

스위칭함수에 의한 전류형 인버터 유도전동기 시스템의 해석 및 시뮬레이션

論文

35~5~3

The Analysis and Simulation of Current Source Inverter-Induction Motor System Using Switching Function Representation

朴旻鎬* · 全泰園** · 鄭勝基***
(Min-Ho Park · Tae-Won Chun · Seung-Gi Jeong)

Abstract

This paper deals with the general mathematical model of the CSI-fed induction motor system. The inverter is represented by a switching function matrix which is combined with the dg model of an induction motor. Complete system model is given by a set of differential equations in a closed form, which inherently includes the harmonic effects of the converter and the inverter. The model is valid in evaluating both the transient and steady state responses, while the more simple analytical model can be derived from the general model, in a steady state. With the model proposed, the digital simulation is carried out on a 10KVA CSI-induction motor system and the simulation results show good agreements with experimental ones.

1. 序論

근래에 보편화되고 있는 電流形인버터(이하 CSI라 칭함)에 의한 유도전동기의 구동시스템을 다루는 데에 있어서 지금까지 많은 방법들이 제시되어 왔다.^{1) ~ 5)} 이들은 크게 보아 轉流過程의 해석에 초점을 맞추어 시스템의 設計에 적용하기 위한 것과 피이드백 制御루우프 내에서의 安定度 및 動特性에 중점을 둔 것으로 대별할 수 있는데 대부분의 경우 그에 대한 해석이 다음과 같은 매우 단순화된 가정에 기초하고 있다. 즉 콘버터와 인버터를 理想的인 電壓變換器 내지는 周波數變換器로 설정하거나 혹은 전동기를 漏洩리액턴스와 逆起電力으로 표현되는 近似모델로 가정하는 것 등을 들 수 있다. 그러나 실제의 경우에서 많은 문제가 되

고 있는 高速에서의 電流脈動, 비이팅(beating) 現狀, 低速에서의 토크脈動에 기인하는 不安定性, 이들에 대한 리액터 및 피이드백 制御器의 영향 등을 定量的으로 취급하기 위해서는 위와 같은 가정들을 배제한 일반적인 모델을 설정하는 것이 긴요한 문제가 된다.

본 연구는 이러한 점들을 감안하여 CSI에 의한 유도전동기 구동시스템의 해석을 위한 일반적인 모델을 구성하는 것을 그 목적으로 하였다. 이를 위하여 인버터의 스위칭 상태를 표현하는 스위칭 행렬을 도입, 시스템의 대부분의 요소를 포함하는 微分方程式을 유도하였다. 이를 기초로 하여 定常狀態에서의 特성산정법 및 근사적인 초기치 산정법을 제시하였고 하나의 적용예로서 전압궤환에 의한 구동시스템의 과도응답특성을 시뮬레이션하여 실험결과와 비교, 그 효용성을 입증하였다.

2. 시스템 모델의 誘導

CSI에 의한 구동시스템을 통상적으로 콘버터

*正會員: 서울大 工大 電氣工學科 教授 · 工博

**正會員: 蔚山大 工大 電氣工學科 專任講師

***正會員: 서울大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字: 1986年 1月 17日

와 직류링크, 인버터터, 그리고 전동기로 이루어져 있다. 본절에서는 이를 각각에 대한 모델을 유도하고 이들을 결합함으로써 전체시스템의 方程式을 유도하기로 한다.

2.1 인버터터

일반적으로 3상평형의 전압 및 전류는 다음과 같이 dq변수로 표현할 수 있다.

$$v_{dq} = S_{dq} v_{abc} \quad (1-a)$$

$$i_{dq} = S_{dq} i_{abc} \quad (1-b)$$

여기서 v_{abc} , i_{abc} 는 상전압과 선전류의 벡터를 나타내며 直交變換行列 S_{dq} 는 다음과 같이 정의된다.

$$S_{dq} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

이 경우 식(1)의 逆變換은

$$v_{abc} = S_{dq}^t v_{dq} \quad (3-a)$$

$$i_{abc} = S_{dq}^t i_{dq} \quad (3-b)$$

로 된다. 한편 그림1로부터 인버터터의 스위칭행렬 S_{imode} 를 다음과 같이 정의하고

$$S_{imode} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

S_{ik} 를 S_{imode} 의 k 번째 열이라고 하면 k 번째 스위칭 구간에서 인버터터의 직류측 변수와 교류측 변수간에는 다음과 같은 관계가 존재한다.

$$i_{abc}^s = S_{ik} i_{dc} \quad (5)$$

$$v_{dc} = S_{ik}^t v_{abc}^s \quad (k=1, 2, \dots, 6) \quad (6)$$

여기서 윗첨자 s 는 전동기의 고정차축 변수임을 나타낸다.

