

論 文
35~11~4

# 시변 지연시간을 갖는 이산형 프로세스의 적응제어

## Adaptive Control for Discrete Process with Time Varying Delay

金永喆\* · 金國憲\* · 鄭讚壽\*\* · 梁興錫\*\*\*

(Young-Chol Kim · Kook-Hun Kim · Chan-Soo Chung · Heung-Suk Yang)

### Abstract

A new algorithm based on the concept of prediction error minimization is suggested to estimate the time varying delay in discrete processes. In spite of the existence of the stochastic noise, this algorithm can estimate time varying delay accurately. Computation time of this algorithm is far less than that of the previous extended parameter methods. With the use of this algorithm, generalized minimum variance control shows good control behavior in simulations.

### 1. 序 論

미지계수와 stochastic variable로 주어지는 시스템의 적응제어기로서 자기동조안정기(Self Tuning Regulators, STR)<sup>1)</sup>와 자기동조제어기(Self Tuning Controller, STC)<sup>2)</sup>理論이 제시된 이래 마이크로 컴퓨터의 발달과 더불어 제어기의 실현이 용이해졌고 여러분야에서 많은 응용이 시도되고 있다.

이러한 방식들은 global convergence를 보장하기 위해서 i) 시스템의 지연시간(d)이 기지 상수이고, ii) 모델 차수의 상한 값을 알고 있으며, iii) 최소위상(minimum phase) 시스템이라고 가정하여야 한다.<sup>3)</sup> 그런데 이러한 방식은 d-step ahead prediction 모델을 근거로 하기 때문에 지연시간의 mismatch는 제어기를 포함한 전체 시스템의 수렴을 보장할 수 없을 뿐만 아니라 안정도를 잃게하는 요인이 된다.<sup>4), 5)</sup>

생체계와 화학공정계 등 많은 프로세스에서 미지 시변지연시간 특성이 내재되어 있으며 더우기 large dead time일 수도 있다. 이 경우에는 STC를 직접

적용할 수 없으며 어떤 보상이 요구된다.

최근 시변지연시간 시스템의 adaptive dead time compensation에 대해 몇가지 방식이 제시되었다.<sup>6)-7)</sup> 그러나 이러한 방식들은 모두 모델의 입력계수를 예상되는 최대지연시간까지 확장시키도록 되어 있으므로 large dead time을 갖는 시스템의 경우 시변 특성에 대한 수렴속도가 느려지게 되어 제어기의 적응력(adaptation capability)을 악화시키게 된다.

본 논문에서는 예측오차에 근거한 새로운 시변지연시간 추정알고리즘을 제시하였다. 이 방식에서는 indirect predictor를 사용함으로써 기존 방식들과는 달리 계수의 확장이 필요없다. 입력의 persistent excitation 조건이 만족되면 시변지연시간을 빠르고 정확하게 추정할 수 있다. 큰 시변지연시간을 갖는 이산 시스템에 generalized minimum variance control방식과 함께 사용하여 좋은 결과를 얻었다.

### 2. 기존의 미지 지연시간 보상방법

지연시간을 갖는 시스템을 피드백 제어를 할 경우 폐 루우프 특성식에 지연시간이 포함되어, 전체 시스템의 안정도를 보장하는 이득여유(gain margin)와 위상여유(phase margin)가 지연시간의 증가에 따라 감소하게 된다.

지연시간은 state와 입력 모두에 존재할 수 있으

\*正 會 員 : 서울대 大學院 電氣工學科 博士課程

\*\*正 會 員 : 崇田大 工大 電氣工學科 副教授

\*\*\*正 會 員 : 서울대 工大 電氣工學科 教授 · 工博

接受日字 : 1986年 5月 2日

나 여기서는 입력에만 집중되어 있다고 생각한다.

적응제어를 위한 지연시간 보상방법으로서는 예상최대지연시간까지 입력계수를 확장시키는 implicit approach<sup>5),7)</sup>와 지연시간을 실시간 추정하여 d-step ahead predictor에 의해 보상하는 explicit approach<sup>4),6)</sup>로 구분할 수 있다. (부록 참조)

그런데 이러한 방식들은 모두 최대지연시간까지 확장된 입력계수를 매 step마다 추정하여야 하므로 large dead time을 갖는 시스템의 적응제어시 다음과 같은 문제점이 대두된다.

(1) 식별한 파라미터의 증가로 계수 수렴을 위한 입력의 persistent excitation 조건이 만족되기 어렵다.

(2) 계수 추정의 수렴속도가 늦어지고 계산시간이 증가된다.

(3) (1)과 (2)의 이유로 시변(이득, 계수)시스템에 적용시 제어특성을 악화시킨다.

(4) Wong 등의 방식(부록 A.3-2)은 파라미터 적응과정에서 영 아닌값을 영으로 판단할 한계값  $\delta$ 를 선정하기가 어려우며, disturbance의 존재와 계수 추정의 늦은 수렴으로 지연시간의 추정값  $\hat{d}$ 의 식별이 곤란하다.

