

論 文
35~11~1

有限要素法에 의한 電氣機械의 磁束分布解析을 위한 MACRO 空隙要素 適用에 관한 研究

A Study on the Application of Macro Air-gap Element for Magnetic Flux Distribution Analysis of Electric Machinery by F.E.M.

任 達 鎬* · 金 河 植** · 金 榮 重***
 (Dal-Ho Im · Ha-Shik Kim · Young-Joong Kim)

Abstract

It is necessary to consider a rotor movement in dynamic analysis on the flux distribution of electric machinery by FEM. Therefore, if air-gap domain was subdivided into triangular elements, computation results contain errors due to variation of element shape in air-gap because the nodal points corresponding to the rotor are displaced in analyzing domain for the time difference. In order to reduce this errors, the paper presents a application of a Macro Air-gap Element that interpolation function is obtained analytically and a means to join it with linear triangular elements in the rotating machine or in the linear machine.

At the end of paper, setting up analytic domain model, it compares analytic solution with the computation results of Macro Air-gap Element application and that of linear triangular element subdivision only to each cases of nodal displacement. And it carries out that errors due to variation of element shape are reduced effectively by application of a Macro Air-gap Element.

1. 序 論

回轉型 또는 直線型 電氣機械의 여러가지 特性을 解析하기 위해서는 機械內의 磁束分布를 精確히 알아야 한다. 따라서 이 磁束分布를 精確히 구하기 위하여 有限要素法 適用時 鐵心部分의 透磁率의 非線型性을 考慮한 研究가 활발히 進行되어 왔고 또한 시간경과에 따른 動特性을 解析함으로써 運轉狀態 및 過渡狀態에서의 特性을 精密하게 究明하려는 研究가 계속되고 있다.^{1,2)} 그러나 電氣機械는 固

定子 및 回轉子가 슬롯을 가지고 있기 때문에 動特性 解析時 시간경과에 따른 回轉子의 位置移動으로 인하여 空隙에서의 固定子와 回轉子間의 相對位置가 變하므로 解析領域의 構造도 變하게 된다. 그러므로 시간중속 함수의 差分計算法의 하나인 θ 法등을 이용하여, 微小差分동안의 回轉子 位置移動에 따라서 變形되는 解析領域의 空隙 및 回轉子에 속하는 要素의 節點을 移動시키는 動特性 解析이 시도되고 있다.³⁾ 이 경우 空隙領域을 一般的인 三角形 要素로써 分割하면 回轉子 位置移動에 따라 要素의 變形이 생겨 解析 結果值의 誤差가 커지게 되므로 인하여 시간경과에 따른 連續的인 解析이 곤란하게 된다.⁴⁾

이를 감안하여 本 研究에서는 위와 같이 節點 移動時 要素變形으로 인하여 解析 結果值의 誤차가增

* 正 會 員 : 漢陽大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 ** 正 會 員 : 京畿工業開放大 電氣工學科 教授
 *** 正 會 員 : 韓國機械研究所 技術訓練所
 接受日字 : 1986年 4月 17日

加하는 문제점을 해결하기 위한 MACRO '空隙要素'를 回轉型 및 直線型機械등에서 무리없이 1次 三角要素와 接合할 수 있는 方法을 제시하고 이를 解析의 모델에 適用하여 1次 三角要素로 空隙을 分割한 경우와 比較하여 精密度를 알아 본 結果와 그 妥當性을 究明하였다.

2. MACRO 空隙要素의 接合理論

2.1 磁束分布 解析을 위한 有限要素法 適用^{2),4)~6)}

電氣機械內的 磁束分布를 2次元의으로 $x-y$ 평면상에서 解析하기 위하여 다음과 같은 假定을 한다.

1) 固定子 및 回轉子는 z -方向으로 無限히 延長되어 있다.

2) 各 捲線의 電流密度 J 는 z -方向 成分만 存在하며 一定하다. ($\partial J/\partial z=0$)

3) 鐵心에서의 鐵損은 無視하며 等方性 鐵心이다. 위와 같은 假定에서 Maxwell의 電磁方程式을 適用하여 支配方程式(Governing Eq.)을 구하면 식(1)과 같이 벡터포텐셜에 의한 非線型 poisson 方程式이 된다.

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J \quad (1)$$

여기서 A 및 J 는 벡터포텐셜 및 電流密度벡터의 z -성분이며 ν 는 磁氣抵抗率이다.

