)$$

고유진동수가 결정되면 (37)로부터 각 station의 상태벡터도 결정된다.

3. System parameters 산정방법

선체 중량 및 그 중심, 중량 극관성 모멘트, 부가수 중량, 부가수 극관성모멘트, 수평 진동형에 대한 굽힘 강성등의 계산은 문헌[14]에 따른다.

전단중심, St. Venant 비틀강성, 굽힘-비틀강성, 전단-비틀강성, 수평-비틀연성을 고려한 부가수 중량중심, 창구개구부와 cross deck의 모델링에 있어서의 등가평균두께 또는 등가효율두께, cross deck를 주선체로부터 분리할 경우의 cross deck 특성치등의 산정 방법은 [15] 및 [16]에 소상히 기술되어 있다.

창구개구부와 cross deck의 모델링을 어떤 방법으로 하던 화물창, 전후방 측, 선수부, 기관실 및 선미부에 위치한 갑판개구(甲板開口)에 대하여서는 등가평균두께 방법으로 모델링한다.

4. 실선에 대한 계산에

4.1. 시산 대상선

본 보문의 parametric study를 위하여 채택한 시산 대상선(試算對象船)의 주요요목은 Table 1과 같다.

Table 1 Principal particulars of a container ship adopted for numerical calculations

Length over-all	289.50m
Length between perpendiculars	279.00m
Breadth, mld.	32.20m
Depth, mld.	21.50m
Draft, design	10.67m
Light load condition (sea trial condition)	
Draft, mean	5.20m
Displacement	34,120.23ton
Full load condition	
Draft, mean	11.70m
Displacement	82,585.00ton

4.2. system parameters

이 배의 system parameters는 cross deck를 주 선체로부터 분리하여 모델링한 경우가 [16]에, 창구개구부와 cross deck를 등가평균두께 방법 또는 등가 유효두께 방법으로 모델링한 경우는 [15]에 주어져 있다.

4.3. 고유진동수 및 mode shapes

본 연구에서의 parameteric study의 기준은

Method 1 즉, cross deck를 주 선체로부터 분리하여 모델링하고, 부가수질량 중심의 계산에 있어서 Umezaki

의 산정 방법을 택하고 전단중심 불연속 경계에서 변위와 단면력에 대한 적합조건을 고려하는 경우이다.

이에 대하여 다음과 같은 여러 경우를 비교 검토한다.

Method 2. method 1과 같이 하되, cross deck를 무시하는 경우,

Method 3. method 1과 같이 하되, 부가수질량 중심에 대하여 Leibowitz의 근사방법을 택할 경우.

Method 4. 창구개구부 및 cross deck를 등가 유효두께 방법으로 모델링하고, 그 외의 것은 method 1과 같이 하는 경우.

Method 5. method 1과 같이 하되, 전단중심 불연속 경계에서 변위 및 단면력에 대한 적합조건을 고려하지 않는 경우.

Method 6. method 4와 같이 하되, 전단중심 불연속 경계에서 변위 및 단면력에 대한 적합조건을 고려하지 않는 경우.

상기 각각의 방법에 의해 계산된 고유진동수는 Table 2와 같다. mode shape는 method 1의 경우만을 Fig. 4에 보였다.

본 계산을 위하여 작성된 전산프로그램과 이의 사용상의 요령은 저자중 한사람인 김[16]의 보문에 수록되어 있다.

Table 2 Comparisons of natural frequencies obtained by various methods

(1) Light load condition

unit: cpm

order	Method 1		Method 2		Method 3		Method 4		Method 5		Method 6	
	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.
1	1-①	41.02	1-①	40.94	1-①	40.11	1-①	41.70	1-①	25.47	1-①	27.02
2	2-②	63.70	2-②	63.67	2-②	65.33	2-②	64.53	2-②	59.47	2-②	60.67
3	2-③	123.45	2-③	123.41	2-③	126.02	2-③	128.88	2-③	125.27	2-③	128.16
4	②-3	162.69	②-3	162.66	②-2	161.03	②-3	163.01	②-2	141.20	②-2	142.70