식(1-b)와 식(5), 그리고 식(3-a)와 식(6)을 결합하면 다음의 관계식이 유도된다.

$$i_{dq}^s = S_k i_{dc} \quad (7)$$

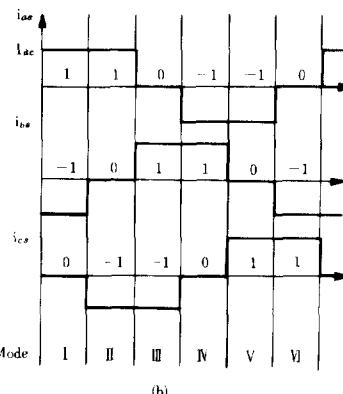
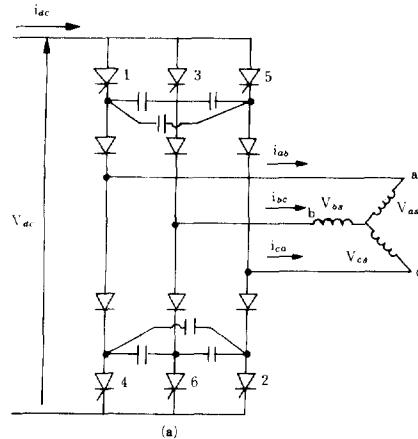
$$v_{dc} = S_k^t v_{dq} \quad (k=1, 2, \dots, 6) \quad (8)$$

여기서 S_k 는 $S_{dq} S_{ik}$ 로서 다음과 같이 정의되는 行列의 k 번째 열에 해당한다.

$$S_{imode} \triangleq S_{dq} S_{imode}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

즉 식(7), (8) 및 (9)로써 인버터터 직류측의 전압과 전류가 교류측의 dq변수로 표현될 수 있다.



스위칭구간	I	II	III	IV	V	VI
도통소자	6,1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6
v_{dc}	v_{ab}	v_{ac}	v_{bc}	v_{ba}	v_{ca}	v_{cb}

(c)

그림 1. (a) 전류형 인버터 (b) 구간별 전류와 이에 따른 스위칭함수 (c) 구간별 도통상태와 v_{dc} 의 표현

Fig 1. (a) CSI Power circuit (b) Current waveform form and corresponding switching function (c) Switching status and v_{dc} .

2.2 유도전동기

유도기의 일반적인 dq모델로서

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{qr} \\ v_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_{sp} & 0 & M_p & 0 \\ + & R_s + L_{sp} & 0 & M_p \\ M_p & -\omega_r M & R_r + L_{rp} & -\omega_r L_r \\ \omega_r M & M_p & \omega_r L_r & R_r + L_{rp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (10)$$

의 식이 널리 사용되고 있으나 CSI에 의한 구동시스템에 있어서는 회전자에 鎮交하는 자속을 狀態變數로 잡는 것이 편리하다.^{4), 5)} 즉

$$\psi_{qr} = M i_{qs} + L_r i_{qr} \quad (11-a)$$

$$\psi_{dr} = M i_{ds} + L_r i_{dr} \quad (11-b)$$

의 새로운 변수를 도입하면 식(10)의 3, 4행은

$$p\psi_{qr} = -\tau_r \psi_{qr} + \omega_r \psi_{dr} + \kappa i_{qs} \quad (12-a)$$

$$p\psi_{dr} = -\omega_r \psi_{qr} - \tau_r \psi_{dr} + \kappa i_{ds} \quad (12-b)$$

단, $\tau_r = R_r/L_r$, $\kappa = R_r M/L_r$

의 미분방정식으로 대체되고 식(10)의 1, 2행에서 dq軸上의 고정자 전압은

$$v_{qs} = (R' + L' p) i_{qs} + \rho \psi_{qr} + \delta \omega_r \psi_{dr} \quad (13-a)$$

$$v_{ds} = (R' + L' p) i_{ds} - \delta \omega_r \psi_{qr} - \rho \psi_{dr} \quad (13-b)$$

단, $R' = R_s + \delta^2 R_r$, $L' = L_s - M^2/L_r$

$$\rho = R_r M / L_r^2 = \tau_r \delta, \delta = M / L_r$$

이때 전동기의 출력토오크는 P極의 경우

$$T = \delta (P/2) (i_{qs} \psi_{dr} - i_{ds} \psi_{qr}) \quad (14)$$

로 표현된다.