式(1)에 대하여 有限要素法을 적용하기 위해서는 일반적으로 解析領域을 1次 三角要素로 分割하여 벡터포텐셜 A 를 식(2)와 같이 요소의 各 節點值로서 近似化한다.

$$A = \sum_{i=1}^k N_i(x, y) \cdot A_i \quad (2)$$

(k : 要素의 節點數)

여기서 N_i 는 各 節點에 대한 補間函數이며 A_i 는 그 節點에서의 벡터포텐셜 값이다. 또한 各 요소 내부에서의 에너지 汎函數 χ^e 를 구하여 全 解析領域에서의 汎函數 χ 를 나타내면 다음과 같다.

$$\chi = \sum_{e=1}^g \chi^e = \sum_{e=1}^g \int_{\Omega^e} \left(\int_0^{B^e} \nu^e b db - J^e A^e \right) d\Omega \quad (3)$$

(g : 要素數)

식(1)의 非線型 poisson 方程式의 解를 구하는 것은 식(3)의 에너지 汎函數가 最小化되는 A 를 찾는 것과 等價이다.

즉,

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^g \frac{\partial \chi^e}{\partial A_i} = 0 \quad (4)$$

($i=1, 2, 3, \dots$ 총 節點수)

을 만족하는 A_i 가 그 節點에서의 벡터포텐셜 값으로서 이로부터 구한 式(2)의 A 가 식(1)의 解가 된다.

磁束分布를 究明하여 電氣機械 特性을 해석할 때 특히 空隙에서의 精밀한 磁束分布를 아는 것이 重要하다. 따라서 有限要素法 適用時 公극에서의 要素數가 많도록 해야 한다. 그러나 시간경과에 따른 連續的인 動特性을 解析하기 위해서는 微小時間 差分동안의 회전자 위치이동만큼 해석영역에서 해당 節點을 이동시켜 주어야 하므로 그림 1과 같이 公극에서의 요소들이 변형되면서 요소내의 下端에 위치한 節點 또는 節點쌍이 회전방향으로 이동하게 되어 요소의 上下端사이의 境界는 원래보다 넓은 영역에 걸치게 된다. 電氣機械에서는 空隙의 길이방향(원주방향)에서 해석할수인 벡터포텐셜의 변화가 크므로 요소분할시 要素의 境界를 이 방향에 대해서 짧게하는 것이 오차를 적게 한다. 따라서 1次 三角要素로서 분할한 경우 그림 1과 같이 변형되면 解析函數에 대한 要素내의 선형화 범위가 늘어나게 되는 結果가 되어 변형되지 않았을 때보다 더 많은 오차를 수반하게 되며 이 오차는 위치 이동이 클수록 증가하게 된다.⁵⁾ 그러므로 空隙領域에 要素數를 많게하여 精밀한 해석을 하려고 해도 요소 변형으로 인한 誤差를 줄일 수 없기 때문에 三角形 要素로서 空隙을 分割한 경우에는 시간경과에 따른 連續的인 動特性 解析이 곤란하며, 이 오차를 줄이기 위해서는 精密度가 유지되는 어느정도의 移動마다 要素의 再分割이 要求된다.

2.2 MACRO 空隙要素

MACRO 空隙要素(Macro Air-gap Element : 이하 MAE라함)는 公극영역에서 요소변형으로 인하여

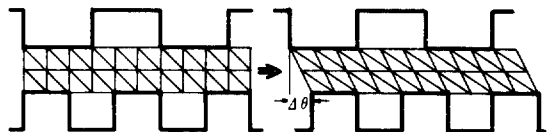


그림 1. 回轉子 位置 移動에 따른 空隙에서의 要素 變形

Fig.1. Variation of element shape for rotor movement in air-gap.

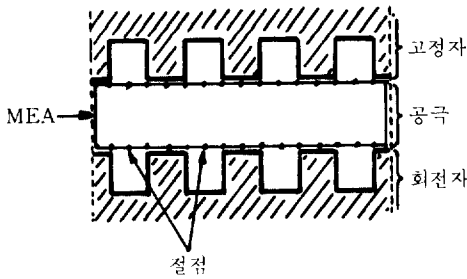


그림2. MACRO 空隙要素
Fig. 2. Macro air-gap element.

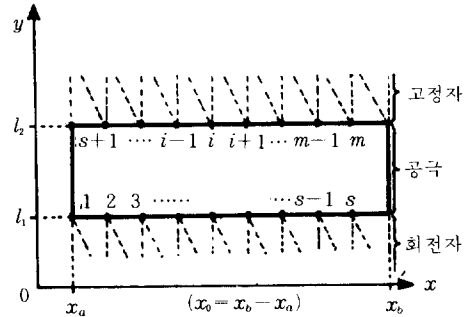


그림3. 直線型 機械에서의 MAE
Fig. 3. MAE at linear machine.

