

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第23卷 第2號 1986年 6月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 23, No. 2, June 1986

## Jacket형 海洋構造물의 非線形 動的應答解析

金龍哲\* · 盧仁植\* · 朴成植\*

### Nonlinear Analysis of Dynamic Response of Jacket Type Offshore Structures

Y.C. Kim · I.S. Nho · S.W. Park

#### Abstract

In the present paper, the nonlinear analysis of dynamic response of the jacket type offshore structures subject to nonlinear fluid force is performed.

Furthermore, several analysis methods, such as quasi-static analysis, Newmark- $\beta$  method and state vector time integration technique, are described and compared with each others in order to investigate the efficiency numerical of the schemes for this kind of nonlinear structural analysis.

In the problem formulation, various environmental forces acting on the jacket type offshore structures have been studied and calculated. Particularly, hydrodynamic forces are calculated by using the Morison type formula, which contains the interaction effect between the motion of the structure and the velocity of fluid particles. Also, Stokes' 5th order wave theory and Airy's linear wave theory are used to predict the velocity distribution of the fluid particles.

Finally, the nonlinear equation of motion of the structure is obtained by using three-dimensional finite element formulation.

Based on the above procedures, two examples, i.e. a single pile and a typical offshore jacket platform, are studied in details.

#### 1. 緒 論

1973년 오일쇼크 이후 海底석유의 經濟性이 높아짐에 따라 대륙붕의 석유 탐사 作業이 활발하게 進行되어 왔으며, 各種 要素 技術의 급속한 發展과 함께 여러가지 多樣한 形態의 石油 試錐用 海洋構造물이 開發되었다. 그중에서도 가장 많이 建造·設置되어온 Jacket형 海洋構造물은 현재 수심 312 m (1,025 feet)까지 設置되었으며 아직도 安全 設計를 위한 많은 研究가 進行되고

있다.

本 研究에서는 潮流 및 波浪中에서 jacket형 海洋構造물에 작용하는 流體力를 推定하였으며, 이 非線形 流體力에 대한 構造물의 舉動을 豫測하기 위하여 3차원 有限要素法과 時間領域 積分法을 이용한 動的 構造解析을 遂行하는 한편, 電算機 使用時間 節減을 위한 準靜의 解析, 構造物 自體의 固有振動型 및 固有振動數 등을 計算할 수 있는 專用 電算프로그램 JACKET을 開發하였다.

構造물에 작용하는 外力으로서의 各 部材의 自重, 浮

接受日字: 1985年 12月 10日, 再接受日字: 1986年 2月 25日

\* 正會員, 韓國機械研究所 大德船舶分所

力, 風力 및 潮流力 등의 靜荷重과 波浪에 의한 動流體力를 考慮하였다. 流體 粒子和 構造物의 相對運動에 의한 非線形 動流體力은 Morison type formula를 適用하여 計算하였으며, 이때 유체 입자의 速度 分布는 Stokes 5차 重力波 理論과 Airy線形波 理論을 사용하여 計算하였다.

時間領域 積分法으로서는 inverse iteration過程을 包含하는 newmark-β法과 state vector time integration technique을 사용하였으며, 동시에 準 靜的 解析을 遂行하여 그 結果를 比較·檢討하였다.

## 2. 外力의 推定

### 2.1. 風 力

海上에서 부는 바람은 대표적인 亂流로서 地域과 時間에 따라 크게 변화하며, 觀測·蒐集된 資料의 特性이나 選定된 假定에 따라 많이 좌우된다. 따라서 各種 海洋構造物 規則에서도 風速에 대한 定義는 조금씩 차이를 보이고 있다.

바람에 의한 壓力은 크게 流體 動力學的 壓力과 靜壓力으로 구분할 수 있으나 本 研究에서는 靜壓力의 效果만 考慮하였다. 일반적으로 바람에 의한 靜壓力은 다음과 같은 일반 抗力式으로부터 推定할 수 있다.

$$F_r = C \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 A_r \quad (1)$$

여기서,  $F_r$ : longitudinal forces

$\rho$ : 공기의 密度

$A_r$ : projected area

$C$ : 風力 係數

$V$ : 평균 風速

DnV Rule[10]에서는 평균 風速  $V$ 를 다음과 같은 간단한 공식으로 表現하고 있다.

$$V(Z) = V_{10}(Z/10)^{1/7} \quad (2)$$

여기서,  $Z$ : 평균 수면에서의 높이

$V_{10}$ : 10m 높이에서의 평균 風速

### 2.2. 流體 動力學的 外力

海洋構造物의 動的 應答를 精密하게 解析하기 위해서는 작용 流體力의 精確한 推定이 우선되어야 한다. 이 流體力은 流體粒子和 構造物의 相對運動으로 인하여 非線形的인 特性을 보이고 있으나, 현재까지 이 非線形 流體力을 精確하게 計算할 수 있는 방법은 確立되어 있지 못하다. 다만, 문제의 特性에 따른 近似 理論이나 實驗을 통한 推定, 또는 semi-empirical formula에 의존하는 방법등이 普遍的으로 이용되고 있는 實情이다.

통상 jacket型 固定式 海洋構造物에서는 近似 理論인 Morison type formula가 이용되고 있다.

따라서, 本 研究에서는 Airy 線形波 理論 및 Stokes 5차 重力波 理論을 導入하여 파도에 의한 流體 粒子的 速度를 計算하고 潮流 速度를 고려하여 最終的인 流體 粒子的 速度 分布를 計算한 다음 Morison type formula를 適用하여 流體 粒子和 構造物의 相對運動에 起因하는 動流體力을 推定하였다.

#### 2.2.1. 潮 流

潮流는 發生原因에 따라 다음과 같이 분류할 수 있다.

- Wind generated currents
- Tidal currents
- Circulation currents

潮流의 速度는 水深에 따라 상당한 차이가 있으며 대체로 時間에 대해서는 서서히 변화한다. 따라서 本 研究에서도 時間에 따른 速度의 變化를 무시하고 DnV [10]에서 提案한 水深에 따른 潮流의 速度 分布, 식(3)을 이용하여 計算을 遂行하였다.

$$V_c(Z) = (V_h)_1(Z/h)^{1/4} + (V_h)_2(Z/h) \quad (3)$$

여기서,  $h$ : 水深

$Z$ : 海底로 부터의 높이

$(V_h)_1$ : tidal 및 circulation current에 의한 水表面에서의 潮流 速度

$(V_h)_2$ : 바람에 의한 水表面에서의 潮流 速度

#### 2.2.2. 重力波 理論

海洋波는 그 發生 原因이나 波週期에 따라 여러가지로 분류될 수 있으나 海洋構造物의 設計 觀點에서 볼 때는 가장 큰 에너지를 包含하고 있는 重力波에 대한 考察이 무엇보다 중요하다. 比較的 얕은 海域에 設置되는 海洋 構造物의 設計 목적으로는 Stokes의 5차 重力波 理論의 사용이 권장되고 있으나 使用의 便宜上 Airy 線形波 理論이 이용되는 境遇도 있다[9].

먼저 Stokes 5차 重力波 理論의 展開를 위하여 다음과 같은 假定을 設定한다.

- 粘性, 壓縮性, 表面張力의 影響을 無視한다.
- 물 粒子的 運動을 非回轉으로 看做한다.