(5) Kurz 등의 방법에서는 잡음의 크기에 따라  $\hat{d}$ 의 정확도가 떨어질 뿐만 아니라 계산된 최종 모델 계수  $\hat{B}$ 의 값이 심한 violation을 나타낸다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 개선하기 위해 지연시간의 크기에 관계없이 계수 추정을 수행하고 지연시간  $\hat{d}$ 을 추정할 수 있는 새로운 방식을 제시하고자 한다.

이 방식은 지연시간의 변화가능한 범위를 고려하여, 그범위내의 지연시간마다 indirect predictor를 구성하고 예측오차가 최소가 되는 예측자의 지연시간을 대상 프로세스의 지연시간으로 선정한다. (3장에서 상술함.)

### 3. 시변 지연시간의 실시간 추정

프로세스의 구조는

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d_0}B(q^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (3.1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \quad (3.2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} \quad (3.3)$$

$q^{-1}$ 는 delay operator이고,  $\xi(t)$ 는 white Gaussian ( $0, \sigma_w^2$ )이며  $d_0$ 는 실제 프로세스의 지연시간으로 1 이상의 정수로 시변특성을 갖는다.

프로세스의 모델은

$$A^*(q^{-1})y(t) = q^{-d}B^*(q^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (3.4)$$

$$A^*(q^{-1}) = 1 + a_1^*q^{-1} + \dots + a_n^*q^{-n} \quad (3.5)$$

$$B^*(q^{-1}) = b_0^* + b_1^*q^{-1} + \dots + b_m^*q^{-m} \quad (3.6)$$

와 같고,  $d$ 는 수리모델의 지연시간이며 1 이상의 미지정수이다.

#### 3.1 Indirect Predictor

계수 추정 및 제어에 용이한 벡터 형태로 식(3.4)를 다시 쓰면

$$y(t) = \phi(t-d)^T \theta^* + \xi(t) \quad (3.7)$$

$$\phi(t-d)^T = [-y(t-1), \dots, -y(t-n), u(t-d), \dots, u(t-d-m)] \quad (3.8)$$

$$\theta^* = [a_1^*, \dots, a_n^*, b_0^*, \dots, b_m^*]^T \quad (3.9)$$

시변지연시간  $d_0$ 를 추정하는 방법은 기본적으로 예측오차의 분산비교 방법을 사용한다. 이 방법은 확률적 잡음이 존재해도 지연시간을 잘추정하며 기존의 방식들보다 연산량도 작은 장점이 있다.<sup>11)</sup> 여기서 사용되는 predictor는 indirect predictor<sup>3)</sup>이며 따라서  $d_0$  또는 예상최대 지연시간만큼의 계수 확장이 필요없다. 그러므로 계수 추정을 위한 persistent excitation 조건이 완화되며 이러한 장점은 적응제어문제에서 매우 유용하게 사용될 수 있다.

indirect predictor는 잘 알려진 형태로 식(3.10)과 같다.

$$\hat{y}(t+d|t) = G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})\hat{B}^*(q^{-1})u(t) \quad (3.10)$$

여기서  $G, F$ 는 식(3.11)~(3.13)으로부터 유일하게 구해진다.

$$1 = F(q^{-1})\hat{A}^*(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}) \quad (3.11)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{a-1}q^{-a+1} \quad (3.12)$$

$$G(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{n-1}q^{-n+1} \quad (3.13)$$

#### 3.2 지연시간 추정

$d_0$ 값이 시변특성을 가지면 매 step마다  $d_0$ 값을 추정하여야 한다. 초기에는 지연시간을 off-line test로 구하고 식(3.7)로부터 순환최소자승법(Recursive Least Squares, RLS)으로 계수를 추정한다. 실제의 지연시간을  $d_0 = \hat{d}$ 라 하면 의미를 갖는 predictor는  $\hat{y}(t+d_0)$ 이다. 이때의 예측오차는 식(3.14)와 같다.

$$e(t, d_0) = y(t) - y(t | t - d_0) \quad (3.14)$$

계수  $\theta^*$ 가 충분히 수렴했다고 하면  $e(t, d_0)$ 는  $\xi(t)$ 와 같이 white Gaussian process가 된다.  $d_0$ 가 급격히 변화하지 않는다고 가정하고 적당한  $s$ (후에 언급함)를 선정하여  $d_0 - s \leq d \leq d_0 + s$ 인  $d$ 값들에 대하여 식(3.10)에 의하여 predictor set  $\{\hat{y}(t | t - d)\}$ 를 구성한다. 이에 따라 예측오차 set  $\{e(t, d)\}$ 가 주어지고 각각의  $d$ 에 대하여  $e(t, d)$ 는 random process이다.

$e(t, d)$ 는 그 성분상으로 구분하여 식(3.15)와 같이 놓을 수 있다.

$$e(t, d) = \ell_1(\xi(t)) + \ell_2(\tilde{d}) + \ell_3(\tilde{\theta}) \quad (3.15)$$

여기서  $\tilde{d} = d_0 - d$ ,  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}^*$

(단,  $\ell_i(\cdot)$ 는  $\cdot$ 에 의한 예측오차 성분이며 이후  $\ell_i$ 로 간략히 표시한다.)