발생하는 오차를 줄일 목적으로 解析的 (Analytic) 인 方法으로 補間函數를 決定하는 要素로서 그림 2 와 같이 '空隙領域 전체를 한 要素로 하며 固定子 및 回轉子 境界에서만 節點을 갖는다.' 따라서 이 MAE 内部에서는 항상 電流密度가 0 이고 磁氣抵抗率 이 ν_0 로 一定하므로 식(5)의 Laplace 方程式이 성립 한다.

$$\nu_0 \nabla^2 A = 0 \quad (5)$$

또한 일반적인 要素에서와 같이 要素内部의 벡터 포텐셜은 식(6)과 같이 定義한다.

$$A = \sum_{i=1}^m N_i^M A_i \quad (6)$$

(m = MAE의 節점수)

식(6)의 MAE에서의 補間函數 N_i^M 를 決定하기 위한 方法으로 식(5)에 식(6)을 代入함으로써 식(7)과 같이 各各의 補間函數 N_i^M 의 Laplace 方程式을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 N_i^M = 0 \quad (7)$$

식(7)을 變數分離法으로 풀어 一般解를 구한 다음 三角形要素와 接合하기 위한 條件 및 週期條件을 代入하여 各 係數들을 구하면 補間函數 N_i^M 를 決定 할 수 있다. 이 경우 變數分離法으로 풀기 위해서는 MAE形態에 適當한 座標系를 適用해야 한다. 즉 直線型 機械에서는 일반적인 三角形要素와 같이 $x-y$ 座標系를 適用하나 回轉型 機械에서는 空隙 형태에 適當한 圓筒座標系를 適用하여야 한다. 따라서 두 경우를 분리하여 補間函數를 알아보면 다음과 같다.

① 直線型 機械 ($x-y$ 座標系 適用)

식(7)을 $x-y$ 座標系로 表現하면 식(8)과 같다.

$$\frac{\partial^2 N_i^M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_i^M}{\partial y^2} = 0 \quad (8)$$

식(8)의 解 N_i^M 는 다음과 같은 條件을 滿足해야 한다. 즉 그림 3에서 補間函數 N_i^M 는 x_1, x_2 에서 週期條件이 成立되며 三角形要素와 接合되기 위해 境界面에서 인접 節점사이에서만 N_i^M 값이 존재해야 한다. 따라서 1次三角形要素와 接合하는 경우에는 다음과 같다.

- i) $N_i^M(x_a, y) = N_i^M(x_b, y)$
- ii) $N_i^M(x, p) = 0$
- iii) $N_i^M(x, p') = \begin{cases} \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}}; & (x_{i-1} < x < x_i) \\ \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}}; & (x < x < x_{i+1}) \\ 0 & ; \text{(그 밖의 境界)} \end{cases}$

단, i 가 고정자 境界의 節點일 경우 $p=l_1, p'=l_2$ 이며 회전자 境界일 경우 $p=l_2, p'=l_1$ 이다. 그러므로 식(8)의 解 N_i^M 를 $N_i^M = X(x) \cdot Y(y)$ 라 가정하여 變數分離法을 적용하여 Fourier級數解^{7),8)}를 구하고 이에 위의 條件들을 代入하여 係數를 구하면 MAE의 補間函數 N_i^M 는 다음과 같이 決定된다.

$$N_i^M(x, y) = \sum_n \frac{\sinh k(p-y)}{\sinh k(p-p')} [a_{in} \cos kx + b_{in} \sin kx] \quad (9)$$

여기서 $k=2\pi n/x_0, x_0=x_b-x_a$ 이며 係數 a_{in} 및 b_{in} 은 다음과 같다.

$$a_{in} = \frac{4}{x_0} \cdot \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{x_i-x_{i-1}} \cdot \sin \left[\frac{k}{2} (x_i+x_{i-1}) \right] \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (x_i-x_{i-1}) \right\} + \frac{1}{x_i-x_{i+1}} \cdot \sin \left[\frac{k}{2} (x_{i+1}+x_i) \right] \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (x_{i+1}-x_i) \right\} \right]$$

$$b_{in} = \frac{4}{x_0} \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{x_i - x_{i-1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (x_i - x_{i-1}) \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{k}{2} (x_i + x_{i+1}) \right\} + \frac{1}{x_i - x_{i+1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (x_{i-1} - x_i) \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{k}{2} (x_{i+1} + x_i) \right\} \right]$$

② 回轉型 機械 (圓筒座標系 適用)

直線型 機械에서와 마찬가지로 補間函數를 決定하기 위하여 '空隙'의 형태에 적합한 圓筒座標系를 적용하면 식(7)은 식(10)과 같이 表現된다.

$$\frac{\partial^2 N_i^M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_i^M}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 N_i^M}{\partial \theta^2} = 0 \tag{10}$$

또한 식(10)의 解 N_i^M 는 그림 4에서 다음의 條件을 만족해야 한다.

