

<論 文>

有限差分法을 利用한 油壓管路의 特性에 관한 研究

吳 哲 煥* · 鄭 善 國** · 宋 昌 燮***

(1985年 7月 24日 接受)

A Study on Dynamic Characteristics of Hydraulic Transmission Line by Finite Difference Method

Cheol Hwan Oh, Seon Gook Jeong and Chang Seop Song

Key Words: Pressure Transients(壓力過渡), Surge Pressure(서어지壓力), Critical Time(臨界時間), Damping Coefficient(감쇠계수), Cavitation(空洞現象)

Abstract

Pressure trasients must deal with safety problem of system.

For identification of physical situation that can and method of limiting surges are essential consideration in sucessful design.

The finite difference equation by method of characteristics are derived from the governing equation of unsteady flow in a pipe, and solved by using boundary condition derived.

A computer program which can simulate general hydraulic system is developed by using finite difference equations and boundary conditions derived.

The simulated resulted results by developed computer program are in fair agreement with experiment result.

기 호 설 명

- A : 管路의 流動面積(m²)
- A_r : 릴리이프 벨브의 水壓面積(m²)
- a : 壓力波의 傳播 速度(m/sec)
- B : a/gA
- B₀ : 릴리이프 벨브의 포트의 減衰계수 kgf/(m/sec)

- C_d : 오리피스 流量係數
- C_e : 모우터의 外部 漏洩係數 (m³/sec)/(kgf/cm²)
- C_i : 모우터의 內部 漏洩係數
- C_{r,r} : 릴리이프 벨브의 單位壓力差에 對한 流量(m³/sec)/(kgf/cm²)
- D : 管路의 內徑(m)
- D_m : 모우터의 單位 回轉當 吐出量(m³/sec)/Rad
- E : 管材質의 彈性係數(kgf/cm²)
- e : 管壁의 두께(m)

* 正會員, 서울教育大學 實科

** 三星重工業(株) 綜合技術研究所(창원)

*** 正會員, 漢陽大學校 工科大學 精密機械工學科

- f : 摩擦係數
 g : 重力 加速度(m/sec²)
 H : 水力水頭(piezometric head) (m)
 I : 모우터와 負荷의 慣性 모우멘트(kg-m²)
 i : 서어브 밸브의 入力電流(mA)
 J : Leg 番號
 K : 作動油의 體積彈性係數(kgf/cm²)
 K_e : 作動油와 管路의 等價體積 彈性係數 kgf/cm²
 K_i : 서어브 밸브의 크기常數
 L : 管路의 길이(m)
 M : 릴리이프 밸브 포핏의 質量(kg)
 P : 壓力(kgf/cm²)
 P_{c_0} : 모우터의 粘性摩擦에 의한 壓力降下(kgf/cm²)/
 (Rad/sec)
 P_{0_0} : 모우터 卷筒摩擦에 의한 壓力降下(kgf/cm)/
 (Rad/sec)
 P_{sat} : 飽和壓力(kgf/cm²)
 P_{set} : 바이패스의 밸브 설정壓力(kgf/cm²)
 Q : 流量(m³/sec)
 Q_L : 서어브 밸브의 定格流量(m³/sec)
 S_x : 릴리이프 밸브의 스프링常數(kgf/m)
 T_0 : 모우터의 마찰력에 의한 토크(kgf-m)
 V : 流速(m/sec)
 x : 포핏의 移動距離(m)
 α : 管路의 傾斜角(deg)
 γ : 作動油의 重量密度(kgf/m³)
 θ : 格子메시의 比, 모우터의 角變位
 ν : 作動油의 體積(m³)
 ρ : 密度(kg/m³)
 ϕ : 포핏 圓錐角

下 添 字

- x, t : 偏微分
 A, B, C, P, R, S : 各點을 表示
 $j, j+1, j+i$: Leg 의 表示

上 添 字

- P : 現在 計算하고자 하는 값
 無次元變數
 D_{am} : 릴리이프 밸브에 의한 감쇠 比

$$= \frac{C_{rrv}}{2 \cdot D_m} \left[\frac{K_e \cdot I}{A \cdot L^3} \right]^2$$
 N : critical time 에 밸브가 닫히는 時間
 P_r : 供給壓力에 對한 最大서어지 壓力의 比

$$= \frac{\theta}{P_r} \left[\frac{K_e \cdot I}{A \cdot L} \right]^{1/2}$$

R : 레이놀즈 數

1. 序 論

油壓 시스템에서 壓力過度現象은 밸브의 急閉閉時, 액츄에이터와 밸브의 스푸울 사이에 位相差가 생길 때 發生되는 現象이다. 供給壓力보다 높은 서어지壓力 또는 空洞現象으로 인한 局部的 應力은 騒音과 各部品の 壽命과 安全等 많은 問題를 提起하기 때문에^(1,2) 多量의 各種 研究가 進行되어 왔다. 壓力過度의 解析은 各油壓要素의 傳達函數를 구하고 이를 組合하여 全體에 대한 線合傳達函數를 구한 後 時間領域으로 逆變換하여 時間에 對한 壓力의 變化를 구할 수 있었다⁽³⁾. 그러나 逆變換이 어렵고 시스템의 再構成이나 入力變化에 융통성이 없다. 이를 解決하기 위해 Streeter^(4,5)는 디지털 컴퓨터를 利用하여 시스템을 모델링하여 數値를 代入하므로써 시스템의 各部分에서 時間에 對한 流量과 壓力狀態를 알 수 있게 하였다. 이때 사용한 方法은 偏微分으로 表示된 流體의 運動方程式, 連續方程式, 狀態方程式을 特性曲線解法(method of characteristics)에 의하여 有限差分方程式으로 變換하였다. 本論文에서도 特性曲線解法에 의하여 各 方程式을 有限差分方程式으로 變換하고 이를 油壓시스템에 使用하기 위하여 油壓回路의 一般的인 要素인 서어브밸브, 方向制御밸브, 油壓모우터, 실린더, 릴리이프 밸브, 필터 등이 回路內에 連結되어 있는 境遇에 對하여 解析할 수 있는 프로그램을 짜고 油壓시스템에서 發生하는 壓力 및 流量의 過度現象을 예측할 수 있도록 하였다⁽⁶⁾. 프로그램의 正確度를 判斷하기 위하여 計算結果와 實驗結果를 比較하였으며 壓力過渡現象에 미치는 要素인 負荷의 크기, 管路의 材質, 管路의 길이, 밸브의 開閉時間, 액츄에이터 入口側과 出口側 사이에 바이패스밸브의 設置效果에 對하여 研究하였다.