$\ell_1$ 은 white Gaussian  $\xi(t)$ 의 함수로  $\ell_2$ ,  $\ell_3$ 와 연관성이 없고,  $\ell_3$ 는 적응알고리즘에서 항시 존재하는 항이며 정상적으로 시간에 따라 지수적으로 그 크기가 감소하는 항이다. (persistent excitation 때)

$$e^2(t, d) = \ell_1^2 + \ell_2^2 + \ell_3^2 + 2\ell_1\ell_2 + 2\ell_2\ell_3 + 2\ell_3\ell_1 \quad (3.16)$$

식(3.16)에서 기대값을 취하면 식(3.17)이 된다.

$$E\{e^2(t, d)\} = E\{\ell_1^2\} + E\{\ell_2^2\} + E\{\ell_3^2\} + 2E\{\ell_2\ell_3\} \quad (3.17)$$

$E\{\ell_2\ell_3\} = R_{23}E\{\ell_2\} \cdot E\{\ell_3\}$  (단  $R_{23}$ 는 연관계수)

$|R_{23}| < 1$ 이다.

여기서  $E\{\ell_3\}$ 는 시간적으로 감소하여 0이 되거나 작은 값에 수렴하므로 결국  $E\{\ell_3^2\}$ 이  $E\{e^2(t, d)\}$ 의 크기를 지배하는 중요 요소가 된다. 이때  $s$ 는 현재의 지연시간이 단위 sampling interval내에서 변화할 수 있는 크기를 나타내며, 실제적으로는 1이면 충분하다. 지연시간이 sampling interval보다 많이 변화한다고 하면 이는 sampling interval을 조정해야 할 문제이다. 일반적으로 sampling interval은 관심있는 상태변수의 시정수의  $\frac{1}{3}$  정도로 한다.

$\ell_1$ 은 stationary process이고  $e(t, d)$ ,  $\ell_2$ ,  $\ell_3$ 는 엄격히는 nonstationary process이나  $\ell_3$ 는 충분한 시간 후에는 stationary process가 된다. 일정구간 내에서는  $e$ ,  $\ell_1$ ,  $\ell_2$ ,  $\ell_3$ 에 대하여 stationary ergodic process를 가정하여 시간평균으로 대체할 수 있다.

$$E\{e^2(t, d)\} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{t+N-1} e^2(t, d) \quad (3.18)$$

$d_0$ 의 추정값은 다음 식에 의해 결정한다.

$$\hat{d}_0 = \min_d \{E\{e^2(t, d)\}\} \quad (3.19)$$

시변 지연시간의 추정알고리즘은 단계별로 아래와 같다.

step1: 초기 지연시간  $d_0'$ 를 off-line으로 결정.

step2:  $d = d_0'$ 일때 RLS로 계수추정.

step3:  $d_0' - s \leq d \leq d_0' + s$ 인  $d$ 에 대하여 indirect predictor set 구성

step4:  $E\{e^2(t, d)\} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{t+N-1} e^2(t, d)$

step5:  $\hat{d}_0 = \min_d \{E\{e^2(t, d)\}\}$

step6:  $d_0' = \hat{d}_0$

상기 알고리즘을 prediction error based delay estimation (PEDE)라 칭한다.

PEDE에 의한 시뮬레이션 결과<sup>11)</sup>와 해석적증명<sup>12)</sup>은 이미 발표되었다.

관찰 1: step3에서  $s$ 는 2정도면 충분하고  $d_0$ 가 급격히 변화하는 process에서는 sampling interval 자체가 조정되어야 한다.

관찰 2: step4에서  $N$ 은  $(n+m)$ 의 3~4배 정도면 충분하다.  $N$ 이 너무 크면  $d_0$ 변화의 탐지가 늦어지고 너무 작으면 잡음등에 민감해진다.

관찰 3:  $\hat{y}(t | t - d)$ 를 구성할 때의 계수 값은  $\hat{\theta}(t - d)$ 를 사용한다. Kurz의 방식이 잡음에 대한 민감성(sensitivity)이 큰 반면 이방식은 시간평균을 이용하므로 잡음에 대한 민감성이 작아진다.

관찰 4: PEDE방식은 계수 추정을 위한 persistent excitation 조건이 만족되면 지연시간의 변화를 빠르고 정확하게 추정된다.

관찰 5: step3, 4에 소요되는 계산량은 계수 추정에 소요되는 계산량에 비해 매우 작아서 전체적으로 확장된 계수를 사용하는 경우보다 계산시간의 면에서도 매우 효과적이다. 파라미터의 개수가  $n$ 일 때 파라미터의 실시간 추정을 위한 연산량은  $n^2$ 에 비례하고 예측자를 구성하는데 소요되는 연산량은  $n$ 에 비례한다. 그러므로 연산량은 실시간 추정할 파라미터의 개수에 의해 지배되며, 지연시간이 클수록 지연시간에 관계없이 파라미터를 식별하는 PEDE 방식이 효과적임을 알 수 있다.