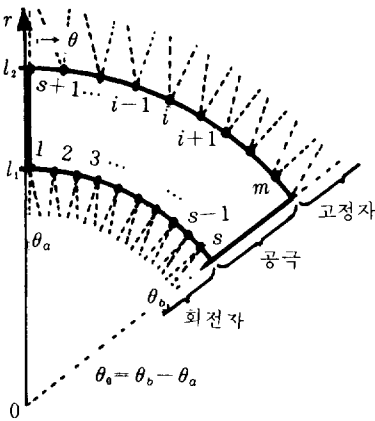


그림 4. 回轉型 機械에서의 MAE
Fig. 4. MAE at rotating machine.

- i) $N_i^M(r, \theta_1) = N_i^M(r, \theta_2)$
- ii) $N_i^M(p, \theta) = 0$
- iii) $N_i^M(p, \theta) = \begin{cases} \frac{\theta - \theta_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}}; & (\theta_{i-1} < \theta < \theta_i) \\ \frac{\theta - \theta_{i+1}}{\theta_i - \theta_{i+1}}; & (\theta_i < \theta < \theta_{i+1}) \\ 0 & ; \text{(그밖의 境界)} \end{cases}$

단 i 가 固定子 境界의 節點일 경우 $p = l_1$, $p' = l_2$ 이고 회전자 境界의 節點일 경우 $p = l_2$, $p' = l_1$ 이다. 따라서 식(10)의 解 N_i^M 를 $N_i^M = R(r) \cdot \Theta(\theta)$ 라 가정하여 직선형 기계에서와 마찬가지로 구하면 MAE의 補間函數 N_i^M 는 다음과 같이 결정된다.

$$N_i^M(r, \theta) = \frac{l_2 r}{l_1 p'} \cdot \frac{a_{i0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{p} \right)^k - \left(\frac{p}{r} \right)^k [a_{in} \cos k\theta + b_{in} \sin k\theta] \tag{11}$$

여기서 $k = 2\pi n / \theta_0$, $\theta_0 = \theta_b - \theta_a$ 이며 a_m , a_{in} 및 b_{in} 은 다음과 같다.

$$a_{i0} = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{\theta_0}$$

$$a_{in} = -\frac{4}{\theta_0} \cdot \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\theta_i - \theta_{i-1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_i + \theta_{i-1}) \right\} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_i - \theta_{i-1}) \right\} + \frac{1}{\theta_i - \theta_{i+1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_i + \theta_{i+1}) \right\} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right\} \right]$$

$$b_{in} = \frac{4}{\theta_0} \cdot \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\theta_i - \theta_{i-1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_i - \theta_{i-1}) \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{k}{2} (\theta_i + \theta_{i-1}) \right\} + \frac{1}{\theta_i - \theta_{i+1}} \cdot \sin \left\{ \frac{k}{2} (\theta_{i+1} - \theta_i) \right\} \cdot \cos \left\{ \frac{k}{2} (\theta_{i+1} + \theta_i) \right\} \right]$$

2.3 1次 三角要素와 MAE의 接合

解析領域을 固定子 및 回轉子는 1次 三角要素, '空隙'은 MAE로 分割한 경우 식(3)의 에너지 汎函數는 다음과 같다.

$$\chi = \sum_{e=1}^E \chi^e + \chi^M \tag{12}$$

(p: 1次 三角要素數)

여기서 χ^e , χ^M 은 각각 1次 三角要素와 MAE의 에너지 汎函數이며 χ^M 은 다음과 같이 表現된다.

$$\chi^M = \int_{\Omega_M} \frac{1}{2} \nu_0 B^2 d\Omega \tag{13}$$

식(12)의 χ 가 最小化되기 위한 조건은

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^E \frac{\partial \chi^e}{\partial A_i} + \frac{\partial \chi^M}{\partial A_i} = 0 \tag{14}$$

