

<論 文>

圓筒이 붙은 平板의 應力解析
—圓筒의 길이 變化를 中心으로—

鄭 仁 勝* · 李 大 熙* · 尹 甲 英**

(1986年 7月 22日 接受)

Stress Analysis near a Circular Hole in a Flat Plate
Attached to a Cylinder

—The Key Subject is the Change of the Cylindrical Shell-Length—

In Seung Chung, Dae Hee Lee and Kab Young Yoon

Key Words; Stress Analysis(응력해석), Nozzle-to-Flat Plate(노즐과 평판), Junction(접합부)

Abstract

This paper is studied on the Junction of the large tank and the cylindrical outlet such as a pressure vessel attached a pipe or nozzle theoretically. It is assumed that the diameter of tank is much larger than that of the nozzle, so it can be approximated that nozzle is attached to plate.

The analysis procedure can be viewed as the solution of interdependent subproblems: (a) the stress analysis of the cylindrical shell(nozzle), (b) the plane-stress analysis of the plate membrane problem, and (c) the analysis of the transverse bending deformation in the plate. On the procedure of (a), the Flügge formula are used, and the variables are the length and the ratio of the thickness to the radius of cylindrical shell.

The solutions of these problems are interrelated in the total solution through continuity and equilibrium conditions at the interface of middle planes of the plate and cylindrical shell.

記 號 說 明

D : $\frac{Et}{1-\nu^2}$
 E : 탄성계수
 K : 응력집중계수
 \bar{K} : $\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$

k : $\frac{t^2}{12r^2}$
 L : 원통의 길이
 M_r : 단위 원주길이당 판의 반경방향 굽힘 모우멘트
 $M_{r\theta}$: 판의 단위요소에 작용하는 비틀림 모우멘트
 M_x : 원통벽의 중립면에서의, 단위 원주길이당 축방향 굽힘 모우멘트
 $M_{x\theta}$: 원통의 단위요소에 작용하는 비틀림 모우멘트
 N_x : 원통벽의 중간면에서의 단위 원주길이당 축방

* 正會員, 漢陽大學校 大學院
** 正會員, 漢陽大學校 工科學 機械設計學科

- l_{mc} : 원통벽의 중간면에서 단위 원주길이당 반경방향의 유효전단력
- Q_r : 판의 원형 단면상에서의 단위 원주길이당 x 방향의 전단력
- Q_x : 원통벽의 중간면에서의 단위 원주길이당 반경방향 전단력
- $Q_{x\theta}$: 원통벽의 중간면에서의 단위 원주길이당 접선방향 전단력
- R_c : 원통벽의 중간면의 반경
- R_p : 판의 구멍의 반경
- r : 임의의 반경
- S : 무한거리에서 판에 작용하는 응력
- t : 판 또는 원통의 벽의 두께
- V_{re} : 판의 구멍면상의 단위 원주길이당 x 방향 유효전단력
- σ_r : 막응력의 반경방향 성분
- σ_{xc} : 원통에 있어서, 막응력의 축방향 성분
- σ_θ : 막응력의 접선방향성분
- $\tau_{r\theta}$: 판면에 수직인 면상에 작용하는 r 및 θ 방향의 전단응력
- u, v, w : 축방향, 접선방향 및 반경방향변위
- ν : 프와송비

첨 자

- 0 : 영차하중상태
- 2 : 2차 하중상태
- d : 평판과 원통의 접합점

1. 서 론

대형탱크나 압력용기의 원통부착부의 접합부에 생기는 응력집중현상이 문제가 되어 왔으나 이에 대한 만족스러운 설계공식이나 데이터가 제시되어 있지 않은 실정이다.

원통부착부의 응력해석은 원통의 측면에 원통이 부착된 형상의 문제로 해석되어야 하나 이에 대한 해석이 매우 복잡하고 엄밀해를 구하기가 대단히 어렵기 때문에 원통의 지름에 비하여 원통부착부의 지름이 작을때는 원공이 있는 평판에 원통이 부착된 형상으로 근사시켜 해를 구할수 있다.

E.F. Rybicki⁽¹⁾, D. Redekop⁽²⁾ 등은 boundary point least squares 방법을 사용하여 평판과 원통의 접합부에 대한 해석을 하였는데 원통의 길이를 무한대로 하

여 이론해석 하였으며,

Waters⁽³⁾, 윤갑영⁽⁴⁾ 등은 평면응력이론과 굽힘이론을 적용하여 Flush 형에 대한 해를 제시하고 있다.

Waters는 평판에 대하여는 평면응력이론과 굽힘이론을 쓰고, 원통에 대하여는 Donnell식과 Flugge식을 사용하여 원통길이가 무한히 긴 경우로 식을 간소화시켜 해를 구하였다.

평판과 원통의 접합조건에서 접합점을 불연속인 두 점을 택하여 부정정력들을 계산 하였으므로 응력집중현상이 극부적인점을 감안하면 결과치에 상당한 오차가 발생한다.

윤갑영은 Waters의 이론해석에서 접합점을 수정하여 평판의 중립면과 원통벽의 중립면과의 교점상에서 모든 부정정력들이 집중하여 작용한다고 가정하고, 그 교점상에서 하중, 변위, 모멘트, 회전각등이 평판과 원통에 대하여 연속하도록 가장 합리적이라고 생각되는 새로운 접합조건을 도입하여 수치계산과 함께 3차 원평탄성실험을 하여 이론치와 실험치를 비교하였다. 그러나 이들은 평판에 접합되는 길이를 무한대로 가정하였기 때문에 유한길이에 대한 해를 제시할수 없었다.

본 논문에서는 원통에 대한 Flugge⁽⁵⁾ 식을 사용하여 반경과 두께비와 길이를 변수로하여 변위에 대한 식을 유도하여 이론해석하였다.