2. 理論 및 數學的 展開

2.1 管路의 數學的 모델

管內를 흐르는 非定常流動을 解析하기 爲한 方程式은 아래와 같다^(6,7).

(1) 運動方程式

管內의 흐름은 一次元 流動이고 溫度도 一定하다고 假定하여 Navier-Stokes 方程式을 整理하면 식 (1)과 같다.

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (1)$$

(2) 連續方程式

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

(3) 流體의 狀態方程式

$$K = - \frac{dP}{d\nu/\nu} = - \frac{dP}{d\rho/\rho} \quad (3)$$

(4) 管壁의 彈性方程式

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dt} = \frac{D}{eE} \frac{dP}{dt} \quad (4)$$

식 (3) 및 식 (4)를 식 (2)에 代入 整理하면 식 (5)와 같고

$$\frac{1}{K} \frac{dP}{dt} \left(1 + \frac{KD}{eE} \right) + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 常數를 再整理하여 식 (6)을 얻는다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} + a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

여기서, a 는 壓力波의 傳播速度이다.

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + (KD/eE)} \quad (7)$$

식 (1) 및 (6)에 피에조미더水頭 $H = \frac{P}{\gamma} + z$ 를 代入

C^+ , C^- 差分 方程式으로 만든다.

$$C^+ \text{ 方程式: } H_P = C_P - B_R Q_P \quad (8)$$

$$C^- \text{ 方程式: } H_P = C_M + B_S Q_P \quad (9)$$

여기서 常數는 다음과 같고 grid는 Fig. 1과 같다.

$$B_R = a_R/gA_R \quad (10)$$

$$B_S = a_S/gA_S \quad (11)$$

$$C_P = H_R + Q_R \left(B_R + \frac{\Delta t}{A_R} \sin \alpha - \frac{a_R f \Delta t}{2gDA_R^2} |Q_R| \right) \quad (12)$$

$$C_M = H_S - Q_S \left(B_S - \frac{\Delta t}{A_S} \sin \alpha - \frac{a_S f \Delta t}{2gDA_S^2} |Q_S| \right) \quad (13)$$

윗 식에서 R, S 점에서의 값은 점 ABC 에서의 값으로부터 補間法(interpolation)으로 구할 수 있다.

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} : \text{grid-Mesh의 比, } \xi = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot a = \theta \cdot a \text{라 놓으면}$$

면

$$Q_R = \frac{Q_C - \xi_R(Q_C - Q_A)}{1 + \theta(Q_C - Q_A)/A_R} \quad (14)$$

$$Q_S = \frac{Q_C - \xi_S(Q_C - Q_B)}{1 - \theta(Q_C - Q_B)/A_S} \quad (15)$$

$$H_R = H_C - \left(\frac{Q_R \cdot \theta}{A_R} + \xi_R \right) (H_C - H_A) \quad (16)$$

$$H_S = H_C + \left(\frac{Q_S \cdot \theta}{A_S} - \xi_S \right) (H_C - H_B) \quad (17)$$

2.2 境界條件의 數學的 모델

(1) 境界條件의 뜻

식 (8)과 (9)로 管路의 臨意 點에서 流量과 壓力를 구할 수 있으나 管路의 始作點이나 終點에서는 C^+ , C^-

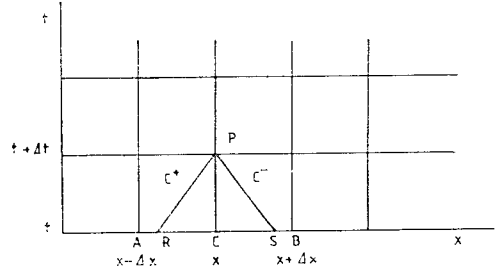


Fig. 1 X-t grid of characteristics method

식 중에 하나만 成立되므로 Q 와 H 를 同時에 구할 수 없기 때문에 始作點이나 終點에 連結된 油壓要素의 特性을 利用하여 方程式을 유도 할 수 있고 油壓要素의 앞에 다리(leg)의 마지막 節(node)과 뒤의 다리에 첫 번째 節에서 Q 와 H 를 Fig. 2처럼 구할 수 있다.

(2) 境界條件의 種類

本 論文에서 고려한 境界條件은 다음과 같다. ① 서어브 밸브 ② 管路의 連結 ③ 流動面積의 變化 ④ 오리피스 ⑤ 엘보우 ⑥ 관이음이나 分枝管 ⑦ 一定壓力端 ⑧ 막힌 管 ⑨ 閉開밸브 ⑩ 油壓필터 ⑪ 油壓 모우터와 실린더 ⑫ 兩方向 릴리프 밸브 ⑬ 한方向 릴리이 프밸 ⑭ 어큐뮬레이터이다.

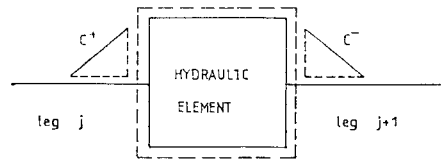


Fig. 2 Hydraulic element between two leg

위 境界條件은 前後의 다리에서 面積이 變化될 수 있고 壓力波의 傳播速度나 過度 密度等도 變化할 수 있다.

(3) 各 境界條件의 誘導

(가) 서어브 밸브

流量關係式 $Q = K_i \sqrt{\Delta P}$ 에서 流量은 電流에 比例하고 ΔP 는 다음과 같다.

$$\Delta P = \frac{Q}{K_i^2 i^2} = \frac{2gcA_i^2}{K_i^2 i^2 \rho_i} \cdot \frac{\rho_j V}{2gc} \quad (18)$$

그러므로 水頭損失係數는 $2gcA_i^2/K_i^2 i^2 \rho_i$ 이다.

