

---

 論 文
 

---

大韓造船學會誌  
 第23卷 第2號 1986年 6月  
 Journal of the Society of  
 Naval Architects of Korea  
 Vol. 23, No. 2, June 1986

## 大振幅強制動搖時の 非線型流體力에 관한 研究

黃宗屹\* · 金容直\*\* · 金善泳\*\*\*

 On the Nonlinear Hydrodynamic Forces due to  
 Large Amplitude Forced Oscillations

by

J.H. Hwang\*, Y.J. Kim\*\* and S.Y. Kim\*\*\*

**Abstract**

The nonlinear hydrodynamic forces acting on a two-dimensional circular cylinder, oscillating with large amplitude in the free surface, are calculated by using the Semi-Lagrangian Time-Stepping Method used by O.M. Faltinsen. In present calculation the position and the potential value of free surface are calculated using the exact kinematic and dynamic free surface boundary condition. At each time step an integral equation is solved to obtain the value of potential and normal velocity along the boundaries, consisting of both the body surface and the free surface. Some effort was devoted to the elimination of instability arising in the range of high frequency. Numerical simulations were performed up to the 3rd or 4th period which seems to be enough for the transient effect to die out. Each harmonic component and time-mean force are obtained by the Fourier transform of forces in time domain. The results are compared with others' experimental and theoretical results.

Particularly, the calculation shows the tendency that the acceleration-phase 1st-harmonic component (added mass) increases as the motion amplitude increases and a reverse tendency in the velocity-phase 1st-harmonic component (damping coefficient). The Yamashita's experimental result also show the same tendency. In general, the present result show relatively good agreement with the Yamashita's experimental result except for the time-mean force.

## I. 서 언

선체운동의 이론적 해석에 있어 스트림이론이 주로 쓰여왔다. 이러한 스트림 이론들은 2차원 강제 동요해

를 바탕으로 하여 계산이 수행되므로 2차원 강제 동요시의 동 유체력의 정확한 계산은 매우 중요하다. 이러한 2차원 유체력의 해석에는 지금까지 주로 선형이론이 쓰여왔고, 이들은 발생파의 기울기가 작고 물체 운동진폭이 작다는 가정에 기초를 두고 있다. 따라서 물

接受日字: 1986年 2月 20日, 再接受日字: 1986年 3月 29日

\* 正會員, 서울대학교 工科大学

\*\* 正會員, 釜山水産大學

\*\*\* 正會員, 韓國機械研究所

체가 대진폭 운동을 하는 경우 선형해들이 어느 정도의 유용성을 지니며 비선형 효과는 어느 정도인가 하는 것이 그동안의 연구과제가 되어왔다.

대진폭 운동에 관한 연구는 주파수 영역에서의 섭동법과 시간영역에서의 simulation 방법에 의해 다루어져 왔는데, 전자에 의한 연구로서 Lee[1], Papanikolaou et al. [2], Kyozuka [3]는 부유체의 운동을 2차항까지 다룬 바 있다.

Chapman [4], Kim [5]은 시간영역에서 자유표면은 성분파의 조합으로 나타내고 물체표면에는 소오스를 분포 시킴으로써 자유표면 경계조건은 선형화하고 물체표면 경계조건은 각 순간에서 엄밀하게 만족시켜 대진폭 운동에 대한 비선형 해석을 한 바 있다. 또한 Yamashita[6], Higo et al. [7]은 자유표면 경계 조건은 선형화하고 수면하 물체 형상 변화에 의한 비선형 효과를 계산함에 있어 각기 물체를 얇은 주상체로 가정하거나 memory effect항에 일부선형가정을 도입하여 대진폭 운동시의 각 성분력들을 계산한 바 있다.

물체 표면 경계조건과 자유표면 경계조건을 비선형으로 다루며 물체운동을 시간영역에서 simulation하는 수치해법에 관한 연구로서 Nichols et al. [8]등의 유한 차분법에 의한 연구가 있었다. 또한 자유표면상의 입자들을 따라 가면서 정확한 자유표면 경계조건을 적용시키는 Semi-Lagrangian time-stepping method가 Longuet Higgins & Coklet [9]에 의해 파형 변화의 계산에 사용된 이후, Faltinsen[10, 11]은 특이점 분포 방법으로, Vinje et al. [12], Lin et al. [13], Greenhow et al. [14]은 Cauchy 적분방정식을 이용한 방법으로 부유체의 운동 및 sloshing 문제, 쇄기 입수 문제등을 다룬 바 있다. 이러한 연구들은 넓은 적용성을 갖고 있음에도 불구하고 계산속도, 시간 및 기억용량의 한계와 수치계산상의 어려움등으로 과도 구간에서의 한정된 해단을 주로 다루어 왔고, 중요 정상상태에서의 비선형 효과에 관한 연구는 미흡한 실정이다. Telste [15]는 최근 boundary fitted coordinate를 이용한 방법으로 U형 주상체의 상하동요를 비교적 긴 시간까지 다룬 바 있다.

본 논문에서는 자유표면상에서 상하동요하는 원형 주상체에 대해 자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건을 엄밀히 만족시키는 비선형 해를 구하여 대진폭 운동에 따른 비선형 효과를 다루고자 하였다. 수치계산 방법은 Faltinsen [10]에 의해 사용된 특이점 분포에 의한 Semi-Lagrangian time-stepping method를 따랐다. 동요진폭과 파수가 클 때 자유표면상의 첫번

째 control point의 물체 접근, 시간간격과 자유표면분할의 불충분등의 원인으로 발생하는 계산의 불안정성 문제로 동유체력 변화에 진동현상이 나타나는 등 어려움이 있었으나 정상상태에 도달하는데 필요한 3~4주기까지 계산을 수행하였다. 결과에 미치는 계산 파라미터들의 영향과 수치적 불안정성 문제등이 검토되었고, 동 유체력을 Fourier 변환하여 1차 조화 성분력과 시간 평균력 및 고차 조화 성분력들을 계산하여 이들에 미치는 동요진폭의 영향을 보여주고 있다.

본 논문의 계산에서는 앞서의 Higo et al. 및 Yamashita의 연구와는 달리 물체표면 경계조건뿐만 아니라 자유표면 경계조건까지 비선형으로 다루므로써 자유표면에서의 비선형성이 동유체력에 미치는 영향을 살펴보고자 했으며, 계산 결과를 Yamashita의 실험값 및 Urseil, Higo et al., Yamashita의 계산값과도 비교하고 있다. 계산결과로부터 선형운동 방정식의 부가질량 및 감쇠계수에 해당하는 1차 조화 성분력에 상당한 비선형 효과가 나타나는등 대진폭 운동에 의한 영향을 볼 수 있었다.

## II. 문제의 정식화 및 수치계산

### II-1. 기본가정 및 초기 경계치 문제

무한 깊이의 유체중에서 임의의 형상을 가진 2차원 물체가 초기정지상태로 부터 주어진 상하동요를 하는 문제를 다룬다. 유체는 비점성, 비압축성이고 유체 입자의 운동은 비회전성이라고 가정하며 표면 장력은 무시하기로 한다. 좌표계는 Fig. 1과 같다.

기본 가정에 의해 속도 포텐셜  $\phi(x, y, t)$ 를 도입하면 유체의 연속 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \text{ in fluid region, } t \geq 0 \quad (1)$$

각 순간의 자유표면 상에서 만족되어야 하는 동력학적 자유표면 경계조건은 다음과 같다.

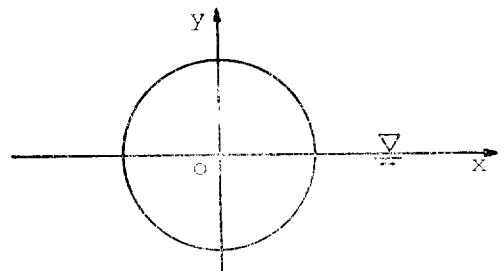


Fig. 1 Coordinate system

$$g\zeta + \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right\} = 0 \quad (2)$$

$$\text{on } y = \zeta(x, t), \quad t \geq 0$$

단,  $g$ 는 중력 가속도이며  $\zeta$ 는 자유표면의 변위이다.