가 된다. 그런데 1次 三角要素와는 달리 MAE의 補間函數가 複雜하기 때문에 식(14)의 $\partial \chi^M / \partial A_i$ 은 境界積分形態로 바꾸는 것이 편리하다. 즉 Green 定理를 이용하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^M}{\partial A_i} &= \nu_0 \sum_{j=1}^m A_j \int_{a_j} \nabla N_j^M \cdot \nabla N_i^M d\Omega \\ &= \nu_0 \sum_{j=1}^m A_j \int_{r_i} N_j^M \cdot \frac{\partial N_i^M}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \tag{15}$$

가 된다.^{5),6)} 여기서 m 은 MAE의 節點數, $\partial N_j^M / \partial n$

는 補間函數 N^e 의 法線方向 導函數 成分이다. 따라서 식(14)에 벡터포텐셜의 근사화식인 식(2)를 대입하여 정리하면 節點值 A_i 에 대한 線型 代數 方程式이 구해진다. 이것을 行列로 표현하면,

$$\left\{ \frac{\partial \chi}{\partial A_i} \right\} = [[K] + [M]] \{A_i\} - \{F\} = 0 \quad (16)$$

이 된다. 따라서 식(16)에서 $\{A_i\}$ 를 구함으로써 각 節點의 벡터포텐셜 값을 얻을 수 있다. 여기서 行列 $[K]$, $\{F\}$ 는 1次 三角要素로 분할한 영역에 관한 項이고, 行列 $[M]$ 은 本 研究에서 적용한 MAE 영역에 관한 項이다. 行列 $[K]$, $\{F\}$ 에 대해서는 선형 혹은 비선형 해석에 따라 이미 많은 문헌에서 紹介^{23, 4} 되어 있으므로 생략하고 行列 $[M]$ 을 나타내면 선형 및 비선형 解析에 관계없이 다음과 같은 要素값 M_{ij} 를 갖는다.

① 直線型 機械

$$M_{ij} = \frac{\nu_0 x_0}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k [\sinh k(p-l_1) \cdot \cosh k(Q-l_1) - \sinh k \sinh k(p-p') \cdot \sinh k(Q-Q')] \cdot [(p-l_2) \cdot \cosh k(Q-l_2)] \cdot [a_{in} a_{jn} + b_{in} b_{jn}]$$

② 回轉型 機械

$$M_{ij} = \frac{\nu_0 \theta_0}{4} \cdot \frac{\ell_n \left(\frac{\ell_2}{p} \right) - \ell_n \left(\frac{\ell_1}{p} \right)}{\ell_n \left(\frac{p'}{p} \right) - \ell_n \left(\frac{Q'}{Q} \right)} \cdot a_{i0} \cdot a_{j0} + \frac{\nu_0 \theta_0}{2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k}{\left[\left(\frac{p'}{p} \right)^k - \left(\frac{p}{p'} \right)^k \right] \cdot \left[\left(\frac{Q'}{Q} \right)^k - \left(\frac{Q}{Q'} \right)^k \right]} \cdot \left[\left(\frac{\ell_2}{p} \right)^k - \left(\frac{p}{\ell_2} \right)^k \right] \cdot \left[\left(\frac{\ell_2}{Q} \right)^k + \left(\frac{Q}{\ell_2} \right)^k \right] - \left[\left(\frac{\ell_1}{p} \right)^k - \left(\frac{p}{\ell_1} \right)^k \right] \cdot \left[\left(\frac{\ell_1}{Q} \right)^k + \left(\frac{Q}{\ell_1} \right)^k \right] \cdot [a_{in} a_{jn} + b_{in} b_{jn}]$$

단 節點 i 가 고정자 境界面의 節點인 경우 $p = \ell_1, p' = \ell_2$ 이고, 회전자 境界面의 節點인 경우 $p = \ell_2, p' = \ell_1$ 이다. 또 節點 j 가 고정자 境界面의 節點인 경우 $Q = \ell_1, Q' = \ell_2$ 이고 회전자 境界面의 節點인 경우 $Q = \ell_2, Q' = \ell_1$ 이다. 또한 節點 i 또는 節點 j 가 MAE의 節點이 아닐 때에는 $M_{ij} = 0$ 이며 M_{ij} 에서의 n 은 계속 增加시켜 가면서 임의의 許容限度內에서 근사적으로 收斂되어 行列 요소값의 變化가 없으면 $n \rightarrow \infty$ 으로 볼 수 있다.