(Fig. 3 참조)

(나) 오리피스^(5,7)

오리피스는 固定과 流體抵抗을 갖는 機構이므로 連結 前後의 流動面積이 同一하다고 假定하면 식 (19)와 같다.

$$Q_j^P = Q_{j+1}^P \quad (19)$$

이를 管通하는 流量 Q_j^P 는 다음과 같다.

$$Q_j^P = C_d A_v \sqrt{2g(H_j^P - H_{j+1}^P)} \quad (20)$$

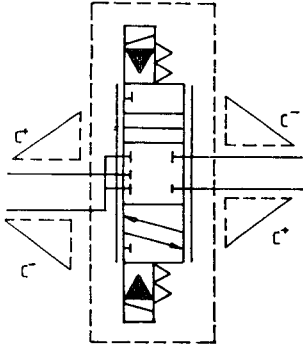


Fig. 3 Servo valve junction

水頭는 식 (8), (9)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C^+ \text{ 方程式: } H_j^P = C_p - B_j Q_j^P \quad (21)$$

$$C^- \text{ 方程式: } H_{j+1}^P = C_m + B_{j+1} Q_{j+1}^P \quad (22)$$

윗식을 整理하면 다음 2次方程式이 求解된다.

$$(Q_j^P)^2 + 2g(B_j + B_{j+1})(C_d A_v)^2 Q_j^P - 2g(C_d A_v)^2(C_p - C_m) = 0 \quad (23)$$

식 (23)에서 Q_j^P 를 구하고 식 (20), (21), (22)에서 Q_{j+1}^P , H_j^P , H_{j+1}^P 를 구한다(Fig. 4 참조).

(다) 流動面積의 變化, 連續된 管路, 엘보우⁽⁵⁾

이들 세 경우는 오리피스와 같이 一定한 流體抵抗를 가지므로 損失水頭에 해당된 項만 補正해 주면 다음과 같다.

$$\Delta P = K_f \frac{\rho_j V_j^2}{2g} \quad (24)$$

K_f ⁽⁶⁾는 K -因子이다.

(라) T 자管 및 分枝管^(5,7)

이들 두 경우는 交叉點에서 連續된 點의 壓力은 같다는 條件으로 부터 求解된다.

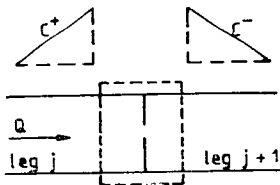


Fig. 4 Orifice junction

$$H_j^P = H_{j+1}^P + H_{j+1}^P \quad (25)$$

各 다리에서 C^+ , C^- 方程式을 適用하면 다음 세 식을 얻는다.

$$Q_j^P = -H_j^P/B_j + C_{Pj}/B_j \quad (26)$$

$$-Q_{j+1}^P = -H_j^P/B_{j+1} + C_{Mj+1}/B_{j+1} \quad (27)$$

$$-Q_{j+1}^P = -H_j^P/B_{j+1} + C_{Mj+1}/B_{j+1} \quad (28)$$

식 (26), (27), (28)을 (25)에 代入하여 H_j^P 를 얻는다 (Fig. 5 참조).

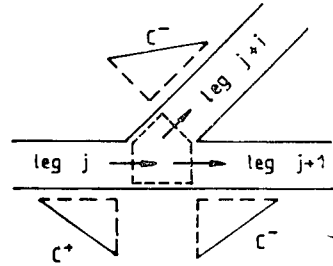


Fig. 5 Tee or branching junction

$$H_j^P = \frac{C_{Pj}/B_j + C_{Mj+1}/B_{j+1} + C_{Mj+i}/B_{j+i}}{\sum (1/B)_{j,j+1,j+i}} \quad (29)$$

식 (29)에서 H_j^P 를 구하고 위 세 식에서 Q_j^P , Q_{j+1}^P , Q_{j+i}^P 를 各各 구할 수 있다.

(마) 油壓모터 및 실린더

모터의 運動方程式은 다음과 같다(Fig. 6 참조).

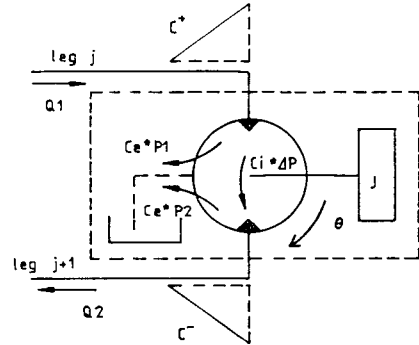


Fig. 6 Hydraulic motor junction

$$(P_1 - P_2) D_m - P_{c_b} \cdot D_m \cdot \dot{\theta} - T_0 |\dot{\theta}| / \dot{\theta} = I \ddot{\theta} \quad (30)$$

모터의 流量關係式에서 다음 식을 얻는다.

$$\text{入口側: } Q_1 - C_i(P_1 - P_2) - C_e P_1 = D_m \dot{\theta} \quad (31)$$

$$\text{出口側: } Q_2 - C_i(P_1 - P_2) + C_e P_2 = D_m \dot{\theta} \quad (32)$$

식 (32)의 微分項들을 整理하면 식 (33)을 얻는다.

$$\frac{\gamma D_m}{g_c} \left(\frac{H_{j+1}^P + H_j}{2} - \frac{H_{j+1}^P + H_{j+1}}{2} - T_0 \cdot 10^4 \cdot \frac{|\dot{\theta}|}{\dot{\theta}} \right) - P_{c_b} \cdot D_m \cdot 10^4 \left(\frac{\dot{\theta}_{j+1} + \dot{\theta}_{j+1}}{2} \right) = I \frac{\dot{\theta}_{j+1} - \dot{\theta}_{j+1}}{\Delta t \cdot g_c} \quad (33)$$

식 (31), (32)를 利用하여 θ 를 出口側 速度項으로 整理하면 식 (34)를 얻는다.

$$\begin{aligned} & C_{S4}(H_j - H_{j+1}) + C_{S4}(H_j^P - H_{j+1}^P) - P_0 \text{ sig} - C_{S3} \\ & = C_{64} V_{j+1}^P - \frac{C_i D \text{ sig} \cdot D_{pre}}{A_{j+1}} (H_j^P - H_{j+1}^P) \\ & + \frac{\rho C_e P_{rem}}{10^4 A_{j+1}} H_{j+1}^P \end{aligned} \quad (34)$$

식 (34)의 常數項을 整理하고 식 (8), (9)를 代入하

면 다음 식을 얻는다.

