

<論 文>

偏心된 二重圓管의 環狀部를 지나는 層流流動에서의  
速度場 및 溫度場의 確立에 대한 研究†

李澤植\* · 李相山\*\*

(1986年 7月 16日 接受)

A Study on the Development of the Velocity and Temperature Fields  
in a Laminar Flow Through an Eccentric Annular Duct

Taik Sik Lee and Sang San Lee

**Key Words:** Laminar Flow(層流流動), Eccentric Annular Duct(偏心二重管路), Development of Temperature Field(溫度場의 確立), Numerical Analysis(數值解析)

**Abstract**

A numerical study has been conducted on the development of the velocity and temperature fields in a laminar flow through an eccentric annular duct. A bipolar coordinates system is adopted, and a numerical program is developed to analyze 3-dimensional parabolic flow problems.

In the analysis of the velocity field, the entrance length has been defined as the distance where the axial pressure gradient is greater than that of the developed velocity field by 5%. The dimensionless hydrodynamic entry length increases with increasing eccentricity. In the transverse flow fields, the reverse flow region along the wall due to the developing axial velocity near the entrance of the duct is found.

In the analysis of the temperature field, the thermal entry length has been defined as the axial distance where the mean fluid temperature is 5% less than that of the developed temperature field. The dimensionless thermal entry length increases as eccentricity or Prandtl number increases. The overshoot of the mean Nusselt number over the developed value at the zero-temperature wall is encountered, and the rate of the overshoot increases with the increase of the eccentricity and Prandtl number.

記 號 說 明

† '86年度 大韓機械學會 春季學術大會(1986. 6. 28.)  
에서 發表

\* 正會員, 서울大學校 工科大学 機械工學科

\*\* 正會員, 서울大學校 大學院 機械工學科

C : 比熱 (J/kgK)

$D_h$  : 水力直徑,  $2(r_o - r_i)$  (m)

$e$  : 絕對偏心量 (m)

- $h$  : 雙極座標系의 매트릭 係數 (m)
- $k$  : 熱傳導率 (W/mK)
- $p$  : 壓力 (N/m<sup>2</sup>)
- $Pc$  : 斷面內의 無次元壓力
- $Pr$  : Prandtl 數,  $\mu c/k$
- $P_r$  : 軸方向의 無次元壓力
- $r$  : 半徑 (m)
- $Re$  : Reynolds 數,  $\rho w_m D_h / \mu$
- $t$  : 溫度 (K)
- $u, v$  :  $\xi, \eta$  方向의 速度 (m/s)
- $w$  : 軸方向의 速度 (m/s)
- $z$  : 軸方向의 距離 (m)
- $\gamma$  : 半徑比,  $r_i/r_o$
- $\epsilon$  : 偏心率,  $e/(r_o-r_i)$
- $\xi, \eta$  : 雙極座標系의 座標

上添字

- $D$  : 下流 流動條件
- $e$  : 入口條件
- $i$  : 內壁條件
- $m$  : 斷面平均
- $nb$  : 數值解析時 周圍格子點 條件
- $o$  : 外壁條件
- $P$  : 數值解析時 中央格子點 條件
- $S, N, E, W$  : 數值解析時 周圍格子點 條件
- $s, n, e, w$  : 數值解析時 檢査體積 境界面條件
- $U$  : 上流 流動條件

下添字

- $U, V, W, P, T$  : 數值解析時 該當方程式

1. 序 論

두 流體間의 熱交換을 目的으로 하는 熱交換器의 가장 단순한 형태 중의 하나는 二重管 형태의 熱交換器이다. 한 流體는 圓管의 內部로 흐르고, 다른 한 流體는 環狀部를 통하여 흐르게 된다. 대부분의 경우 이중관 열교환기는 同心二重圓管으로 설계 제작되지만, 설계상의 제한이나 가공 시의 공차, 설치 시의 오차, 그리고 관로의 自重에 의한 변형등으로 인해 편심된다.

偏心二重圓管 環狀部 內에서의 확립된 速度場에 대해 Piercy 등<sup>(1)</sup>은 座標變換 方法을 사용하여 해석하였으며, Snyder 와 Goldstein<sup>(2)</sup>은 雙極座標系를 이용하여 해석하였다. 偏心二重圓管 環狀部 內에서 確立된 溫度場은 Trombetta<sup>(3)</sup>에 의해 급수형태로 나타내어졌다.

그후 Feldman 등<sup>(4,5)</sup>은 半徑比 0.5, 偏心率 0.5인 偏心二重圓管內에서 確立된 速度場에서의 溫度場 確立過程을 해석하였다. 그들은 또한 速度場의 確立過程에 대한 연구도 수행하였으며, 同時確立問題(simultaneous development problem)에 대해서도 해석을 시도하였다. 그러나 Feldman 등의 동시확립 문제에 대한 연구는 속도장의 확립과정에 있어서 단면내의 速度分布를 가정하여 수행되었으므로, 실제 確立過程 중의 속도장과 온도장에 대한 局所의 現象을 예측함에 있어서 信賴性을 보장할 수 없다.

따라서 本研究은 同時確立問題의 速度場解析에 있어서 斷面內의 速度分布에 대한 일체의 가정을 하지 않고 運動量方程式을 직접 해석하여 斷面內의 速度分布를 구하였다. 또한 Prandtl 數, 半徑比 및 偏心率가 熱傳達特性에 미치는 영향에 대한 解析도 수행하였다.

2. 支配方程式

偏心二重圓管의 環狀部에 대한 해석을 위하여 雙極座標系를 사용하였다. 쌍극좌표계에서의 座標線은 Fig. 1과 같으며, 二重圓管의 環狀部는  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_i, 0 \leq \eta \leq 2\pi$ 가 된다. 이때  $\xi_i, \xi_0$ 는 다음 식으로 결정된다.

$$\xi_i = \frac{\cosh^{-1} \gamma(1+\epsilon^2) + (1-\epsilon^2)}{2\epsilon\gamma}$$

$$\xi_0 = \frac{\cosh^{-1} \gamma(1-\epsilon^2) + (1+\epsilon^2)}{2\epsilon} \tag{1}$$

速度場 및 溫度場을 해석하기 위한 支配方程式을 유도함에 있어서 다음과 같이 가정하였다.