운동학적 자유표면 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} - \frac{\partial\phi}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial\zeta}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\text{on } y = \zeta(x, t), \quad t \geq 0$$

각 순간의 물체 표면에서 만족되어야 하는 물체 표면 경계 조건은

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = \bar{V}(t) \cdot \bar{n} \quad \text{on the body surface, } t \geq 0 \quad (4)$$

이며, 여기에서  $\bar{n}$ 는 물체 밖으로 향한 단위 법선 벡터이고  $\bar{V}(t)$ 는 물체의 속도 벡터이다.

초기치 문제에 있어서 유한 시간동안에는 물체로부터 무한 원방떨어진 곳에서는 물체운동의 영향이 나타나지 않으므로 무한 원방경계조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \Gamma\phi = 0 \\ \phi < \infty \end{aligned} \right\} R \sim \infty \quad (R = \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (5)$$

물체의 운동이 항상 정지상태로부터 시작된다고 할 때 초기조건은 다음과 같다.

$$\phi = 0 \quad \text{on } y = 0, \quad t = 0 \quad (6)$$

### II-2. 경계 적분 방정식의 수치계산

수치계산은 Falinsen [10], Kim [17]에 의해 사용된 특이점 분포에 의한 Semi-Lagrangian time-stepping method를 이용하였고, 자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건을 엄밀히 만족시키는 비선형해를 구하였다.

Green 제 2정리로부터 경계면상에 놓인 점  $(x_1, y_1)$ 에 대해서 다음과 같은 적분방정식이 얻어진다.

$$-\pi\phi(x_1, y_1) = \int_{S_r+S} \left\{ \phi(x, y) \frac{\partial}{\partial n(x, y)} \log \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} - \log \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{\frac{\partial\phi(x, y)}{\partial n(x, y)}} \right\} ds(x, y) \quad (7)$$

여기에서,  $S_r$ 와  $S$ 는 각각 자유표면과 물체 표면에서의 적분 경계면을 나타낸다.

수치 계산을 위해서는 식 (7)의 무한길이에 대한 자유표면에서의 적분을 유한 길이에 대한 적분으로 바꿀 필요가 있다. 이를 위하여 원점으로부터 적당히 떨어진  $b$ 점을 택하여  $b$ 점 이후 즉,  $|x| > b$ 에서의 자유표면상의 포텐셜을 다음과 같이 원점에 놓인 다이폴에 의해 근사하기로 한다. [10, 17]

$$\phi(x, y) \sim \frac{A_0 y}{x^2 + y^2}, \quad |x| > b \quad (8)$$

단,  $A_0$ 는 다이폴의 세기를 나타낸다.

식 (8)을 이용하면  $|x| > b$ 에 대한 자유표면 적분항은 부록의 식(A.6)과 식(A.7)로 표현될 수 있다. 이와 같이  $b$ 점 이후의 외부영역에 의한 기여를 일부 고려함으로써 일정 계산영역에 의한 계산 가능시간을 증가시킬 수 있다.

수치 계산을 위해 물체 표면과 자유표면을 여러개의 선분으로 분할하고 식 (7)의 적분방정식을 각 선분의 중앙점에 적용시킨다. 이때 각 선분상의  $\phi$  및  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ 은 일정하다고 가정한다. 좌우 대칭인 물체의 상하동요의 경우 좌우 대칭성을 이용하면  $x > 0$ 의 영역에 대해서만  $\phi$ 와  $\frac{\partial\phi}{\partial n}$ 를 구하면 되고, 한쪽영역에서의 물체 표면과 자유표면을 각각  $NB$ 개와  $NF$ 개로 분할하여 총분할갯수를  $N$ 개로 했을 때 식(7)의 적분 방정식은 부록의  $N \times N$  대수 방정식으로 표현된다.

동 유체력의 계산과 자유표면의 위치 및 포텐셜 변화를 계산하기 위해서는 자유표면과 물체 표면에서의 유체 입자의 속도를 계산해야 한다. 식(4)와 적분 방정식의 해로부터 유체 입자의 법선속도는 구할 수 있고 경계면에서의 접선속도는 별도의 계산을 요한다. 본 논문에서는 각 선분의 중점에서의 포텐셜  $\phi$ 를 이용하여 경계면에서의 포텐셜값을 piecewise polynomial로 나타내고 이를 수치 미분함으로써 경계면에서 유체 입자의 접선 속도를 계산하였다[17].  $x$ 방향과  $y$ 방향의 속도는 법선 속도와 접선 속도를 변환하여 계산하였다.

### II-3. 계산과정 및 동유체력 계산

II-2에서 언급된 계산후 다음 단계의 계산을 위해서 새로운 시간에 대한 물체의 위치, 자유표면의 위치, 물체표면에서 유체입자의 법선속도, 자유표면에서의 포텐셜 값을 결정하여야 한다. 새로운 시간에서 물체 표면의 위치 및 물체 표면에서 유체 입자의 법선속도는 물체표면 경계 조건으로부터 쉽게 구할 수 있다. 새로운 시간에서 자유 표면의 위치 및 자유표면에서의 포텐셜 값을 구하기 위해서는 식(2)와 식(3)으로 주어지는 자유표면 경계조건을 이용한다.

$$\begin{aligned} \frac{D\phi}{Dt} &\equiv \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial t} \\ &= -g\zeta + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

또한 식 (3)으로 부터

$$\frac{D\zeta}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial y} \quad (10)$$

$$\frac{Dx_F}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \quad (11)$$

및 식에서  $x_F$ 는 자유표면상에 있는 유체입자의  $x$ 좌표를 나타낸다. 따라서 (9), (10), (11)를 시간 적분하

게 되면 새로운 시간에 있어서 자유표면의 위치 및 포텐셜 값을 구할 수 있게 된다. 본 논문에서는 시간적분 방법으로 central difference method를 사용하였다.

물체 표면에서의 압력은 다음과 같이 구해질 수 있다.

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right\} - gy$$

$$= -\frac{D\phi}{Dt} + \nabla\phi \cdot \bar{V} - \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi - gy \quad (12)$$

윗 식에서  $\bar{V}$ 는 물체의 속도 벡터를 의미한다.

식 (12)를 이용하여 물체 형상을 이루는 각 선분의 중점에서 압력을 계산하고 이 압력이 그 선분에 걸쳐 일정하다고 가정하여 이를 물체표면에 걸쳐 적분하면 유체력을 구할 수가 있다. 계산 결과의 동유체력은 식 (12)의 압력에서 유체 정력학적 압력인 마지막 항을 제외한 동압력  $p_d$ 를 적분하여 다음과 같이 계산하였다.

$$F = - \int_s P_d n_y ds \quad (13)$$

단,  $n_y$ 는 단위법선 벡터  $\bar{n}$ 의  $y$ 방향의 방향여현이다.

시간  $t_n$ 에서 식 (12)의 압력을 계산하고자 할 때 식 (12)의 둘째, 셋째, 넷째 항은 시간  $t_n$ 에서의 값을 취하면 된다. 또한 첫째항  $\frac{D\phi}{Dt}$ 는 다음 식에 의해 계산되어질 수 있다.

$$\frac{D\phi_n}{Dt} = \frac{\phi_{n+1} - \phi_{n-1}}{2\Delta t} \quad (14)$$

### III. 계산결과 및 고찰

원형주상체가 자유표면 상에서 대진폭으로 상하동요하는 경우의 동유체력 및 자유표면의 움직임이 다루어졌다. 주상체는  $t=0$ 의 정지상태로부터 동요 진폭이  $A$ 일때  $y=A \sin \omega t$ 의 모드로 상하동요하는 것으로 하였고, 무차원화된 동요파수  $K_r \left( = \frac{\omega^2}{g} r \right) = 0.25 \sim 1.44$  범위의 8개 파수에 대해 동요진폭을  $0.2r, 0.4r$ 로 하여 계산하였다. 길이 차원은 모두 주상체 반지름  $r$ 로 무차원화 되었다.