Fig. 1과 같은 座標系에서 波高  $H$ , 週期  $T$ 의 평면 進行波를 考慮하면, 非線形 自由表面 境界條件, 海底面 條件, radiation條件 등과 small parameter  $\epsilon (=H/L)$ 을 이용한 perturbation방법에 의해 流體의 連續 方程式(Laplace equation)을 풀면 다음과 같은 series 형태의 速度 potential  $\phi$ 를 얻을 수 있다.

$$\phi(\xi, z, t) = \frac{c}{k} \sum_{n=1}^N a_n (KA_0)^n \frac{\cosh nkz}{\sinh nk\bar{d}} \sin n\theta \quad (4)$$

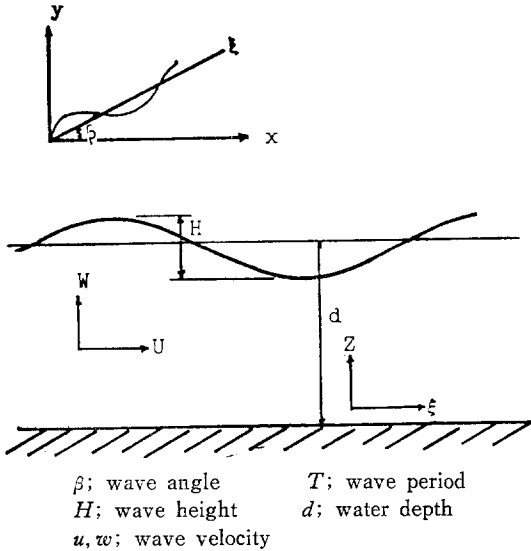


Fig. 1 Wave profile and coordinate system

β; wave angle                      T; wave period  
 H; wave height                    d; water depth  
 u, w; wave velocity

여기서, c : phase speed of the wave (=L/T)  
 k : wave number (=2π/L)  
 A<sub>0</sub> : half amplitude (=H/2)  
 T : wave period  
 θ = kξ - wt

이 速度 potential로부터 wave profile η, 각 방향의 速度 및 加速度 成分이 다음과 같이 導出된다.

$$\eta = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^N b_n (kA_0)^n \cos n\theta$$

$$u = c \sum_{n=1}^N n a_n (kA_0)^n \frac{\cosh nkz}{\sinh nk d} \cos n\theta$$

$$w = c \sum_{n=1}^N n a_n (kA_0)^n \frac{\sinh nkz}{\sinh nk d} \sin n\theta$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_w \sum_{n=1}^N n^2 a_n (kA_0)^n \frac{\cosh nkz}{\sinh nk d} \sin n\theta$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -c_w \sum_{n=1}^N n^2 a_n (kA_0)^n \frac{\cosh nkz}{\sinh nk d} \cos n\theta \quad (5)$$

여기서 N=5로 두면 Stokes 5차 重力波 理論이 된다. 이때 係數 a<sub>n</sub>, b<sub>n</sub> 및 wave number k 등은 適切한 初期 推定으로부터 iteration을 통하여 구할 수 있다. 식(5)에서 N=1로 두면 Airy의 線形波 理論으로 歸着된다. Airy線形波 理論의 dispersion relation 및 流體 粒子의 速度, 加速度 成分은 다음과 같다.

- Dispersion relation

$$K \tanh(kd) = \omega^2/g \quad (6)$$

- 速度 및 加速度 成分

$$u = \frac{gAk}{\omega} \cdot \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \cos \theta$$

$$w = \frac{gAk}{\omega} \cdot \frac{\sinh kz}{\cosh kd} \sin \theta$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = gAk \cdot \frac{\cosh kz}{\cosh kd} \sin \theta$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -gAk \cdot \frac{\sinh kz}{\cosh kd} \cos \theta \quad (7)$$

지금까지 살펴본 바와 같이 重力波 理論은 small parameter ε이 波高(H)와 波長(L)의 비로 定義되어 誘導되었으므로 波長에 비해 波高가 작은 波에서 比較의 잘 맞는다고 알려져 있다. 實際의 海洋波는 波頂(crest)은 比較의 가파르고 波底(trough)는 比較의 평평하며, 靜水面으로부터 波頂까지의 높이가 波底로부터 靜水面까지의 높이보다 큰 非對稱의 profile을 보이고 있다. 이러한 과정은 高次 重力波 理論으로 좀더 가깝게 나타낼 수 있으므로 自由表面 近處의 流體力을 구할 때에는 高次理論의 사용이 권장되고 있으나, 깊은 수층에서는 線形 理論의 결과와 별다른 差異가 없는 것으로 밝혀져 있다.

2.2.3. Morison type formula

Morison type formula는 構造 部材의 直徑 D와 波長 λ의 비(D/λ)가 작은 small volume structure인 경우에 近似的인 抗力을 推定할 수 있는 가장 普遍的인 方法으로 看做되고 있다.

먼저 파도와 潮流에 의한 流體 粒子의 速度 분포를 다음과 같이 표시한다.

$$\vec{V}(\vec{x}, t) = \vec{V}_c(\vec{x}) + \vec{V}_w(\vec{x}, t) \quad (8)$$

여기서,  $\vec{V}_c$  : 潮流에 의한 流體 粒子의 速度  
 $\vec{V}_w$  : 파도에 의한 流體 粒子의 速度

Fig. 2와 같이 공간상에 고정된 構造物에 流體 粒子가  $\vec{V}$ 의 速度로 入射해 오면 構造物에 작용하는 流體力은 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

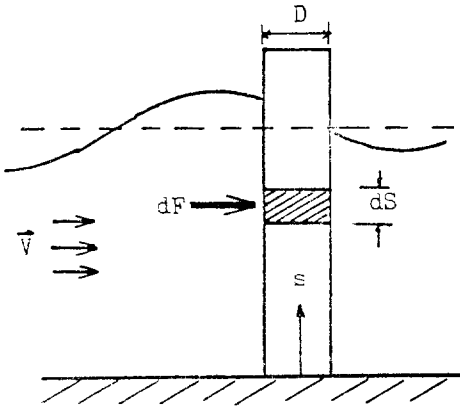
$$d\vec{F} = \frac{1}{2} \rho_w C_D D |\vec{V}| ds + (C_m^* + 1) \rho_w A \vec{V} ds \quad (9)$$

여기서,  $\vec{V}$  : Velocity vector of fluid particle  
 $\rho_w$  : density of water  
 D : Diameter of pile  
 A : Projection area of pile  
 C<sub>D</sub> : Drag coefficient  
 C<sub>m</sub><sup>\*</sup> : Mass coefficient

따라서,

$$\text{Total force } \vec{F} = \int_0^{\eta} d\vec{F} \quad (10)$$

만약 構造物 자체가 운동하고 있는 境遇에는 構造物과 流體 粒子의 相對速度를 考慮해야 하므로 작용 流體力은 식(11)로 표시할 수 있다.



$V$  : velocity vector of fluid particle  
 $\rho_w$  : density of water       $D$  : pile diameter  
 $A$  : projected Area       $C_D$  : drag coefficient  
 $C_t$  : inertia coefficient

Fig. 2 Drag force due to the motion of fluid particle

$$dF = \frac{1}{2} \rho_w C_D (\vec{V} - \dot{U}) |\vec{V} - \dot{U}| dS + (1 + C_m^*) \rho_w A \dot{V} dS - C_m^* \rho_w A \ddot{U} dS \quad (11)$$

여기서,  $U, \dot{U}, \ddot{U}$  : 構造 部材의 變位, 速度, 加速度 Vector. 그리고  $C_m = C_m^* + 1$ 로 정의하여 사용할 수 있다.

식(9), (11)과 같은 Morison type formula는 波가 構造物에 反射되는 영향 즉 diffraction의 효과를 考慮할 수 없다는 弱點이 있다. 다시 말하면 이 식은 部材의 치수가 波長에 비해 매우 작기 때문에 波는 構造物의 영향으로 인하여 攪亂되지 않으며, 또한 隣接 部材 간의 상호영향을 無視할 수 있다는 基本假定하에서 성립한다. Concrete platform같은 대형 構造物에서는 이 식의 有效性에 대한 疑問이 提起되고 있으나, 本 研究에서 다루고 있는 jacket형 構造物의 境遇上記假定은 큰 무리없이 받아들여 질 수 있을 것으로 생각된다.