- (i) 流動은 層流定常流動이며, 流體는 Newton 流體이다.
- (ii) 流體의 物性值들은 溫度, 壓力에 관계없이 일정하다.

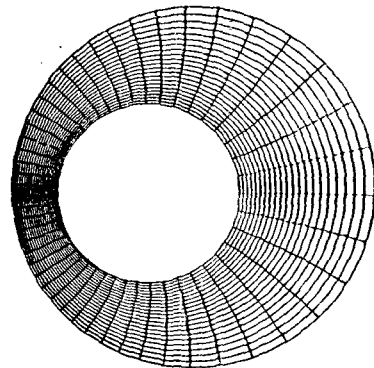


Fig. 1 Example of mesh system in bipolar coordinates for  $\gamma=0.5, \epsilon=0.5$

(iii) 流體에 作用하는 體積力은 무시하며, 質量 및 에너지의 生成은 없다.

(iv) 粘性消散, 輻射熱傳達 및 壓縮에 의한 유동일 은 무시한다.

Hughes 와 Gaylord<sup>(6)</sup>가 표시한 일반적인 直交座標系 에서의 支配方程式을 雙極座標系에 적용하였다. 이 때 斷面內의 壓力差는 軸方向의 壓力降下에 비해 상당히 작으므로, 軸方向과 斷面方向의 壓力勾配를 分離하여 해석하였다. 支配方程式을 유도함에 있어서 다음과 같은 無次元變數들을 도입하였다.

$$H = \frac{h}{D_h}, \quad P_s = \frac{p - p_c}{\rho w_m^2}, \quad P_c = \frac{p - p_m}{\rho w_m^2} Re^2, \\ Z = \frac{z - z_c}{D_h Re}, \quad U = \frac{\rho u D_h}{\mu}, \quad V = \frac{\rho v D_h}{\mu}, \\ W = \frac{w}{w_m}, \quad T = \frac{t - t_c}{t_o - t_c} \quad (2)$$

최종적으로 유도된 連續方程式, 運動量方程式, 에너지方程式은 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\frac{\partial(HU)}{\partial\xi} + \frac{\partial(HV)}{\partial\eta} + \frac{\partial(H^2W)}{\partial Z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(HUU)}{\partial\xi} + \frac{\partial(HVU)}{\partial\eta} + \frac{\partial(H^2WU)}{\partial Z} \\ = -H \frac{\partial P_c}{\partial\xi} + \left( \frac{\partial^2 U}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial\eta^2} \right) + S^v \quad (4)$$

$$\frac{\partial(HUV)}{\partial\xi} + \frac{\partial(HVV)}{\partial\eta} + \frac{\partial(H^2WV)}{\partial Z} \\ = -H \frac{\partial P_c}{\partial\eta} + \left( \frac{\partial^2 V}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial\eta^2} \right) + S^v \quad (5)$$

$$\frac{\partial(HUW)}{\partial\xi} + \frac{\partial(HVW)}{\partial\eta} + \frac{\partial(H^2WW)}{\partial Z} \\ = -H^2 \frac{dP_s}{dZ} + \left( \frac{\partial^2 W}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial\eta^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial(HUT)}{\partial\xi} + \frac{\partial(HV T)}{\partial\eta} + \frac{\partial(H^2W T)}{\partial Z} \\ = \frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial\eta^2} \right) \quad (7)$$

위의 식들을 유도함에 있어서 축방향으로의 擴散項 들은 其他項에 비하여  $Re^{-1}$  또는  $Re^{-1}Pr^{-1}$ 의 크기를 가지므로 무시하였다. 식(4), (5)에 표시된  $S^v$  와  $S^v$  는 각각 다음과 같다.

$$S^v = \frac{\partial H}{\partial\xi} V^2 - \frac{\partial H}{\partial\eta} VU + \frac{2}{H} \left( \frac{\partial H}{\partial\xi} \frac{\partial U}{\partial\xi} \right. \\ \left. + \frac{\partial H}{\partial\eta} \frac{\partial V}{\partial\xi} \right) + 2 \frac{\partial H}{\partial\xi} \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{2}{H^2} \frac{\partial H}{\partial\xi} \\ \times \left( \frac{\partial H}{\partial\eta} V + \frac{\partial H}{\partial\xi} U \right) - \frac{U}{H} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial\eta^2} \right) \quad (8)$$

$$S^v = \frac{\partial H}{\partial\eta} U^2 - \frac{\partial H}{\partial\xi} UV + \frac{2}{H} \left( \frac{\partial H}{\partial\eta} \frac{\partial V}{\partial\eta} \right. \\ \left. + \frac{\partial H}{\partial\xi} \frac{\partial U}{\partial\eta} \right) + \frac{\partial H}{\partial\eta} \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{2}{H^2} \frac{\partial H}{\partial\eta}$$

$$\times \left( \frac{\partial H}{\partial\xi} U + \frac{\partial H}{\partial\eta} V \right) - \frac{V}{H} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial\eta^2} \right) \quad (9)$$

유도된 支配方程式들은 軸方向으로는 拋物線型(parabolic type)이며, 斷面方向으로는 橢圓型(elliptic type)인 微分方程式이므로 軸方向으로는 入口條件, 斷面方向으로는 境界條件을 필요로 한다. 입구에서 流體速度는 軸方向速度成分만 있다고 가정하였으며, 입구에서의 軸方向速度, 壓力 및 溫度는 斷面全體에 걸쳐 균일하다고 하였다. 壁面에서 모든 速度成分은 no-slip 條件을 만족하며, 內壁은 入口流體溫度로 外壁은 그와 다른 溫度로 각각 一定하게 유지된다고 하였다. 對稱面( $\eta=0, \pi$ )에서는  $\eta$  方向速度成分이 存在하지 않으며, 다른 流動變數는 해석영역의 기하학적 대칭성에 의해 Neumann 條件을 만족한다.

