

<論 文>

로봇 팔의 운동해석에 관한 연구

조선휘* · 김영일** · 임홍재*** · 임태홍**

(1986년 1월 31일 접수)

A Study on Kinematics and Dynamics of Robot Arms by Simulation

Sun-Whi Cho, Youngil Kim, Hong Jae Yim and Tae Hong Lim

Key Words; Industrial Robot(산업용 로봇), 3-R Joints(3-R 조인트), PTP-Control(PTP 제어), Optimal Joint Motion(최적 조인트 운동), Work Range(작업영역).

Abstract

In this paper, it is attempted to derive the minimum torque as the optimal value on each joint, which is applied during a PTP-motion in the range of working area of a supposed industrial robot. The supposed industrial robot consists of 3-R joints prepared on three links,

The optimizational analysis is performed by the formulation of a variational calculus process due to Rayleigh-Ritz method. That is, the torques of the inverse dynamic problem on joints in a arbitrary positions are computed by a generalized inertia matrix method.

1. 서 론

산업용 로봇 매니플레이터가 작업 영역 내에서 운동할 때 초기에 위치 제어 프로그램이 마련되어야 한다. 일반적으로 로봇은 비서어보(non-servo) 로봇과 서어보 제어 로봇으로 분류되지만 비서어보 로봇은 주로 자동화 기구에 많이 이용되며, 각 축에 기계적인 stops를 장치하여 이동량을 제한하게 되는 반면, 서어보 제어 로봇은 작업 영역 내에서 미리 정하여진 두 점 사이를

움직이는 PTP(Point-To-Point) 서어보 제어와, 두 점 사이를 미리 정하여진 경로에 따라 움직이게 하는 CP(Continuous Path) 서어보 제어로 구별되며 동시에 이때 힘(또는 토크)과 구성재의 강성 문제가 검토되어야 한다.

최근 로봇 매니플레이터에 대한 기구학적 및 동력학적 해석^(1~5)과 제어⁽⁶⁾에 관한 연구가 많이 발표되고 있다. 특히 로봇 매니플레이터의 작동이 빨라지고 복잡하여짐에 따라 다관절링크의 동력학적 모델링에 대하여 그 관심이 더하여 가고 있다. 동력학적 문제에 대하여는 다음의 두 가지 접근 방법에 의한 문제의 해결이 요구된다.

첫째는 각 조인트에 대하여 구동력과 구동 토크가 주어진 때 로봇 팔의 위치, 속도, 가속도를 구하는 직

* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

** 정회원, (주)금성사 중앙연구소

*** Dept. of Mechanical Engineering, Univ. of Iowa

동역학문제이고, 둘째는 반대의 문제로서 로봇 팔의 지시된 동작을 하기 위하여 필요한 각 조인트의 구동력과 구동 토크를 구하는 역동역학 문제이다. 로봇 팔의 운동을 프로그래밍하여 동일한 작업을 반복 수행하게 할 때 주행 시간과 구동 토크에 관하여 효과적인 작동 경로를 결정하여야 하는 요구가 생기게 된다. 이러한 작동 경로는 시간의 함수로 주어지거나, 절대 좌표상의 일련의 점들로 주어지기도 한다. 후자의 경우 이러한 일련의 점들을 지나는 원활한 곡선을 결정하여야 한다⁽⁷⁾. 그러나 end effector의 초기와 최종 위치가 주어지고 반복 작업을 할 때 조인트 운동을 결정하는 논문으로 Kahn과 Roth⁽⁸⁾은 Suboptimal 제어 기법을 발전시켰으며 Vukobratović과 Kircanski⁽⁹⁾는 동적 프로그래밍 접근을 제시하였다.

본 연구에서는 일반 관성행렬 방법을 이용하여 일반적인 다관절 링크 로봇 매니퓰레이터의 구동 토크를 구하고 작업 영역 내에서 두 점 사이를 이동할 때 걸리는 구동 토크를 최소화하는 최적 조인트 운동에 대한 해를 Rayleigh-Ritz의 방법으로 얻도록 시도하였다.