$$C_{60}V_j^p + C_{61} = C_{62}V_{j+1}^p \quad (35)$$

식 (31), (32)를 整理하면 식 (36)을 얻는다.

$$A_j V_j^p = A_{j+1} V_{j+1} + C_e (H_j^p + H_{j+1}^p) \frac{\gamma}{g_c} \cdot 10^4 \quad (36)$$

식 (36)에 식 (8), (9)를 代入 整理하면 식(37)을 얻는다.

$$V_j^p C_{14} + C_{15} = V_{j+1}^p \cdot C_{16} \quad (37)$$

식 (35)와 (37)을 整理하여 V_{j+1}^p 를 구한다.

$$V_{j+1}^p = \frac{C_{60} \cdot C_{15} - C_{61} \cdot C_{14}}{C_{60} \cdot C_{16} - C_{62} \cdot C_{14}} \quad (38)$$

식 (38)에서 V_{j+1}^p 가 구해지고 식 (37), (8), (9)에서 V_j^p , H_j^p , H_{j+1}^p 를 구하고 실린더의 경우는 모우터의 吐出量 代身 有效斷面積을 代入하고 極慣性모우먼트 代身 실린더의 質量等 相應하는 값을 代入하면 된다. 여기에 使用한 常數는 다음과 같다.

$$C_{14} = A_j + C_{54} B_{j+1}$$

$$C_{15} = C_M - C_P$$

$$C_{16} = A_{j+1} - C_{54} B_{j+1}$$

$$C_{54} = \gamma D_m / 2 \cdot g_c$$

$$C_{55} = C_{64} \cdot C_i D \text{ sig} \cdot D_{pre} / A_{j+1}$$

$$C_{56} = C_{64} \cdot \rho \cdot C_e \cdot P_{rem} / 10^4 \cdot A_{j+1}$$

$$C_{57} = C_{54} + C_{55}$$

$$C_{58} = C_{54} + C_{55} + C_{56}$$

$$C_{59} = C_{54} (H_j - H_{j+1}) (-P_0 \text{ sig} - C_{53})$$

$$C_{60} = -B_{j+1} \cdot C_{57}$$

$$C_{61} = C_{59} + C_{57} \cdot C_P - C_{58} C_M$$

$$C_{62} = C_{58} (H_j - H_{j+1}) - P_0 \text{ sig} - C_{54}$$

$$D \text{ sig} : 1 (\theta \geq 0)$$

$$-1 (\theta < 0)$$

$$D_{pre} : 1 (P_j \geq P_{j+1})$$

$$-1 (P_j < P_{j+1})$$

$$P_{rem} : 1 (P_{j+1} > 0)$$

$$0 (P_{j+1} \leq 0)$$

$$\text{sig} = D \text{ sig} \cdot 10^4 \cdot D_m$$

(바) 油壓필터

필터는 라인필터를 취급하며 出入口의 크기가 一定하며 流量에 對한 壓力降下가 Fig. 7과 같다면 다음

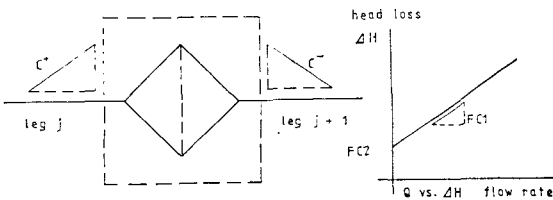


Fig. 7 Filter junction

식이 된다.

$$H_j^p - H_{j+1}^p = FC1 \cdot A_j \cdot V_j^p + FC2 \quad (39)$$

식 (39)에 식 (8), (9)를 代入 整理하면 다음 식이 된다.

$$V_j^p = \frac{C_P - C_M - FC2}{FC1 \cdot A_j + B_j + B_{j+1}} \quad (40)$$

식 (40)에서 V_j^p 를 구하고 식 (8), (9)에서 H_j^p , H_{j+1}^p 를 구한다.

(사) 어큐물레이터⁽³⁾

어큐물레이터는 블래더型으로 가정한다(Fig. 8 참조) 内部 窒素의 狀態方程式은 다음과 같다.

$$H_{\forall}^n = C \quad (41)$$

内部 體積과 入口流量의 關係에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\forall^p = \forall - \Delta t \cdot A_j \cdot (V_j^p + V_j) / 2 \quad (42)$$

入口에서 C^+ 方程式인 $H_j^p = C_P - B_j V_j^p$ 를 식 (42)와 식 (41)에 代入하면 다음 식이 된다.

$$(C_{51} - B_j V_j^p) (C_{52} - C_{53} V_j^p)^n - C = 0 \quad (43)$$

여기서 使用된 常數는 다음과 같다.

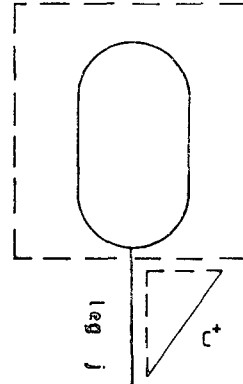


Fig. 8 Accumulator

$$C_{51} = C_P - z + \bar{H}$$

$$C_{52} = \forall - \Delta t \cdot A_j V_j / 2$$

$C_{53} = \Delta t \cdot A_j / 2$ 이고 \forall 는 블래더 内部體積이고 \bar{H} 는 大氣壓에 相當하는 水頭이다.

V_j^p 는 非線型을 풀어 구하고 식 (8), (42)에서 H_j^p 와 體積을 구할 수 있다.