2. 이론 해석

2.1 기초 이론

원통이 붙은 평판에 작용하는 하중상태를 Fig. 1(a)와 같이 사방균등 인장응력 S_0 가 작용하는 영차(零次)상태와 Fig. 1(b)에서와 같이 인장과 압축이 작용하는 2차하중상태에서 평판과 원통에 대한 응력과 변위를 구한다.

평판에 대해서는 Fig. 2에 표시한 바와같이 반경 R_p 의 구멍을 가진 두께 t_p 의 평판에서 영차하중상태에 대하여는 R_c (Fig. 4) 원주상에서는 σ_{rd0} , M_{rd0} ,

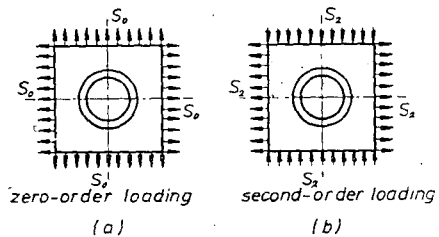


Fig. 1 Load condition

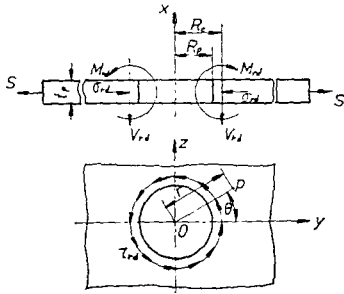


Fig. 2 External forces applied to flate

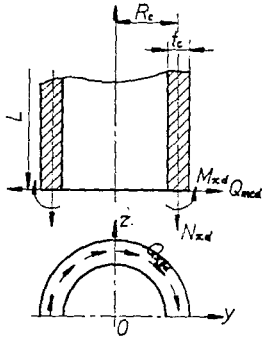


Fig. 3 External forces applied to the cylinder

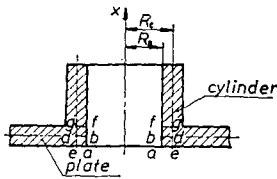


Fig. 4 Flush type

$r \rightarrow \infty$ 에서는 S_0 의 사방균등 인장응력이 작용할 때의 각각에 대한 응력과 변위를 구하여 중첩하고, 2차하중상태에 대하여는 R_c 원통상에서는 σ_{rd2} , V_{rd2} , τ_{rd2} , M_{rd2} , $r \rightarrow \infty$ 에서는 S_2 의 인장과 압축이 작용하는 상태에서 각각에 대한 응력과 변위를 구하여 중첩함으로써 구할수 있다.

이때에 경계조건이 $\sigma_r(r=\infty)$ 와 τ_{rd} 및 σ_{rd} 로 주어진 부분은 평면응력의 2차원탄성론⁽⁶⁾에 의하여 구하고, 경계조건이 V_{rd} , M_{rd} 로 주어진 부분은 평판의 굽힘이론⁽⁷⁾을 써서 구한다.

Fig. 3은 접합점에서 원통에 발생하는 하중상태를 나타낸다.

2.2 평판의 응력과 변위

영차하중상태에서는 Fig. 4의 d 점에 부정정력 σ_{rd0} ,

M_{rd0} 가 작용하고 사방인장응력 S_0 가 작용할 때의 평판에 생기는 응력과 변위는 다음과 같다.

$$\sigma_{rp} = \left[S_0 \left(1 - \frac{R_p^2}{r^2} \right) + \frac{R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \left(1 - \frac{R_p^2}{r^2} \right) \sigma_{rd0} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta p} = \left[S_0 \left(1 + \frac{R_p^2}{r^2} \right) - \frac{R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \left(1 + \frac{R_p^2}{r^2} \right) \sigma_{rd0} \right] \quad (2)$$

$$Ew_p = \left[S_0 \left\{ (1-\nu)r + \frac{R_p^2}{r} (1+\nu) \right\} + \frac{R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \left\{ r(1-\nu) + \frac{R_p^2}{r} (1+\nu) \right\} \sigma_{rd0} \right] \quad (3)$$

$$u_p = -\frac{M_{rd0}}{D} \left[a^2 \left(\frac{G_1 \cdot G_5}{G_2} - G_3 \right) - a \cdot \frac{G_5}{G_2} \cdot G_7 \right] \quad (4)$$

$$\frac{du_p}{dr} = -\frac{M_{rd0}}{D} \cdot \frac{G_5}{G_2} \cdot G_8 \quad (5)$$

[단, $G_1 = \frac{1+\nu}{2} \frac{R_p}{a} \ln \frac{a}{R_p} + \frac{1-\nu}{4} \left(\frac{a}{R_p} - \frac{R_p}{a} \right)$

$$G_2 = \frac{1}{2} \left\{ (1+\nu) \frac{R_p}{a} + (1-\nu) \frac{a}{R_p} \right\}$$

$$G_3 = \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 \left(1 + 2 \ln \frac{a}{R_c} \right) \right\}$$

$$G_4 = \frac{R_c}{4a} \left[\left\{ \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 + 1 \right\} \ln \frac{a}{R_c} + \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 - 1 \right]$$

$$G_5 = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 \right\}$$

$$G_6 = \frac{R_c}{4a} \left\{ \left(\frac{R_c}{a} \right)^2 - 1 + 2 \ln \frac{a}{R_c} \right\}$$

$$G_7 = \frac{1+\nu}{2} \frac{R_p}{r} \ln \frac{r}{R_p} + \frac{1-\nu}{4} \left(\frac{r}{R_p} - \frac{R_p}{r} \right)$$

$$G_8 = \frac{1}{2} \left\{ (1+\nu) \frac{R_p}{r} + (1-\nu) \frac{r}{R_p} \right\},$$

a 는 Annular plate의 외경]