○ : predominant mode

(2) Full load condition

order	Method 1		Method 2		Method 3		Method 4		Method 5		Method 6	
	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.	Node H-T	Freq.
1	1-①	26.36	1-①	26.32	1-①	25.54	1-①	26.05	1-①	16.00	1-①	16.51
2	2-②	35.58	2-②	35.56	2-②	36.58	2-②	37.20	2-②	33.33	2-②	34.84
3	2-③	71.02	2-③	71.00	2-③	72.11	2-③	75.29	1-③	70.83	2-③	73.69
4	②-4	96.07	②-4	96.06	②-4	97.84	②-4	98.65	②-4	93.05	②-2	93.64

○ : predominant mode

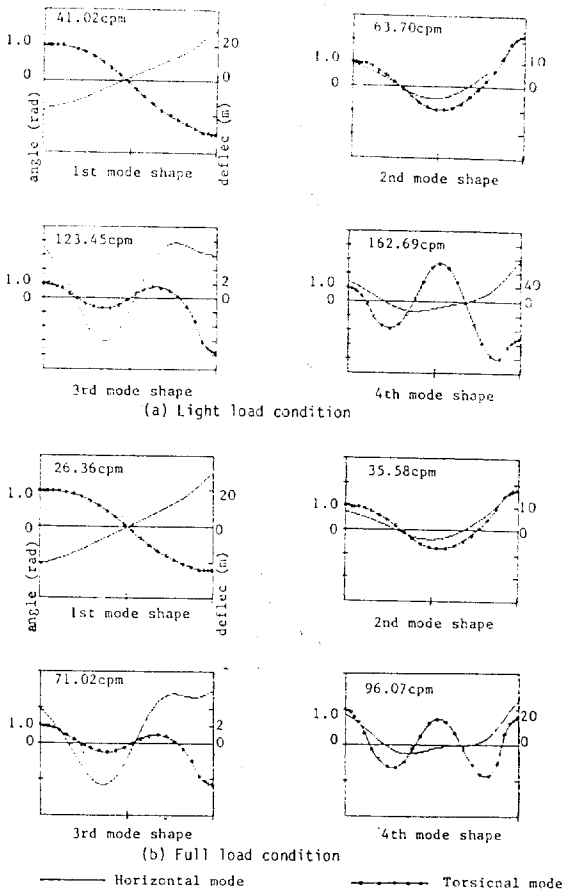


Fig. 5 Mode shapes: method 1 of Table 2

5. 고 찰

콘테이너선의 수평-비틀 연성 진동을 보 이론에 의해 해석할 경우, 종래 논의되어 온 주요 관심사는 창구개구부 및 cross deck의 모델링 방법, 전단중심의 불연속경계에서 변위 및 단면력에 대한 적합조건의 도입 문제, 부가수 질량중심을 보다 정확하게 산정하는 문제, 그리고 strip 방법으로 산정되는 전단중심선과 실제 비틀중심선과의 상관관계 등이다.

Fig. 5는 cross deck 모델링 방법에 따른 전단 중심의 분포이다. 실선은 순정한 것이고, ·점이 개단면 모델링때의 계산치이다. 개단면 모델링때와 등가 유효두께 모델링때의 차이는 근소하다.

선체중앙부로부터 선수, 선미부로 천이하면서 불연속이 심함을 알 수 있다.

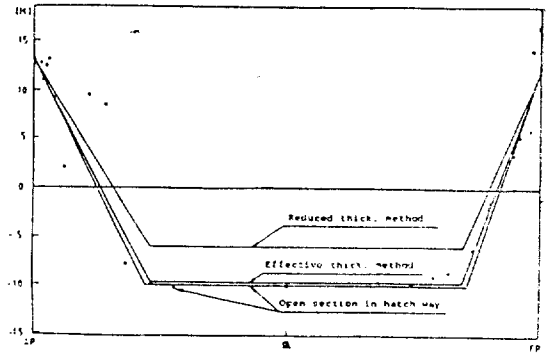


Fig. 5 Comparison of shear center (fairing is made in both bow and stern parts)