### 4. PEDE를 사용한 적응제어

#### 4.1 시변 시스템의 계수 추정

지연시간의 변화는 계수의 변화를 발생하므로 일반적으로 exponentially weighted least square estimator (EWLSE)를 적용하는 것이 바람직하다. 그런데 constant forgetting factor ( $\alpha < 1$ )을 사용하면 persistent excitation이 만족되지 않을 경우 공분산의 bursting 현상(혹은 blow-up)이 일어날 수 있으므로 variable forgetting factor를 사용하는 것이 효과적이다.<sup>8</sup>

EWRLSE 알고리즘은 식 (3.7)로부터

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + k(t)e(t) \tag{4.1}$$

$$k(t) = [\alpha(t)I + \phi^T(t-d)p(t-1)\phi^T(t-d)]^{-1}p(t-1)\phi(t-d) \tag{4.2}$$

$$e(t) = y(t) - \phi^T(t-d)\hat{\theta}(t-1) \tag{4.3}$$

$$N(t) = [I + \phi^T(t-d)p(t-1)\phi(t-d)] / [e^2(t) \cdot \sigma] \tag{4.4}$$

$$\alpha(t) = 1 - 1/N(t) \tag{4.5}$$

$$W(t) = [I - k(t)\phi^T(t-d)]p(t-1) \tag{4.6}$$

$$\text{만약 } \text{tr } W(t)/\alpha(t) \leq C \tag{4.7}$$

$$\text{이면, } p(t) = W(t)/\alpha(t) \tag{4.8}$$

$$\text{ 그렇지 않으면 } p(t) = W(t) \tag{4.10}$$

여기서  $\sigma$ 는 adaptation speed factor로서 대체로  $\sigma/\sigma_w^2 \approx 1000$ 으로 선정한다.<sup>8</sup> ( $\sigma_w^2$ 는 white noise의 분산)

#### 4.2 Generalized Minimum Variance Controller (GMV or STC)

목적함수는 다음 식으로 주어진다.

$$J = E \left\{ \frac{1}{2} [y(t+d_0) - y^*(t+d_0)]^2 + \frac{\lambda}{2} u^2(t) \right\} \tag{4.11}$$

control law는 식 (3.10), (3.11)~(3.13)으로 부터

$$u(t) = [y^*(t+d_0) - G(q^{-1})y(t)] / [F(q^{-1})\hat{B}^*(q^{-1}) + \lambda/b_0^*] \tag{4.12}$$

여기서  $y^*(t)$ 는 요망 출력이다.

알고리즘의 흐름은 다음과 같다.

step1: 식 (3.7)에 대해 계수 추정,  $\hat{A}^*, \hat{B}^*$

step2:  $F(q^{-1}), G(q^{-1})$ 의 계산

step3: PEDE에 의해  $\hat{d}$  추정

step4: (4.12)식에 의해 제어 입력 계산

step5: 식 (3.8)의 regression 벡터 재배열

$$\text{즉 } \phi^T(t-\hat{d}_0) = [-y(t-1), \dots, -y(t-n), u(t-\hat{d}_0), \dots, u(t-\hat{d}_0-m)] \tag{4.13}$$

step6: Return to step1.

### 5. 시뮬레이션 및 검토

프로세스는 식 (3.1)에서

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.4q^{-1} - 0.32q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.6 + 0.3q^{-1}$$

로 주어지고 지연시간( $d_0$ )은 2-1-2-3 또는 2-3-2 등으로 변화시켰다.

그림 1은 지연시간을 60step마다 2-1-2-3으로 변화시킬 때의 PEDE방식에서 계수의 변화를 a)에, 실제 및 추정 지연시간을 b)에 나타냈다. 또 100step마다 3-4-3으로 변화시킬 때의 지연시간을 Kurz 방식에 의해서 추정한 결과를 c)에 나타냈다.

deterministic한 경우에는 PEDE와 Kurz 방식이 모두 정확하게 지연시간을 추정하나 stochastic의 경우에는 PEDE 방식(이하 PEDC-STC라 칭한다.)이 우월하다.

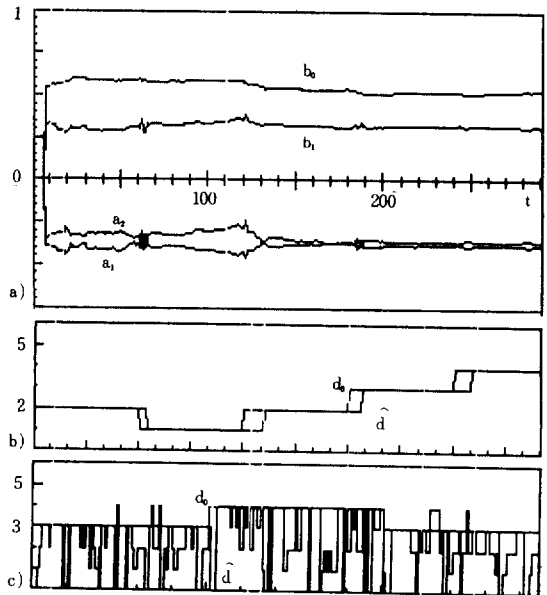


그림1. a) 파라미터 SNR=26dB

b) PEDE에 의한 추정 및 실제 지연시간

c) Kurz방식에 의한 추정 및 실제 지연시간

Fig.1. parameters SNR= 26 dB.