### 3. 非線形 운동 방정식의 해석

#### 3.1. 운동 방정식

動流體力와 靜荷重을 考慮하여 構造物의 運動을 6自由度로 要素를 이용한 有限要素法으로 定式化하면 식(12)와 같은 運動方程式을 얻을 수 있다.

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R(t) \quad (12)$$

여기서,  $U, \dot{U}, \ddot{U}$  : 構造物의 變位, 速度, 加速度 vector  
 $M, C, K$  : 質量, 減衰, 剛性 행렬  
 $R(t)$  : 非線形 荷重 vector

#### 3.1.1. 質量행렬과 剛性행렬

質量행렬  $M$ 은 공기중의 質量  $\bar{M}$ 과 動流體力에서 起因하는 附加 質量  $M_a$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$M = \bar{M} + M_a \quad (13)$$

여기서  $\bar{M}$ 은 剛性행렬과 마찬가지로 有限要素法의 일반적인 順序에 따라 要素質量행렬을 全體 構造物에 대하여 調合한 후 deck部の 質量을 集中質量으로 치환하여 더해준 행렬이 된다. 附加質量  $M_a$ 도 각 요소의 局部 座標系에서, 식(11)의  $\ddot{U}$ 에 比喩하는 項으로부터 계산하여 전체 座標系로 座標變換한 다음 같은 방법으로 계산할 수 있다. 이때 要素質量 및 剛性행렬은 普遍的으로 이용되고 있는 6自由度로 要素의 質量 및 剛性행렬이다.

#### 3.1.2. 減衰행렬

이 행렬은 構造物의 structural damping을 나타내고 있다. 일반적으로 structural damping은 振動數에 관계되는 非線形的인 값이며, 또한 剛性행렬이나 質量행렬처럼 要素의 合算으로 간단하게 全體행렬을 구하기는 어렵다. 그러나 structural damping은 全體系의 概略的인 energy dissipation特性을 나타낼 수만 있으면 선형화하여 구할 수 있다.

따라서 本 研究에서는 便宜上 식(13)과 같은 Rayleigh damping을 假定하였다.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (13)$$

여기서  $\alpha, \beta$ 는 rayleigh damping coefficient로서 減衰 행렬  $C$ 가 固有 振動 modal vector  $\phi^i$ 에 대하여 orthogonal하며 modal damping  $\xi_i$ 가 固有 振動數  $w_i$ 에 비례한다는 假定하에서 식(14)로부터 결정할 수 있다.

$$\alpha + \beta w_i^2 = 2w_i \xi_i \quad (14)$$

실제  $w_i$  및  $\xi_i$  값들은 非線形的으로 나타나고 있으나 適切한 線形 推定을 통하여  $\alpha, \beta$  값을 결정할 수 있다 [8].

#### 3.1.3. 非線形 荷重

荷重 vector  $R$ 은 time dependent force와 time independent force로 分類 가능하며 식(15)로 표시될 수 있다.

$$R(t) = R_{st} + R_w(t) \quad (15)$$

여기서,  $R_{st}$  : static force

$R_w(t)$  : hydrodynamic force

이때 static force는 自重 및 浮力에 의한 힘과 風力에서 구해지는 荷重이며 動流體力  $R_w(t)$ 는 식(11)의 Morison type formula로부터 식(16)과 같이 구해진다.

$$R_w(t) = C_D (\vec{V} - \dot{U}) |\vec{V} - \dot{U}| + (1 + C_m^*) \dot{V} \quad (16)$$

식(16)에서 보는 바와 같이 外力이 未知數  $\dot{U}$ 의 값을

包含하고 있기 때문에 식(12)의 運動 方程式은 非線形 運動 方程式이 된다.

3.2. Newmark-β method

식(12)의 運動方程式을 풀어 構造物의 強制應答을 해석하는 방법은 여러가지가 있으나 本 研究에서는 時間領域 積分法 중에서도 unconditionally stable한 解를 주는 Newmark-β방법을 사용하였다. 먼저 時間  $t + \Delta t$ 에서의 運動方程式을 식(12)에 의하여 다음과 같이 표시한다.

$$M\ddot{U}_{t+\Delta t} + C\dot{U}_{t+\Delta t} + K_t U_{t+\Delta t} = R_{t+\Delta t} \quad (17)$$

그리고 時間  $t + \Delta t$ 에서의 速度와 變位를 식(18) 및 식(19)와 같이 假定한다.

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + [(1-\delta)\ddot{U}_t + \delta\ddot{U}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (18)$$

$$U_{t+\Delta t} = U_t + \dot{U}_t \Delta t + [(\frac{1}{2} - \alpha)\ddot{U}_t + \alpha\ddot{U}_{t+\Delta t}]\Delta t^2 \quad (19)$$

여기서  $\delta, \alpha$ 는 解의 精度 및 安定性의 觀點에서 결정되는 常數이다. 式(18), (19)를  $U_{t+\Delta t}$ 에 관하여 整理한 다음 式(17)에 代入하면  $U_{t+\Delta t}$ 에 관한 連立方程式으로 變換된다.

初期 條件  $U_0, \dot{U}_0, \ddot{U}_0$ 를 이용하면 各 time step에서의 解를 순서대로 구할 수 있다. 단, 이때 外力  $R_{t+\Delta t}$ 는  $\dot{U}_{t+\Delta t}$ 로 표시되는 非線形 函數이므로 各 time step마다 iteration過程이 필요하다. 즉, 처음에는  $\dot{U}_{t+\Delta t}, \ddot{U}_{t+\Delta t}$  대신에 前 time step에서 계산된  $\dot{U}_t, \ddot{U}_t$ 로써  $R_{t+\Delta t}$ 를 계산하고, 連立方程式을 풀어  $\dot{U}_{t+\Delta t}, \ddot{U}_{t+\Delta t}$ 를 구한 다음 이 값을 이용하여 다시 같은 방법으로  $R_{t+\Delta t}, \dot{U}_{t+\Delta t}, \ddot{U}_{t+\Delta t}$ 를 수립할 때까지 反復的으로 계산하는 過程을 말한다.

3.3. State vector time integration technique

時間 領域 積分法 중 mode superposition방법은 실제 구조물의 運動 應答을 몇개의 低次 振動型으로 충분히 표시할 수 있는 境遇, 다른 時間 領域 積分法보다 훨씬 效率的인 방법으로 알려져 있으나 線形方程式의 해석에만 適用할 수 있다는 制約이 있다.

本 研究에서는 非線形 運動方程式을 效果的으로 해석할 수 있는 state vector time integration technique [1]을 採擇하여 計算을 遂行하고 그 結果를 Newmark-β 방법과 比較하였다. 이 방법은 modal expansion의 原理를 이용하고 state vector와 state transition matrix를 導入하여 近似解를 구하는 방법으로서 다음과 같이 展開된다.