이로 인하여 실제 비틀 중심선이 strip방법으로 산정되는 전단중심선 보다 선체중앙부에서 약간 윗쪽으로, 선수 및 선미부에서는 아래쪽으로 크게 이동하리라는 것이 쉽게 수긍되는데, 본 보문의 정식화에서는 양자가 서로 일치하는 것으로 가정했다. 전단중심의 불연속 경계에서의 변위 및 단면력에 대한 적합조건식들에 관련하여서는 warping 변위의 연속조건과 bimoment의 평형조건이 Haslum등[13]의 근사적 방법으로 처리하였는데 이 점도 앞으로 더 개선되어야 할 요소이다.

창구개구부 및 cross deck의 모델링 방법에 있어서 등가유효두께 방법과 cross deck를 분리하는 방법에 따른 고유진동수 차이는 전자가 후자보다 큰 값을 주는데, nodal pattern은 4차 진동형까지 서로 같다.

parametric study를 수행한 어느 계산방법에 있어서도 3차 진동형까지 비틀진동이 주진동형이다. 이는 콘테이너선이 비틀림에 대하여 매우 유연함을 보여주는 결과이다.

부가수 질량중심을 보다 정확하게 계산할 필요성은 단재상태 보다 경하상태 때, 또 고차 진동형 보다 저차진동형에서 더 강조된다.

Table 2에서 method 1과 method 5 또는 method 4와 method 6을 비교할 때, 전단중심의 불연속 경계에서 변위와 단면력에 대한 적합조건을 적정하게 도입하는 일이 매우 중요함을 파악할 수 있다. 즉, 고유진동수 뿐만아니라 고차 진동형으로 가면서 nodal pattern에 있어서도 차이를 보이고 있다. 예를 들어 지난날 Umazaki등[3] 또는 Kagawa등[4]의 본문에서 계산치와 실측치의 차이가 컸던데는 전기 적합조건이 적정하게 도입되지 않았던 데도 그 원인이 있었던 것으로 사료된다.

Table 2로 부터 파악되는 또 하나의 중요한 점은 method 1과 method 2의 비교이다. 즉, 양자에서 nodal pattern이 같을 뿐만 아니라 고유진동수의 차가 1차 진동형에서 0.2%미만, 2, 3, 4차 진동형에서는 0.05%미만이다. 본 보론에는 수록하지 않았으나, 7차진동형까지 시산한 결과는 고유진동수 차이가 0.01%미만이었다. 따라서 콘테이너선의 경우 전단중심의 불연속 경계에서 변위 및 단면력에 대한 적합조건을 도입하는 전제에서는 cross deck를 무시하고 선수창 후부격벽과 기관실 전부격벽사이 전체를 개단면으로 모델링해도 무방하다고 판단된다. 이렇게 모델링하면 cross deck의 특성치에 대한 입력 자료 마련을 생략할 수 있을 뿐만아니라 계산 시간도 훨씬 단축될 것이다.

경하상태 때와 단재상태 때의 mode shape를 비교하여 보면(Fig. 4) 3차 진동형 까지는 mode shape성향이 유사하고 특히 nodal pattern은 같다. 그러나 4차 진동형부터는 nodal pattern이 서로 다르다.

6. 결 론

본 연구를 통하여 도출되는 주요한 결론은 다음과 같다.

정식화 및 실선 적용을 위한 계산 체계에 관련하여서,

(1) 실선 비틀 중심선과 strip방법에 의한 전단중심선과의 상관관계 및 전단중심 불연속경계에서 변위와 단면력에 대한 적합조건식 중 특히 warping 변위의 연속성에 대하여서는 좀 더 깊은 연구가 이루어져야 하겠다.

일련의 parametric study 결과로 부터,

(2) 계산 정도 향상을 위하여 가장 중요한 인자는 전단 중심 불연속경계에서의 변위 및 단면력에 대한 적합 조건을 합리적으로 고려하는 일이다.

(3) 전기 적합 조건을 고려하는 전제에서는 화물창 창구간의 cross deck를 무시하여도 이를 고려한 경우와 대등한 결과를 얻을 수 있다. 이렇게 할 경우 입력 자료의 준비는 물론 계산시간을 많이 단축할 수 있다.