b) true & estimated delay by PEDE

c) true & estimated delay by Kurz

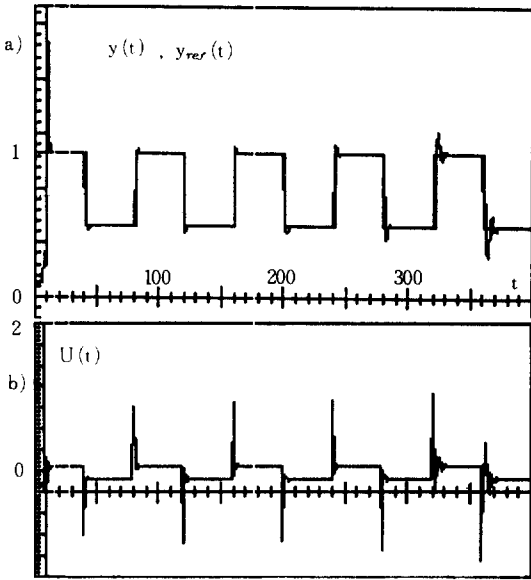


그림2. 잡음이 없을때의 PEDE-STC

- a) 요망출력과 출력
- b) 제어 입력

Fig.2. Deterministic Case, PEDE-STC.

- a) ref. output & output
- b) control input

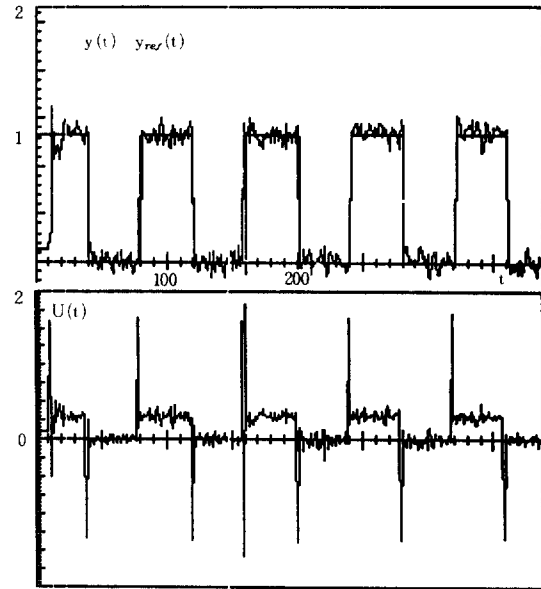


그림3. 잡음 있을때 SNR = 21dB  
PEDE-STC

Fig.3. Stochastic Case, PEDE-STC.  
SNR = 21 dB

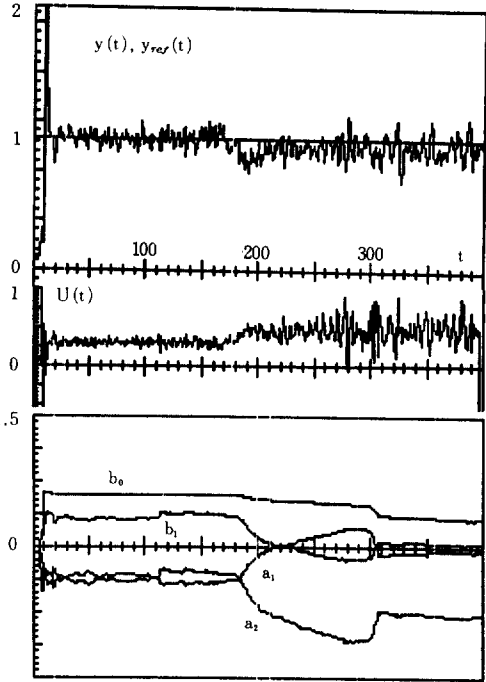


그림4. PEDE-STC, SNR=25dB 180 step에서 이득이 0.6배로 감소. 출력 · 입력 · 파라미터

Fig.4. PEDE-STC SNR=25 dB.  
Gain Change at  $t=180:1 \rightarrow 0.6$

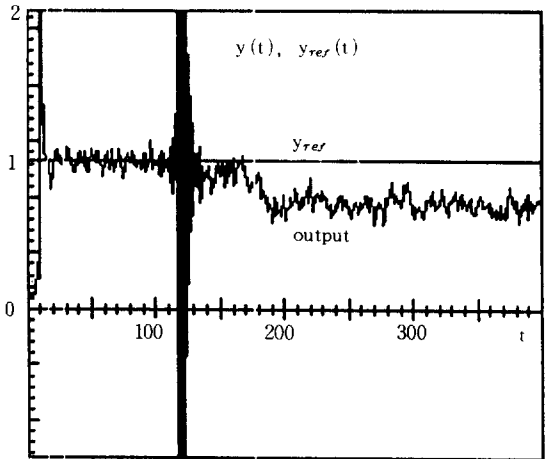


그림5. 시변 지연 시간을 고정된 값으로 가정.  
SNR=40dB,  $d=2$   
180 stop에서 이득을 0.6배로 감소시킴.

Fig.5. Gain change at  $t=180:1 \rightarrow 0.6$   
Process delay varying, SNR = 40 dB  
STC with fixed delay.

그림 2, 3은 G.M.V.에 PEDE방식을 사용할 때 deterministic 및 stochastic의 경우에 대한 시뮬레이션 결과로서, 지연시간은 2-1 2-3으로 변화시켰을 때 요망 출력과 출력, 그리고 입력을 나타내었다.