2차하중상태에서는 Fig. 4의 d 점에 부정정력 σ_{rd2} , τ_{rd2} , V_{rd2} , M_{rd2} 가 작용하고 일방향인장, 일방향압축 S_2 가 작용할 때의 평판에 생기는 응력과 변위는 다음과 같다.

$$\sigma_{rp} = \left[S_2 \left(-1 + 4 \frac{R_p^2}{r^2} - 3 \frac{R_p^4}{r^4} \right) - \left(2D_1 + \frac{6D_3}{r^4} + \frac{4D_4}{r^2} \right) \cos 2\theta \right] \quad (6)$$

$$\sigma_{\theta p} = \left[S_2 \left(1 + 3 \frac{R_p^4}{r^4} \right) + \left(2D_1 + 12D_2 r^2 + \frac{6D_3}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (7)$$

$$\tau_{r\theta p} = \left[S_2 \left(1 + 2 \frac{R_p^2}{r^2} - 3 \frac{R_p^4}{r^4} \right) + \left(2D_1 + 6D_2 r^2 - \frac{6D_3}{r^4} - \frac{2D_4}{r^2} \right) \sin 2\theta \right] \quad (8)$$

$$Ew_p = \left[S_2 \left\{ -(1+\nu)r - 4 \frac{R_p^2}{r} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{r^3} \right\} + \left\{ 2D_1 (1+\nu)r + 4\nu D_2 r^3 - \frac{2D_3}{r^3} (1+\nu) - \frac{4D_4}{r} \right\} \cos 2\theta \right] \quad (9)$$

$$Ev_p = \left[S_2 \left\{ (1+\nu)r + 2(1-\nu) \frac{R_p^2}{r} + (1+\nu) \frac{R_p^3}{r^3} \right\} + 2D_1(1+\nu)r + 2(3+\nu)D_2r^3 + \frac{2D_3}{r^3}(1+\nu) - \frac{2D_4}{r}(1-\nu) \right] \sin 2\theta \quad (10)$$

$$u_p = \left[-\frac{V_{rd2}}{D} \left\{ a_3 \left(\frac{G_1 \cdot G_6}{G_2} - G_4 - a^2 \right) \frac{G_6}{G_2} \cdot G_7 \right\} - \frac{M_{rd2}}{D} \left[a^2 \left(\frac{G_1 \cdot G_5}{G_2} - G_3 \right) - a \frac{G_5}{G_2} G_7 \right] \right] \cos 2\theta \quad (11)$$

$$\frac{du_p}{dr} = \left[\frac{V_{rd2}}{D} a^2 \cdot \frac{G_6}{G_2} \cdot G_8 + \frac{M_{rd2}}{D} \frac{G_5}{G_2} \cdot G_8 \right] \cos 2\theta \quad (12)$$

[단, $D_1 = \{R_c^2(R_c^4 + R_c^2R_p^2 + 2R_p^4)\sigma_{rd2} - 2R_c^2R_p^4\tau_{r\theta d2}\} / \{2(R_c^2 - R_p^2)^3\}$
 $D_2 = \{-R_c^2(R_c^2 + 3R_p^2)\sigma_{rd2} + R_c^2(3R_p^2 - R_c^2)\tau_{r\theta d2}\} / \{6(R_c^2 - R_p^2)^3\}$
 $D_3 = \{R_c^2R_p^4(3R_c^2 + R_p^2)\sigma_{rd2} - 2R_c^4R_p^6\tau_{r\theta d2}\} / \{6(R_c^2 - R_p^2)^3\}$
 $D_4 = \{-R_c^2R_p^2(2R_c^4 + R_p^2R_c^2 + R_p^4)\sigma_{rd2} + R_c^2R_p^4(R_c^2 + R_p^2)\tau_{r\theta d2}\} / \{2(R_c^2 - R_p^2)^3\}$]

2.3 원통에서의 응력과 변위

원통에서 길이방향 (x)과 원주방향 (θ)에 대한 미분은 다음과 같이 표시된다.

$$r \frac{\partial(\)}{\partial x} = (\)', \quad \frac{\partial(\)}{\partial \theta} = (\) \cdot$$

원통벽의 중립면에서 u, v, w 에 대한 미분방정식은

$$\begin{pmatrix} \left[\lambda^2 - \frac{1-\nu}{2} m^2 (1+k) \right] & \left[\frac{1+\nu}{2} \lambda m \right] & \left[\nu \lambda - k \left(\lambda^3 + \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2 \right) \right] \\ \left[-\frac{1-\nu}{2} \lambda^2 + m^2 - \frac{3}{2} (1-\nu) k \lambda^2 \right] & \left[m - \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m \right] & \left[m - \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m \right] \\ \text{Symmetric} & & \left[1 + k(\lambda^4 - 2\lambda^2 m^2 + m^4 - 2m^2 + 1) \right] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix} = 0 \quad (17)$$

식 (17)이 성립하기 위하여는 (3×3)매트릭스의 determinant가 영이 되어야 하므로 λ 에 관한 특성방정식을 얻을수 있다.

$$k\lambda^4 - 2m^2k\lambda^2 + k(m^4 - 2m^2 + 1) + 1 = 0 \quad (18)$$

이코 해는 식 (19)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{10} &= -\kappa_{10} + i\mu_{10} \\ \lambda_{20} &= -\kappa_{10} - i\mu_{10} \\ \lambda_{30} &= \kappa_{10} + i\mu_{10} \\ \lambda_{40} &= \kappa_{10} - i\mu_{10} \end{aligned} \quad (19)$$

$$u'' + \frac{1-\nu}{2} u'' + \frac{1+\nu}{2} v'' + \nu w' + k \left[\frac{1-\nu}{2} u'' - w'' + \frac{1-\nu}{2} w'' \right] = 0 \quad (13.a)$$

$$\frac{1+\nu}{2} u'' + v'' + \frac{1-\nu}{2} v'' + w' + k \left[\frac{3}{2} (1-\nu) v'' - \frac{3-\nu}{2} w'' \right] = 0 \quad (13.b)$$

$$\nu u' + v' + w + k \left[\frac{1-\nu}{2} u'' - u'' - \frac{3-\nu}{2} v'' + w'' \right] + 2w'' + w'' + 2w'' + w = 0 \quad (13.c)$$