$$Z=0 \text{에서 } U=V=P_s=T=0, \quad W=1$$

$$\xi=\xi_i \text{에서 } U=V=W=T=0 \quad (10)$$

$$\xi=\xi_o \text{에서 } U=V=W=0, \quad T=1$$

$$\eta=0, \pi \text{에서 } V=0, \quad \frac{\partial U}{\partial\eta} = \frac{\partial W}{\partial\eta} = \frac{\partial T}{\partial\eta} = 0$$

### 3. 數值解析

앞에서 유도한 支配方程式들을 해석함에 있어서 數值方法으로는 有限差分法(finite difference method)을 사용하였다. 유한차분식의 유도는 檢査體積인 微小要素 내에서 각 방정식을 積分하는 방법을 사용하였다. 유한차분식을 유도하기 위한 檢査체積은 Fig. 2에 나타내었다. 특히 단면內의 속도를 해석하기 위한 檢査체積은 溫度, 壓力의 해석을 위한 檢査체積에 대한 일정한 거리만큼씩 이동된 별도의 檢査체積(staggered grid)을 사용하였다. 그리고 檢査체積 경계면에서 유동변수의 값은 對流과 擴散의 相對인 크기를 고려하는 power-law 方法<sup>(8)</sup>으로 결정하였다. 이와 같이 하면 유도된 有限差分式 형태의 連續方程式, 運動量方程式, 에너지 方程式은 다음과 같다.

$$C^v (U_s - U_p) + C^v (W_w - V_p) \\ = C^w (W_u - W_d) \quad (11)$$

$$U_p = \sum A_{nb}^u U_{nb} + B^u + D^u (P_{c,p} - P_{c,n}) \quad (12)$$

$$V_p = \sum A_{nb}^v V_{nb} + B^v + D^v (P_{c,p} - P_{c,e}) \quad (13)$$

$$W_p = \sum A_{nb}^w W_{nb} + B^w + D^w (dP_s/dZ) \quad (14)$$

$$T_p = \sum A_{nb}^t T_{nb} + B^t \quad (15)$$

식(12)~(15)의 우변에서 合算記號 아래 항은 斷面內의 周圍格子點으로부터의 對流, 擴散에 의한 영향을 나타내며, 두변계항은 좌표선의, 曲率과 上流面으로부터

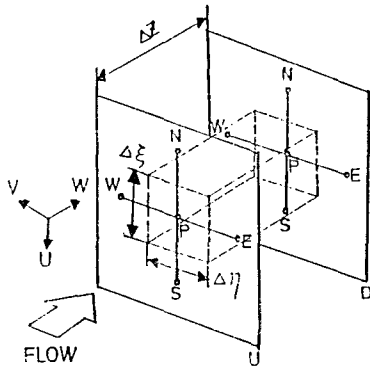


Fig. 2 Control volume used to obtain the finite difference equation

의 對流效果를 나타내며, 세번째항은 壓力勾配의 영향을 나타낸다.

本 研究에서는 流動場을 解析함에 있어 方程式의 形態가 軸方向으로 拋物線型임에 着眼하여, 먼저 軸方向 流動을 解析한 다음 下流面 斷面內의 速度場을 解析하고 마지막으로 溫度場을 解析하는 順次의인 方法을 사용하였다<sup>(9)</sup>.

拋物線型의 內部流動場을 해석함에 있어 軸方向 壓力勾配는 斷面全體에 걸쳐 均일하다고 가정하고, 단면을 통한 質量流量이 일정함을 이용하여 決定할 수 있다. 먼저 軸方向 壓力勾配를 가정하여 식 (14)로부터 軸方向速度를 구하고, 구하여진 속도장으로부터 軸방향 질량유량을 구하여 管路入口에서의 質量流量과 比較하여 軸方向 壓力勾配를 較正하고, 이 압력구배를 이용하여 식 (14)를 解析하는 反復의인 方法을 사용한다. 식 (14)를 해석하여 구한 질량유량이 管路入口에서의 질량유량과 差異가 微小하게 되면 그 때의 軸方向 壓力勾配 및 速度場은 합당하다고 한다. 軸方向 壓力勾配 較正量  $(dP_z/dZ)'$  은 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다<sup>(9)</sup>.

$$\left(\frac{dP_z}{dZ}\right)' = \frac{\dot{m} - \sum H^2 W \Delta \xi \Delta \eta}{\sum H^2 D^w \Delta \xi \Delta \eta} \quad (16)$$

식 (16)에서 合算은  $0 \leq \eta \leq \pi$ ,  $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_i$  內部로 한정하며, 入口에서의 質量流量  $\dot{m}$ 은  $\frac{\pi}{8} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$ 이다.

軸方向 速度場을 해석한 다음 斷面內의 速度를 구하기 위하여 連續方程式을 SIMPLE 方法<sup>(8)</sup>에 의하여 壓力較正方程式으로 변환한 후 해석하였다. 먼저 가정된 壓力 및 速度를 이용하여 식 (12), (13)을 해석하고, 그로부터 구한 速度場이 모든 檢査體積에서 식 (11)의 連續方程式을 만족하는가 살펴보고, 만일 만족시키지 못한다면 斷面內의 壓力分布를 壓力較正方程式의 해석을

통하여 較正한다. 壓力分布를 較正한 뒤에 그에 의해 速度場을 較正하고, 較正된 壓力 및 速度를 이용하여 다시 식 (12), (13)을 해석한다. 周圍速度項이 미치는 영향을 무시하여 壓力較正量과 速度較正量사이의 관계식을 나타내면 다음과 같다.

$$U_p' = D^u (P'c_p - P'c_n), \quad V_p' = D^v (P'c_p - P'c_e) \quad (17)$$

식 (17)을 連續方程式, 식 (11)에 대입하여 정리하면 壓力較正方程式, 식 (18)이 얻어진다.

$$P'c_p = \sum A_{n,p} P'c_{n,p} + B^p$$

단,  $B^p = [(HU)_n - (HU)_e] \Delta \eta \Delta Z + [(HV)_w - (HV)_e] \Delta \xi \Delta Z + (W_u - W_e) H_p^2 \Delta \xi \Delta \eta$  (18)

식 (18)의  $B^p$ 는 各 檢査體積內의 質量不一致를 나타내는 質量生成項이므로, 反復計算時 모든 檢査體積에 대해  $B^p$  값이 미소해지면 그 때의 速度場은 합당하다고 할 수 있다.