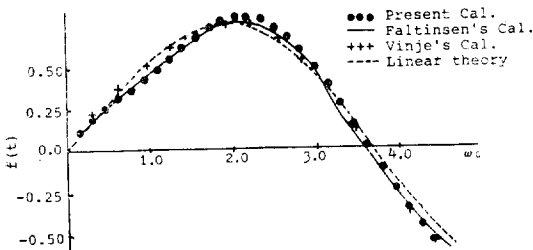


Fig. 2 Comparison of hydrodynamic force with others' results ( $A/r=0.1, K_r=1.0$ )

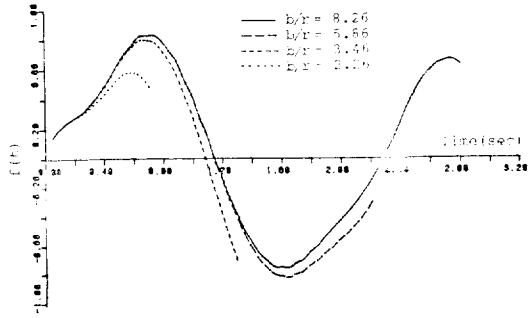


Fig. 3 Influence of matching boundary  $b$  ( $A/r=0.2, K_r=1.0$ )

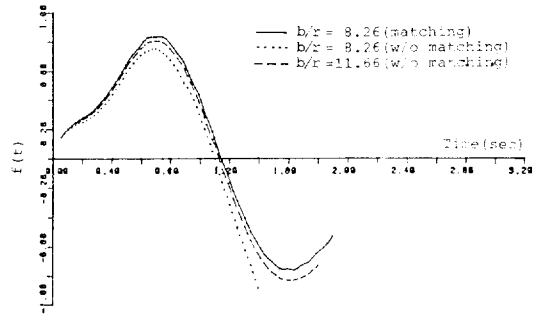


Fig. 4 Effect of matching ( $A/r=0.2, K_r=1.0$ )

Fig. 2에는  $A/r=0.1, K_r=1.0$ 인 경우의 동유체력 계산 결과가 Faltinsen [10] 및 Vinje et al. [12]의 결과와 비교되었다. 동 유체력은 다음과 같이 무차원화 되었으며,

$$f(t) = F(t) / 0.5 \rho g r^2 (A/r) \quad (15)$$

초기 상태에서 이들 결과들과 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다.

계산에 있어 matching boundary  $b$  이후의 포텐셜을 원점에 놓인 다이플에 의한 것으로 하여 외부영역에 의한 기여가 일부 고려되고 있다. 그러나 이러한 방법이 외부 영역의 해를 엄밀히 다루는 것은 아니기 때문에 발생된 파가  $b$ 점에 어느 정도 영향을 미치게 되면 계산 오차가 커지고 계산이 중단되게 된다. Fig. 3에는  $b$ 를 변화시켜 계산영역을 늘려가면서 그 영향을 살펴 본 결과를 보여주었고 있다. 주파(파수가  $\frac{\omega^2}{g}$ 인 파)가 균속도( $\frac{g}{2\omega}$ )에 의해  $b$ 에 도달한다고 할때의 소요 시간보다 훨씬 이전에 계산 결과가 유효하지 않게 되고 있음을 알 수 있다. 이는 발생파 선단에서 파 에너지의 일부가 균속도보다 빨리 전파되기 때문이다[5]. Fig. 4에는 다이플에 의한 matching을 하였을 때와 하지 않았을 때의 결과들이 비교되어 있다. matching을

함으로써 matching을 하지 않았을 때보다 작은  $b$ 를 가지기도 오랜시간동안 유효한 해를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 본 계산에서는  $b$ 를 주파의 파장  $\lambda$ 의 4~5배가 되게 함으로써 물체가 3~4주기의 동요를 하는 동안 계산 결과가 matching boundary로 인한 오차를 갖지 않도록 하였다.

주상체의 표면은 한쪽 반원을 24개의 선분으로 균등분할하였다. 따라서 각 순간에 계산에 사용되는 선분의 갯수는 물체와 수면과의 상대 위치에 따라 정지 상태의 12개를 기준으로 증감하게 된다. 자유표면의 분할은 자유표면의 형상과 포텐셜의 변화를 충분히 표시할 수 있도록 해야한다. Fig. 5에는  $b$ 를 일정하게 유지하고 자유표면 상의 선분의 길이  $\Delta x$ 를 변화시켰을 때의 결과가 비교되어 있다.  $\Delta x$ 가 0.15 즉,  $\lambda/40$  이하 일 때는 별 차이가 없는 것으로 보여진다. 이러한  $\Delta x$ 의 영향은 엄격하게는 동요진폭 및 동요파수에 따라 어느정도 차이는 있겠으나, 본 계산에서는  $\Delta x$ 를 모두 동요 파수에 따른 주파의 파장  $\lambda$ 의 1/40 정도로 하였다. 단, 물체에서 멀리 떨어진 끝 부분의 10~15개의 선분들의 길이는  $\lambda/20 \sim \lambda/30$  정도로 크게 하였다. 이는 물체로부터 멀리 떨어진 곳에서는 본 계산을 수행하는 시간동안 자유표면의 변위나 포텐셜의 변화가 거의 없기 때문에 이 부분에서의 선분의 길이를 늘려도 계산값에는 영향을 거의 미치지 않고 계산시간을 줄일 수 있기 때문이다. 본 계산에 사용된 자유표면의 분할 갯수는 약 140개 정도이다.

동요 파수와 동요진폭이 증가함에 따라 물체와 수면과의 상대적 운동이 커지고 따라서 원형주상체의 물체와 자유 표면이 이루는 각이  $90^\circ$ 에서 크게 벗어나게 되어 물체 근처의 자유표면에 있는 유체 입자들의 속도구배가 매우 커지게 된다(logarithmically singular [13]). 이와 같은 수면과 물체와의 교점에서의 singu-

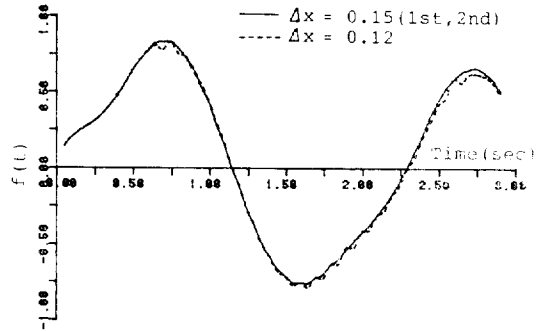


Fig. 6 Effect of nere-body free surface segment length ( $A/r=0.2, K_r=1.0$ )

larity 때문에 물체와 매우 가까운 곳에 control point가 놓이게 되면 시간 간격  $\Delta t$ 가 매우 작지 않은 경우 수치 계산이 불안정하게 되기 쉽다. 초기에 주어진 자유표면에서의 선분들은 그후 수면이 변화해 감에 따라 그 위치가 변화하게 되는데 어떤 순간에는 물체에 매우 가깝게 접근되어 계산결과에 불안정성을 초래하기도 한다. Fig. 6에서 점선은 초기에 자유표면에 있는 모든 선분의 길이를 0.12로 준 경우이며 실선은 물체로부터 첫번째와 두번째 선분이 길이만을 0.15로 크게 준 경우의 결과이다. 동 유체력의 큰 변화없이 불안정하였던 계산이 안정된 것을 볼 수 있다. 이와같이 물체 근처에서의 선분의 길이를 늘리는 것은 물체 근처의 수면 변화 및 물체와 수면과의 교점 부근에서의 압력변화를 엄밀히 취급하기에는 곤란하다고 생각되나 Fig. 6에서 보는 바와 같이 어느정도의 증가는 수직방향 전체 동유체력에는 그다지 큰 영향을 주지는 않는 것으로 생각된다.