식 (13)에서 변위들은

$$u = u_m \cos m\phi, \quad v = v_m \sin m\phi, \quad w = w_m \cos m\phi \quad (14)$$

(14)식을 (13)식에 대입하면,

$$u_m'' - \frac{1-\nu}{2} m^2 u_m + \frac{1+\nu}{2} m v_m' + \nu w_m' - k \left(\frac{1-\nu}{2} m^2 u_m + w_m'' + \frac{1-\nu}{2} m^2 w_m' \right) = 0 \quad (15.a)$$

$$-\frac{1+\nu}{2} m u_m' - m^2 v_m + \frac{1-\nu}{2} v_m'' - m w_m + k \left\{ \frac{3}{2} (1-\nu) v_m'' + \frac{3-\nu}{2} m v_m' \right\} = 0 \quad (15.b)$$

$$\nu u_m' + m v_m + w_m + k \left\{ -\frac{1-\nu}{2} m^2 u_m' - u_m'' - \frac{3-\nu}{2} m v_m'' + w_m'' - 2m^2 w_m'' + m^4 w_m - 2m^2 w_m + w_m \right\} = 0 \quad (15.c)$$

(15)식에서 u_m, v_m, w_m 을 지수함수로 풀수 있으므로

$$u_m = A e^{\lambda x}, \quad v_m = B e^{\lambda x}, \quad w_m = C e^{\lambda x} \quad (16)$$

(16)식을 (15)식에 대입하면

변위에 대한 식은 식 (20)과 같이 표시할 수 있다.

$$w_{m0} = e^{\kappa_{10} x/r} (F_1 \cos \mu_{10} x/r + F_2 \sin \mu_{10} x/r) + e^{\kappa_{10} x/r} (F_3 \cos \mu_{10} x/r + F_4 \sin \mu_{10} x/r) \quad (20)$$

힘과 모우멘트를 변위에 대한 식으로 표시하면, 식 (21)~(24)와 같이 표시할 수 있다.

$$N_x = \frac{D}{r} \left(a \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial \theta} + \nu w \right) \quad (21)$$

$$M_x = \frac{K}{r^2} \left(a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad (22)$$

$$Q_{x\theta} = \frac{D(1-\nu)}{2r} \left(a \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (23)$$

$$Q_{nc} = \frac{\bar{K}}{r^3} \left[r^3 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + a \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \theta^2} \right] \quad (24)$$

영차하중상태에서 경계조건인

$$(Q_{nc0})_{x=0} = Q_{ncd0}, \quad (Q_{nc0})_{x=l} = 0$$

$$(M_{x0})_{x=0} = M_{xd0}, \quad (M_{x0})_{x=l} = 0$$

로부터 상수 $F_1 \sim F_4$ 를 구하여 반경방향변위와 회전각을 구하면

$$w_{n0} = W_{n0} \frac{M_{xd0}}{R_c} + W_{q0}' Q_{ncd0} \quad (25)$$

$$\frac{dw_{n0}}{dx} = \eta_{n0} \frac{M_{xd0}}{R_c} + \eta_{q0}' \cdot Q_{ncd0} \quad (26)$$

로 표시된다.

2 차하중상태에서의 특성방정식은,

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{2} (1-\nu) (3k^3 - 2k^2 - k) \right\} \lambda^8 + \left[-\nu (1-\nu) (3k^2 + k) \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} (1-\nu) m^2 \{ 9(1-\nu) k^3 + (11-3\nu) k^2 + 8k \} \right] \lambda^6 \\ & + \left[-\frac{1}{2} (1-\nu) \{ 3k^2 + (4-3\nu^2) k + 1 - \nu^2 \} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} m^2 \{ 3(1-\nu) (\nu^2 - \nu + 2) k^2 + 4(2-\nu) k \} \right. \\ & \left. - m^2 k (1+\nu) - \frac{1}{2} (1-\nu) m^4 \{ -\nu^2 k^3 + 3(1-\nu) k^2 \right. \\ & \left. + 6k \} \right] \lambda^4 + \left[\frac{1}{4} m^2 \{ 3(1-\nu)^2 k^3 + 7(1-\nu)^2 k^2 \right. \\ & \left. + 4(1-\nu) (2-\nu) k - 8\nu^2 \} - \frac{1}{2} (1-\nu) m^4 \{ (1-\nu) \right. \\ & \left. (3k^3 + 4k^2) + (5-3\nu) k \} - \frac{1}{2} m^5 k (1+k) \right. \\ & \left. (1-\nu) (3-\nu) + \frac{1}{4} m^6 (1-\nu) \{ 3(1-\nu) k^3 \right. \\ & \left. + (7-3\nu) k^2 + 8k \} \right] \lambda^2 - \frac{1}{2} (1-\nu) m^4 (m^2 - 1)^2 \\ & k(1+k) = 0 \quad (27) \end{aligned}$$

으로 表示되고 해는, 다음 식 (28) 과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{12} &= -\lambda_{62} = -\kappa_1 + i\mu_1 \\ \lambda_{22} &= -\lambda_{52} = -\kappa_1 - i\mu_1 \\ \lambda_{32} &= -\lambda_{82} = -\kappa_2 + i\mu_2 \\ \lambda_{42} &= -\lambda_{72} = -\kappa_2 - i\mu_2 \quad (28) \end{aligned}$$