軸方向 및 斷面內의 速度場을 해석하고 난 뒤에 식 (15)의 에너지方程式을 해석하여 下流面에서의 溫度場을 구함으로써 한 斷面에 대한 壓力, 速度 및 溫度를 모두 구할 수 있게 된다. 計算에 소요되는 시간은  $\gamma = 0.5$ ,  $\epsilon = 0.5$ 인 偏心二重圓管의  $22 \times 22$  格子點을 사용한 경우 速度場이 速度場과 溫度場이 確立될 때까지 CPU 시간으로 5000 초 (MV 8000)가량이었다.

#### 4. 結果 및 檢討

各 단면에 대한 Fanning 마찰계수  $f$ 는 다음의 식 (19)로 정의된다.

$$f = -\frac{Ps}{ZRe} \quad (19)$$

무차원화된 열유속을 정의함에 있어서 流體側으로 熱이 유입되는 경우를 陽(+)의 열유속으로 하면 內壁과 外壁에서의 열유속  $\phi_i, \phi_o$ 는 식 (20)과 같으며, 수치적으로는 2차 Taylor 급수의 전개결과로부터 구하였다.

$$\phi_i = \left(\frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_i, \quad \phi_o = -\left(\frac{1}{H} \frac{\partial T}{\partial \xi}\right)_o \quad (20)$$

流體平均溫度  $T_n$ , 內壁과 外壁에서의 局所 Nusselt 數  $Nu_i, Nu_o$ , 그리고 平均 Nusselt 數  $Nu_{in}, Nu_{on}$ 은 다음의 식 (21)~(23)와 같이 정의하였다.

$$T_n = \frac{8}{\pi} \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \int_{\xi_0}^{\xi_i} \int_0^{\pi} TWH^2 d\xi d\eta \quad (21)$$

$$Nu_i = -\frac{\phi_i}{T_n}, \quad Nu_o = \frac{\phi_o}{1-T_n} \quad (22)$$

$$Nu_{i,m} = \frac{2(1-\gamma)}{\pi} \int_0^\pi (NuH) d\eta,$$

$$Nu_{o,m} = \frac{2(1-\gamma)}{\pi\gamma} \int_0^\pi (NuH) d\eta \quad (23)$$

4.1 速度場의 解析

$\gamma=0.5, \epsilon=0.5$ 인 偏心二重圓管內의 確立되어가는 軸方向速度의 等速度線을 Fig. 3에 나타냈다. 간격이 좁은 部分은 넓은 部分에 비해 상대적으로 壁面의 摩擦抵抗을 많이 받으므로 速度가 減少하게 되고, 간격이 넓은 部分은 增加하여 確立된 速度分布에 도달하게 된다. 이때 速度의 最大點은 간격이 가장 넓은 部分에서 內壁로 약간 치우친 곳에 存在한다. 그러나, 간격이 좁은 部分에서도 入口部分( $Z < 10^{-3}$ )에서는 內壁과 外壁에서 각각 발달한 速度境界層이 서로 만나지 않기 때문에 中央部에서 약간의 速度增加가 나타난다.

$\gamma=0.5, \epsilon=0.5$ 인 偏心二重圓管內의 確立過程에 있는 速度場에서 斷面方向速度의 변화과정을 Fig. 4에 나타냈다. 流動은 全體적으로 壁面에서 中央部로의 流動과 간격이 좁은 部分에서 넓은 部分으로의 流動이 結合된 형태이다. 그러나 이와 동시에 兩壁面을 타고, 간

격이 넓은 部分으로부터 간격이 좁은 部分으로 逆流하는 流動領域이 존재한다. 이와같은 斷面內의 二次流動(secondary flow)은 主流動의 確立過程에 의해서 주어지는 斷面內의 流動條件에 의해서 決定된다. 本研究의 경우 첫째로 壁面부근의 流體가 粘性에 의해서 지연되는 條件(第1條件), 둘째로 壁面間의 간격의 不均一성에 의한 條件(第2條件), 그리고 셋째로 主流動에 의한 斷面內 壓力의 不均一條件(第3條件)이 存在한다.

斷面內 二次流動은 第1條件에 의해, 壁面 부근에 지연된 主流動때문에 流體粒子들이 壁面으로부터 밀려나서 兩壁面 사이의 中央部로 이동하게 된다. 또한 第2條件에 의해 壁面 간격이 좁은 部分은 壁面으로부터 摩擦抵抗을 크게 받으므로 이곳에서 主流動은 감소되고, 따라서 이 部分의 流體粒子는 간격이 넓은 部分으로 이동하게 된다. 그리고 第3條件의 영향은 主流動에 의해 간격이 좁은 部分은 相對적으로 壁面의 摩擦을 크게 받으므로 간격이 넓은 部分보다 壓力損失이 커서 相對적으로 低壓 상태에 놓이는 것으로부터 기인한다. 따라서 앞의 圓周方向流動에 대해 反對하는 壓力勾配가 斷面內部에 存在한다. 이와 같은 세 가지의 條件이 結合하여 형성되는 二次流動은 壁面에서 中央部로의 流動, 관성력이 큰 中央部에서의 간격이 넓은 部分으로의 流動, 그리고 관성력의 크기가 제한된 壁面部分에서의 간격이 좁은 部分으로의 流動이 合成된 형태가 된다. 축방향거리  $Z=1.645 \times 10^{-5}$ 에서의 斷面內의 壓力分布를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 4에서 內