먼저 식(12)의 基本 運動方程式을 다음과 같이 변형시킨다.

$$M\ddot{U} + KU = R(t) - C\dot{U} = Q(t) \quad (20)$$

$Q(t) = O$ 로 두고 固有值 問題를 풀어 固有 振動數  $w$ ,

와 固有 振動 mode vector  $\phi^i$ 를 구한다. modal expansion의 原理를 이용하면 構造物의 應答은 식(21)에서 보는 바와 같이 固有 振動 mode vector의 線形合으로 표시할 수 있다.

$$U = \Phi Y \quad (21)$$

여기서,  $\Phi = [\phi^1, \phi^2, \dots, \phi^n]$

$Y$ ; generalized coordinate

식(21)을 식(20)에 代入한 후 양변에  $\Phi^T$ 를 곱하여  $M$  및  $K$ 의  $\Phi$ 에 관한 直交性(orthogonality)을 이용하면 식(22)와 같이 decoupled된 運動方程式을 얻을 수 있다.

$$\ddot{Y} + \Omega^2 Y = \Phi^T Q(t) \quad (22)$$

또는,  $y^i(t) + w_i^2 y^i(t) = f^i(t) \quad (i=1, 2, \dots, n)$

여기서,  $\Omega^2 = \begin{pmatrix} w_1^2 & & & \\ & w_2^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & w_n^2 \end{pmatrix}$

이 段階에서 다음과 같은 state vector  $X^i$ 를 導入한다.

$$X^i = [y^i, \dot{y}^i]^T \quad (23)$$

식(23)을 식(22)에 代入하여 整理하면 式(24)가 導出된다.

$$\dot{X}^i(t) = A^i X^i(t) + f^i(t) B \quad (24)$$

여기서,  $A^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -w_i^2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

식(24)는 時間  $t$ 에 대한 1차 常微分方程式 形態이므로 그 解는 다음과 같이 표시된다.

$$X^i(t) = P^i(t) X^i(0) + \int_0^t f^i(\tau) P^i(t-\tau) \cdot B d\tau \quad (25)$$

여기서,  $P^i(t) = e^{A^i t}$

식(25)는 原來의 非線形 微分方程式에서 非線形 積分方程式으로 變換된 形態이다. 이 式을 time step  $t$ 와  $t + \Delta t$ 에서의 관계式으로 나타내면 식(26)과 같이 된다.

$$X^i_{t+\Delta t} = P^i(\Delta t) [X^i(t) + \int_t^{t+\Delta t} f^i(\tau) P^i(t-\tau) B d\tau] \quad (26)$$

여기서  $\Delta t$ 가 작다는 假定 하에서 非線形 函數의 積分을 遂行하면,

$$\int_t^{t+\Delta t} f^i(\tau) P^i(t-\tau) B d\tau = f^i(t) P^i(t-\tau) B \cdot \Delta t'_{\tau=t} = f^i(t) \cdot \Delta t B \quad (27)$$

식(27)을 식(26)에 代入하면 식(29)와 같은 완전한 time step간의 관계式을 얻을 수 있다.

$$X^i(t + \Delta t) = e^{A^i \Delta t} [X^i(t) + f^i(t) \cdot \Delta t B] \quad (28)$$

여기서  $P^i(t) = e^{A^i t}$ 는 Laplace 變換 및 逆變換 過程을 통하여 식(29)와 같이 導出된다.

$$e^{A^i t} = \mathcal{L}([s \cdot I - A^i]^{-1}) = \begin{pmatrix} \cos w_i t & \frac{1}{w_i} \sin w_i t \\ -w_i \sin w_i t & \cos w_i t \end{pmatrix} \quad (29)$$

따라서 식(28)은 다음과 같이 풀어 쓸 수 있다.

$$y_{i+Δt}^j = y_i^j \cos(w_i Δt) + (\dot{y}_i^j + f_i^j Δt) \frac{1}{w_i} \sin(w_i Δt) \quad (30)$$

$$\dot{y}_{i+Δt}^j = -y_i^j w_i \sin(w_i Δt) + (\dot{y}_i^j + f_i^j Δt) \cos(w_i Δt) \quad (31)$$

식(30), (31)은 時間  $t + Δt$ 에서의 變數들이 바로 前 時間  $t$ 에서의 變數들으로써 完전하게 표시되는 explicit form이므로 初期條件만 주어지면 連立方程式을 풀 필

요없이 각 time step에서의  $y^i, \dot{y}^i$ 가 구해지며 이 값들을 식(21)에 代入하면  $U, \dot{U}$ 를 계산할 수 있다. 이때 支配 的인 低次 mode 몇 개만 選擇하여 expansion시킴으로써 계산의 效率性을 기할 수 있다.

3.4. 準 靜 的 解 析

外力이 파도의 週期性으로 인하여 動流體力으로 작용하지만 構造物의 固有 週期가 작용하는 파도의 週

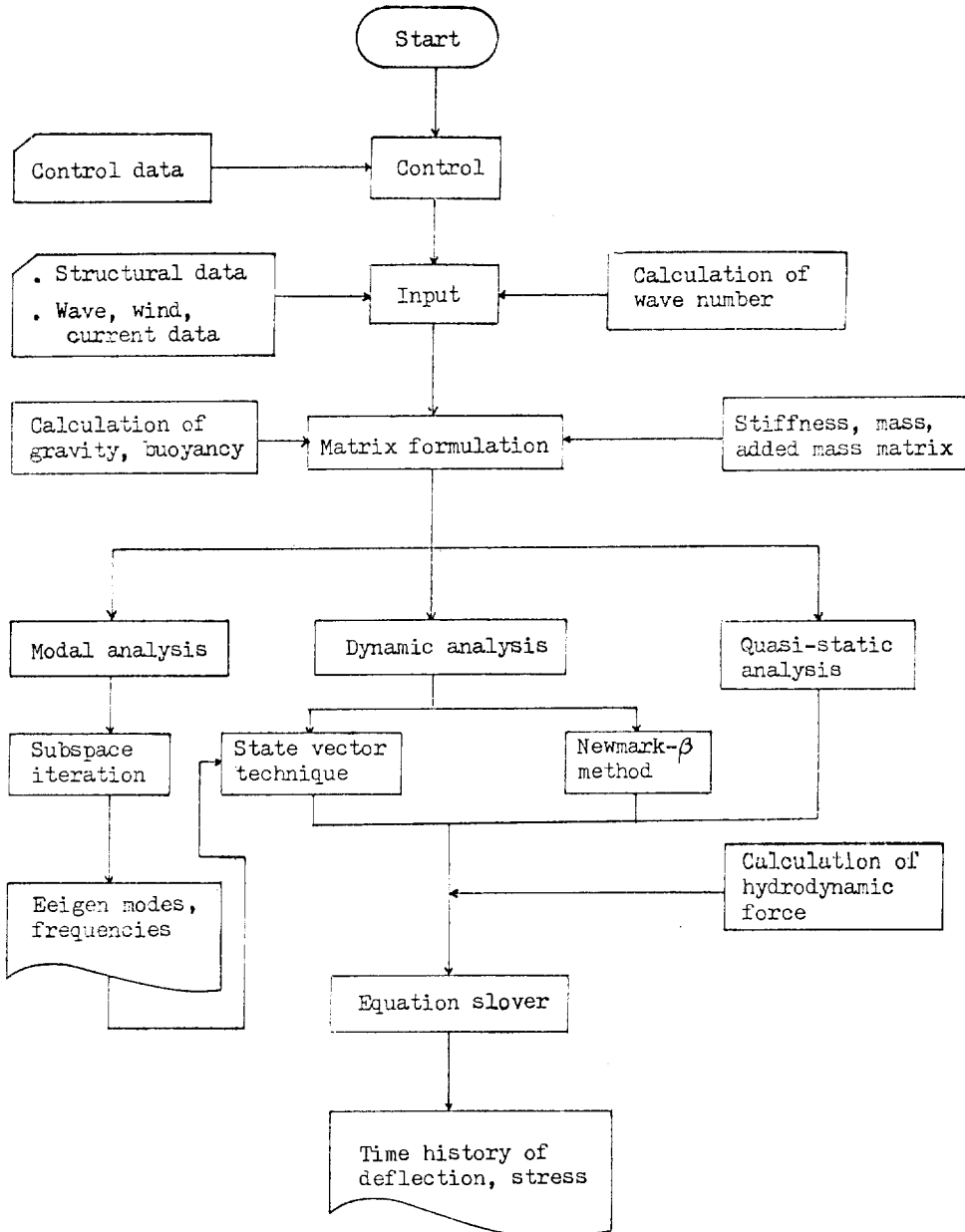


Fig. 3 Overall view of program JACKET

期에 비해 아주 짧다고 假定하면 流體 粒子和 構造物의 相對 運動에서 構造物의 速度 및 加速度 成分을 무시할 수 있으며 運動方程式중의 質量 및 減衰 효과도 무시할 수 있다. 따라서 식(12)에서 構造物의 速度 및 加速度 成分을 消去하면 다음과 같은 準 靜的(quasi-static) 平衡方程式이 導出된다.