식 (17) 에 식 (28) 의 λ 값을 대입하므로써, 계수 A, B, C 사이의 관계는 모든 j 에 대하여

$$A_j = \alpha_j C_j, \quad B_j = \beta_j C_j \quad (29)$$

로 표시할 수 있고 α, β 는 다음과 같은 복소수형태로 표시된다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\alpha_6 = \bar{\alpha}_1 + i\bar{\alpha}_2, \quad \alpha_2 = -\alpha_5 = \bar{\alpha}_1 - i\bar{\alpha}_2 \\ \alpha_3 &= -\alpha_8 = \bar{\alpha}_3 + i\bar{\alpha}_4, \quad \alpha_4 = -\alpha_7 = \bar{\alpha}_3 - i\bar{\alpha}_4 \\ \beta_1 &= \beta_6 = \bar{\beta}_1 + i\bar{\beta}_2, \quad \beta_2 = \beta_5 = \bar{\beta}_1 - i\bar{\beta}_2 \\ \beta_3 &= \beta_8 = \bar{\beta}_3 + i\bar{\beta}_4, \quad \beta_4 = \beta_7 = \bar{\beta}_3 - i\bar{\beta}_4 \quad (30) \end{aligned}$$

변위에 대한 식은 식 (31) ~ (33) 으로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_{n2} &= \left[e^{-\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_1 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_2) \cos \frac{\mu_1 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (\bar{\alpha}_1 \bar{C}_2 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_1) \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} + e^{-\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_3 + \bar{\alpha}_4 \bar{C}_4) \right. \right. \\ & \left. \left. \cos \frac{\mu_2 x}{r} + (\bar{\alpha}_3 \bar{C}_4 - \bar{\alpha}_4 \bar{C}_3) \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ (-\bar{\alpha}_1 \bar{C}_5 + \bar{\alpha}_2 \bar{C}_6) \cos \frac{\mu_1 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (-\bar{\alpha}_1 \bar{C}_6 - \bar{\alpha}_2 \bar{C}_5) \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ (-\bar{\alpha}_3 \bar{C}_7 + \bar{\alpha}_4 \bar{C}_8) \cos \frac{\mu_2 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (-\bar{\alpha}_3 \bar{C}_8 - \bar{\alpha}_4 \bar{C}_7) \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right] \cos m\theta \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{n2} &= \left[e^{-\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\beta}_1 \bar{C}_1 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_2) \cos \frac{\mu_1 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (\bar{\beta}_1 \bar{C}_2 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_1) \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{-\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\beta}_3 \bar{C}_3 + \bar{\beta}_4 \bar{C}_4) \cos \frac{\mu_2 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (\bar{\beta}_3 \bar{C}_4 - \bar{\beta}_4 \bar{C}_3) \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\beta}_1 \bar{C}_5 - \bar{\beta}_2 \bar{C}_6) \cos \frac{\mu_1 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (\bar{\beta}_1 \bar{C}_6 + \bar{\beta}_2 \bar{C}_5) \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ (\bar{\beta}_3 \bar{C}_7 - \bar{\beta}_4 \bar{C}_8) \cos \frac{\mu_2 x}{r} \right. \right. \\ & \left. \left. + (\bar{\beta}_3 \bar{C}_8 + \bar{\beta}_4 \bar{C}_7) \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right] \sin m\theta \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{n2} &= \left[e^{-\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ \bar{C}_1 \cos \frac{\mu_1 x}{r} + \bar{C}_2 \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{-\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ \bar{C}_3 \cos \frac{\mu_2 x}{r} + \bar{C}_4 \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_1 \frac{x}{r}} \left\{ \bar{C}_5 \cos \frac{\mu_1 x}{r} + \bar{C}_6 \sin \frac{\mu_1 x}{r} \right\} \right. \\ & \left. + e^{\kappa_2 \frac{x}{r}} \left\{ \bar{C}_7 \cos \frac{\mu_2 x}{r} + \bar{C}_8 \sin \frac{\mu_2 x}{r} \right\} \right] \cos m\theta \quad (33) \end{aligned}$$

[단, $\bar{C}_1 = C_1 + C_2, \bar{C}_2 = i(C_1 - C_2), \bar{C}_3 = C_3 + C_4,$
 $\bar{C}_4 = i(C_3 - C_4), \bar{C}_5 = C_5 + C_6, \bar{C}_6 = i(C_5 - C_6),$
 $\bar{C}_7 = C_7 + C_8, \bar{C}_8 = i(C_7 - C_8)$ 이다]

2 차하중상태에서 경계조건인

$$(N_{x2})_{x=0} = N_{xd2}, \quad (N_{x2})_{x=l} = 0$$

$$(M_{x2})_{x=0} = M_{xd2}, \quad (M_{x2})_{x=l} = 0$$

$$(Q_{x\theta 2})_{x=0} = Q_{x\theta d2}, \quad (Q_{x\theta 2})_{x=l} = 0$$

$$(Q_{nc2})_{x=0} = Q_{ncd2}, \quad (Q_{nc2})_{x=l} = 0$$

으로부터 상수 $\bar{C}_1 \sim \bar{C}_4$ 를 구하여 각 방향의 변위와 회전각을 구하면

$$u_{n2} = U_{n2} \cdot N_{xd2} + U_{m2} M_{xd2} / R_c + U_{q2}' \cdot Q_{x\theta d2}$$

$$+ U_{\epsilon 2} \cdot Q_{mcd2} \quad (34)$$

$$v_{n2} = V_{n2} \cdot N_{xd2} + V_{m2} M_{xd2} / R_c + V_{\epsilon 2}' \cdot Q_{x\theta d2} + V_{\epsilon 2} \cdot Q_{mcd2} \quad (35)$$

$$w_{n2} = W_{n2} \cdot N_{xd2} + W_{m2} M_{xd2} / R_c + W_{\epsilon 2}' \cdot Q_{x\theta d2} + W_{\epsilon 2} \cdot Q_{mcd2} \quad (36)$$

$$\frac{dw_{n2}}{dx} = \eta_{n2} \cdot N_{xd2} + \eta_{m2} \cdot M_{xd2} / R_c + \eta_{\epsilon 2}' \cdot Q_{x\theta d2} + \eta_{\epsilon 2} \cdot Q_{mcd2} \quad (37)$$

로 표시할 수 있다.