물체와 자유표면과의 교점에서의 수면변화 및 압력을 엄밀히 다루는 연구가 Lin et. al. [13], Greenhow

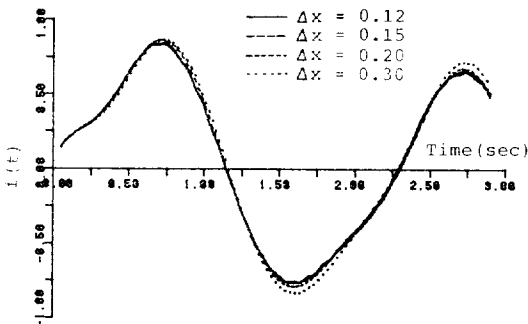


Fig. 5 Influence of free surface segment length ( $A/r=0.2, K_r=1.0$ )

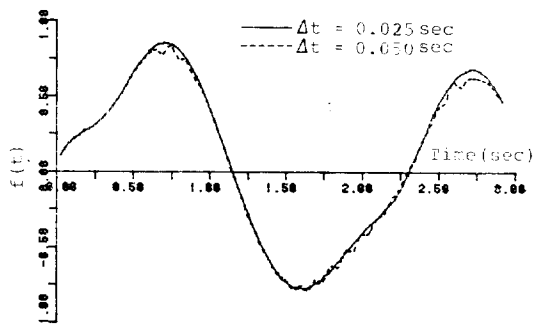


Fig. 7 Influence of time step size ( $A/r=0.2, K_r=1.0$ )

et al. [14] 등에 의해 수행된 바 있으나, 본 연구에서는 이러한 교점부근에서의 문제를 엄밀히 다루지는 않고 상하동요하는 주상체에 작용하는 전체 동유체력 변화에 주안점을 두었다.

앞서 언급한 불안정성을 계산시간 간격  $\Delta t$ 를 줄임으로써도 피할 수 있는데 Fig. 7에는 물체 근처의 선분의 길이를 늘리지 않고  $\Delta t$ 를 줄임으로써 불안정성이 제거되는 것을 보여주고 있다. 실제  $\Delta t$ 의 선택은 이러한 불안정성 외에,  $\Delta x$ 와도 관련된 오차문제와 계산시간을 함께 고려하여 선택되어야 한다. 본 계산에 있어 불안정성이 심한 일부 구간에서는  $\Delta t$ 를 줄여 계산하기도 했다. 또한 불안정성은 시간적분에 있어 multi-step method인 central difference method를 사용하는데 따른 수치적 불안정성에도 원인이 있는 것으로 생각되는데, 이러한 불안정성에 의한 오차가 증폭되지 않도록 계산수행중 몇번쯤 시간 간격을 반으로 줄인 one-step method를 사용하는 것도 불안정성을 제거하는데 도움이 되었다. 시간적분에 있어 iteration 등을 이용한 좀더 엄밀한 적분방법등이 바람직하나 이러한 방법은 계산시간의 상당한 증가를 필요로 한다. 본 계산에 있어  $\Delta t$ 는 동요 주기  $T$ 의 1/40로 하였고 동요진폭이 크고 동요 파수가 클때 나타나는 불안정성은 계산시간의 증가를 가능한 한 피하면서 앞서 언급한 방법들을 이용하여 안정된 해를 얻도록 하였다.

Fig. 8과 Fig. 9에는 동요진폭  $A/r=0.2, 0.4$ 일때의 동유체력의 시간에 따른 변화가 파수  $K_r=0.36, 1.0$ 에 대해 각각 보여지고 있다. 동요진폭과 동요파수가 증가할수록 비선형성이 커짐을 알 수 있다.

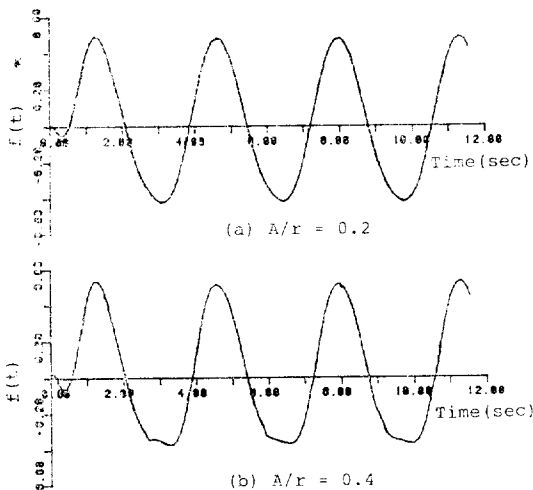


Fig. 8 Time history of hydrodynamic force ( $K_r = 0.36$ )

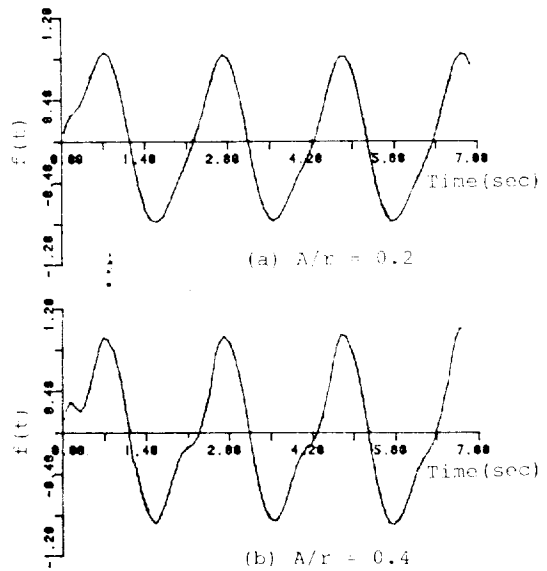


Fig. 9 Time history of hydrodynamic force ( $K_r = 1.0$ )

Fig. 10에는  $A/r=0.4, K_r=1.21$ 일때 3번째 주기 동안의 물체와 자유표면의 움직임이 보여지고 있다. 물체의 운동 진폭은  $0.4r$ 이지만 물체와 자유표면과의 교점의 수직 변위는 그보다 훨씬 큼을 볼 수 있다. (a)~(c)는 물체속도가 상방향이며 특히 (b)와 같이 수면이 최대 내려가는 구간에서 동유체력 변화에 굴절이 나타난다. (d)~(h)는 물체속도가 하방향이며, 특히 (d)에 해당하는 시간 부근에서 자유표면의 첫번째 control point가 물체표면에 가장 가깝게 접근하며 실제 물리적으로 spray가 발생할 수도 있을 것으로 생각된다. 본 논문에서는 물체 표면과 자유표면의 교점의 위치를 자유표면상의 점들을 extrapolation하여 구하고 있다.