(아) 릴리프 밸브

릴리프 밸브를 2次 動作要素(dynamic element)로 가정하고 直動型밸브에 對하여 포핏의 運動方程式과 流量條件으로 부터 H 와 Q 를 구한다(Fig. 9 참조) 포핏의 運動方程式은 다음과 같다.

$$(P_1 - P_2) A_v - F |V| / V - S_k (x + x_0) - B_0 \dot{x}$$

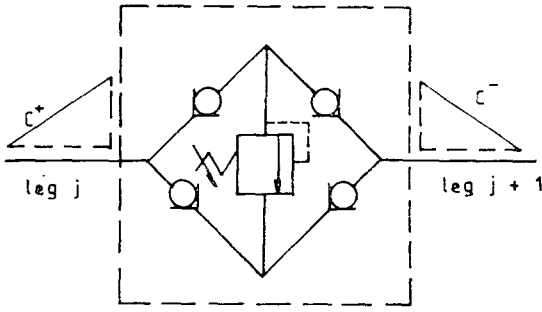


Fig. 9 Relief valve junction

$$= M \frac{dx}{dt} \quad (44)$$

윗 식에서 $F|V|/V$ 가 x_0 에 비해 매우 작아 무시하고 漏洩을 없다고 가정하여 식 (44)를 整理하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma A_v}{g_c} \left(\frac{H_j^p + H_j}{2} - \frac{H_{j+1}^p + H_{j+1}}{2} \right) \\ & - S_k \left(\frac{x^p + x}{2} + x_0 \operatorname{sig}(\dot{x}) \right) - B_0 \frac{x^p - x_{old}}{2\Delta t} \\ & = M \frac{x^2 - 2x + x_{old}}{g_c (\Delta t)^2} \quad (45) \end{aligned}$$

식 (45)에서 x 에 添字와 時間과의 關係는 $x_{old} \rightarrow t - \Delta t$, $x \rightarrow t$, $x^p = t + \Delta t$ 이고 壓力과 流量의 關係에서 다음식을 얻는다.

$$Q = C_d A (x^p)^2 (2g(P_1 - P_2)/\gamma)^{1/2} \quad (46)$$

$$C_d = 0.0556 Re^{1/2} \quad (47)$$

$$A(x^p) = \pi d_m x^p \sin \phi \quad (48)$$

$$Re = Q / (\pi d_m \Delta) \quad (49)$$

식 (46), (47), (48), (49)를 조합 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$Q = CR \cdot (x^p)^2 \cdot (P - P_2) \quad (50)$$

여기서 常數값 $CR = \frac{2\pi(0.0556)^2 g_c d_m \sin^2 \phi}{\rho \Delta}$ 이며 식

(50)을 整理하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_j V_j^p &= CR \cdot (x^p)^2 \left(\rho_j \frac{H_j^p + H_j}{2} \right. \\ & \left. - \rho_{j+1} \frac{H_{j+1}^p + H_{j+1}}{2} \right) \quad (51) \end{aligned}$$

식 (51)에 식 (8), (9)를 代入 整理하면 다음식을 얻는다.

$$A_j V_j^p = g_c \cdot CR \cdot (x^p)^2 \cdot (C_{70} - V_j^p \cdot C_{71}) \quad (52)$$

식 (8), (9)를 (45)에 代入하면 다음 식이 된다.

$$V_j^p = C_{78} - C_{79} x^p \quad (53)$$

식 (53)을 (52)에 整理하면 다음 식이 된다.

$$C_{80} (x^p)^3 + C_{81} (x^p)^2 + C_{82} (x^p) + C_{83} = 0 \quad (54)$$

윗 식을 풀어 x^p 구하면 식 (53)에 의해 V_j^p 를 구하며 流量關係式에서 V_{j+1}^p 를 구하고 식 (8), (9)에 의하여 H_j^p , H_{j+1}^p 를 구할 수 있다. 그리고 여기에 쓰여진 常數는 다음과 같다.

$$C_{70} = [\rho_j (C_P + H_j) - \rho_{j+1} (C_M + H_{j+1})] / 2$$

$$C_{71} = [\rho_j B_j + A_j \rho_j B_{j+1} / A_{j+1}] / 2$$

$$C_{72} = B_0 / 2\Delta t$$

$$C_{73} = M / (g_c \cdot (\Delta t)^2)$$

$$C_{74} = C_{72} + C_{73} + S_k / 2$$

$$C_{75} = C_{73} (x_{old} - 2x)$$

$$C_{76} = C_{72} x_{old}$$

$$C_{77} = C_{75} - C_{76} + S_k (x/2 + \operatorname{sgn}(x) \cdot x_0)$$

$$C_{78} = (A_v C_{70} - C_{77}) / A_v \cdot C_{71}$$

$$C_{79} = C_{74} / A_v C_{71}$$

$$C_{80} = C_{71} \cdot C_{79}$$

$$C_{81} = C_{70} - C_{71} \cdot C_{80}$$

$$C_{82} = C_{79} \cdot A_j / (g_c \cdot CR)$$

$$C_{83} = -C_{78} \cdot A_j / (g_c \cdot CR)$$

(자) 추주분리 (column separation)

過渡狀態에서 飽和壓力를 溫度의 函數로 計算하고 이때 發生한 氣泡量은 다음 식으로 計算한다.

$$V_{i,cavity} = \sum A_j \Delta t (V_{i+1} - V_i) \quad (55)$$

氣泡가 消滅될 때 該점 i 에서 壓力上昇은 다음 식으로 計算한다.

$$P_i = P_{sat} + \frac{a_i}{2} (V_i + V_{i+1}) \rho_i$$

3. 프로그램의 構成

3.1 各 프로그램의 役割과 흐름도

프로그램의 構成은 主프로그램, 8個의 副프로그램, 4個의 函數 프로그램과 計算結果를 構成하는 要求 프로그램으로 차여져 있고 프로그램 全體에 對한 흐름도를 Fig. 10에 간단히 나타냈고 모델링은 Fig. 11에 표시했다.

3.2 計算順序

(1) 間隙創成 (mesh generation)

特性曲線解法에서 補間法을 適用하기 위한 收斂條件은 壓力波의 傳播速度와 流速에 따른 Δx 와 Δt 에 의한 限界는 다음과 같다.

$$\frac{(V+a)\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (56)$$

프로그램에서 速度를 15m/sec以下로 가정하고 처음에 適當한 Δt 값이 주어지면 節사이의 間隙은 다음 식으로 구한다.