2.3 전체시스템의 모델

그림2에 나타낸 CSI시스템에서 직류측의 회로방정식은

$$v_c(\alpha) = R_{dc} i_{dc} + L_{dc} p i_{dc} + v_{dc} \quad (15)$$

로 주어진다. 여기서 $v_c(\alpha)$ 는 콘버터의 점호지연각 α 에 의해 결정되는 임의의 파형을 갖는 전압을 나타낸다. 식(15)는 i_{dc} 에 대한 미분방정식이며 이 때 v_{dc} 가 i_{dc} 의 함수가 되므로 이를 소거하기 위하여 다음과 같은 과정을 거친다. 우선 식(13)을 행렬式으로 표현하면

$$v_{dq}^s = R' i_{dq}^s + L'_p i_{dq}^s + K \psi_{dq}^r \quad (16)$$

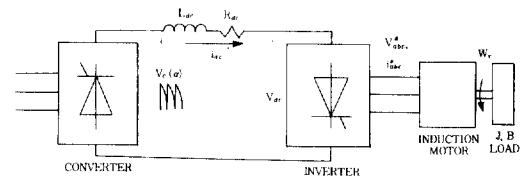


그림 2. CSI-유도전동기 시스템

Fig. 2. CSI- Induction motor system.

$$\text{단, } K = \begin{bmatrix} \rho & \delta \omega_r \\ -\delta \omega_r & -\rho \end{bmatrix}$$

여기서 식(7)을 사용, i_{dq}^s 를 소거하고 이를 식(8)에 대입하면

$$v_{dc} = S_k^t S_k (R' + L' p) i_{dc} + S_k^t K \psi_{dq}^r \quad (17)$$

과 같이 v_{dc} 를 i_{dc} 와 ψ_{dq}^r 의 함수로 표현할 수 있다. 그런데 $S_k^t S_k$ 는 구간에 상관없이 항상 2인 점에 주목하고 식(17)을 식(15)에 대입, $p i_{dc}$ 에 관해 정리하면

$$p i_{dc} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} i_{dc} - \frac{1}{L_{eq}} S_k^t K \psi_{dq}^r + \frac{1}{L_{eq}} v_c(\alpha) \quad (18)$$

$$R_{eq} = R_{dc} + 2R' \quad L_{eq} = L_{dc} + 2L'$$

와 같이 직류측 전류에 대한 미분방정식이 얻어진다

한편 機械系의 미분방정식

$$T = T_L + J p \omega_m + B \omega_m \quad (19)$$

와 식(14)로부터 $p \omega_r (\omega_r = (P/2) \omega_m)$ 에 대해 정리하고 $S_k = [s_{k1} \ s_{k2}]^t$ 로 표시하면 전체 시스템은 다음과 같은 일련의 비선형 미분방정식으로 귀착된다.

$$p \psi_{qr} = -\tau_r \psi_{qr} + \omega_r \psi_{dr} + \kappa s_{k1} i_{dc} \quad (20)$$

$$p \psi_{dr} = -\omega_r \psi_{qr} - \tau_r \psi_{dr} + \kappa s_{k2} i_{dc} \quad (21)$$

$$p i_{dc} = -(R_{eq}/L_{eq}) i_{dc} \quad (22)$$

$$+ [(\rho s_{k1} + \delta s_{k2} \omega_r) \psi_{qr} + (\rho s_{k2} - \delta s_{k1} \omega_r) \psi_{dr} + v_c(\alpha)]/L_{eq}$$

$$p \omega_r = \frac{P}{4J} \delta (s_{k1} \psi_{dr} - s_{k2} \psi_{qr}) i_{dc} - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{P}{2J} T_L \quad (23)$$

식(20)~(23)은 콘버터와 인버터, 유도전동기와 기계적 부하까지를 포함하는 일반적인 모델을 나타내며 이때 인버터의 스위칭 상태에 따라 미분방정식의 계수, 즉 s_{k1}, s_{k2} 에 관계되는 항들이 주기적으로 변화하므로 수치해석적인 방법을 통하여 그 해를 구해야 한다.