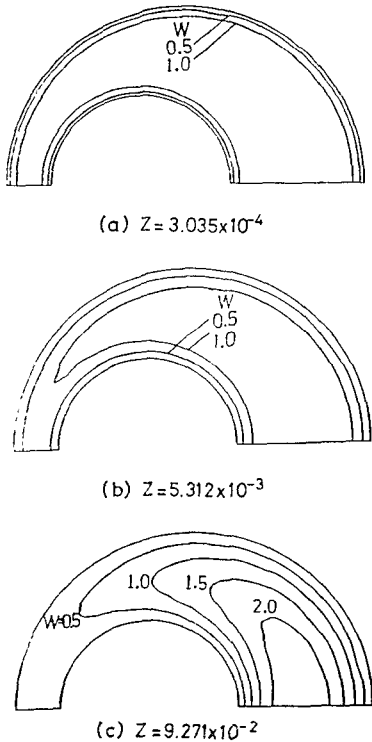


Fig. 3 Developing axial velocity contours for  $\gamma=0.5, \epsilon=0.5$

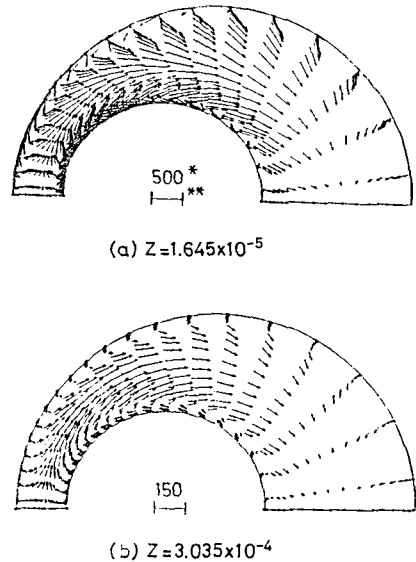


Fig. 4 Developing secondary flow velocity for  $\gamma=0.5, \epsilon=0.5$

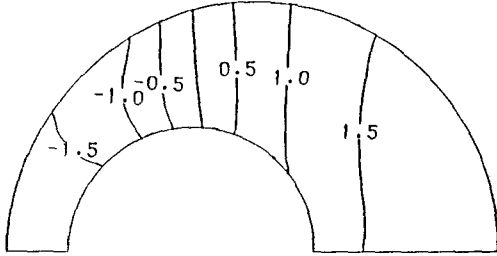


Fig. 5 Pressure distribution( $\times 10^7$ ) in the cross section at  $Z=1.645 \times 10^{-5}$  ( $\gamma=0.5$ ,  $\epsilon=0.5$ )

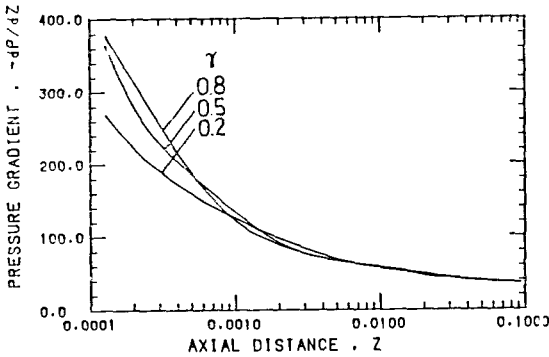


Fig. 6 Radius ratio effect on pressure gradient ( $\epsilon=0.5$ )

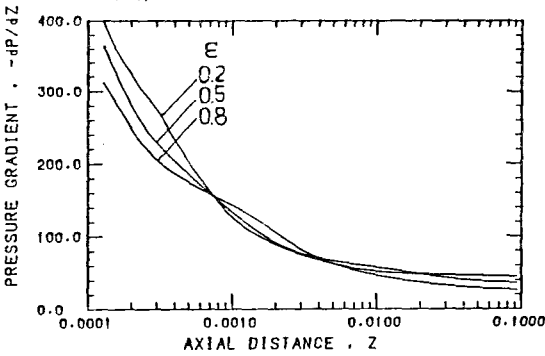


Fig. 7 Eccentricity effect on pressure gradient ( $\gamma=0.5$ )

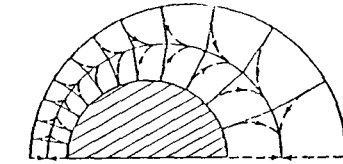
벽부근의 逆流流動이 外壁부근의 流動에 비해 급격한 것은, 內壁側에서의 逆壓力勾配가 더욱 급하기 때문이다.

確立過程에 있는 速度場의 軸方向 壓力勾配를 半徑比 및 偏心度의 變化에 따라 각각 Fig. 6, Fig. 7에 나타냈다. 半徑比가 클수록, 偏心度가 작을수록, 速度場이 급격하게 確立되어가는 것을 알 수 있다.

速度場의 해석에 있어서 입구길이(entry length)는 壓力勾配가 確立된 상태의 壓力勾配와 5% 差異를 나타내는 부분까지의 거리로 정의하였으며, 각 경우에 있어서 입구길이는 Table 1에 나타냈다. 偏心度가 클수

Table 1 Hydrodynamic entry length

$\gamma$	$\epsilon$	$Z$
0.8	0.5	0.0910
0.5	0.5	0.0870
0.2	0.5	0.0784
0.5	0.8	0.1130
0.5	0.8	0.0421



- Boundary surface
- Assumed zero-radial-velocity surface
- - - Direction of velocity

Fig. 8 Transverse flow model adopted by Feldman et al.<sup>(4)</sup>

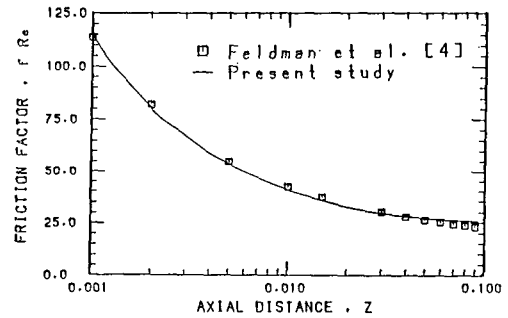


Fig. 9 Comparison of friction factor for  $\gamma=0.5$ ,  $\epsilon=0.5$

록 무차원 입구길이는 증가하였다.