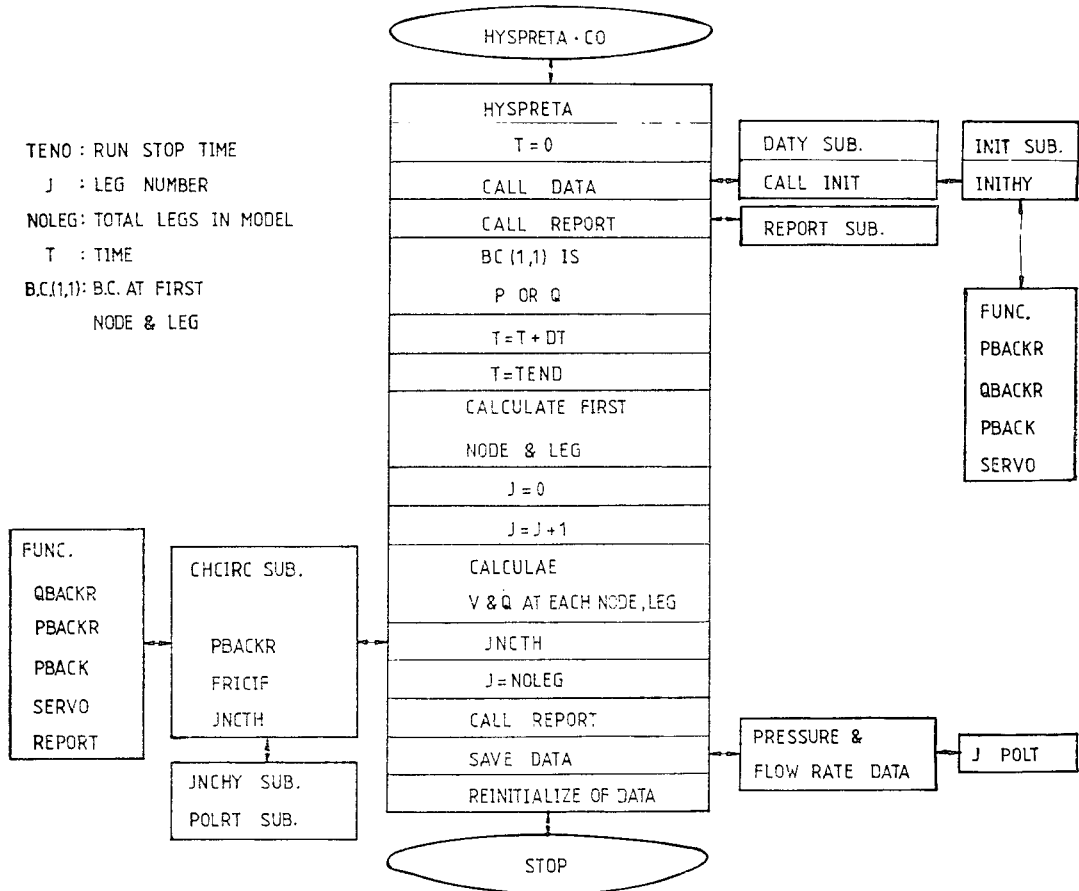


Fig. 10 Flow chart

$$\Delta x = \Delta t (a + 15) \quad (57)$$

만일 Δx 가 다리全體보다 클 때는 Δx 를 고정하고 Δt 를 변경하여 시간 간격을 滿足해야 하며 時間間隔은 다음 식으로 計算한다.

$$\Delta t = 0.99 \cdot \frac{\Delta x}{a + V} \quad (58)$$

(2) 初期值 計算

初期狀態는 正常狀態이므로 節과 節사이는 摩擦係數에 의한 損失을 考慮하여 各 節 값을 구하고 交叉點의 副次損失을 考慮하여 베르누이 方程式과 連續方程式을 利用하여 값을 구한다.

(3) 過渡狀態의 計算

過渡狀態에서 各 節에서의 값은 식 (8), (9)에서 구하고 다리간격은 交叉點의 動特性을 고려한 式에서 구한다. 그러므로 $t=0$ 일때 구한 初期值에서 다리와 節에 따르 壓力과 流量을 時間을 Δt 씩 增加시키며 返復 計算하여 구한다.

4. 計算과 結果

4.1 實驗方法

Table 1은 實驗機構들로 設置는 Fig. 12에 표시했다 서어보밸브에 o.p. 앰프를 부착하고 여기에 函數發生器를 連結하였다. P_1 側에 오일로스코프와 x-y 레코더를 設置하였다. 서어보 밸브에 80mA, 500msec의 四角波를 $\frac{1}{2}$ 週期로 보내 밸브를 급히 開閉하는 實驗을 했다. 이는 停止狀態에서 밸브를 열게 됨으로 생기는 過渡狀態에서 正常狀態에 이르는 過程과 급히 닫음으로 생기는 過渡狀態를 同時에 볼 수 있다. P_2 側의 狀態가 Fig. 13이고 P_1 側의 狀態가 Fig. 14이고 액튜에이터의 過渡狀態가 Fig. 15이다.

4.2 計算과 結果

Fig. 13, 14, 15에서 점선이 計算結果이며 실선이 實驗值로서 잘 一致한다. 流量의 境遇는 壓力의 境遇보

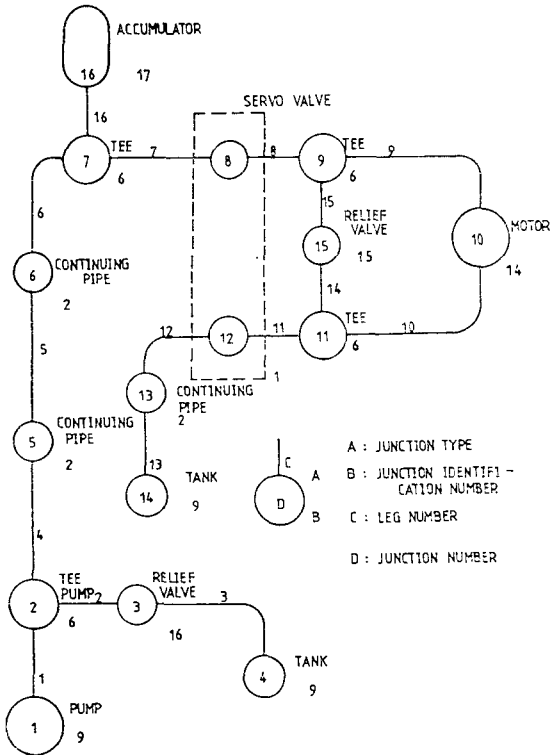


Fig. 11 Modeling circuit

다 접근하나 壓力部分은 内部漏洩로 完全히 考慮할 수 없기 때문에 차가 조금 크다.