동 유체력에 있어 대략 2주기 이후에는 과도 효과를 무시할 수 있는 것으로 생각되며, 본 논문에서는 3~4 주기 사이의 적절한 한 주기 동안의 동유체력을 Fourier 변환하여 각각의 성분력들을 구하였다. 즉 동 유체력  $F(t)$ 는 다음과 같이 나타내어 지며,

$$F(t) = F_0 + F_1 \sin(\omega t + \delta_1) + F_2 \sin(2\omega t + \delta_2) + F_3 \sin(3\omega t + \delta_3) + \dots \quad (16)$$

각각의 성분력은 다음과 같이 무차원화되었다.

$$M = |F_1 \cos \delta_1| / A\omega^2 \quad 0.5\rho\pi r^2 \quad (17. a)$$

$$N = |F_1 \sin \delta_1| / \sqrt{r/g} / A\omega \quad 0.5\rho\pi r^2 \quad (17. b)$$

$$f_0 = F_0 / 2fg r^2 \quad (A/r)^2 \quad (17. c)$$

$$f_2 = F_2 / 2fg r^2 \quad (A/r)^2 \quad (17. d)$$

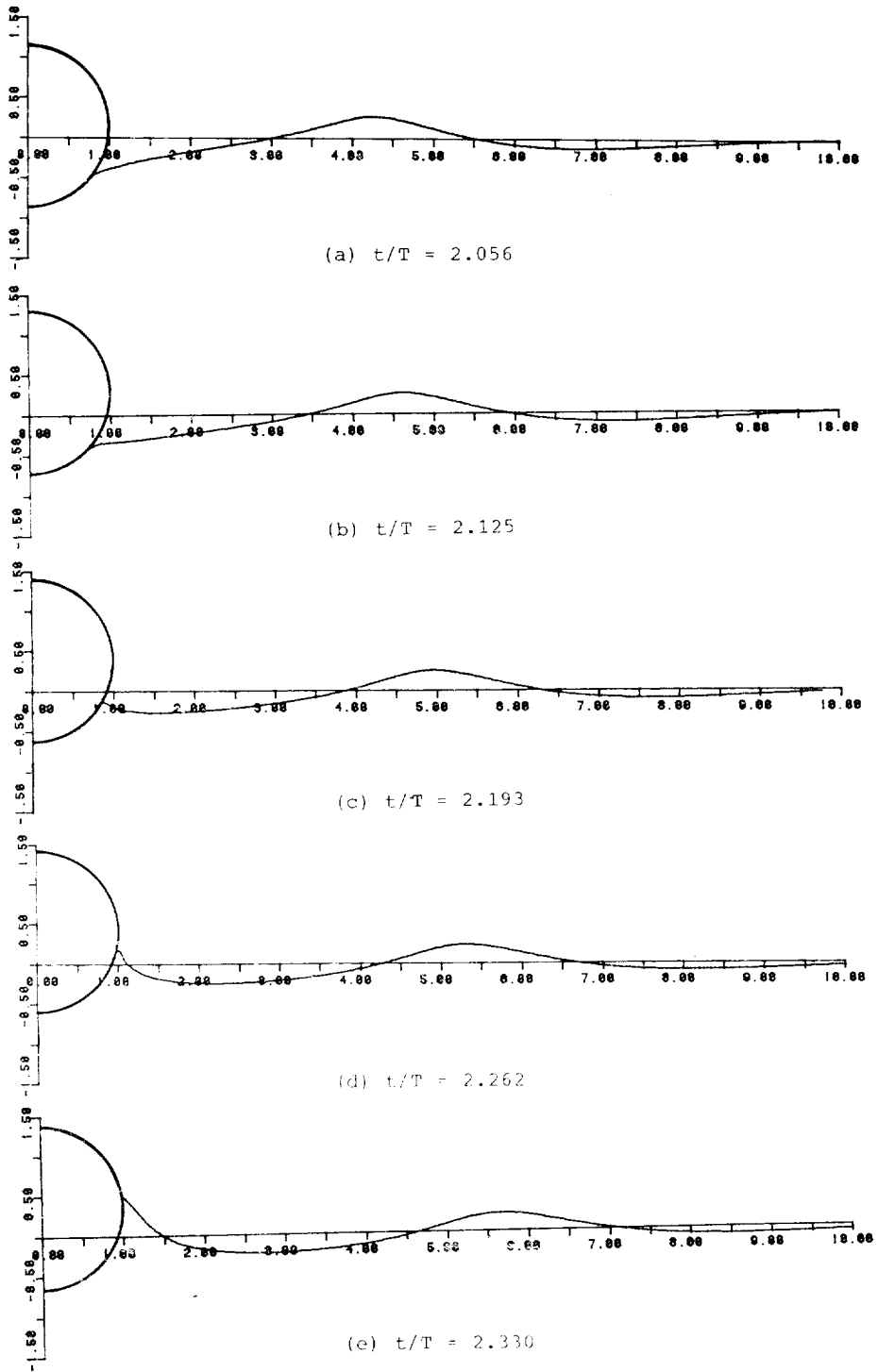


Fig. 10 Body position and wave elevation ( $A/r=0.4$ ,  $K_r=1.21$ )

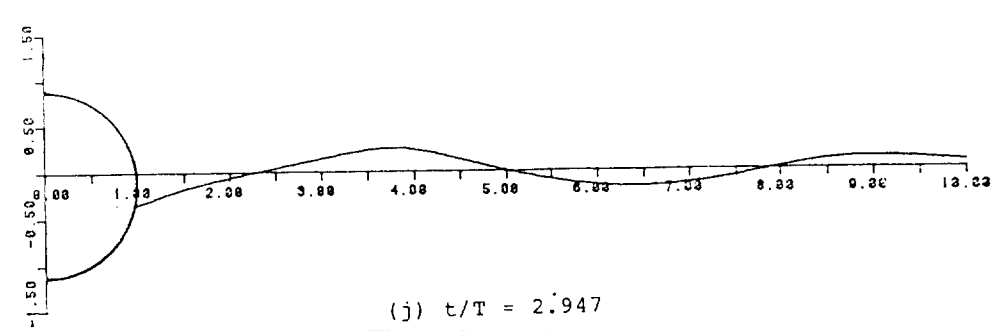
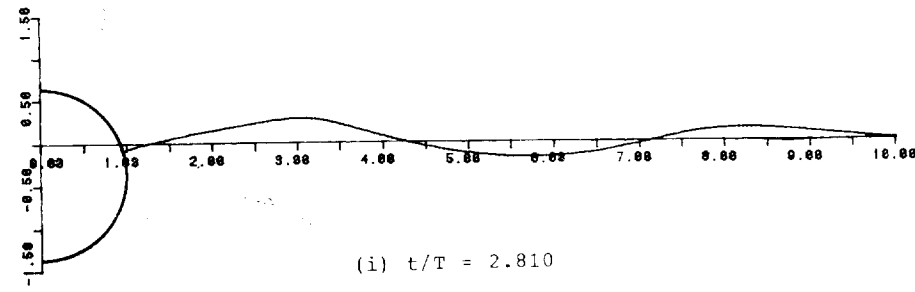
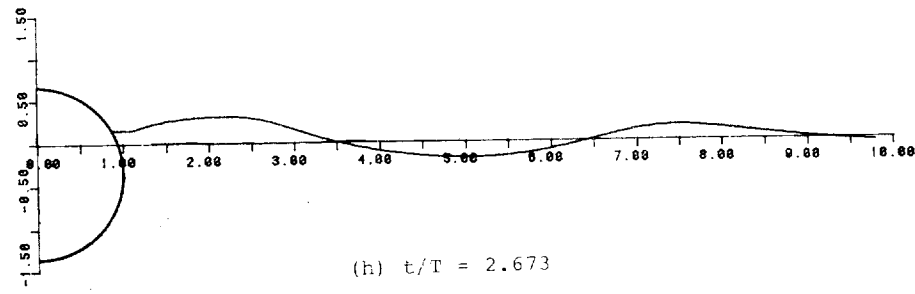
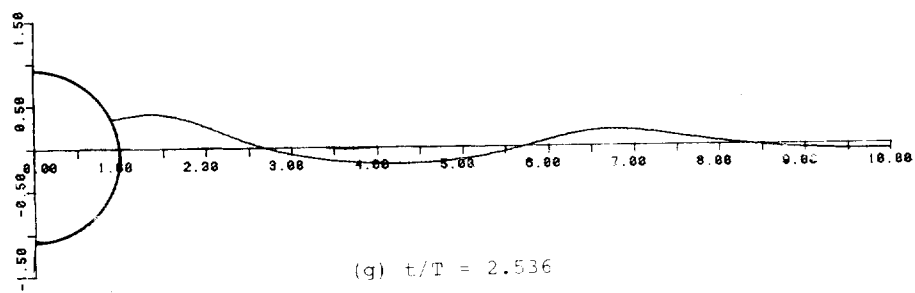
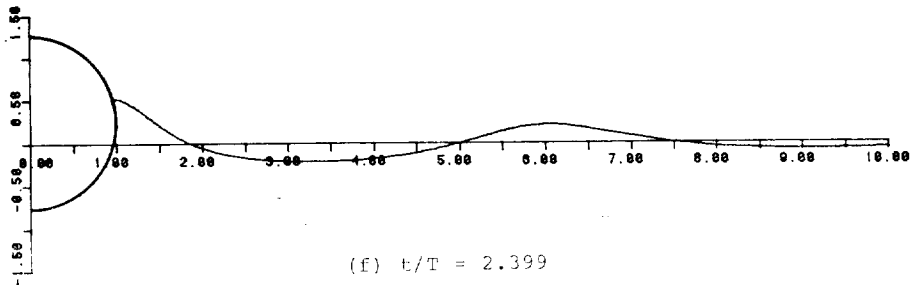