速度場을 해석한 후 마찰계수를 구하고 Feldman 등<sup>(4)</sup>의 결과와 비교하였다. Feldman 등의 결과는 Fig. 8과 같이 壁面 間격이 좁은 부분에서 넓은 부분으로 만의 圓周方向 速度가 있을 것이라고 가정하여 얻은 것이다. Fig. 9를 보면 Feldman 등의 결과가 본 연구의 결과보다 마찰계수가 먼저 확립된 상태에 도달함을 알 수 있는데, 이는 Feldman의 결과가 Fig. 8과 같이 단순한 斷面方向 速度分布를 가정함으로써 얻은 것이므로 본 연구의 결과보다 먼저 確立될 것으로 예측하는 것은 당연한 오류이다.

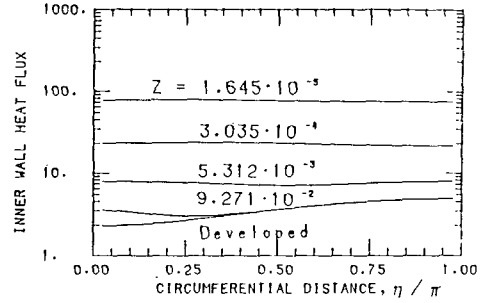
#### 4.2 溫度場의 解析

$\gamma=0.5$ ,  $\epsilon=0.5$ 인 偏心二重圓管의 確立되어가는 溫度場에서의 局所 열유속의 變化를 Fig. 10, Fig. 11에

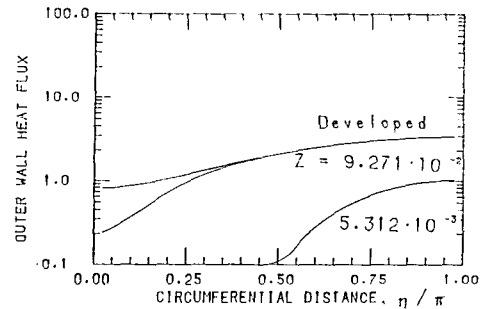
나타내었다. Fig. 10 은 內壁의 溫度가 1 이고,  $Pr = 1.0$  인 경우이며, Fig. 11 은 外壁의 溫度가 1 이고  $Pr = 0.72$  인 경우이다. 두 경우 모두에 있어서 溫度가 0 인 壁은 溫度가 1 인 壁에서 發生한 溫度境界層이 그 벽에 도달한 후부터 감지할 수 있는 열유속이 존재한 다. 그런데 溫度가 1 인 壁에서의 열유속 確立過程은 3가지 서로 다른 에너지 전달기구가 각각 중요한 기 능을 발휘하는 3가지의 독립된 領域이 存在하는 것을 알 수 있다. 초기에는 斷面 內部的 二次流動이 支配的 인 熱傳達機構이 있다가 차차 軸方向流動, 熱傳導가 支 配的인 熱傳達機構가 된다. Fig. 11 (b)의 경우 일구 부근에서는 벽면간격이 좁은 부분에서 큰 열유속을 보 이는 것은 이 部分에서의 二次流動이 활발하기 때문이 며,  $Z = 3.035 \times 10^{-4}$  부근에서 간격이 넓은 부분이 열 유속이 큰 것은 二次流動의 크기가 相對的으로 감소하 고 대신에 軸方向流動이 주된 열전달기구가 되기 때문 이다. 또한  $Z = 9.271 \times 10^{-2}$  부근부터 간격이 좁은 부 분에서 다시 열유속이 커지는 것은 축방향으로 溫度場 이 거의 확립되면서 軸方向流動이 熱傳達에 크게 기여 하지 못하는 반면 熱傳導가 주된 熱傳達機構가 되기 때 문이다. 이 경우 간격이 넓은 부분에 비해 간격이 좁은 部分에서의 溫度勾配가 급격하기 때문에 간격이 좁은 部分에서의 열유속이 크게 되는 것이다. Fig. 10 (a)의 경우 支配的인 熱傳達機構가 二次流動인 경우와 軸方向流動인 경우가 확연하게 나타나지 않는 것은, 二次流動이 內壁全體에 걸쳐 활발하고 또한 溫度場이 거 의 확립될 때까지도 軸方向流動에 의한 對流 효과와 거 의 같은 정도의 二次流動 영향이 남아있기 때문이다. 이와 같은 二次流動의 영향이 감소할 무렵, 熱傳導가 이를 대체하게 되어 결국 상당한 구간에 걸쳐 內壁에 서의 열유속의 변이가 거의 없게 된다. 그리고 Fig. 10 Fig. 11로부터 벽면 간격이 좁은 부분이 먼저 部分的 確立에 도달하여 점차로 이 領域이 擴張되어 나간다는 것을 알 수 있다.

서로 다른 半徑比를 가진 偏心管에 있어서 平均 Nusselt 數의 變化를 Fig. 12에 나타내었다. 半徑比가 클수록 Nusselt 數의 確立速度가 급격함을 알 수 있다. 또한 軸方向으로 진행함에 따라 Nusselt 수가 外壁에서 는 극소값을, 內壁에서는 극대값을 가지는데, 이는 外 壁에서 發生한 熱境界層이 內壁에 到達하여 內壁에서 部分的으로 급속한 열유속의 增加를 나타내는 반면에 流體平均溫度가 이를 따르지 못하기 때문에 나타나는 現象이다.