3. 適用 例 및 結果

3.1 解析 모델

本 研究에서는 MAE 적용 및 三角形 要素만의 分

割시의 精밀도를 比較하기 위하여 Laplace 方程式이 成立하는 解析의 모델을 擇하였다. 또한 그림 5와 같이 해석모델을 靜止領域, 移動領域 및 接合領域으로 나누고 境界條件으로서 $A(x) = A(x_0 + x)$ 의 週期條件, y_1 및 y_2 에서 Dirichlet條件 그리고 解析

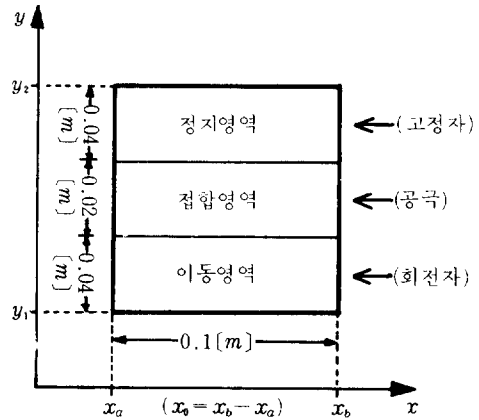


그림5. 解析 모델
Fig. 5. Analyzing model.

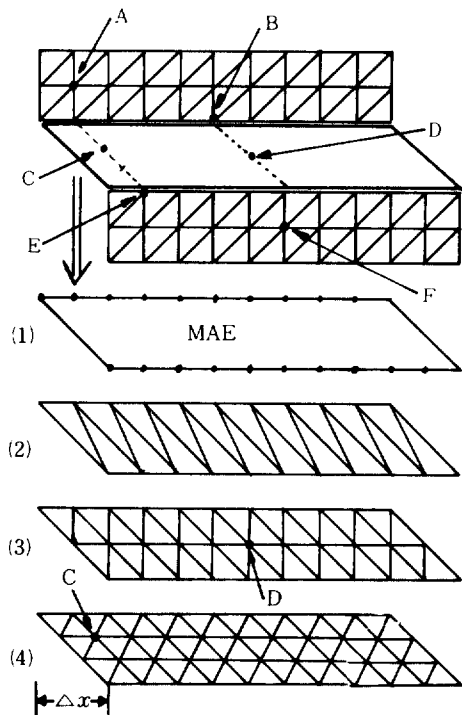


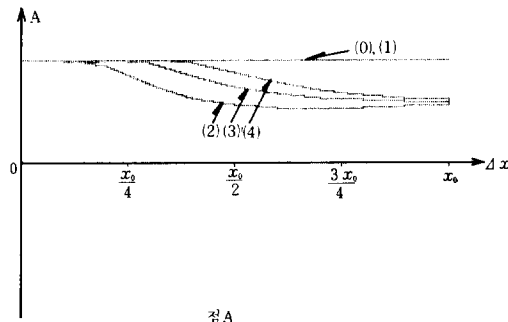
그림6. 解析모델의 要素分割
Fig. 6. Element discretization of analyzing model.

領域內的 임의의 境界에서 自然境界條件을 만족시키게 함으로써 電氣機械內的 磁界解析時와 유사하게 하였다. 이와같은 해석모델에 대해 그림 6과 같이 정지영역 및 이동영역은 1次 三角要素로 分割하고 접합영역은 (1)~(4)와 같이 MAE 및 1次 三角要素로 分割하여 이동영역의 이동에 따른 計算結果를 解析解(Analytic Solution)와 比較하였다. 그림 5의 해석영역 내부에서의 解析解는 다음과 같이 얻을 수 있다.^{7,8)}

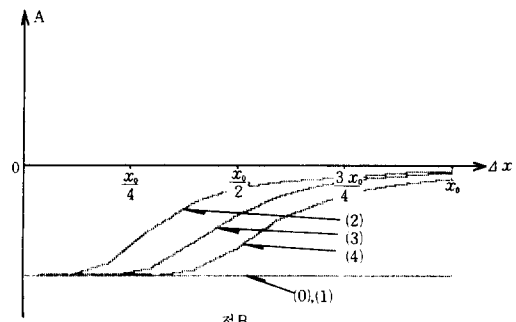
$$A(x, y) = A_0 e^{\frac{2\pi}{x_0} y} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{x_0} x\right) \quad (17)$$