3. 定速度모델

앞 절에서 유도한 시스템의 모델은 과도상태를 포함하는 일반적인 모든 경우에 적용할 수 있으나 정상상태의 특성에 있어서는 이를 더 간단히 취급 할 수 있다. 만일 정상상태에서 전동기의 속도가 일정하다고 하면 식(23)은 의미가 없고 ω_r 이 상수 이므로 시스템은 식(20)~(22)의 선형미분방정식만으로 표현된다. 이를 행렬식으로 나타내면

$$px = A_k x + u \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (24)$$

$$x = [\psi_{qr}, \psi_{dr}, i_{dc}]^t$$

$$u = [0, 0, v_c(a)/L_{eq}]^t$$

$$A_k = \begin{bmatrix} -\tau_r & \omega_r & \kappa s_{k1} \\ -\omega_r & -\tau_r & \kappa s_{k1} \\ G_k & Q_k & -R_{eq}/L_{eq} \end{bmatrix}$$

$$G_k = (\rho s_{k1} + \delta s_{k2} \omega_r)/L_{eq}$$

$$Q_k = (\rho s_{k2} - b s_{k1} \omega_r)/L_{eq}$$

여기서 시스템행列 A_k 는 스위칭의 각 구간마다 고유하게 결정되며 어떤 주파수 f 에서 구간의 길이를 $T_i (=1/6f)$ 라 하면 임의의 구간 k 에서 식(24)의 일반해는 다음과 같이 주어진다.

$$x(t) = \exp(A_k t) x_k + \int_0^t \exp(A_k(t-\tau)) u(\tau) d\tau \quad 0 \leq t \leq T_i, \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (25)$$

식(25)로 구간내에서의 상태변수를 계산하기 위해서는 그 구간에서의 초기치 x_k 를 알아야 한다. 일반적으로는 수많은 반복계산을 통하여 x_k 를 구해야 하나 근사적인 방법을 사용하여 다음과 같이 간단한 방법으로 이를 구할 수 있다.

만일 콘버터의 출력전압이 α 에 의해 결정되는 평균치에서 일정하다고 가정하면 식(25)에서 $u(\tau)$ 가 상수가 되고 따라서 한 구간의 초기치 x_k 와 다음 구간의 초기치 x_{k+1} 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$x_{k+1} = M_k x_k + L_k u \quad (26)$$

$$\text{단 } M_k = \exp(A_k T_i), \quad L_k = A_k^{-1} (M_k - I)$$

한편, 인버터의 출력이 3상평형이라 하면 그 주기성에 의해

$$i_{abc}(t + T_i) = S_\rho i_{abc}(t) \quad (27)$$

$$\text{단 } S_\rho = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

의 관계가 있음을 쉽게 확인할 수 있다. 여기에 식

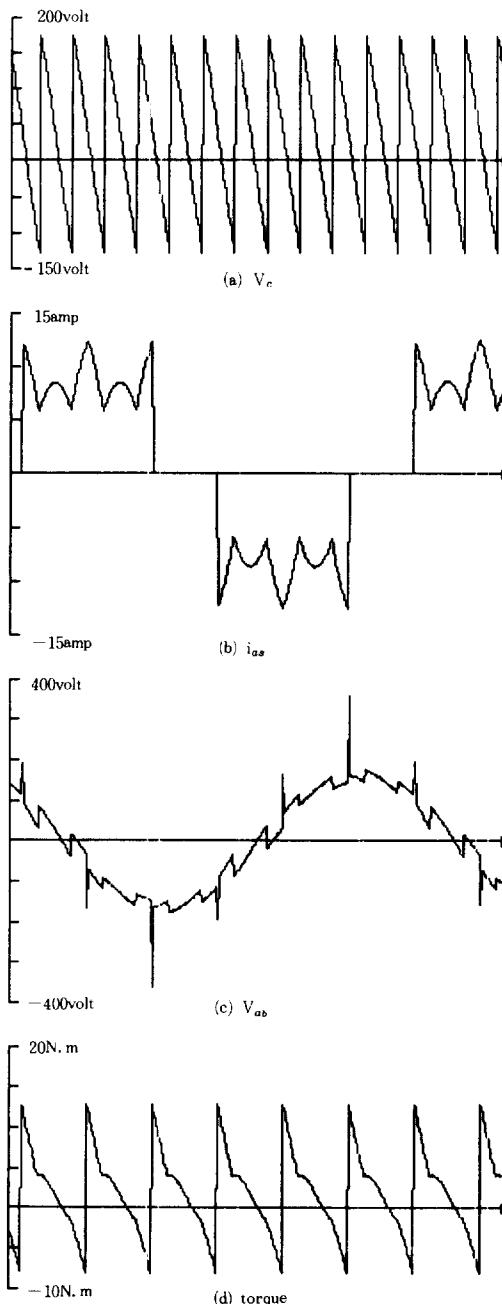


그림 3. 정상상태에서의 시뮬레이션결과 (30Hz, 896 rpm) 횡축 최대 0.4초

Fig. 3. Simulation results at steady state (30Hz, 896rpm) Horizontal axis 0.4sec·max.