서로 다른 偏心度를 가진 二重管에 있어서 平均 Nu-

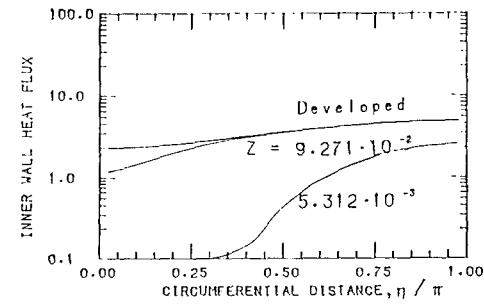


(a)

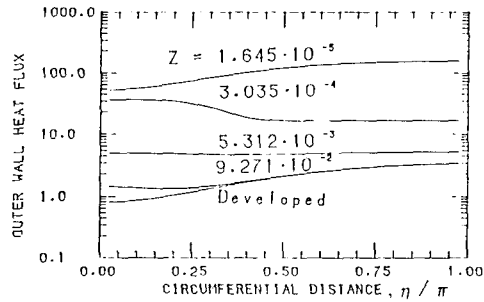


(b)

Fig. 10 Developing local wall heat flux for  $\gamma = 0.5$ ,  $\epsilon = 0.5$ ,  $Pr = 1.0$  with the unit inner wall temperature



(a)



(b)

Fig. 11 Developing local wall heat flux for  $\gamma = 0.5$ ,  $\epsilon = 0.5$ ,  $Pr = 0.72$

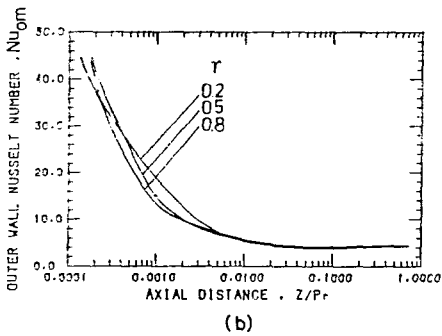
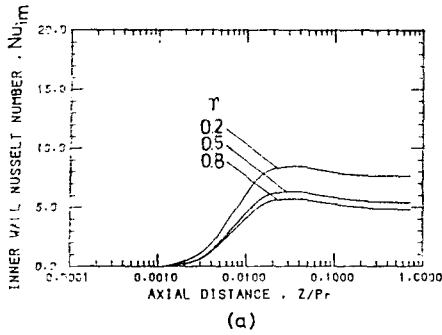


Fig. 12 Radius ratio effect on Nusselt number ( $\epsilon = 0.5, Pr = 0.72$ )

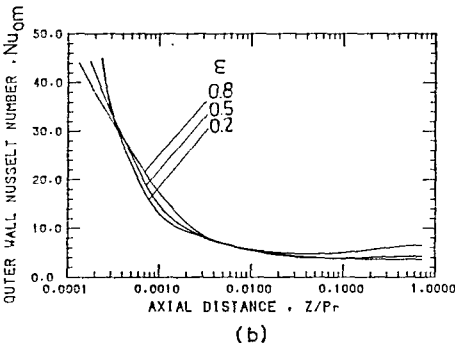
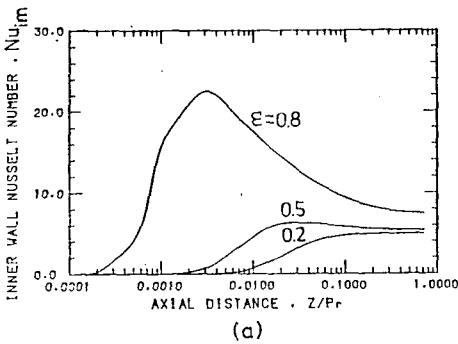


Fig. 13 Eccentricity effect on Nusselt number ( $\gamma = 0.5, Pr = 0.72$ )

sselt 數의 變化를 Fig. 13에 나타내었다. 偏心度가 클수록 Nusselt 數의 確立이 늦어지는 것을 알 수 있다. 이는 偏心度가 클수록 管路斷面部的 二次流動이 급격하기 때문에 速度場의 確立이 지연되고, 이에 의해 溫度場의 確立 또한 지연되기 때문이다. 또한 偏心度가 클수록 外壁에서 발생한 熱境界層이 內壁에 도달하기까지의 거리가 짧아지며, 따라서 Nusselt 數의 超過現象이 더욱 현저해짐을 알 수 있다.

서로 다른 Prandtl 數를 가지는 流體流動에 있어서 平均 Nusselt 數의 變化를 Fig. 14에 나타내었다. Prandtl 數가 작을수록 Nusselt 數가 더 급격하게 確立되어가며, 內壁에서의 Nusselt 數의 超過는 작아짐을 알 수 있었다. 이와 같은 現象은 斷面內의 二次流動이 Prandtl 數가 작을수록 상대적으로 활발하기 때문에 나타나는 것이다. 복잡한 二次流動은 斷面內의 熱傳達를 촉진하여 溫度場의 確立速度를 증가시키고, 반면에 활발한 半徑方向의 二次流動은 外壁에서 생성된 熱境界層이 內壁에 도달하는 것을 방해하여 內壁에서의 平均 Nusselt 數 超過를 작아지게 한다.