$$KU(t) = R_{st} + R_w(\vec{V}, \vec{V}) \quad (32)$$

#### 4. 數值 計算 및 考察

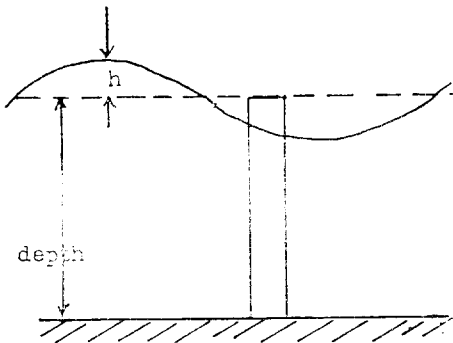
本 研究에서는 jacket형 海洋 構造物의 非線形 荷重에 대한 動的 應答를 손쉽게 計算하기 위하여 專用 構造解析 電算 program JACKET을 개발하여 例題 計算을 遂行한 다음 각 해석 방법들의 장단점을 比較·檢討하였다. program JACKET의 概略의인 構成圖는 Fig. 3과 같다.

##### 4.1. Pile 構造物

각 해석 방법들의 特性을 比較하고 program JACKET의 效率의인 이용 方案을 提示하기 위하여 먼저 Fig. 4, 5에 보인 單純 垂直 pile에 대하여 計算을 遂行하였다.

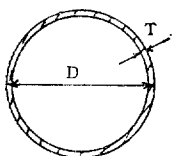
##### 4.1.1. Newmark-β法

Structural damping은 fluid damping에 比하여 무시할 수 있을만큼 작다고 假定하고 考慮하지 않았으며



number of nodes : 5  
 h : 100 cm  
 wave period : 8 sec  
 number of elements : 4  
 depth : 1,000 cm

Fig. 4 Example of simple pile structure



D : 50 cm  
 T : 3 cm  
 Young's Modulus :  $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$   
 $\nu = 0.3 \quad \rho_s = 0.0078 \text{ kg/cm}^3$

Fig. 5 Element section profile

固定端部에서의 soil 接觸部도 完全固定으로 看做하였다. 이때 流體粒子的 速度分布는 Stokes 5次 重力波理論으로써 計算하였다.

먼저 time step  $\Delta t$ 를 변화시키면서 計算을 수행한 다음 pile 自由端部 變位의 time history를 Fig. 6~Fig. 10에 보였다.  $\Delta t$ 를 작게 할수록 transient vibration 傾向을 뚜렷이 볼 수 있으며, transient vibration 成分의 주기가 점점 짧아지면서 이 pile의 1차 固有振動數(3.97 Herz)에 점점 가까워지고 있다. 이것은 시간영역 직접 成分의 數值的 誤差인 period elongation이 줄어들고 있음을 보여주기 때문에 解析 精度가 점점 향상되고 있음을 쉽게 알 수 있다. 그러나 이 transient vibration 成分은 構造物의 變位, 速度 및 加速度에 對한 初期 條件을 zero로 두고 計算을 시작하기 때문에 初期 荷重이 impact로 작용함으로써 발생된다. 이 成分은 fluid damping의 影響으로 時間이 지남에 따라 急激히 감소하지만 steady state에서의 構造 應答를 時間積分法으로 해석하는 境遇에는 steady state에 到達하는데 相當한 時間이 소요되므로 일종의 障礙 요소로서 작용하게 된다. 그러나 Newmark-β法에서는 積分常數  $\alpha, \delta$ 를 適切히 調節하여 transient vibration 成分을 最小限으로 抑制할 수 있으며 [4], [8] 이것은 Fig. 8과 Fig. 9를 대비하여 보면 쉽게 알 수 있다.

따라서  $\Delta t$ 가 커질수록 period elongation 현상이 눈에 띄기는 하나 解가 發散하지 않으면서 實際舉動을 概略적으로 표시할 수 있다는 것이 unconditionally stable한 scheme인 Newmark-β法の 장점이라고 할 수 있으며  $\Delta t$ 를 어느 程度까지는 큰 값을 사용함으로써 計算時間을 절감할 수 있다.

##### 4.1.2. State vector time integration technique

State vector time integration technique에서는  $\Delta t$ 의 크기 및 superposition에 사용되는 mode의 數가 解의 精度와 效率性에 큰 影響을 미친다. 이 방법은 conditionally stable한 解를 주며, 計算결과를 高찰해 불배 stable한 結果를 얻기 위해서는  $\Delta t$ 를  $(T_n)_{\min}$ 의 1/10 정도로 분할하는 것이 적합한 것으로 사료된다.

Fig. 11~Fig. 13에서  $\Delta t$ 를 각각  $T_1/10, T_1/5$  및  $T_1/2$ 로 하고 1차 振動型 만으로 計算한 結果를 보였다.  $\Delta t$ 가  $T_1/5$ 인 Fig. 12는  $\Delta t$ 가  $T_1/10$ 인 Fig. 11보다 曲線이 부드럽게 연결되지는 못하고 있으나 全體의인 形상은 類似하다. 그러나  $\Delta t$ 가  $T_1/2$ 인 Fig. 12는 解가 收斂되지 못하고 發散하고있는 것을 보여 주고 있다.