(1-b)와 (3-b)를 결합하면

$$i_{dq}(t+T_i) = S_{dq}S_p S_{dq}^t i_{dq}(t) \quad (28)$$

로 되고 이러한 관계가 **磁束**에 있어서도 똑같이 성립함과 동시에 $i_{dc}(t+T_i) = i_{dc}(t)$ 이므로 식(24)에서 정의된 상태변수에 대해

$$x(t+T_i) = Sx(t) \quad (29)$$

단,

$$S = \begin{bmatrix} S_{dq}S_p S_{dq}^t & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3} & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

로 쓸 수 있다. 따라서 각 구간의 초기치 사이에는 $x_{k+1} = Sx_k$ 의 관계가 있게 되므로 이를 식(26)에 적용,

$$x_k = [S - M_k]^{-1} L_k u \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (30)$$

와 같이 주어진 속도와 콘버터의 점호각에 따라 근사적인 초기조건을 구할 수 있다. 실제의 계산에 의해 여기서 구해진 값과 반복계산에 의한 값이 약 3% 이내의 오차범위 내에 있음을 확인하였다.

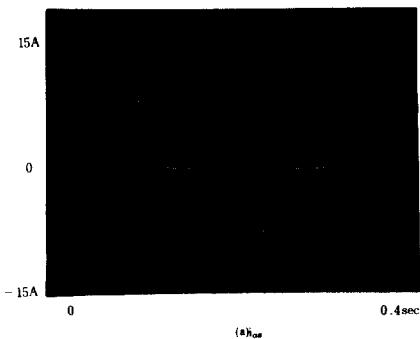
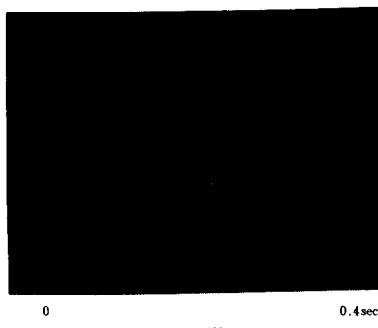
(a) I_{q0} (b) V_{q0}

그림 4. 정상상태에서의 실험결과(30Hz, 896rpm)
Fig. 4. Experimental results at steady state(30Hz, 896rpm).

식(30)에 의해 초기조건이 구해지면 식(25)를 사용, 전구간에서의 전류와 자속이 구해지고 여기에 앞절에서 유도한 식들을 적용함으로써 전압, 토오크 등을 계산할 수 있다. 그림3에 그 결과를 나타내었으며 같은 조건하에서의 실험치인 그림4와 대체로 잘 일치하고 있다.

4. 過渡狀態 시뮬레이션

2절에서 유도한 CSI 모델의 효용성을 검증하기 위하여 그림5에 도시한 유도전동기 구동시스템은 시뮬레이션하였다. 그림5는 실제의 10KVA容量의 인버터를 나타내고 있으며 出力電壓 채환방식을 채택하고 있다. 여기서의 모든 피아드백 루우프는 68701 one-chip microprocessor에 의해 구현되었으며 콘버터와 인버터의 게이팅 필스의 發生까지

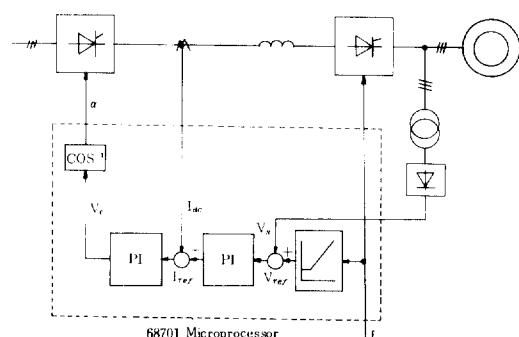


그림 5. 전압채환에 의한 전체시스템의 구성도

Fig. 5. Overall system block diagram with voltage feedback.

를 모두 마이크로프로세서내에서 디지털 방식으로 처리하도록 되어있다. 이에 대한 자세한 내용은 본고에서는 생략하기로 한다. 시뮬레이션 및 실험에 사용된 시스템의 諸常數는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_s &= 0.434\Omega, \quad R_r = 0.356\Omega, \quad L \\ L_s &= 56.33mH, \quad L_r = 55.67mH, \quad M = 54.60mH \\ R_{dc} &= 0.06\Omega, \quad L_{dc} = 31mH \\ P &= 4, \quad J = 0.12kg \cdot m^2, \quad B = 0.02kg \cdot m^2/sec \end{aligned}$$

시뮬레이션에서의 모든 연산은 HP社의 9845B 타상컴퓨터로 수행하였으며 그림6에 그 演算順序의 개요를 나타내었다. 어느 시점에서 콘버터의 점호각과 인버터의 주파수가 주어지면 이로부터 콘버터 출력전압의 순시치와 인버터의 스위칭모