4.3 過渡特性에 미치는 因子들의 影響

因子로서 負荷의 慣性, 管路의 材質, 管路의 길이,

Table 1 Experimental instruments

Class	Name, Type or Spec.	Manufacturing Co.
Main Exp. Instrument	Electro-Hydraulic Servo mechanism EHS-160	Feedback
Servo Valve	Moog 73-100	Moog control co.
Transducers	BHL 4100	Bell & Howell
Motor	Lucas Hyd. Motor	Lucas Ltd.
Pump	0.115 liter/sec	Hyd. Project Ltd.
Accumulator	0.5 liter	Fawoett Eng. Ltd
Filter	Mesh 5.0	Feedback
Oil	Tellus 37	Shell
Hose	SAE $\frac{1}{4}$ " , SAE $\frac{1}{2}$ "	Feedback

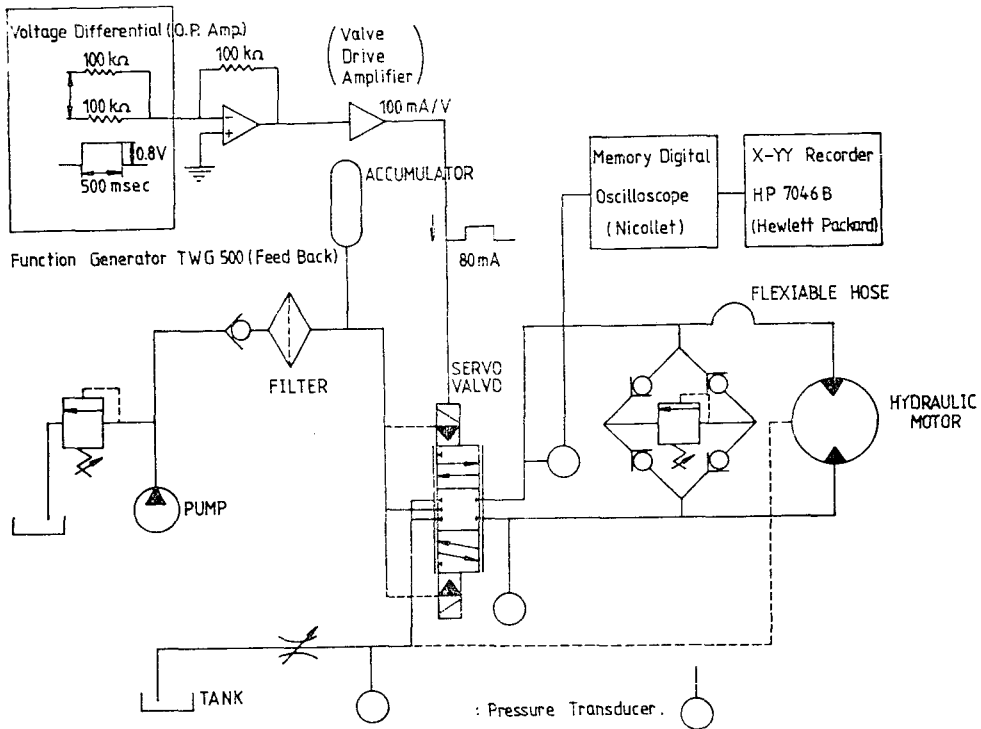


Fig. 12 Hydraulic circuit & attaching experimental equipments

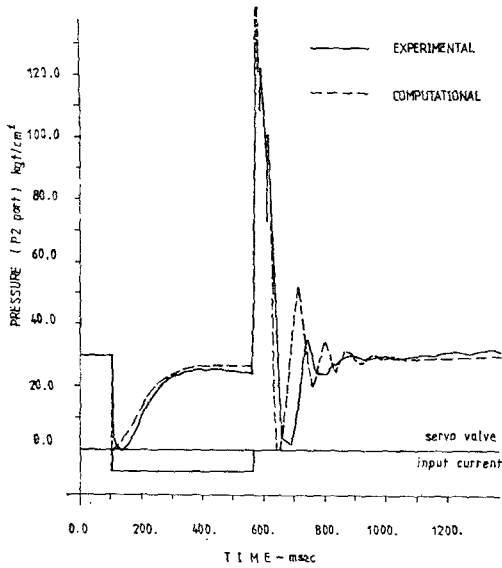


Fig. 13 Pressure at P_2 port of servo valve

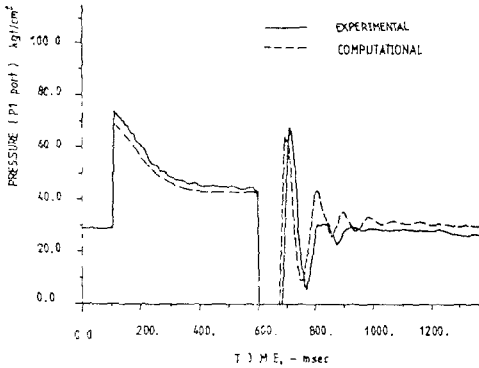


Fig. 14 Pressure at P_1 port of servo valve

밸브의 폐쇄시간, 바이패스 시키는 기름량을 모델링한 시스템에 여러 값으로 변화시키며 서어지壓력을 조사하여 결과를 Fig. 16에 표시했다. 여기에 사용한 무次元變數는 다음과 같다.

$$K_c = \frac{1}{K} + \frac{2D}{e \cdot E} \quad (59)$$

$$P_R = \frac{\theta}{P_s} \left(\frac{K_c \cdot I}{V_0} \right)^{1/2} \quad (60)$$

$$D_{am} = \frac{C_{-v}}{2D_m} \left(\frac{K_c \cdot I}{V_0} \right)^{1/2} \quad (61)$$

여기서 V_0 는 액츄에이터의 出口側 부피이며 P_R 은 供給側 壓力에 대한 理論의 最大壓力⁽¹⁾이며 D_{am} 은 밸브에 의한 시스템의 減衰係數의 無次元變數가 된다.