그림 4는 요망 출력이 일정할 때 지연시간이 2-1-2-3으로 변화하고 프로세스의 이득이 180스텝에서 0.6배로 변할 때 PEDE-STC의 결과로서 양호하다.

그림 5는 그림 4의 경우를 지연시간을 추정하지 않고  $d=2$ 로 고정시키고 G.M.V.를 사용할 때이고 프로세스가 파괴되든가, 아니면 안정을 되찾은 후에도 완전한 tracking이 되지 않음을 보여준다.

그림 6은 그림 4의 경우를 요망출력만 바꾸었을 때이고 프로세스 이득의 변화후에도 잘 추종되고 있음을 보여준다.

그림 7은 지연시간을 1-0-1-2-3 등으로 변화시킬 때 Kurz 방식에 의한 지연시간 추정과 dead beat control 방식을 적용한 deterministic의 경우로 지연시간의 추정도 우수하고 제어결과도 양호한 편이다.

그림 8은 그림 7의 경우에 잡음이 추가되었을 때 Kurz 방식이 지연시간을 추정하지 못하고 있음을 나타내며, 이때의 제어효과는 매우 좋지 않다.

시뮬레이션의 결과로

1) 지연시간의 추정은 시변지연 시스템의 경우에 꼭 필요하고

2) deterministic 경우의 지연시간 추정에는 기존의 Kurz 방식이나 새로 제시된 PEDE방식이 모두 양호한 결과를 나타내며

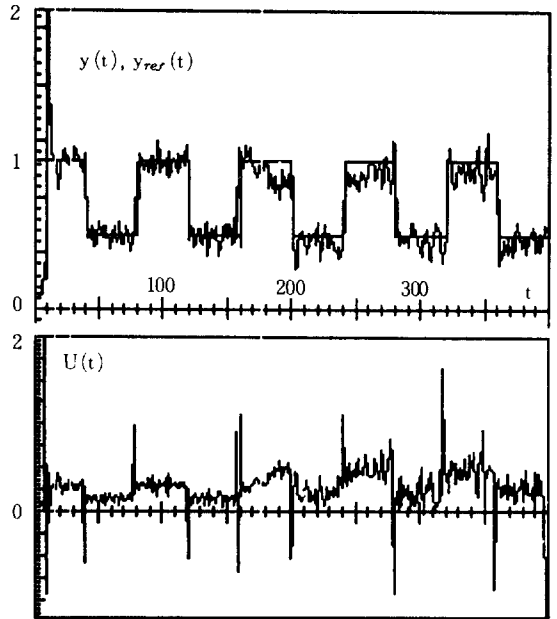


그림6. PEDE-STC SNR=24dB  
180 stop에서 이득을 0.6배로 감소시킴  
Fig.6. PEDE-STC SNR=24 dB.  
Gain change at  $t=180:1 \rightarrow 0.6$

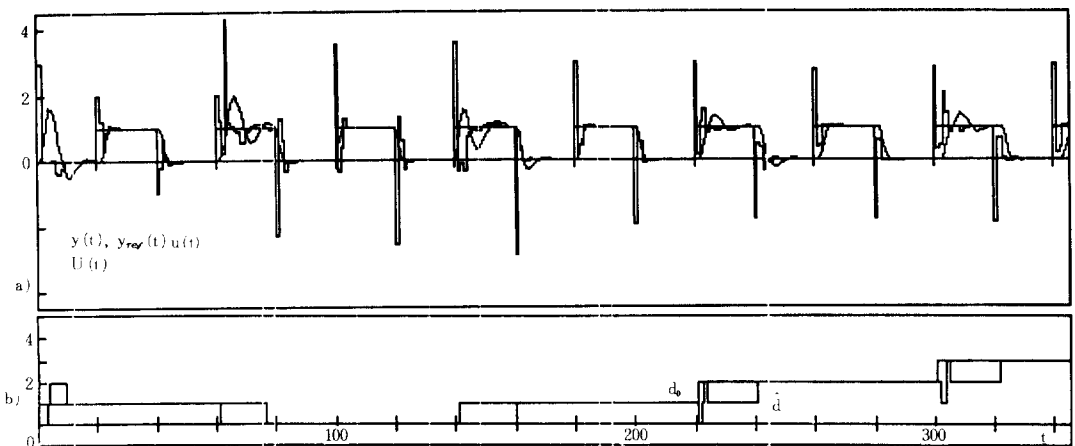


그림7. 잡음없는 경우Kurz 방식-DBC

a) 입력·출력·요망출력 b) 실제 및 추정 지연 시간

Fig.7. Dead beat control with delay estimation by Kurz method, deterministic.