本稿에 掲載하지는 않았으나 4개의 固有 振動型을 모두 사용하여 計算한 結果도 Fig. 11과 거의 같다는

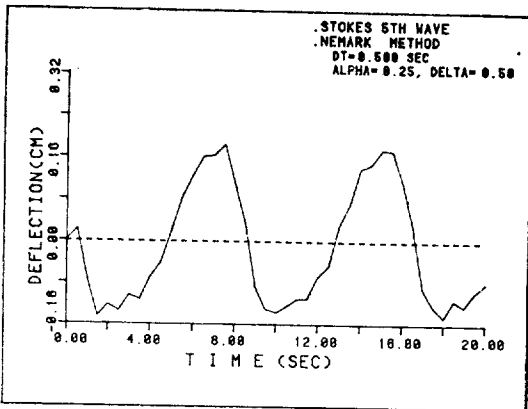


Fig. 6 Time history of displacement at pile top

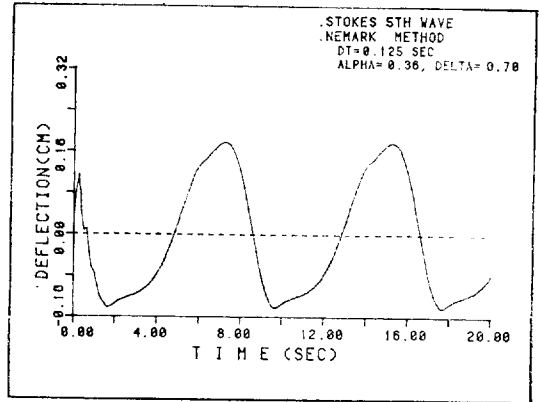


Fig. 9 Time history of displacement at pile top

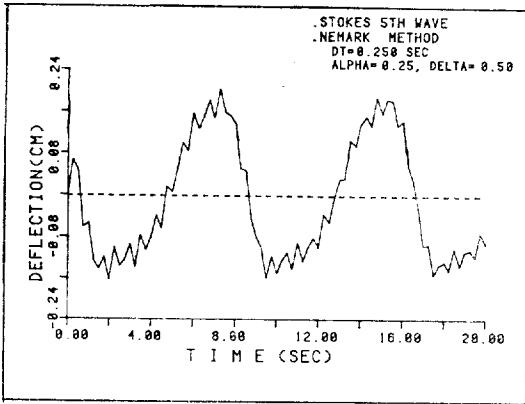


Fig. 7 Time history of displacement at pile top

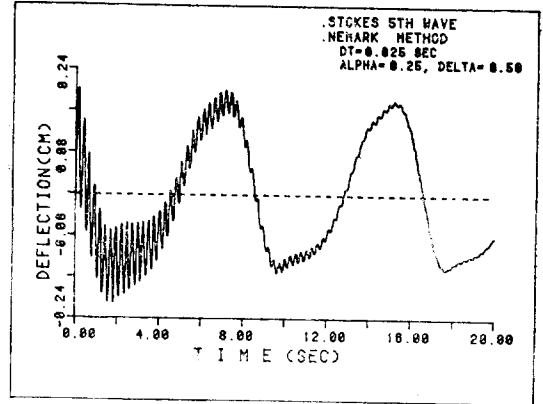


Fig. 10 Time history of displacement at pile top

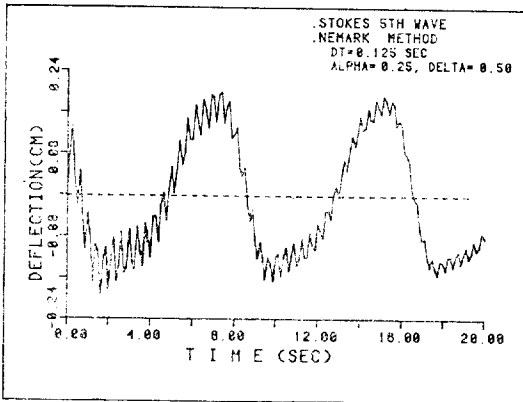


Fig. 8 Time history of displacement at pile top

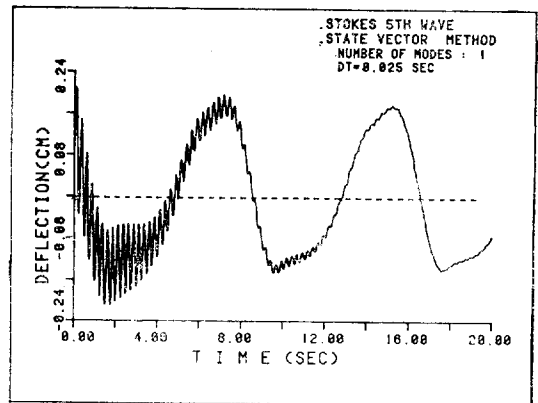


Fig. 11 Time history of displacement at pile top

것을 알 수 있었으며, 이것은 pile構造의 動的 應答이 1차 固有振動型으로 거의 完全하게 표현 가능하기 때문인 것으로 생각된다.

4.1.3. 準靜的 解析

前述한 動的 解析과 같은 條件하에서 準靜的 解析을 遂行하고 그 결과를 Fig. 14에 보였다. 動的 效果를 完全히 무시하였기 때문에 transient vibration 현상이 전혀 나타나지 않으며 또한 Fig. 9와는 매우 近似한



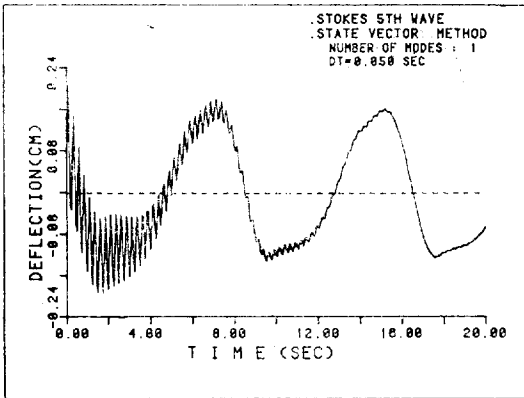


Fig. 12 Time history of displacement at pile top

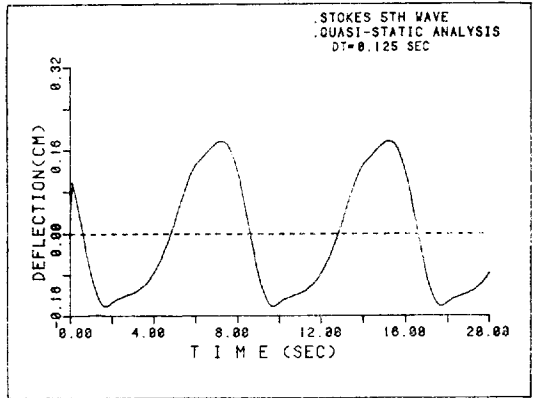


Fig. 14 Time history of displacement at pile top

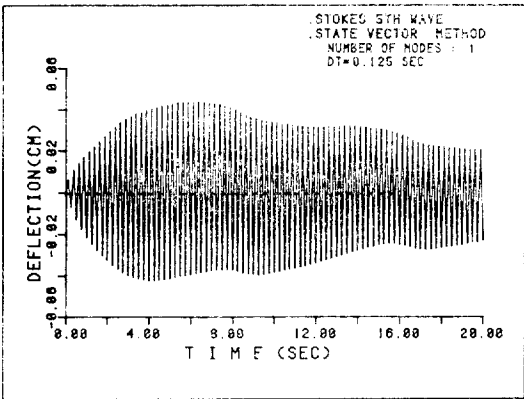


Fig. 13 Unstable solution of state vector time integration technique

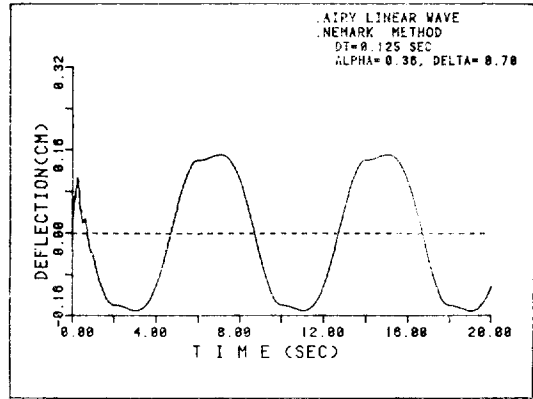


Fig. 15 Time history of displacement at pile top

결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

4.1.4. Stokes 5次 重力波 및 Airy 線形波

Airy 線形波 理論으로 계산된 결과를 Fig. 15에 보이고 같은 條件 下에서 5次 重力波 理論으로 계산된 결과인 Fig. 9와 比較하였다. 2.2.2節에서 이미 언급한 바와 같이 Airy 線形波에 의한 결과는 zero軸에 對稱的인 形狀을 보이고 있으나 Stokes 5次 重力波에 의한 결과는 波頂 部分이 波底보다 가파르며 더 높은 값을 나타내고 있음을 알 수 있다. 이때 最大値는 Stokes 5次 重力波가 Airy 線形波보다 20% 정도 큰 값을 주고 있다.

4.1.5. 解析 방법들의 比較

비슷한 精度의 解를 주는 境遇를 각 方法에서 選擇하여 計算所要時間을 比較하고 그 결과를 Table 1에 정리하였다.