(4) 부가수 질량 중심의 산정에 있어서 보다 정확한 방법을 택하는 일은 단재상태 보다는 경하상태에서, 또 고차 진동형 보다는 저차 진동형에서 더 강조된다.

(5) 창구 개구부 및 cross deck를 종래의 등가유�효두께 방법으로 모델링할 경우를 cross deck를 주선체로부터 분리하여 이를 비틀을 억제하는 스프링요소로 모델링할 경우와 비교할 때 전자가 높은 고유 진동수를

준다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 1985년도 연구비 지원에 의하여 이루어졌다. 이 기회에 동재단 당국에 심심한 감사의 뜻을 표한다. 또 시산대상선의 system parameter 계산을 위하여 많은 도움을 준 대우조선(주)의 김국호 상무이사에게 감사드린다. 끝으로 수치계산, 원고정리 등을 도와준 서울대대학원생 조대승군의 노고에도 감사한다.

참 고 문 헌

- [1] Ohtaka, K., Kumai, T., Ushijima, M. and Ohji, M., "On the Horizontal and Torsional Vibration of Ships", *Jour. SNA.*, Japan, Vol. 121, 1967.
- [2] Matsuura, Y., Kawakami, H. and Onogi, H., "Study on the Coupled Torsional and Flexural Vibration of Ships with Large Hatch Openings (1st~4th Report)", *Jour. SNA Kansai*, Japan, No. 127~132, 1968~1969.
- [3] Umezaki, K., Miyamoto, K., Ohtaka, K. and Kagawa, K., "Vibration of Container Ship," *Jour. SNA*, Japan, Vol. 126, 1969.
- [4] Kagawa, K. and Yonesato, T., "Horizontal and Torsional Vibration of Container Ship," *Jour. SNA*, Japan, Vol. 131, 1972.
- [5] Schmitz, K-P., "Zur berechnung der freien gekoppelten horizontal-torsions-schwingungen des schiffskörpers", Teil 1: Berechnungsmethoden und Programme. *Schiffbauforschung*, Vol 16, No. 3/4, 1977.
- [6] Shimizu, S., Teramae, T. and Minematsu, H., "A Study on the Horizontal and Torsional Vibration of Container Ship," *Jour. SNA*, Japan, Vol. 141, 1977.
- [7] Senjanovic, I. and Grubisic, R., "Coupled Horizontal and Torsional Vibration of Ship Hull with Openings", *Proc. Euromech Colloquium 122; Numerical Analysis of Dynamics of Ship Structures*, ATMA, Paris, 1979.
- [8] Bishop, R.E.D., Price, W.G. and Temarel, P., "Antisymmetric Vibration of Ship Hulls", *Trans.*

- RINA*, Vol. 122, 1980.
- [9] Pedersen, P.T., "A Beam Model for the Torsional-Bending Responses of Ship Hull", *Trans. RINA*, 1983.
- [10] Taylor, L., "Vibration of Ships", *Trans. NECI*, 1927 and 1928.
- [11] Kumai, T., "Estimation of Natural Frequencies of Torsional Vibration of Ships", *Report of RIAM*, Kyushu Univ., Japan, Vol. 4, No. 13, July, 1955.
- [12] Leibowitz, R.C. and Kennard, E.H., "Theory of Freely Vibrating Nonuniform Beams, Including Methods of Solution and Application to Ships", *DTMB Rep. 1317*, May. 1961.
- [13] Haslum, K. and Tonnessen, A., "An Analysis of Torsion in Ship Hull", *European Shipbuilding*, No. 5/6, 1972.
- [14] 김극철 등, 선체진동해석 전산프로그램 개발에 관한 연구, 과학기술처보문 R-75-9, 1975.
- [15] 원문철, 콘테이너선의 수평-비틀 연성진동 해석, 서울대 조선공학과 석사학위 논문, 1984.
- [16] 김상주, 콘테이너선의 수평-비틀 연성진동 해석, 서울대 조선공학과 석사학위 논문, 1985.