3.2 結果 및 檢討

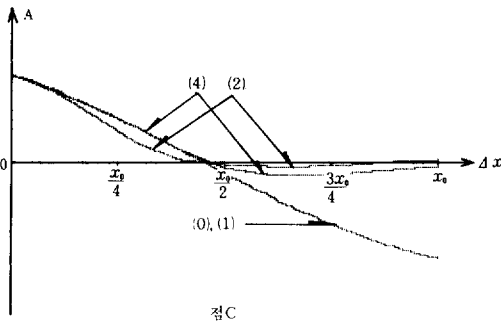
그림 5의 해석모델에 대해 移動領域의 이동변위 Δx 를 $0 \sim x_0$ 까지 變化시키면서 各 분할방법에 따른 計算結果의 精密度를 그림 6의 A~F點에서 解析解와 比較하였다. 그림 7에서 (0)은 解析解, (1)~(4)는 각각 그림 6의 (1)~(4)로 分割한 경우에 대한 결과이다. 그런데 접합영역의 點C는 3등분한 1次 三角要素로 분할(4)했을 때에는 節點位置에 있으나 2등분의 경우(3)에는 節點位置에 있지 않다. 또한 點D는 2등분의 경우(3)에는 節點位置에 있고 3등분의 경우(4)에는 節點位置에 있지 않다. 따라서 點



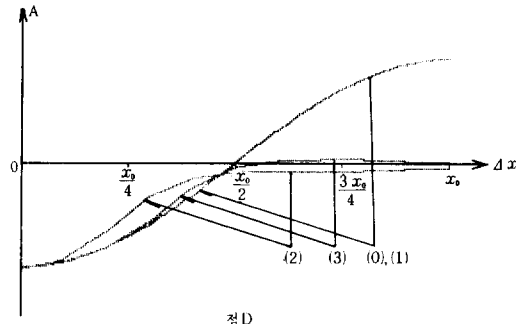
점A



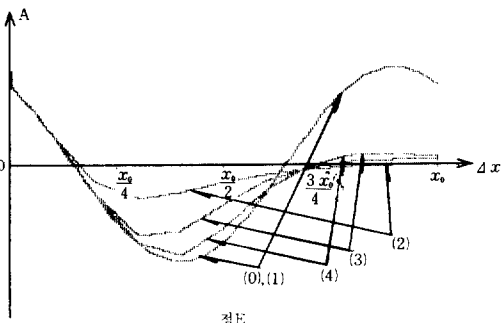
점B



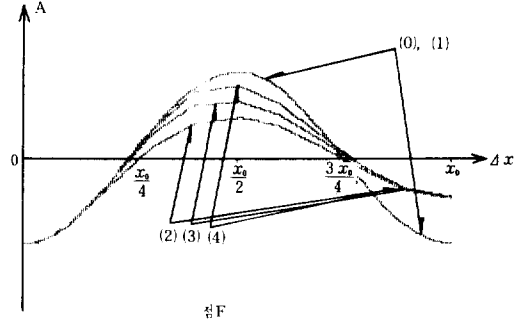
점C



점D



점E



점F

그림7. 各 點에 대한 解析結果의 比較

Fig. 7. Comparative results to each points.

C, D에서 節點에 位置하지 않은 2 등분 혹은 3 등분 1次 三角要素 분할의 계산결과는 비교에서 제외시켰다.

本 解析의 結果는 解析函數를 해석영역의 x 축에 대하여 1週期の 正弦函數를 適用한 例로서 電氣機械內的 2極分 基本波 磁界를 解析한 것과 유사하다. 따라서 그림 7의 結果 및 해석알고리즘을 통하여 다음의 사항을 알 수 있었다.

① 本 연구의 해석모델에 대하여 MAE적합 적용시의 誤差는 그림 7에서 解析解와 구별되지 않으나 全節點의 計算値로 볼때, 해석해에 대한 相對誤差가 0.1~0.3% 정도(해석해가 0인 경우 제외)로서 1次 三角要素의 變形이 없을 때와 거의 같고, 補間函數를 이용하여 要素内部的 解를 구했을 때 1~3% 정도의 상대오차가 있다. 이것은 MAE가 領域을 완벽하게 補間할 수 있으나 1次 三角要素와의 接合境界에서 解析函數가 線型化 되기 때문에 발생하는 誤差로서 이동변위 Δx 가 해석함수의 1週期 이상 증가해도 거의 같은 오차를 낸다. 따라서 MAE의 精密度는 MAE의 절점수에 比例하며 要素變形으로 인한 誤差는 거의 없음을 알 수 있었다.