a) input, output, ref. output b) true & estimated delay

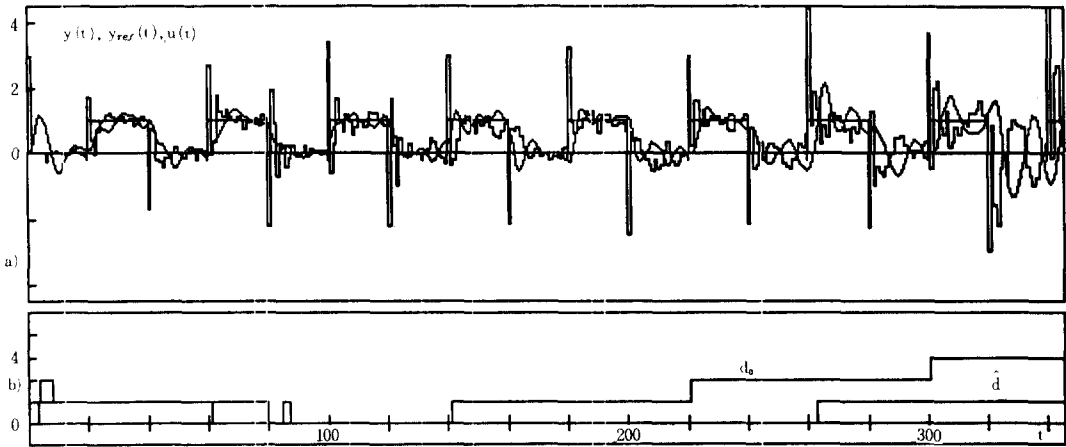


그림8. 잡음, SNR=28dB 일때 kurz방식 - DBC

a) 입력, 출력, 요망출력 b) 실제 및 추정 지연시간

Fig.8. Dead beat control with delay estimation by Kurz method.

a) input, output, ref. output b) true & estimated delay SNR= 28 dB

3) stochastic 경우에는 PEDE 방식이 Kurz 방식보다 양호한 결과를 나타내고

4) PEDE방식은 지연시간 변화 후에도 계수의 변화가 작아서 제어기 구성에 매우 유리한 방식임을 보였다.

지연시간이 sampling interval의 정수배가 아닌 경우에 대한 연구는 더 연구해야 할 과제이다.

## 6. 結 論

추정오차에 근거한 이산계의 시변 지연시간의 실시간 추정알고리즘을 제시하였다.

이 방식은 실시간 추정해야 할 계수의 수가 지연시간  $d_0$ 에 무관하며, 입력의 persistent excitation 조건이 만족되면 빠르고 정확하게  $d_0$ 의 변화를 추정할 수 있음을 보였다. 또한 큰 잡음의 존재에도 정확도는 악화되지 않았으며  $d_0$ 의 변화시 발생하는 계수의 violation도 아주 작게 나타났다.

이 PEDE를 이용한 STC를 이득이 급격히 변하는 시스템에 적용해본 결과 적응력이 매우 뛰어나움을 보였다.

따라서 본 논문에서 제시한 PEDE-STC는 2장에서 언급한 기존의 방식보다 large dead time을 갖는 시변 시스템의 적응제어에 매우 유용할 것으로 기대된다.

연속계를 샘플링할 때 발생할 수 있는 fractional delay의 문제는 앞으로 계속 연구되어야 할 과제이다.

## 부 록

### A. 1 Extended Parameterization Approach.

고려할 프로세스를 다음 식으로 표현한다.

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B'(q^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (A.1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \quad (A.2)$$

$$B'(q^{-1}) = b'_0 + b'_1q^{-1} + \dots + b'_mq^{-m} \quad (A.3)$$

$$d \geq 1$$

여기서  $y(t)$ ,  $u(t)$ ,  $\xi(t)$ 는 각각 프로세스의 출력, 입력, 그리고 disturbance이며  $\xi(t)$ 는 white noise로 가정한다.  $d$ 는 delay factor로서 sampling interval의 정수배로 주어진다고 가정한다.

(A.1) 식의  $q^{-d}B'(q^{-1})$ 을 최대지연시간  $d_{max}$ 까지 확장시켜  $d$ 가 있는 식으로 변형하면

$$A(q^{-1})y(t) = \bar{B}^*(q^{-1})u(t) + \xi(t) \quad (A.4)$$

$$\bar{B}^*(q^{-1}) = \bar{b}_0^* + \bar{b}_1^*q^{-1} + \dots + \bar{b}_m^*q^{-m} \quad (A.5)$$

$$M = m + d_{max} \quad (A.6)$$

wellstead 등의 pole assignment self-tuning regulators (PASTR)<sup>9)</sup>와 Grimble의 LQG-STR<sup>9)</sup>에서 (A.4) 식과 같은 extended parameterization method를 적용하였다.

### A. 2 Extended Horizon Prediction<sup>7), 10)</sup>

프로세스 (A.1)에 대해 다음의 extended horizon predictor를 구성한다.

$$y(t+T) = \phi^T(t) \theta(t) + \xi(t-T) \quad (A. 7)$$

$$T \geq d_{max} \quad (A. 8)$$

$$\phi^T(t) = [y(t), \dots, y(t-n+1), u(t+T-1), \dots, u(t), \dots, u(t-m)] \quad (A. 9)$$

$$\theta^T = [\alpha_0, \dots, \alpha_{n-1}, \beta_1, \dots, \beta_r, \dots, \beta_{n+T-1}] \quad (A. 10)$$

식 (A.9)의 미래 입력  $u(t), \dots, u(t+T-1)$ 은 다음 평가함수의 최소화로부터 구해진다.

$$L = \sum_{i=0}^{T-1} u(t+i)^2 + r[y^*(t+T) - \phi^T(t)\theta(t)] \quad (A. 11)$$

여기서  $y^*(t)$ 는 요망 출력이다.