Fig. 10 Continued



$$f_3 = F_3 / 2\rho g r^2 (A/r)^3 \quad (17.e)$$

Fig. 11~Fig. 15에는 이들 각 성분력들이 Yamashita [6]의 계산 및 실험결과, Hi go et al. [7]의 계산결과와 비교되었다. Yamashita와 Higo의 계산은 모두 자유표면 경계조건은 선형화하고, 물체의 수면하 형상 변화에 의한 비선형 효과를 아래의 몇가지 가정을 통하여 계산한 것이다. Yamashita는 물체를 수직 방향의 얇은 주상체로 가정하여 상하동위에 따른 물체의 수면하 형상변화를 중심선상에 분포시킨 특이점의 세기 변화로 나타내고 이로부터 유체력을 도출하였으며, Higo는 수면하 형상 변화 효과를 고려한 시간영역에서의 유체력을 주파수 영역에서의 동 유체력 계수를 이용하여 정식화 함에 있어 memory effect항에 일부 선형가정을 사용하였다.

Fig. 11에는 가속도 위상의 1차 조화 성분력(선형 운동 방정식의 부가질량)이 보여지고 있다. 동요 진폭

이 증가함에 따라 본 논문의 계산 결과도 증가함을 볼 수 있는데 이러한 경향 및 증가량이 Yamashita의 실험 결과와도 비교적 잘 일치하고 있다. 동요진폭이 0.6r 인 경우는 실제 spray 현상의 발생등 계산에 어려움이 많아 본 연구에서는 제외하였다. Table 1에는 가속도 위상 1차 조화 성분력을 Ursell의 선형이론에 의한 값과 비교하고 있다. 계산된 파수범위에서는 진폭이 0.2r 인 경우 4~7%, 0.4r인 경우 8~16% 정도 선형 이론 값보다 증가함을 알 수 있다.

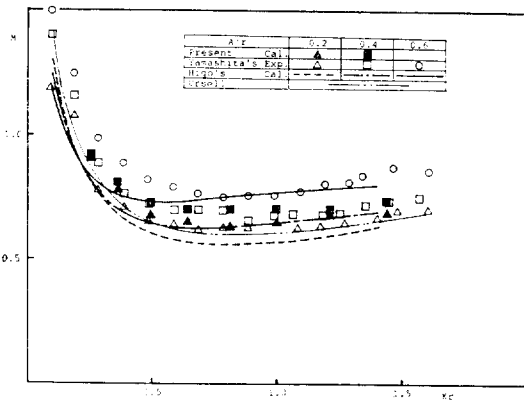
Fig. 12에는 속도 위상의 1차 조화 성분력(선형 운동 방정식의 감쇠계수)들이 보여지고 있다. Yamashita의 실험값이 대략  $K_r=0.5\sim 1.5$  범위에서 동요진폭증가에 따라 감소하는 경향을 보여 줌을 볼 수 있다. Table 2에는 이 성분력을 Ursell의 선형 이론값과 비

**Table 1** Comparison of acceleration-phase 1st-harmonic component(M) with Ursell's result (increment percentage in parenthesis)

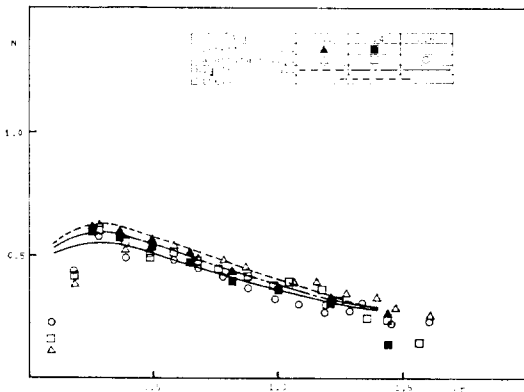
$K_r = \frac{w^2}{g} r$	0.36	0.64	1.00	1.44
Ursell	0.75	0.61	0.61	0.66
$A/r=0.2$	0.78 (4.0%)	0.65 (6.1%)	0.65 (6.6%)	0.69 (4.5%)
$A/r=0.4$	0.81 (8.0%)	0.70 (15%)	0.71 (16%)	0.74 (12%)

**Table 2** Comparison of velocity-phase 1st-harmonic component(N) with Ursell's result (decrement percentage in parenthesis)

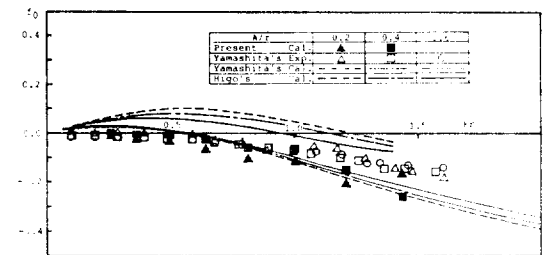
$K_r = \frac{w^2}{g} r$	0.36	0.64	1.00	1.44
Ursell	0.61	0.53	0.40	0.27
$A/r=0.2$	0.59 (-3.3%)	0.51 (-3.8%)	0.37 (-7.5%)	0.26 (-3.7%)
$A/r=0.4$	0.57 (-6.6%)	0.47 (-11%)	0.36 (-10%)	0.14 (-48%)



**Fig. 11** Acceleration-phase 1st-harmonic component of a heaving circular cylinder(added mass)



**Fig. 12** Velocity-phase 1st-harmonic component of a heaving circular cylinder (damping coefficient)



**Fig. 13** Time-mean force of a heaving circular cylinder

교하고 있다. 동요진폭이 0.2r인 경우 3~7%, 0.4r인 경우 6~11% 정도 선형이론값보다 감소함을 알 수 있다.  $K_r=1.44$ ,  $A/r=0.4$ 에서의 계산값의 급격한 감소에 대해서는 좀더 연구가 필요하다고 생각한다.

Fig. 11과 Fig. 12에는 Higo의 계산결과도 함께 보여지고 있는데, 자유표면의 비선형 효과를 고려하지 않고 있음에도 불구하고 낮은 파수범위를 제외하면 대략 앞서 언급한 것과 같은 증감 현상을 보여주고 있음은 흥미롭다. Yamashita의 1차 조화 성분력의 계산값은 얇은 주상체로의 가정때문에 오차가 매우 크므로 비교하지 않았다.