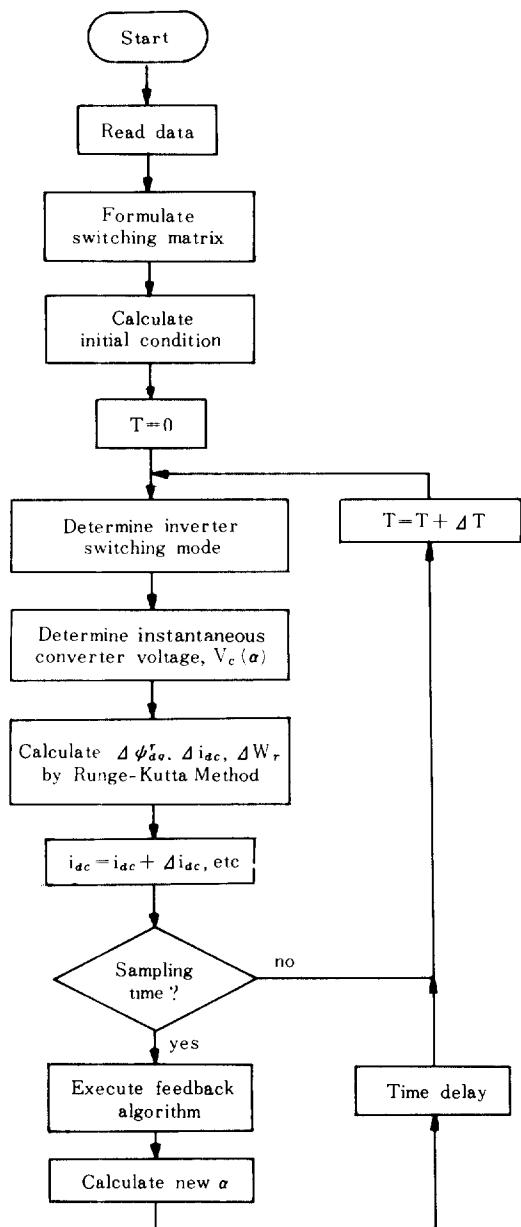


그림 6. 시뮬레이션 演算順序圖
Fig. 6. Simulation flowchart.

드가 결정되고 식(20)~(23)의 미분방정식을 Runge-Kutta法에 의해 풀게 된다.

피드백루프의 시뮬레이션에 있어서는 실제의 68701마이크로 프로세서에 의한 제어시스템이 디지털로 이루어져 있으므로 68701의 제어 알고리즘을 그

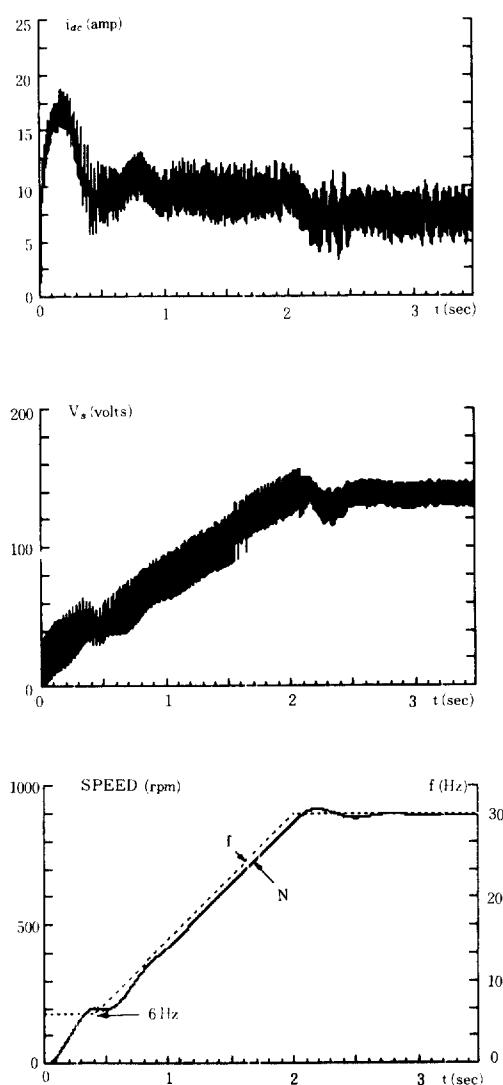


그림 7. 起動時의 시뮬레이션 결과
Fig. 7. Simulation results at starting.