Ydstie는 식 (A.7)로부터 Deadbeat Controller를 구성하였다.

### A. 3 Explicit Dead Time Estimation

(1) Kurz 등<sup>4)</sup>의 알고리즘.

i) 식 (A.4)로부터 RLS로 extended parameter  $\hat{A}, \hat{B}^*$ 를 추정한다.

$$ii) \hat{b}_{d'_{max}}^* = \max_i \hat{b}_i^*; i=1, \dots, r \quad (A. 12)$$

즉  $B(q^{-1})$  중에서 최대값을 가진 계수를 결정하면  $\hat{d}$ 를 구하기 위한 범위는  $1 \leq \hat{d} \leq d'_{max} - 1$  이 된다.

iii) 다음 오차 함수를 계산한다.

$$F(\hat{d}) = \sum_{k=1}^N \Delta g_{\hat{d}}^2(k) \quad (A. 13)$$

$$; \hat{d}=1, \dots, d'_{max} - 1.$$

$N \leq T_{95}/T_s$  ( $T_{95}$ : 95% settling time,  $T_s$ : sampling period).

$$\Delta g_{\hat{d}}(k) = \hat{g}(k) - \hat{g}_{\hat{d}}(k) \quad (A. 14)$$

여기서  $\hat{g}(k)$ 와  $\hat{g}_{\hat{d}}(k)$ 는  $\hat{G}(q)$ 와  $\hat{G}_{\hat{d}}(q)$ 의 impulse 응답이다.

$$\hat{G}(q) = \hat{B}^*(q^{-1})/A(q^{-1}) \quad (A. 15)$$

$$\hat{G}_{\hat{d}}(q) = q^{-\hat{d}} \hat{B}_{\hat{d}}^*(q^{-1})/A(q^{-1}) \quad (A. 16)$$

$$\hat{B}_{\hat{d}}^*(q^{-1}) = \hat{b}_{1-\hat{d}}^* q^{1-\hat{d}} + \dots + \hat{b}_{m-\hat{d}}^* q^{m-\hat{d}} \quad (A. 17)$$

iv)  $F(\hat{d})$ ;  $\hat{d}=1, \dots, d'_{max}-1$ 에 대해 최소값  $F(\hat{d})$ 를 결정하면 이때의  $\hat{d}$ 가 Dead time의 추정값이 된다. 매 step마다 i)~iv)의 과정을 반복하게 된다.

(2) Wong 등<sup>5)</sup>의 알고리즘.

i) 식 (A.4)로부터 RLS로 extended parameter  $\hat{A}(q^{-1}), \hat{B}^*(q^{-1})$ 를 추정한다.

ii)  $\hat{B}^*(q^{-1})$  중에서 첫번째 0이 아닌 계수  $\hat{b}_k^*$ 를 결정한다. 이때의 기준값  $\delta$ 를 미리 선정해 두어야 한다. 즉  $|\hat{b}_k^*| \geq \delta$ , 이때의 지연시간은  $\hat{d}=k-1$ 로 한다.

### 참고 문헌

- 1) K. J. Åstrom, and Wittenmark. B. "On Self-Tuning Regulators", Automatica, Vol. 9, pp.185~199, 1973.
- 2) D. W. Clarke, and P. J. Gowthrop, "Self-Tuning Controller", Proc IEE, Vol. 122, No.9, pp.929~934, 1975
- 3) G. C. Goodwin and K. S. Sin, Adaptive Filtering, Prediction And Control, Prentice-Hall, 1984
- 4) H. Kurz and W. Goedecke, "Digital Parameter Control of Process With Unknown Dead Time", Automatica, Vol. 17, No.1, pp.245-252, 1981
- 5) P. E. Wellstead et al., " Pole Assignment Self-Tuning Regulators", Proc. IEE, Vol. 126, No.8, pp.781~787, 1979
- 6) K. Y. Wong and M.M. Bayoumi, "A Self-Tuning Control Algorithm for System with Unknown Time Delay", IFAC Identification and System Parameter Estimation, 1982, Wasginton D.C., pp.1193-1198
- 7) B. E. Ydstie, "Extended Horizon Adaptive Control", IFAC 1984 world Congress, Budapest, pp.133~137.
- 8) A. O. Cordero and D. Q. Mayne, "Deterministic Convergence of a STR with Variable forgetting factor" IEE Proc. Vol. 128, Pt. D. No.1, pp.19-23, 1981
- 9) M. J. Grimble, "Implicit and Explicit LQG-STC" Automatica, Vol.20, No.5, pp.661~669, 1984
- 10) Y. Hiram and L. Kershenbaum, "Overcoming Difficulties in the Application of STC" 1985 ACC., Boston, pp.1507~1513.
- 11) 양홍석의 2 "적응제어를 위한 시변지연시간의 추정", 계측제어연구회 합동학술연구 발표회 논문집, pp.112-114, 1986
- 12) H. S. Yang, et al 2, "Adaptive Control of Discrete Time Invariant Process Having Variable Time Delay," 24th Allerton Conf. on communication, control & computing, Illinois, Oct. 1~3, 1986