Fig. 13에는 시간 평균력이 보여지고 있는데 음의 부호는 하방으로 작용하는 힘을 뜻한다. 본 논문의 계산값은 Yamashita의 실험값보다 비교적 큰 것을 볼 수 있고, 이들 값이 동요 진폭의 자승으로 무차원화되어 있으므로 Yamashita의 실험값은 그림에서 보는 바와

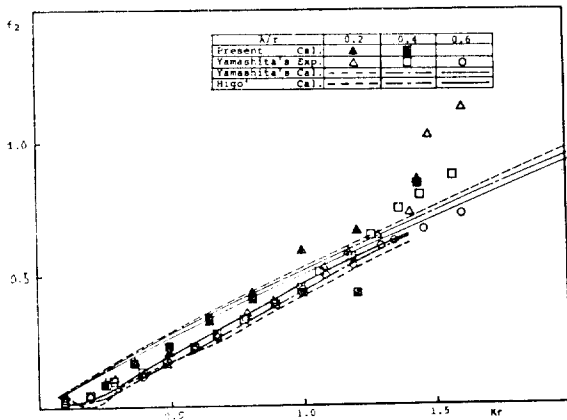


Fig. 14 2nd-harmonic amplitude of a heaving circular cylinder

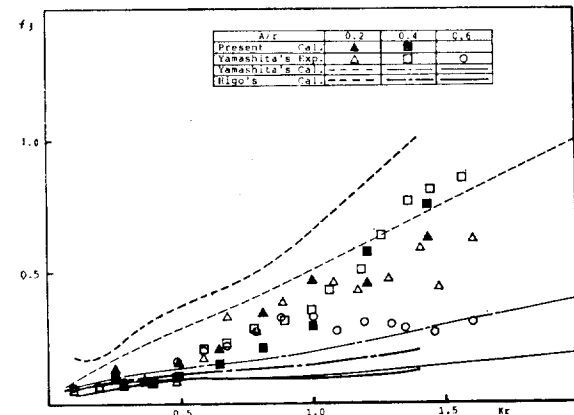


Fig. 15 3rd-harmonic amplitude of a heaving circular cylinder

같이 동요진폭에 따라 큰 차이가 없어 거의 동요진폭의 자승에 비례하는 성격을 보여준다. 본 논문의 계산값은  $K_r=1.44$ 인 경우를 제외하고는 이보다 낮은 파수에 비례하고 있음을 볼 수 있다. 본 논문의 계산값은 비교적 높은 파수 영역에서 동요진폭이 0.2r일 때 1차 조화 성분력의 4~6%, 0.4r일 때 5~10% 정도이다. Yamashita의 계산값은 본 논문의 계산값과 비슷한 크기의 값을 주는 것으로 보이거나 Higo의 계산값은 상당한 양의 상방향의 평균력을 주는 등의 차이를 보이고 있다.

Fig. 14에는 2차 조화 성분력의 진폭이 보여지고 있다. 본 논문의 계산결과는  $K_r=1.0$  이상의 파수 영역에서 불규칙한 변화를 보여주고 있는데 이는 이 영역에서 수치 계산 불안정성의 제거가 완전하지 않음에도 원인이 있는 것으로 생각된다. 어느 정도의 차이는 있으나 본 논문의 계산값과 함께 다른 계산결과들도  $K_r=1.0$ 미만의 파수영역에서는 Yamashita의 실험값과 대체로 비슷한 크기의 값을 주는 것으로 보여진다. 이 성분력은 비교적 높은 파수 영역에서 동요진폭이 0.2r일 때 1차 조화 성분력의 10~20%, 0.4r일 때 20~40% 정도의 크기이다.

Fig. 15에는 3차 조화 성분력의 진폭이 보여지고 있는데 본 논문의 계산결과는 Yamashita의 실험결과와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. Higo와 Yamashita의 계산결과는 모두 동요 진폭이 0.2일 때는 실험값보다 크고, 0.4r, 0.6r에서는 실험값보다 작은 값을 주고 있다. 이 성분력은 비교적 높은 파수영역에서 동요진폭이 0.2r일 때 1차 조화 성분력의 2~3%, 0.4r일 때 6~14% 정도이다.

Fig. 13~Fig. 15에 보여진 시간 평균력 및 2, 3차 조화 성분력은 1차 조화 성분력에 비해 비교적 그 크기가 작으므로 상대적으로 수치계산시 발생하는 오차에 비교적 많은 영향을 받는다. 따라서 동요진폭과 동요파수가 커서 수치계산의 불안정성이 문제가 되는 경우의 계산에서는 이들 고차 성분력에는 어느 정도의 오차는 있을 것으로 생각된다. 특히 동요진폭이 0.4r이고  $K_r=1.21$ , 1.44인 경우에는 실제 물리적으로 spray가 발생할 수도 있을 것으로 보여 지므로 이 경우의 엄밀한 결과를 얻기 위해서는 앞으로 본 논문의 수치 계산법을 좀 더 개선할 필요가 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 자유표면상의 원형 주상체에 대해,

대진폭 상하 동요에 따른 비선형 효과를 다루었다. 물체표면과 자유표면에서의 경계조건은 각 순간의 변화된 위치에서 엄밀히 만족되도록 하였고, 과도효과의 소멸을 위해 3~4주기까지 안정된 해가 얻어지도록 하였다. 동 유체력의 Fourier 변환에 의해 얻어진 각 성분력들을 다른 계산 결과 및 실험결과와 비교하였다.

계산 결과로부터 원형 주상체의 상하동요에 있어 대진폭 운동에 의한 비선형성은 1차 조화 성분력에 상당한 영향을 미치며, 동요진폭이 증가할수록 가속도 위상의 1차 조화성분력(선형운동 방식의 부가 질량)은 증가하고 속도 위상의 1차조화성분력(선형 운동방식의 감쇠계수)은 감소함을 알 수 있다. 이러한 경향은 Yamashita의 실험결과에서도 보여지고 있다. 본 논문의 방법은 이러한 비선형 효과를 취급하는데 있어 유용하다고 생각된다. 본 논문의 계산값은 동요진폭이 0.4r일 때 무차원 파수  $K_r=1.0$  부근에서 가속도 위상 성분력은 대략 16% 정도 선형이론에 의한 값보다 증가하고, 속도 위상 성분력은 대략 10%정도 감소하고 있다.

시간 평균력 및 2,3차 조화 성분력은 비교적 높은 파수영역에서 다소 불규칙한 변화를 보이기는 하나, 시간 평균력은 대체로 Yamashita의 실험값보다 큰 값을 준다고 할 수 있으며, 2, 3차 조화 성분력의 진폭은 본 논문의 계산값과 Yamashita의 실험값이 대략적인 크기에 있어 대체로 유사한 것으로 보여지고 있다. 동요 파수  $K_r=1.0$  이상의 영역에서 좀더 엄밀한 결과를 얻기 위해서는 본 논문의 수치 계산법을 개선할 필요가 있는 것으로 생각된다.

또한 각 성분력은 Higo et al. 및 Yamashita의 계산 결과와도 비교되었는데, 이들의 결과는 선형자유표면 경계조건을 사용하고 수면하 물체형상 변화에 의한 비선형 효과를 고려하여 계산된 것이다. 특히 Higo et al.과의 비교에 있어 가속도 위상 1차 조화 성분력 및 시간 평균력, 3차 조화 성분력에서 차이를 보이고 있다. 이들 Higo et al. 및 Yamashita의 계산이 물체표면 경계조건을 엄밀하게 만족시킨 것은 아니므로 이 차이가 본 논문에서 고려된 자유표면 경계조건의 비선형성에만 기인한다고는 생각되지 않으며, 앞으로 물체표면과 자유표면에서의 각각의 비선형성의 영향을 밝힐 수 있는 연구가 필요하다고 생각한다.

본 논문의 수치계산에 있어 상당한 양의 계산시간이 소요되었고 동요진폭과 파수가 증가함에 따라 발생하는 불안정성 때문에 충분한 시간동안 안정된 결과를 얻는데 있어 많은 어려움이 있었다. 본 논문에서는 불

안정성을 제거하는데 있어 계산시간을 그다지 증가시키지 않는 방법들만을 사용하였으나 각 순간에서 자유표면의 선분들을 적당한 길이가 유지되도록 적절히 재배열하거나 시간 적분에 있어 iteration을 이용한 좀더 엄밀한 방법을 사용하는 등, 계산방법의 지속적인 개선도 필요하다고 생각된다. 본 논문의 방법은 여러 유체 역학 문제에 폭 넓게 적용될 수 있으며, 앞으로 비선형 효과에 미치는 단면형상의 영향에 관한 연구, 실험적 연구등도 있어야겠다.