대로 움켜놓았다. 여기서 샘플링주기는 5msec이며 68701에서 제어 알고리즘을 수행하는 데에 걸리는 시간, 즉 샘플링 순간에서부터 콘버터 점호각을 출력하는 데에 걸리는 시간이 약 4msec 이므로 이에 해당하는 만큼의 시간지연을 시뮬레이션에 포함시켰다. 실제로 디지털제어에 있어서의 시간지연은 시스템의 安定度에 큰 영향을 미치며 본 연구의 경우에 있어서도 시간지연이 6msec 이상이면 制御器

의 이득에 관계없이 불안정함을 시뮬레이션에서 관찰할 수 있었다.

그림7과 8에 無負荷起動時의 과도특성에 대한 실험 및 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 여기서 전압은 제한을 위해 인버터 출력전압을 전파정류한 것을 나타내며 인버터 주파수를 6Hz부터 30Hz까지 천천히 높여가는 soft starting에 대한 결과이다. 실험결과에서는 앞부분에 시뮬레이션 결과에 비해 큰 전류가 흐르는 것을 볼 수 있는데 이는 본 연구에서 고려치 않은 磁氣飽和의 영향인 것으로 생각된다.

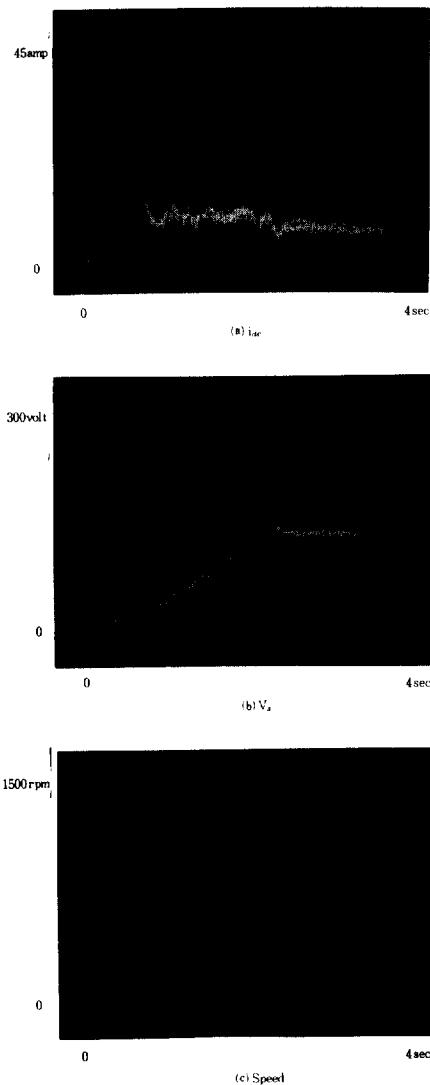


그림 8. 기동시의 실험결과

Fig. 8. Experimental results at starting.

다. 그러나 그 이후의 추이는 거의 일치하고 있다. 그림9와 10은 무부하 상태에서 1/2전부하가 걸렸을 때의 과도상태를 보여주며 여기에서도 양자가 잘 일치함을 관찰할 수 있다.

5. 結 論

본 연구에서는 CSI에 의한 유도전동기 구동시스템의 일반적인 해석을 위한 모델을 유도해 내고 이

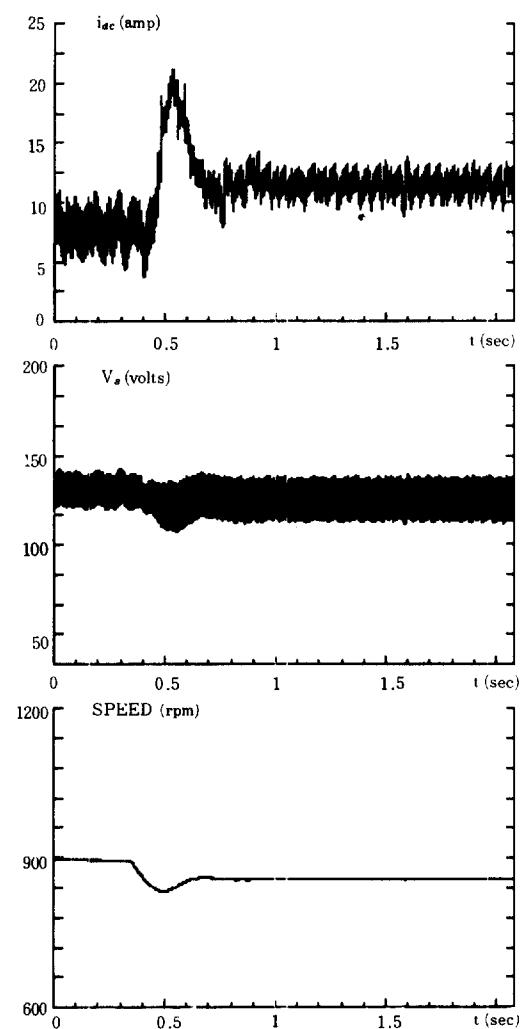


그림 9. 負荷變動時의 시뮬레이션 결과(무부하→1/2부하)