2.4 접합조건

평판과 원통의 접합점 d (Fig. 4)에 모든 부정정력들이 집중작용한다고 가정하고 d 점에서 θ 의 모든 값에 대하여

- (1) 접선방향의 힘의 성분
- (2) 반경방향의 힘의 성분
- (3) 원통축방향의 힘의 성분
- (4) 모우멘트성분, M_{rd} , M_{xd}
- (5) 접선방향의 변위
- (6) 반경방향의 변위
- (7) 원통축방향의 변위
- (8) 회전각

의 접합조건이 각각 평판과 원통에 대하여 연속하도록 조건식을 만든다.

영차하중상태에 대하여는 (1), (3), (5), (7)항은 없고 (2), (4), (6), (8)항으로부터 식 (38)~(41)를 얻는다.

$$\left\{ S_0 \left(1 - \frac{R_p^2}{R_c^2} \right) + \sigma_{rd0} \right\} t_p = Q_{mcd0} \quad (38)$$

$$M_{rd0} = M_{xd0} \quad (39)$$

$$S_0 \left\{ (1-\nu) R_c + \frac{R_p^2}{R_c} (1+\nu) \right\} + \frac{R_c^2 \sigma_{rd0}}{R_c^2 - R_p^2} \left\{ R_c (1-\nu) + \frac{R_p^2}{R_c} (1+\nu) \right\} = \left\{ -W_{n0} \frac{M_{xd2}}{R_c} - W_{\epsilon} Q_{mcd0} \right\} \quad (40)$$

$$\frac{M_{rd0}}{D} \cdot \frac{G_5}{G_2} G_8 = \left\{ \eta_{n0} \frac{M_{xd0}}{R_c} + \eta_{\epsilon} Q_{mcd0} \right\} \quad (41)$$

2차하중상태에 대하여

$$\left\{ S_2 \left(1 + 2 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \tau_{r\theta d} \right\} t_p = -Q_{x\theta d2} \quad (42)$$

$$\left\{ S_2 \left(-1 + 4 \frac{R_p^2}{R_c^2} - 3 \frac{R_p^4}{R_c^4} \right) + \sigma_{rd2} \right\} t_p = Q_{mcd2} \quad (43)$$

$$V_{rd2} = -N_{xd2} \quad (44)$$

$$M_{rd2} = -M_{xd2} \quad (45)$$

$$S_2 \left\{ -(1+\nu)r - 4 \frac{R_p^2}{r} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{r^3} \right\} + \left\{ 2D_1(1+\nu)r - 4\nu D_2 r^3 - \frac{2D_3}{r^3} (1+\nu) - \frac{4D_4}{r} \right\} = W_{n2} N_{xd2} + W_{m2} M_{xd2} / R_c + W_{\epsilon 2}' Q_{x\theta d2} + W_{\epsilon 2} Q_{mcd2} \quad (46)$$

$$S_2 \left\{ (1+\nu)r + 2(1-\nu) \frac{R_p^2}{r} + (1+\nu) \frac{R_p^4}{r^3} \right\} + \left\{ 2D_1(1+\nu)r + 2(3+\nu) D_2 r^3 + \frac{2D_3}{r^3} (1+\nu) - \frac{2D_4}{r} (1-\nu) \right\} = V_{n2} N_{xd2} + V_{m2} M_{xd2} / R_c + V_{\epsilon 2}' Q_{x\theta d2} + V_{\epsilon 2} Q_{mcd2} \quad (47)$$

$$- \frac{V_{rd2}}{D} \left\{ a^3 \cdot \left(\frac{G_1 \cdot G_6}{G_2} - G_4 \right) - a^2 \frac{G_6}{G_2} \cdot G_7 \right\} - \frac{M_{rd2}}{D} \left[a^2 \left(\frac{G_1 \cdot G_3}{G_2} - G_3 \right) - a \frac{G_5}{G_2} G_7 \right] = U_{n2} N_{xd2} + U_{m2} M_{xd2} / R_c + U_{\epsilon 2}' Q_{x\theta d2} + U_{\epsilon 2} Q_{mcd2} \quad (48)$$

$$\frac{V_{rd2}}{D} a^2 \cdot \frac{G_6}{G_2} G_8 + \frac{M_{rd2}}{D} \cdot \frac{G_5}{G_2} G_8 = \eta_{n2} \cdot N_{xd2} + \eta_{m2} M_{xd2} / R_c + \eta_{\epsilon 2}' Q_{x\theta d2} + \eta_{\epsilon 2} \cdot Q_{mcd2} \quad (49)$$

가 같은 수식을 얻을 수 있다.

2.5 이론계산

최대응력은 Fig. 4의 a 점에서 $\sigma_{\theta p}$ 의 값이므로 사방균등인장, 일축인장, 1:1/2의 2축인장, 인장·압축의 경우에 대하여 아래와 같이 구하였다.