② 1次 三角要素로서 接합영역을 分割했을 경우 등분을 많이 할 수록 이동변위 Δx 에 대해 相對的으로 變形이 적어 誤差가 적어지나 Δx 가 해석함수 주기에 대한 비율로서 어느 한계이상에서는 등분에 관계없이 誤差가 커진다. 또한 정지영역이나 이동영역에서는 接합영역에 近接할 수록 誤差가 커지며 接합영역에서 誤差가 가장 크다. 따라서 電氣機械의 動特性을 시간경과에 따라 연속적으로 解析하기 위해서 등분을 많이한 三角要素로서 空隙을 分割하여, 磁界의 基本波에 대해서 精密度가 유지되는 이동변위마다 要素를 재분할하는 方法을 이용할 경우 사계의 기본파분에 대해서는 오차를 줄일 수 있으나, 슬롯고조파를 포함한 고조파분자계는 기본파에 비하여 주기가 매우 짧으므로 그림 7에 나타난 주기에 대한 오차수반 비율로 볼때 移動變位 Δx 가 적을 지라도 精密度 유지범위를 벗어나게 된다. 그러므로 이 高調波磁界에 대한 誤差를 줄일 수 없기 때문에 解析상의 精密度가 떨어진다.

③ MAE 接合時, 補間函數를 決定하기 위한 係數 a_{in} 및 b_{in} 과 식(16)의 行列 [M]의 要素값을 저장하기 위한 기억용량을 필요로 하며 無限級數 형태로 나타나는 行列 [M]의 要素값의 收斂을 위한 反復時間을 필요로 한다. 따라서 計算結果値를 얻기 위한 計算機 使用容量 및 時間面에서 볼때 三角

形要素만의 分割時보다 MAE 接合時 경우가 容量 및 時間이 增加하는 短點이 있다. 또한 三角要素가 變形되지 않은 경우의 節點에서의 精密度는 MAE 接合時와 비슷하다. 따라서 節點을 移動시킬 필요가 없는 靜止機器에서는 三角要素만의 分割이 더 有利하다.

④ 本 研究의 結果는 그림 5의 直線型機械 類似 모델에 대한 適用結果로써 回轉型機械에 適用할 때에도 要素變形에 따른 誤差에 대해서는 거의 같은 計算結果가 나타난다. 그러나 回轉型機械 適用時 MAE와 三角要素의 接合境界가 正確하게 一致하지 않으며 이에 따른 計算상의 誤差가 附加되는 短點이 있다. 이 誤差는 MAE의 節點數를 增加시킴으로써 줄일 수 있다. 따라서 같은 精密度에 대하여 回轉型機械에 MAE를 適用할 때 直線型보다도 節點數를 增加시키는 것이 要求된다.

4. 結 論

本 研究의 結果에서 有限要素法 適用時 要素變形으로 인하여 수반되는 解析上的 誤差를 MACRO 空隙要素를 適用함으로써 없앨 수 있음을 究明하였다. 따라서 有限要素法에 의하여 回轉型 및 直線型 등의 電氣機械內的 磁束分布를 解析할 때 MACRO 空隙要素를 적용하면 시간 경과에 따른 連續的인 動特性을 精密하게 解析할 수 있으리라 기대된다. 그러나 靜止機器의 경우에는 精密度에 대한 計算機 使用時間 및 容量을 고려할 때 三角要素만의 分割이 더 效果的이다.

參 考 文 獻

- 1) A. A. Abdel-Razek, et al, "Conception of an Air-gap Element for the Dynamic Analysis of the Electromagnetic Field in Electric Machines", IEEE Trans., Vol. MAG-18, pp. 655~659, 1982
- 2) 任達鎬, 金燦五, "重電機의 設計에 따른 電界磁界分布 特性 解析을 위한 基本理論의 適用方法", 大韓電氣協會 調查研究 論文, Vol. 6, pp. 1~73, 1983
- 3) 中田, 石原, 高橋, 河瀬, "ヒステリシス及びろうす電流を考慮した新しい磁界解析法," 情報處理研究會 資料, lp-80-9, pp. 31~41, 1980
- 4) M. V. K. chari, "Finite Element Analysis of Electrical Machinery and Devices(invited);"

- IEEE Trans., Vol. MAG - 16, No. 5, pp.1014~1019, 1980.
- 5) K. H. Huebner, E. A. Thornton, "The Finite Element Method for Engineers (2/ed)", John Wiley & Sons, Inc., 1982
 - 6) L. J. Segerlind, "Applied Finite Element Analysis", John Wiley & Sons, Inc., 1976.
 - 7) F. B. Hildebrand, "Advanced Calculus for Applications (2/ed)", Prentice-Hall, Inc., 1976.
 - 8) E. Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics (4/ed)", John Wiley & Sons, Inc., 1976.