후 기

본 연구는 1985년도 문교부 학술 연구 조성비에 의해서 수행되었다. 수치계산을 수행하는데 있어서는 한국기계 연구소 대전 선박분소의 PRIME 750과 대한조선공사의 IBM 3083을 사용하였으며, 양승일, 홍도천 및 김동준 제씨에게 감사를 드리는 바이다. 끝으로 본 논문에 인용된 자신과 Yamashita의 계산 및 실험 결과를 보내주신 Hiroshima 대학의 Higo박사와 그를 추천 해주신 Nakato교수에게 감사를 드린다.

참 고 문 헌

- [1] Lee, C.M., "The Second-Order Theory of Heaving Cylinders in a Free Surface", *J. of Ship Res.*, Vol. 12, No. 4, 1968.
- [2] Papanikolaou, A. and Nowacki, H., "Second-Order Theory of Oscillating Cylinders in a Regular Steep Wave", *Proc. 13th ONR Symp.*, 1980.
- [3] Kyozuka, Y., "Experimental Study on Second-Order Forces Acting on a Cylindrical Body in Waves", *Proc. 14th ONR Symp.*, 1982.
- [4] Chapman, R.B., "Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies", *J. of Ship Res.*, Vol.23, No.1, 1979.
- [5] Kim, Y.J., "On Two Dimensional Transient Motions with Large Amplitude by Time Domain Method", *Dissertation, Seoul National University*, 1985.
- [6] Yamashita, S., "Calculations of the Hydrodynamic Forces Acting upon Thin Cylinders Oscillating Vertically with Large Amplitude", *J. of Soc. Naval Arch. of Japan*, Vol. 141, 1977.

- [7] Higo, Y., Mochioka, Y. and Nakamura, I., "A Study on the Non-Linear Hydrodynamic Forces for Two-Dimensional Floating Body Heaving with Large-Amplitude", *J. of Kansai Soc. Naval Arch.*, Japan, Vol. 194, 1984.
- [8] Nichols, B.D. and Hirt, C.W., "Nonlinear Hydrodynamic Forces on Floating Bodies", *Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn.*, 1977.
- [9] Longuet-Higgins, M.S. and Coklet, E.D., "The Deformation of Steep Surface Waves on Water, I: A numerical method of computation", *Proc. R. Soc. Lond. A*, 350, 1976.
- [10] Faltinsen, O.M., "Numerical Solution of Transient Nonlinear Free-Surface Motion Outside or Inside Moving Bodies", *Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn.*, 1977.
- [11] Faltinsen, O.M., "A numerical nonlinear method of sloshing in tanks with two-dimensional flow", *J.S.R.*, Vol.22, No.3, 1978.
- [12] Vinje, T. and Brevig, P., "Nonlinear Ship Motion", *Proc. 3rd Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn.*, 1981.
- [13] Lin, W.M., Newman, J.N. and Yue, D.K., "Nonlinear Forced Motions of Floating Bodies", *Proc. 15th ONR Symp.*, 1984.
- [14] Greenhow, M. and Lin, W.M., "Numerical Simulation of Nonlinear Free Surface Flows Generated by Wedge Entry and Wavemaker Motions", *Proc. 4th Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn.*, 1985.
- [15] Telste, J.G., "Calculation of Fluid Motion Resulting from Large-Amplitude Forced Heave Motion of a Two-Dimensional Cylinder in a Free Surface", *Proc. 4th Intl. Conf. on Num. Ship Hydrodyn.*, 1985.
- [16] Ursell, F., "On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid", *Quarterly J. of Mech. and Appl. Math.*, Vol.2, 1949.
- [17] 金善泳, "自由表面의 非線型性을 考慮한 柱狀體의 過渡運動에 關한 數值計算", 석사논문, 서울대학교, 1985.

부 록

물체 표면과 자유표면이 각기  $NB$ 개와  $NF$ 개로 분할되어 총 분할갯수가  $N$ 개 일때 식 (7)의 적분 방정식을 계산하기 위한 대수 방정식은 다음과 같다[10].

$$\begin{aligned}
 & A_{1,1}\Phi(\bar{x}_1, \bar{y}_1) + \dots + A_{1,NB}\Phi(\bar{x}_{NB}, \bar{y}_{NB}) \\
 & + A_{1,NB+1}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(\bar{x}_{NB+1}, \bar{y}_{NB+1}) + \dots \\
 & + A_{1,N}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(\bar{x}_N, \bar{y}_N) = B_1 \\
 & \vdots \\
 & A_{N,1}\Phi(\bar{x}_1, \bar{y}_1) + \dots + A_{N,NB}\Phi(\bar{x}_{NB}, \bar{y}_B) \\
 & + A_{N,NB+1}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(\bar{x}_{NB+1}, \bar{y}_{NB+1}) + \dots \\
 & + A_{N,N}\frac{\partial\Phi}{\partial n}(\bar{x}_N, \bar{y}_N) = L_N
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

위에서

$$\begin{aligned}
 A_{i,j} \begin{pmatrix} i=1, N \\ i=1, NB \end{pmatrix} &= 2\pi K \\
 & + \int_{s_i} \frac{\partial}{\partial n(x,y)} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] \\
 & \cdot ds(x,y) + \int_{s_{j-1}} \frac{\partial}{\partial n(x,y)} \\
 & [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x,y) \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{i,j} \begin{pmatrix} i=1, N \\ j=NB+1, N \end{pmatrix} &= \\
 & - \int_{s_j} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x,y) \\
 & - \int_{s_{j-1}} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x,y) \\
 & + F \tag{A.3}
 \end{aligned}$$

$$\text{단, } \begin{cases} K=1 & \text{when } i=j \\ K=0 & \text{when } i \neq j \end{cases} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
 F &= 0 \text{ when } j \neq N \\
 F &= -\bar{x}_N^2 \cdot (I(\bar{x}_i, \bar{y}_i) + J(\bar{x}_i, \bar{y}_i)) / A_0 \tag{A.5}
 \end{aligned}$$

when  $j=N$

$$\begin{aligned}
 I(\bar{x}_i, \bar{y}_i) &= A_0 \left\{ \frac{\log \sqrt{(b-\bar{x}_i)^2 + \bar{y}_i^2}}{b} \right. \\
 & - \frac{\bar{x}_i}{\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2} \log \left\{ \frac{\sqrt{(b-\bar{x}_i)^2 + \bar{y}_i^2}}{b} \right\} \\
 & \left. + \frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2} \left\{ \text{sgn}(\bar{y}_i) \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{b-\bar{x}_i}{\bar{y}_i} \right) \right\} \right\} \tag{A.6}
 \end{aligned}$$

$$J(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = I(-\bar{x}_i, \bar{y}_i) \tag{A.7}$$

또한

$$B_i = \sum_{j=1}^N \frac{\partial\Phi}{\partial n}(\bar{x}_j, \bar{y}_j) \cdot C_{i,j} + \sum_{j=NB+1}^N \Phi(\bar{x}_j, \bar{y}_j) \cdot C_{i,j}$$

$$(i=1, N) \quad (A. 8)$$

단,  $C_{i,j} \begin{pmatrix} i=1, N \\ j=1, NB \end{pmatrix}$

$$= \int_{A_i} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x, y) \quad (A. 9)$$

$$+ \int_{A_{-j}} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x, y)$$

$$C_{i,j} \begin{pmatrix} i=1, N \\ j=NB+1, N \end{pmatrix} = -2\pi K$$

$$- \int_{A_i} \frac{\partial}{\partial n(x, y)} [\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}]$$

$$\cdot ds(x, y) - \int_{A_{-j}} \frac{\partial}{\partial n(x, y)}$$

$$[\log \sqrt{(x-\bar{x}_i)^2 + (y-\bar{y}_i)^2}] ds(x, y) \quad (A. 10)$$

윗식들에서  $\int_{A_i}$  와  $\int_{A_{-j}}$  는 자기  $j$  번째 선분에 대한 적분과 그의  $y$  축에 대한 대칭 선분에서의 적분을 나타내며 모두 해석적으로 계산되어 질 수 있다.