2. 최적화 문제 및 기법

2.1 목적 함수

로봇 팔이 작업 영역 내의 두 점 사이를 임의의 주행 시간 T_f 로 이동할 때, 각 조인트에 걸리는 구동 토크의 값의 급격한 변화를 줄이고 전체 구동 토크를 작게 하기 위한 목적 함수를 다음과 같이 취하였다.

$$\min[f] = \int_0^{T_f} (\tau_1^2 + \tau_2^2 + \dots + \tau_n^2) dt \quad (1)$$

식 (1)의 목적 함수는 최소 자승법에 입각한 구동 토크의 최소화를 나타내고 있다. 즉 어떤 시간에 임의의 조인트에서 토크의 값이 커지게 되면 목적 함수 f 의 값을 증가시키는 결과가 되므로 이 최적 조인트 운동은 어떠한 조인트에서도 토크의 급격한 변화를 완화하고, 완만한 토크 변화 곡선을 얻으려는 데 있다.

일반적으로 임의의 조인트 i 에서의 토크는 그 조인트에서의 각변위 (ϕ_i), 각속도 ($\dot{\phi}_i$), 각가속도 ($\ddot{\phi}_i$)와 이웃한 다른 조인트 $j(j > i)$ 의 각변위, 각속도, 각가속도 등을 포함하고 있다. 따라서 로봇 매니퓰레이터의 조인트 토크에 관한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_i = \tau_i[\phi_i(t), \dot{\phi}_i(t), \ddot{\phi}_i(t), \dots, \phi_n(t), \dot{\phi}_n(t), \ddot{\phi}_n(t)] \quad (2)$$

τ_i 는 $\phi_i(t)$ 의 함수이고, $\phi_i(t)$ 는 다시 t 의 함수이기 때문에 식 (1)을 최소화시키는 함수값 $\phi_i(t)$ 를 구하는

것은 복잡하다. 그러나 시간에 관한 미분항을 갖고 있는 적분값, 즉 목적 함수를 최대 또는 최소화 하는 함수군을 결정하는 문제는 일반적으로 변분법을 이용하여 풀게 된다. 변분의 형태로 된 문제를 푸는 때에는 여러가지 방법들이 있지만 여기서는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하였다. 여기서 미지의 변위 함수는 다음과 같이 가정한다.

$$\phi_i(t) \approx \theta_0(t) + C_{i1}\theta_1(t) + C_{i2}\theta_2(t) + \dots + C_{ij}\theta_j(t) + \dots \quad (i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

여기서 C_{ij} 는 가중계수이다.

식 (3)에서 ϕ_i 가 주행 시간의 양끝에서의 각변위로 주어진다면, θ_0 는 초기 조건을 만족하고, $\theta_j(t)$ 는 C_{ij} 의 어떠한 값에 대하여도 양 끝에서 0이 되는 함수의 집합이 된다.

그러므로 목적함수인 식 (1)의 변수항은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \tau_i &= \tau_i(\phi_i, \dot{\phi}_i, \ddot{\phi}_i, \dots, \phi_n, \dot{\phi}_n, \ddot{\phi}_n) \\ \phi_i &= \phi_i(t, C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{ij}, T_f) \end{aligned} \quad (4)$$

2.2 최적화 문제의 해석

로봇 매니퓰레이터의 최적 조인트 운동 해석에 있어서 $\theta_0(0)$ 를 로봇 매니퓰레이터의 손목이 초기 위치에 있을 때의 각변위 $\phi_i(0)$ 로 놓고, 최종 위치에 있게 될 때에는 $\theta_0(T_f) = \phi_i(T_f)$ 로 한다. 그리고 $\theta_j(t)$ 는 시간 $t=0$ 와 $t=T_f$ 에서 경계 조건을 만족시키기 위하여 0이 되게 한다. 또한 $\theta_j(t)$ 는 함수적으로 완전한 집합을 형성하여야 한다. 이 때 $\theta_j(t)$ 는 어떠한 조합에 있어서도 요구되는 최적 운동에 좋은 근사치를 부여할 수 있어야 하고, 이에 적합한 함수의 형태로는 코사 다항식, Bessel 함수, 그리고 삼각함수 등이 있을 수 있다.