State vector time integration technique는 1 time

Table 1 Comparison of computation time(PRIME 750)

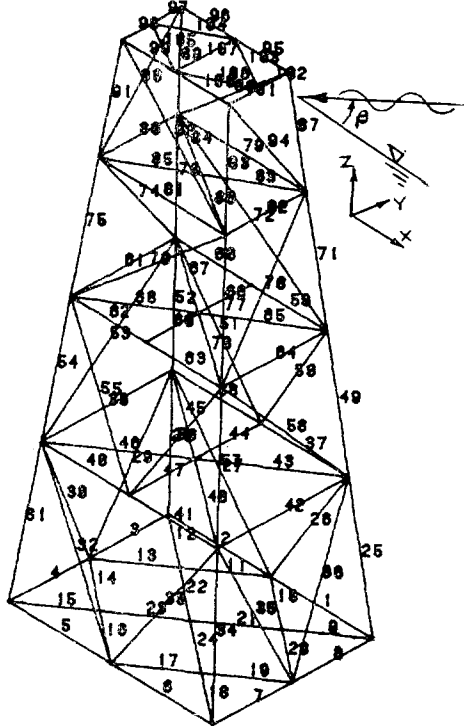
Method	$\Delta t$ (sec)	Number of time step	Fig. No.	C.P.U.	
					Newmark- $\beta$
Newmark- $\beta$	$\alpha=0.36$ $\delta=0.7$	0.125	160	Fig. 9	40sec
State Vector	0.025	800	Fig. 11	90sec	
Quasi-Static	0.125	160	Fig. 14	20sec	

step당 所要時間이 Newmark- $\beta$ 法에 비해 아주 짧다는 것을 알 수 있으나 transient vibration성분이 減衰되어 없어지고 steady state에 이르기까지는 상당한 시간이 소요된다. 反面에 Newmark- $\beta$ 法은 1 time step당 所要時間이 많이 필요하나 續分常數를 適切히 調整함으로써 transient vibration성분을 쉽게 削去할 수 있으며 比較的 큰  $\Delta t$ 를 사용하여도 解가 stable한 장점이 있다. 그리고 이 例題의 境遇에는 準靜의 解析 技法은 이용하

여도 상당히 正確한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4.2. Jacket 構造物

실제 設計 · 建造된 바 있는 Jacket 構造物의 資料를 이용하여 構造解析을 수행하고 그 결과를 考察하였다. 이 jacket 構造物의 해석 model 및 주요 입력자료는 Fig. 16와 같다.



- water depth : 62.8m
- wave height : 11.58m
- wave period : 11sec
- Current velocity : 1,524m/sec
- Structure height : 69.5m
- bottom width : 29.28m
- bottom breadth : 22.28m

Fig. 16 Structure analysis model of jacket structure

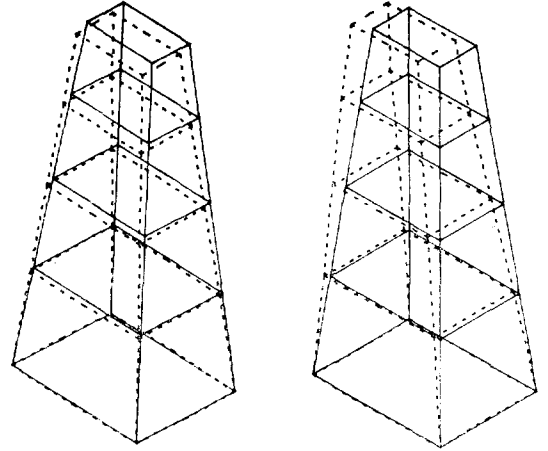
4.2.1. 固有振動 解析

계산된 固有振動數와 固有振動型을 Table 2, Fig. 17 에 보였다.

1, 2차 振動型은 각각 너비와 폭 방향의 bending

Table 2 Natural frequencies of jacket structure

order	1	2	3	4	5
freq. Rad/sec	9.0	11.2	14.5	15.0	15.4
Herz	1.43	1.79	2.31	2.40	2.44



a) 1st mode                      b) 2nd mode

Fig. 17 Natural vibration modes of jacket structure

mode를 나타내고 있다.

4.2.2. 動的 應答 計算

波의 入射角  $\beta$ 가 0°일때 deck corner部(node 33)에서 變位의 time history를 각 해석 방법에 따라 계산하고 그 결과를 Table 3 및 Fig. 18~Fig. 21에서 비교하였다.

Table 3 Comparison of each calculation scheme

Method	max. displacement	$\Delta t$ (sec)	C.P.U. (sec)	Fig. No.	
Quasi-static	7.02	0.5	274	18	
Newmark- $\beta$ method	$\alpha=0.25$ $\beta=0.5$	2.82	0.05	5,954	19
	$\alpha=0.36$ $\beta=0.7$	2.85	0.2	1,487	20
State vector T.I.T	3.22	0.056	2,433	21	

Table 3에 따르면 準靜的 解析인 境遇 다른 방법에 비해 약 2.5배 큰 값을 보이고 있다. 이것은 jacket 構造物이 4.1.3절의 pile 構造에 비해 6배 이상 길고 따라서 變位 및 速度도 10배 정도이기 때문에 단일 構造物 자체의 動的 效果 즉 速度 및 加速度의 영향을 무시한다면 실제보다 큰 動流體力이 계산된다는 것을 보여주고 있다.

Newmark- $\beta$ 法과 state vector time integration technique는 그 결과가 잘 一致하고 있으며  $\Delta t$ 의 크기가 같은 境遇에는 state vector time integration technique 쪽이 計算 時間 面에서 有利한 것으로 나타나고 있다. 그러나 實際 steady state인 境遇에는 unconditionally

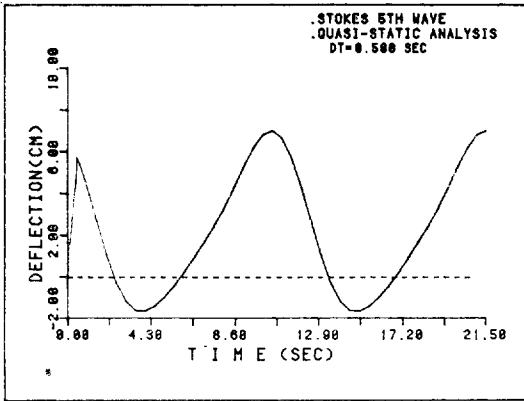


Fig. 18 Time history of X-displacement at deck

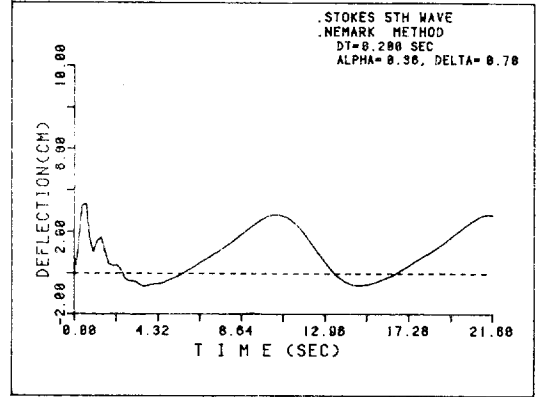


Fig. 20 Time history of X-displacement at deck

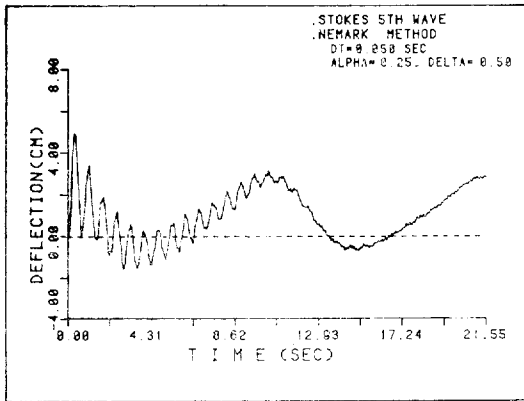


Fig. 19 Time history of X-displacement at deck

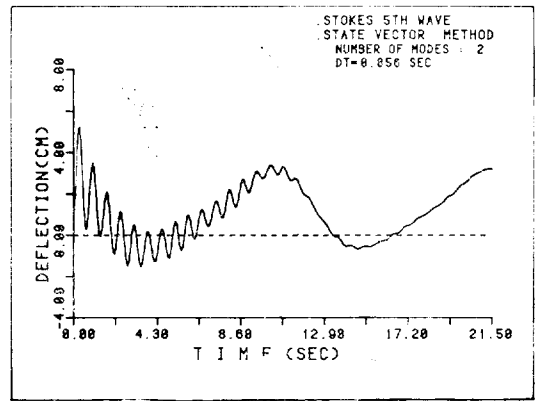


Fig. 21 Time history of X-displacement at deck

stable한 Newmark- $\beta$ 法에서, 積分係數를 調整하여 transient vibration 成分을 消去하고  $\Delta t$ 를 크게 잡는 方法이 가장 適切한 것으로 보인다.