(1) 사방인장의 경우

b 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 2S_0 - \frac{2R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \sigma_{rd0} = \sigma_{\theta 0}' \quad (50)$$

a 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 2S_0 - \frac{2R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \sigma_{rd0} - \frac{6}{t_p^2} M_{rd0} = \sigma_{\theta 0}' + \sigma_{b0}' \quad (51)$$

f 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 2S_0 - \frac{2R_c^2}{R_c^2 - R_p^2} \sigma_{rd0} + \frac{6}{t_p^2} M_{rd0} = \sigma_{\theta 0}' - \sigma_{b0}' \quad (52)$$

(2) 인장·압축의 경우

b 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 4S_2 + 2D_1 + 12D_2 R_p^2 + \frac{6D_3}{R_p^4} = \sigma_{\theta 2}' \quad (53)$$

a 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 4S_2 + 2D_1 + 12D_2 R_p^2 + \frac{6D_3}{R_p^4} - \frac{6}{t_p^2} M_{rd2} = \sigma_{\theta 2}' + \sigma_{b2}' \quad (54)$$

f 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = 4S_2 + 2D_1 + 12D_2R_p^2 + \frac{6D_3}{R_p^4} + \frac{6}{t_p^2} M_{rd2} \approx \sigma_{\theta 2}' - \sigma_{b2}' \quad (55)$$

(3) 일방향인장의 경우

b 점에서는,

$$\sigma_{\theta p} = \sigma_{\theta 0}' + \sigma_{\theta 2}' \quad (56)$$

a 점에서는

$$\sigma_{\theta p} = \sigma_{\theta 0}' + \sigma_{b0}' + \sigma_{\theta 2}' + \sigma_{b2}' \quad (57)$$

f 점에서는

$$\sigma_{\theta p} = \sigma_{\theta 0}' - \sigma_{b0}' + \sigma_{\theta 2}' - \sigma_{b2}' \quad (58)$$

(4) 1 : 1/12의 인장의 경우

b 점에서는

$$\sigma_{\theta p} = \frac{3}{4}\sigma_{\theta 0}' + \frac{1}{4}\sigma_{\theta 2}' \quad (59)$$

a 점에서는

$$\sigma_{\theta p} = \frac{3}{4}(\sigma_{\theta 0}' + \sigma_{b0}') + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta 2}' + \sigma_{b2}') \quad (60)$$

f 점에서는

$$\sigma_{\theta p} = \frac{3}{4}(\sigma_{\theta 0}' - \sigma_{b0}') + \frac{1}{4}(\sigma_{\theta 2}' - \sigma_{b2}') \quad (61)$$

응력집중계수 K 는

영차하중상태에서는

$$K = \frac{\sigma_{\theta p}}{S_0} \quad (62)$$

2차중상태에서는

$$K = \frac{\sigma_{\theta p}}{S_2} \quad (63)$$

과 같이 표시된다.

3. 결과 및 고찰

원공을 가진 평판에서는 원주방향 응력(σ_{θ})의 값이 최대가 되므로 앞에서 구한 부정정력들을 이용하여 해석한 결과는 다음과 같다.

사방인장의 경우, 원통질이에 따른 반경방향응력과 모멘트의 변화는 Fig. 5, 인장·압축의 경우 원통의 질이에 따른 반경방향응력과 전단응력의 변화는 Fig. 6에 표시하였다. 1축인장의 경우, 원통의 두께 및 질이에 대한 응력집중계수의 변화는 Fig. 7, 사방인장의 경우는 Fig. 8, 2축인장(1 : 1/2)에 대한 경우는 Fig. 9 인장·압축의 경우는 Fig. 10에 각각 표시하였다.

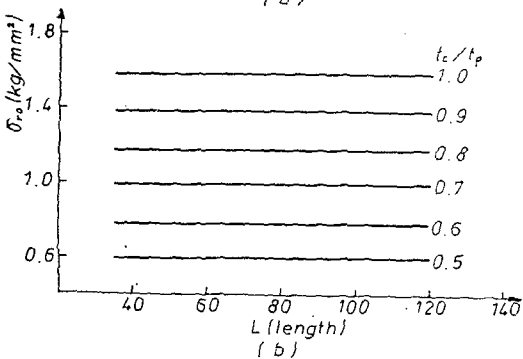
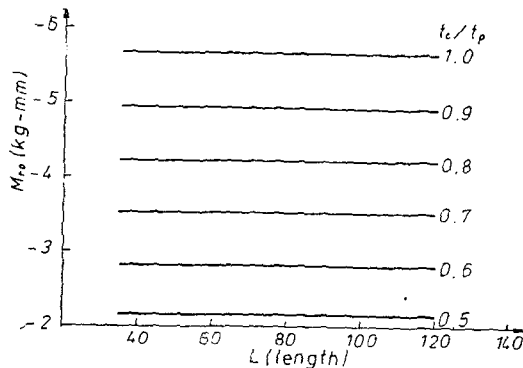


Fig. 5 Uniform tension

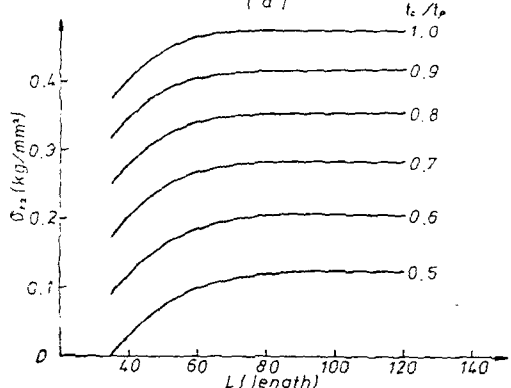
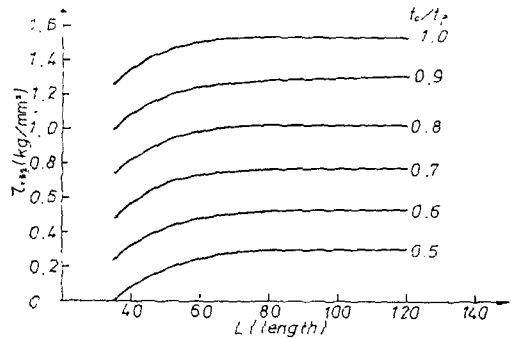