여기에서는 근사 삼각함수의 수렴적 방법에 의하여 로봇 팔의 최적 운동을 해석하도록 한다. 식 (3)에 사용된 함수의 각 경계 조건에서 각속도는 0이 되게 한다. 그러면 $\theta_0(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\theta_0(t) = \phi_i(0) + \frac{1}{2} \{ \phi_i(T_f) - \phi_i(0) \} \left(1 - \cos \frac{\pi t}{T_f} \right) \quad (5)$$

식 (5)는 다음의 경계 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \theta_0(0) &= \phi_i(0), & \theta_0(T_f) &= \phi_i(T_f), \\ \dot{\theta}_0(0) &= 0, & \dot{\theta}_0(T_f) &= 0, \end{aligned}$$

$\theta_j(t)$ 는 경계 조건에서 각변위와 각속도가 0이 되어야 하므로

$$\theta_j(t) = (1 - \cos 2\pi jt / T_f) \quad (6)$$

가 된다.

따라서 근사 삼각 함수는 식 (5)와 (6)을 더한 것으로서

$$\phi_i(t) \approx \phi_i(0) + \frac{1}{2} \{ \phi_i(T_r) - \phi_i(0) \} (1 - \cos \pi t / T_r) + \sum_{j=1}^n C_{ij} (1 - \cos 2\pi jt / T_r), \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

가 된다.

목적 함수 f 를 최소화시키는 $\phi_i(t)$ 의 미지수 C_{ij} 와 주행 시간 T_r 를 구하기 위하여 Nelder와 Mead가 제안한 Flexible Polyhedron Search의 방법⁽¹⁰⁾을 이용하였다. 이 방법은 제한 조건이 없는 NLP(Nonlinear Programming) 문제를 푸는 데 있어 직접 탐색 방법(direct search method) 보다는 복잡한 탐색 방법이지만, 컴퓨터 프로그래밍에 쉽게 적용할 수 있는 능률적인 방법이다.

Nelder와 Mead의 방법은 N 차원 공간에서 flexible polyhedron의 $(N+1)$ 개의 정점을 이용하여 제한 조건이 없는 N 개의 독립 변수들로 이루어진 함수의 최소값을 찾는 것이다.

3. 적용 모델의 예

앞에서 설정한 방법으로 3개의 회전 조인트와 회전 운동을 하는 본체를 포함한 3개의 링크로 이루어진 로봇 매니퓰레이터의 최적 조인트 운동에 관하여 해석하고, 그 때의 각 조인트의 구동 토크를 구하기로 한다. Table 1에 설정된 로봇 매니퓰레이터의 각 링크의 질량(m_i), 길이(l_i), 관성 모멘트(J_{in} ; 축 방향, J_{is} ; 축 직각방향)가 표시되었다. 그리고 End-Effector에 의하여 운반되는 작업물의 무게는 링크 3에 포함된다고 생각한다.

그리고 로봇 매니퓰레이터가 초기 위치와 최종 위치

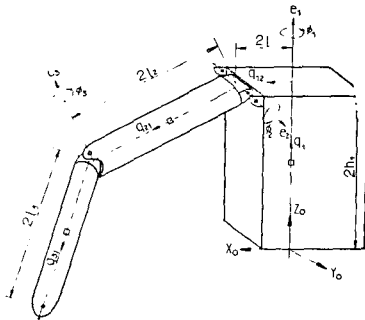


Fig. 1 Robot manipulator with three rotational links

Table 1 Masses, lengths, and moments of inertia of the manipulator.

Link	m_i [kg]	l_i [m]	J_{in} [kg-m]	J_{is} [kg-m]
1	20	0.35	0.9292	0.2250
2	10	0.28	0.2836	0.0045
3	8	0.27	0.1962	0.0036

Table 2 Initial and final positions of robot manipulator

	Initial angle[°]	Final angle[°]
ϕ_1	45	20
ϕ_2	-90	-45
ϕ_3	-90	20

에 있게 될 때 각 조인트 변위는 Table 2와 같이 주어진다. 로봇 매니퓰레이터의 zero position은 q_{12}, q_{21}, q_{31} 이 모두 평행일 때로 하였다.