Fig. 9. Simulation results at load change.
(No load → 1/2 full load)

를 기초로 전형적인 전압제환방식의 유도전동기 구동시스템을 시뮬레이션, 그 결과를 실험치와 비교

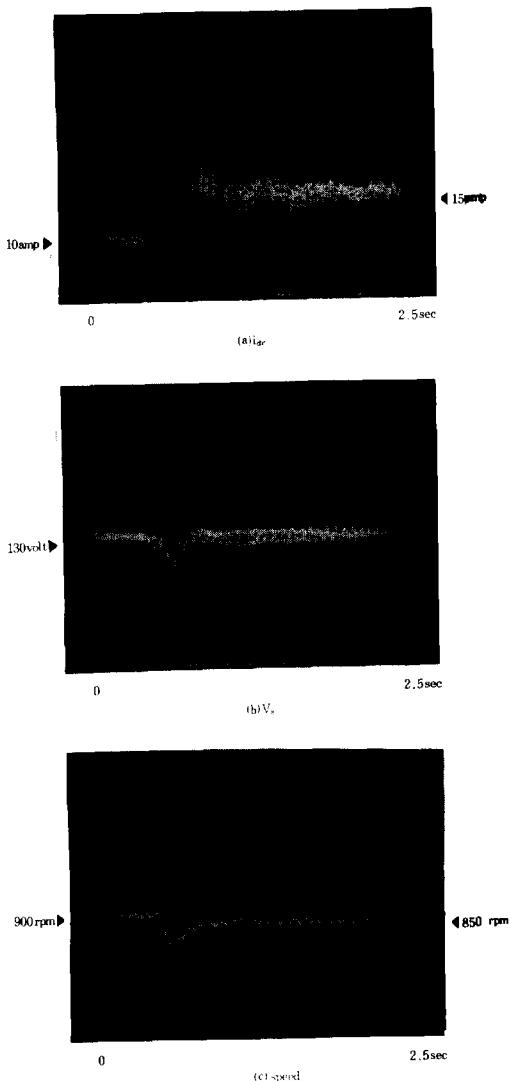


그림 10. 負荷變動時의 實驗結果 (무부하→1/2부하)

Fig. 10. Experimental results at load change.

(No load→1/2 full load)

함으로써 효용성을 입증하였다. 본 연구에서 제안한 수식적 모델을 사용하면 전압제환 이외의 다른 제어방식, 예컨대 슬립제환방식 등에 대해서도 동일한 방식으로 시뮬레이션이 가능하며 이를 확장, PWM의 경우에 대해서도 용이하게 적용할 수 있으리라 생각된다. 따라서 어떤 일반적인 피이드백 제어하에서도 CSI에 의한 유도전동기 구동시스템의 특성을 산정하는 데에 있어서 본고에서 제시한 방법이 많은 기여를 할 수 있으리라 기대되는 바이다.

참 고 문 헌

- 1) E. P. Cornell and T.A. Lipo, "Modelling and Design of Controlled Current Induction Motor Drive Systems," IEEE Trans., vol. IA-13, pp. 321~331, 1977.
- 2) S. Yuvarajan, et al., "Analysis of a Current-Controlled Inverter-Fed Induction Motor Drive Using Digital Simulation," IEEE Trans., vol. IECI-27, pp. 67~76, 1980.
- 3) M.L. McDonald and P.C. Sen, "Control Loop Study of Induction Motor Drives using dq Model," Conf. Rec. IEEE/IAS 1978 Annual Meeting, pp.897-903, 1978.
- 4) T.A. Lipo and E.P. Cornell, "State-Variable Steady-State Analysis of a Controlled Current Induction Motor Drive," IEEE Trans. vol.IA-11, pp. 704-712, 1975.
- 5) S. R. Bowes, et al., "Steady-State Performance of Current-Fed Pulse-Width-Modulated Inverter Drives," IEE Proceeding, vol. 132, Pt.B, No. 3, 1984.
- 6) 朴冕鎬, 全泰園, "마이크로프로세서에 의한 전류형 인버터—유도전동기의 PID제어시스템에 대한 해석," 대한전기학회논문지 34권7호, pp.283~288, 1985.