밸브 閉鎖時間은 아래와 같다.

$$N = \frac{T}{2L/a} \quad (62)$$

여기서 T 는 밸브 閉鎖時間이고 $2L/a$ 는 壓力波의 1回 往復時間으로 臨界時間이 된다. 식 (60)을 풀어 쓰면 아래와 같다.

$$P_R = \frac{K_c \cdot I}{V_0} = \frac{K \cdot E \cdot e}{(e \cdot E + K \cdot D)} \cdot \frac{I}{A \cdot L} \quad (63)$$

식 (63)에서 P_R 은 油壓管路의 特性을 包含한다. 負荷의 慣性, 管路材質의 彈性係數, 管路의 길이, 作動

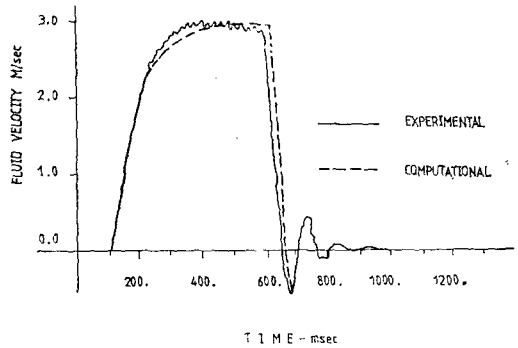


Fig. 15 Flow across hydraulic motor

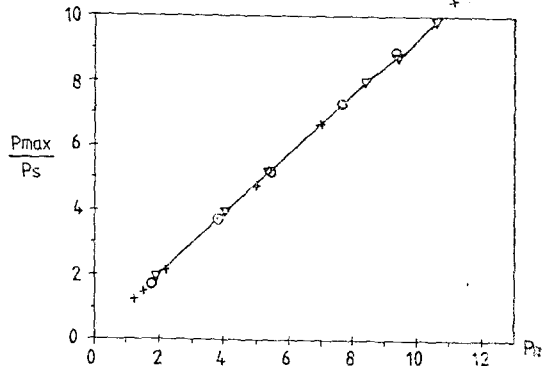


Fig. 16 Effect of Modulus of elasticity, load of inertia, pipelength to peak pressure

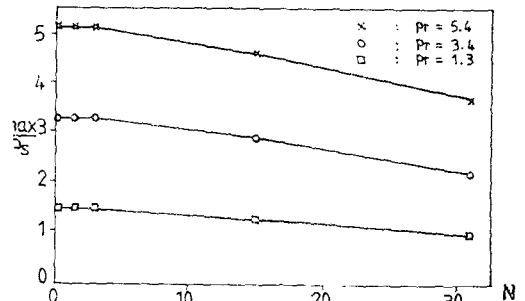


Fig. 17 Effect of valve closing time to peak pressure

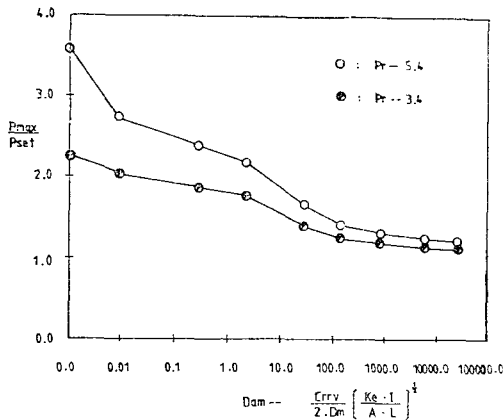


Fig. 18 Effect of flow rate per unit pressure difference to peak pressure

油的體積彈性係數, 管路的 두께, 管路的斷面積等 各要素에 대한 實驗이 따를 수 있지만 P_R 를 無次元化하여 變數로 實驗하여 各各에 대해 材質의 彈性係數 實驗을 ○標, 慣性에 대한 것을 △標, 길이에 대한 것을 ×標를 使用했으며, 밸브 開閉에 關한 實驗을 Fig. 17로 표시했으며 N 이 클수록 壓力이 떨어져 臨界時間 以下에는 빨리 閉鎖해도 壓力이 上昇치 않는다. Fig. 18은 액튜에이터 入出口側 사이에 一定壓力 以上에서 作動油의 바이패스 시킬 경우 D_{am} 에 대한 $\frac{P_{max}}{P_{set}}$ 의 값으로 표시했다. 이의 結果로 조그만 流量을 바이패스 시켜도 壓力이 크게 낮아지는 매우 重要하다.

서어지壓력을 調整하기 위해서 가장 支配의 因子는 P_R 과 D_{am} 이다. 그러므로 P_R 을 낮추기 위해서는 管路의 彈性을 크게 하고 管路의 길이를 길게하며 斷面積을 크게 해준다. D_{am} 을 크게 하는 方法은 바이패스 밸브를 入出口에 設置하는게 效果의이며 開閉時間은 臨界時間 以下에는 별 影響이 없다.

5. 結論

(1) 過渡狀態에서 서어지 壓力은 P_R 로 定義되는 壓

力比에 線型的으로 比例하고 減衰가 없을 때는 P_R 과 一致한다.

(2) 서어지 壓力은 臨界時間보다 빨리 닫혀도 壓力은 上昇치 않는다.

(3) 서어지 壓力을 가장 支配하는 因子는 P_R 과 D_{am} 으로 適切히 調整하여 效果를 얻는다.

(4) 액튜에이터 入出口에 바이패스 밸브를 設置하면 많은 效果를 얻을 수 있다.

(5) 油壓시스템을 微分方程式과 有限差分法으로 구한 結果가 一致하므로 本論文의 알고리즘은 油壓시스템 解析에 應用할 수 있다.

參 考 文 獻

- (1) H.E. Merritt, "Hydraulic Control System" John Wiley & Son, 1967
- (2) John F. Blackburn, Reethof, Shearen, "Fluid Power Control" M.I.T. Press, 1960
- (3) 橫手, "慣性負荷世持つ 油壓モータ路過渡特性について" 日本製鋼技術報, Vol. 17, No. 22, p. 2551, 1967
- (4) V.L. Streeter, "Unsteady Flow Calculations by Numerical Method" ASME bas. eng. Vol. 15, No. 4, pp. 457~466, 1972
- (5) V.L. Streeter, "Fluid Mechanics" McGraw-Hill, 1975
- (6) H.G. Johnson, "HAMOC a Computer Program for Fluid Hammer Analysis" Hanford Eng. Development, Lab. 1975
- (7) E.B. Wylie and V.L. Streeter, "Fluid Transients" McGraw-Hill, 1978
- (8) 金炫得, 趙慶宇譯, "油壓工學 핸드북", 大光書林, 1975