Fig. 6 Tension-compression

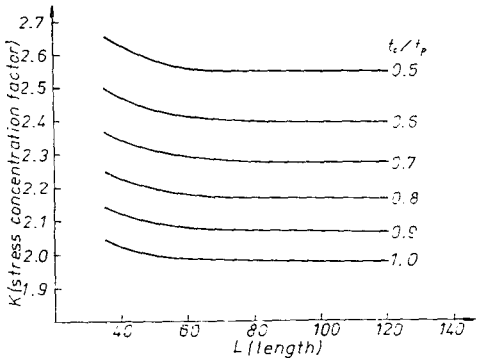


Fig. 7 Uniaxial tension

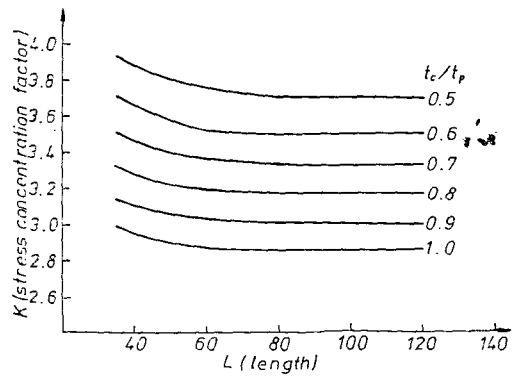


Fig. 10 tension-compression

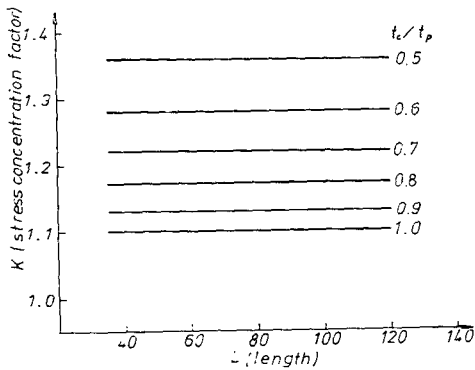


Fig. 8 Uniform tension

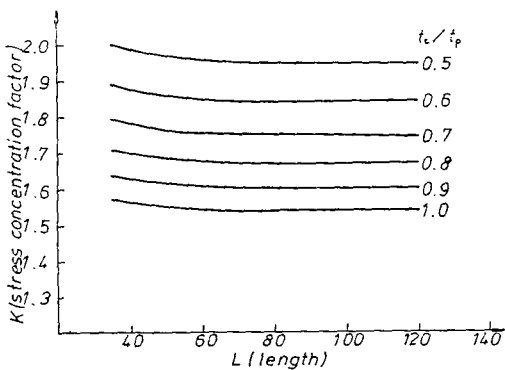


Fig. 9 Biaxial tension

4 가지 하중상태 모두 원통의 두께가 증가함에 따라 평판의 원공부분의 변위를 구속시키므로 응력집중계수가 상당히 감소함을 알 수 있다. 그리고 길이에 대한 영향은 길이가 길어짐에 따라 원통상부를 구속하는 결과를 가져오므로 평판의 원공주위가 구속되어 응력집중계수는 감소한다.

원통의 길이를 길게 하였을 때, 사방인장, 1축인장, 2축인장, 인장·압축의 경우 모두 응력집중계수가 두께변화에 따라 기존연구의 결과치와 다소 변화를 보이지만, 이것은 접합조건에서 반경방향의 힘과 접선방향의 힘의 성분에서 외력(S)에 대한 영향을 현연구에서 포함하지 않았기 때문이라 추정된다.

4. 결 론

원통이 붙은 평판에서 원통의 반경과 두께비, 길이에 대한 영향을 고려하여 전개한 식을 이용하여 이론 해석을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 원통의 반경과 두께비가 증가함에 따라 응력집중계수는 감소하는 경향을 보였다. 2축인장($1: \frac{1}{2}$)의 경우에는 기존연구의 결과치보다 원통두께가 얇은 경우($t_c/t_p=0.25$)에는 응력집중계수가 0.5~0.6, 두께가 두꺼운 경우($t_c/t_p=1$)에는 0.7~0.8 정도 감소함을 보였다.

(2) 길이에 대한 영향은 길이가 길어짐에 따라 응력집중계수는 감소하며 인장·압축, 2축인장($1: \frac{1}{2}$), 1축인장의 경우에 원통직경 정도의 길이의 2배정도에서 수렴함을 보였다.

Reference

- (1) L.E. Hulbert, A.T. Hopper, E.F. Rybicki, The Stress Analysis of Plates with Single and Clustered Nozzles by the Boundary Point Least Square Method, *Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME*, Vol. 93, pp.929~934, 1971
- (2) D. Redekop, Three-Dimensional Analysis of on Elastic Plate-Cylinder Intersection by the Boundary-Point-Least-Square Techniques, *ASME*, Vol. 99, pp.17~25, 1977
- (3) E.O. Waters, Theoretical Stress near a Circular Opening in a Flat Plate Reinforced with a Cylindrical Outlet, *J. Eng. Power, Trans. ASME*, Vol. 173, No. 11, pp.189~200, 1959
- (4) K.Y. Yoon, Stress Analysis Near a Circular Hole in a Flat Plate Attached to a Cylinder and a Study on Some Methods of Pacifying the Stress Concentration, PhD dissertation, Han Yang University, 1973
- (5) W. Flugge, *Stresses in Shells*, Chap 5, pp.204~230, Springer Berlin, 1973
- (6) S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, Chap. 4, pp.90~95, McGraw Hill, London 1970
- (7) R.J. Roark, W.C Young, *Formular for Stress and Strain*, Chap 10, pp.324~353, McGraw Hill, 1975