溫度場을 해석함에 있어서 입구길이는 流體平均溫度의 95%에 도달하는 部分까지의 거리로 定義하였으며, 각 경우에 있어서 입구길이는 Table 2에 나타내었다. Prandtl 數가 클수록, 偏心度가 클수록 입구길이는 증

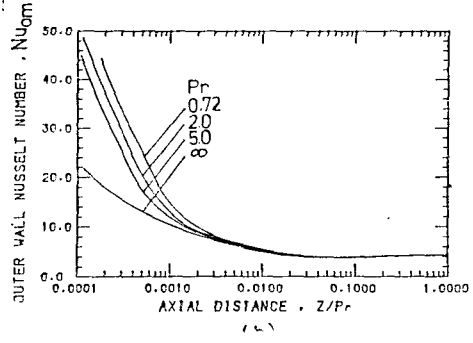
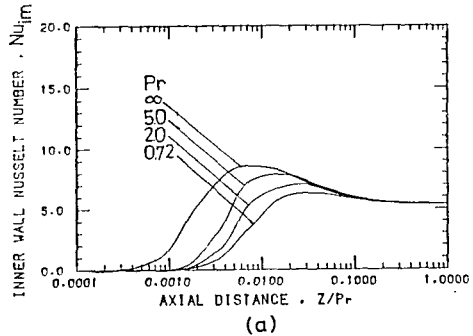


Fig. 14 Prandtl number effect on Nusselt number ( $\gamma = 0.5, \epsilon = 0.5$ )



가하였으며, 半徑比에 대해서는 一般的인 경향이 존재하지 않았다.

Feldman 등<sup>(5)</sup>의 결과를 검토하기 위하여,  $\gamma=0.5$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Pr=1.0$ , 그리고 內壁의 溫度를 1로 外壁의 溫度를 0으로 하여 計算을 수행하고 그 결과를 Fig. 15에 나타내었다. 입구에서 상당히 먼 부분에서 Feldman 등의 결과가 본 연구결과와 잘 일치하는 것은, 이미 이 구간에서는 速度場이 거의 確立된 영역에 해당하기 때문에 二次流動 영향이 거의 무시될 수 있을 정도여서 溫度場이 斷面內 速度分布의 가정 여하에 크게 의존하지 않기 때문이다. 그러나 입구부근에서 Feldman 등의 해석결과는 본 연구의 결과에 비해 10% 내외의 오차로 낮게 Nusselt 數를 예측하고 있는데, 이는 Feldman 등이 가정한 二次流動의 형상이 실제의 流動場보다 단순하였음에 기인한다.

Table 2 Thermal entry length ( $Z/Pr$ )

$\gamma$	$Pr$		0.72	2.0	5.0
	$\epsilon$				
0.8	0.5		0.259	0.278	0.289
0.5	0.5		0.265	0.271	0.281
0.2	0.5		0.251	0.260	0.271
0.5	0.8		0.378	0.402	0.410
0.5	0.2		0.139	0.145	0.152

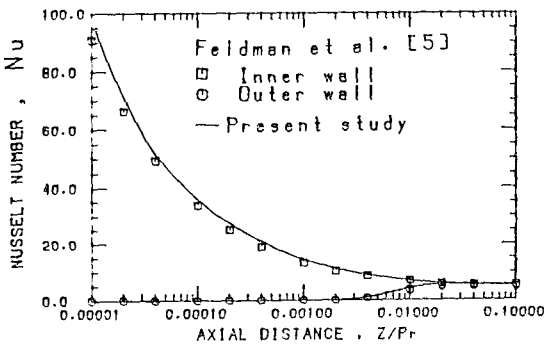


Fig. 15 Comparison of Nusselt number for  $\gamma=0.5$ ,  $\epsilon=0.5$ ,  $Pr=1.0$  with the unit inner wall temperature

### 5. 結 論

偏心二重圓管의 環狀部를 흐르는 層流流動에서의 流動 및 熱傳達特性的 確立過程을 數值解析方法으로 研究하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 流動場의 確立過程에 있어서 壁面抵抗 影響의 상대적으로 크기에 의해 간격이 넓은 部分의 中央部에 軸

方向速度의 最大點이 存在하며, 確立途中에 斷面內의 流動은 壁面에서 中央部로, 간격이 좁은 部分에서 넓은 部分으로의 流動이 支配의이기는 하나 內壁과 外壁을 타고 흐르는 逆流動領域이 存在한다.

(2) 溫度場의 確立過程에 있어서 內壁에서의 Nusselt 數는 確立된 Nusselt 數를 초과하는 現象이 발생하며, 이 現象은 偏心度와 Prandtl 數가 클수록 현저하게 나타났다. 이와같은 現象은 外壁에서 발생한 熱境界層이 간격이 좁은 部分에 먼저 도달하여 局所的으로 급속한 열유속의 증가를 보이는 반면, 流體平均溫度는 이보다 서서히 증가하기 때문이다.

(3) 速度場의 確立過程에 있어서 무차원 입구길이는 偏心度가 클수록 증가하며, 溫度場의 確立過程에 있어서 무차원 입구길이는 偏心度와 Prandtl 數가 클수록 증가한다.

### 參 考 文 獻

- (1) Piercy, N.A.V., Hooper, M.S., and Winny, H.F., Viscous Flow through Pipes with Cores, *London Edinburgh Dublin Philos. Mag. J. Sci.* Vol. 15, pp. 647~676, 1933
- (2) Snyder, W.T. and Goldstein, G.A., An Analysis of Fully Developed Laminar Flow in an Eccentric Annulus, *AIChE J.*, Vol. 11, pp. 462~467, 1965
- (3) Trombetta, M.L., Laminar Forced Convection in Eccentric Annuli, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 1161~1173, 1971
- (4) Feldman, F.E., Hornbeck, R.W., and Osterle, J. F., A Numerical Solution of Developing Flow in Eccentric Annular Ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, pp. 231~241, 1982
- (5) Feldman, F.E., Hornbeck, R.W., and Osterle, J. F., A Numerical Solution of Developing Temperature for Laminar Developing Flow in Eccentric Annular Ducts, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, pp. 243~253, 1982
- (6) Hughes, W.F. and Gaylord, E.W., *Basic Equations of Engineering Science*, Schaum, New York, 1964
- (7) 李相山, 偏心된 二重圓管의 環狀部를 통한 層流流動에 있어서 溫度場의 確立에 對한 研究, 碩士學位論文, 서울大學校 大學院, 1986
- (8) Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1980
- (9) Patankar, S.V. and Spalding, D.B., A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1787~1806, 1972