4.2.3. 入射角 變化에 따른 應答

파도와 潮流의 入射 方向에 따른 jacket구조물의 動的 應答을 비교하였다. 入射角( $\beta$ )변화에 따른 최대변위 및 軸방향 최대응력은 Table 4에 비교하였으며 入射角  $0^\circ$ 일때 鋼 아래층 수직 부재(요소 25)에서 軸방향 應력의 time history를 Fig. 22에 보였다.

Table 4에서 보는 바와 같이  $\beta=0^\circ$ 일때 최대변위 및 최대 應력이 발생되고 있으나 파도 및 潮流의 조건이 operational condition이므로, 항복應력과는 상당한 차이가 있다. 또한 Fig. 22에 따르면 部材의 軸방향 應력은 모우멘트 성분보다는 axial force에 좌우된다는 것을 알 수 있다.

入射角 變化에 따른 固定端部의 軸方向 反력을 계산하고 그 결과를 Table 5에 정리하였다. 만일 이 反력이

Table 4 Maximum displacement and axial stress

Angle $\beta$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
displacement at deck(cm)	2.87	2.84	2.35	1.78
Axial stress at element 25 (kg/mm <sup>2</sup> )	3.8	3.0	1.8	0.7

Table 5 Reaction forces at fixed position  
+ : compression, - : tension (unit : ton)

$\beta$	Position	1	2	3	4
$0^\circ$		266	188	-4	-72
$30^\circ$		209	206	59	25
$60^\circ$		126	187	137	-70
$90^\circ$		473	145	200	-12

引張力으로 작용한다면 지지 pile의 soil bearing capacity 초과 如否를 점검해 보아야 한다. Table 5에서 보면  $\beta=0^\circ$ 일때와  $60^\circ$ 일때 節點 4에서 큰 인장력이 발생

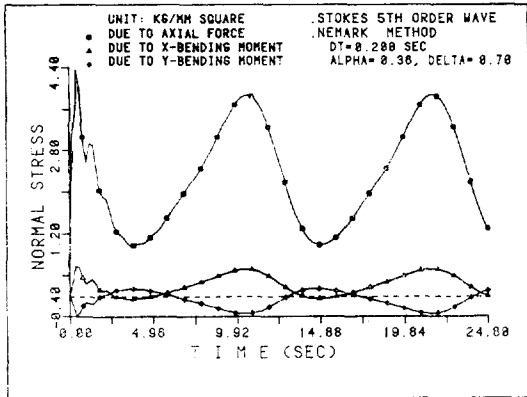


Fig. 22 Time history of axial stress at element 25

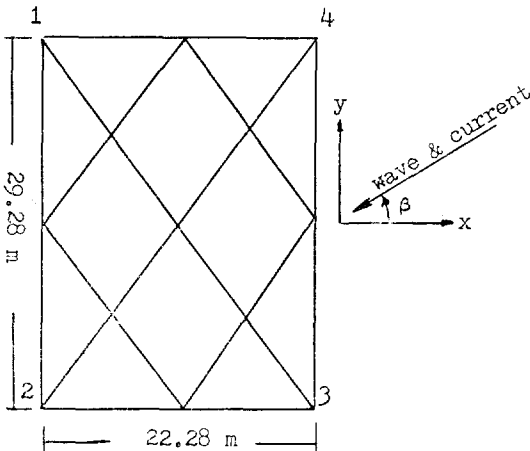


Fig. 23 Shape of bottom and fixed position

되고 있다.

### 5. 結 論

(1) Jacket형 海洋構造物의 初期設計 단계에서는 간편한 準靜的 해석으로서도 有用한 結果를 얻을 수 있으나 精밀한 구조해석을 위해서는 流體 粒子와 구조물 간의 相對速度를 고려한 動的 非線形 해석이 꼭 필요하며 이방법으로 계산된 構造應答은 準靜的 해석의 결과 보다 상당히 낮은 값을 보이고 있다.

(2) Stokes 5차 重力波 이론으로부터 계산되는 動流體力은 Airy 線形波 이론으로 계산된 결과에 비하여 큰 값을 보이고 있다. 실제 해양파의 파형도 Stokes 5차 重力波에 가깝기 때문에 파도에 의한 動流體力의 추정에는 가능한 한 Stokes 5차 重力波 理論을 사용하는 것이 바람직하다.

(3) Newmark- $\beta$ 법과 state vector time integration technique은 각기 장단점이 있다. Newmark- $\beta$ 法은 transient vibration성분을 filtering할 수 있으며  $\Delta t$ 에 대하여 解의 stability가 保障되므로  $\Delta t$ 를 適切한 水準까지 크게 함으로써 계산시간을 節減할수 있다. 반면에 state vector time integration technique은 1 time step의 계산 시간이 Newmark- $\beta$ 法에 비하여 越等하게 짧으므로 過渡 應答 解析 또는 충격에 의한 應答 解析 시에는 훨씬 유리하다.

### 後 記

本 研究는 科學技術處에서 施行한 一般出捐研究事業 結果의 一部로서 韓國機械研究所 大德船塢分所에서 遂行한 것이다. 이러한 研究를 遂行할 수 있도록 支援하여 주신 科學技術處와 研究所 당국에 심신한 謝意를 표하며, 아울러 本 研究가 있기까지 밑바침이 되어 주신 많은 관련研究員들께도 깊은 感謝의 마음을 드린다.

### 參 考 文 獻

- [1] Kim, Y.C., "Nonlinear vibration of long slender beams", Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, May 1983.
- [2] Hallam, M.G. et al., "Dynamics of marine structures", Diria Underwater Engineering Group, 1978.
- [3] Wolfram Jr., W.R., Gunderson, R.M., "Structural design of production riser and offshore production terminals 11th Annual CTC", pp.1569-1574, May 1979.
- [4] Webster, R.L., "Nonlinear static and dynamic response of underwater cable structure using the finite element method", Proceedings offshore Technology Conference, pp.753-764, 1975.
- [5] Triantafyllou, M.S., Chryssostomidis, C., "Offshore structure design", Lecture note, Dept. of Engineering, M.I.T., May 1980.
- [6] Skjelbreia, L., Hendrickson, J., "Fifth order gravity wave theory", National Engineering Science Company Pasadena, California
- [7] Newman, J.N., "Marine hydrodynamics", M.I.T. Press, 1977.

- [8] Bathe, K.J., "Finite element procedures in engineering analysis", Prentice-Hall, 1982.
- [9] 윤경방, 최항순, 김용철, "固定 海洋構造物の 解析 및 設計技術", 韓國科學技術院 産業協同公開 講座, 1984.
- [10] Dept Norske Veritas, "Rules for the construction and classification of mobile of offshore units", 1975.