S.S. Mahil이 제안한 일반관성행렬 방법⁽¹¹⁾을 이용하여 각 조인트의 구동 토크를 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tau_1 = & [m_2(2l_1 + l_2 C_2)^2 + m_3 \{ 2l_1 + (2l_2 + l_3 C_3) C_2 \}^2 \\ & + m_3 l_3^2 S_2^2 \\ & + J_{2n} + J_{3n} + J_{23n} S_2^2 + J_{1s} + J_{33n} S_2^2 C_2^3] \dot{\phi}_1 \\ & + [m_3 l_3 S_3 (2l_2 + l_3 C_3) S_2 - J_{33n} S_2 S_3 C_3] \dot{\phi}_2 \\ & + [2m_3 (l_1 + l_2 C_2) l_3 C_3 + m_3 l_3^2 C_2 + J_{3n} C_2] \dot{\phi}_3 \\ & + [m_3 l_3 S_3 (2l_2 + l_3 C_3) C_2 - J_{33n} C_2 S_3 C_3] \dot{\phi}_2^2 \\ & - 2m_3 (l_1 + l_2 C_2) l_3 S_3 \dot{\phi}_3^2 - 2[m_2 l_2 S_2 (2l_1 + l_2 C_2) \\ & + m_3 (2l_2 + l_3 C_3) S_2 \{ 2l_1 + (2l_2 + l_3 C_3) C_2 \} \\ & - J_{23n} S_2 C_2 - J_{33n} S_2 C_2 C_3^2] \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \\ & + [m_3 l_3^2 S_2 \cos 2\phi_3 - m_3 l_3^2 S_2 \\ & - J_{33n} S_2 \cos 2\phi_3 - J_{33n} S_2] \dot{\phi}_2 \dot{\phi}_3 \\ & - 2[m_3 l_3 S_3 C_3 C_2 \{ 2l_1 + (2l_2 + l_3 C_3) C_2 \} \\ & - m_3 l_3^2 S_3 C_3 + J_{33n} S_2^2 S_3 C_3] \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & [m_3 l_3 S_3 (2l_2 + l_3 C_3) S_2 - J_{33n} S_2 S_3 C_3] \dot{\phi}_1 \\ & + [m_2 l_2^2 + m_3 (2l_2 + l_3 C_3)^2 + J_{2n} + J_{3n} + J_{33n} S_3^2] \dot{\phi}_2 \\ & + [m_2 l_2 S_2 (2l_1 + l_2 C_2) + m_3 (2l_3 + l_3 C_3) S_2 \{ 2l_1 \\ & + (2l_2 + l_3 C_3) C_2 \} - J_{23n} S_2 C_2 - J_{33n} S_2 C_2 C_3^2] \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \\ & + [-2m_3 l_3 S_3 (2l_2 + l_3 C_3) + 2J_{33n} S_3 C_3] \dot{\phi}_2 \dot{\phi}_3 \\ & + [4m_3 l_3 l_2 C_3 S_2 + m_3 l_3^2 \cos 2\phi_3 S_2 + m_3 l_3^2 S_2 \\ & - J_{33n} S_2 \cos 2\phi_3 + J_{33n} S_2] \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 - g[m_2 l_2 C_2 \\ & + m_3 (2l_2 + l_3 C_3) C_2] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\tau_3 = [2m_3 (l_1 + l_2 C_2) l_3 C_3 + m_3 l_3^2 C_2 + J_{3n} C_2] \dot{\phi}_1 + (m_3^2 l_3^2 + J_{3n}) \dot{\phi}_3 + [m_3 l_3 S_2 C_2 \{ 2l_1 + (2l_2 + l_3 C_3) C_2 \}$$

$$\begin{aligned}
 & -m_3l_3^2S_3C_3 + J_{3,n}S_2^2S_3C_3] \phi_1^2 \\
 & + [m_3l_3S_3(2l_2 + l_3C_3) - J_{3,n}S_3C_3] \phi_2^2 \\
 & - [4m_3l_3l_2C_3S_2 + m_3l_3^2S_2 + m_3l_3^2S_2 \cos 2\phi_3 \\
 & + J_{3,n}S_2 - J_{3,n}S_2 \cos 2\phi_3] \phi_1 \phi_2 + m_3gl_3S_3S_2 \quad (10)
 \end{aligned}$$

여기서 $C_i = \cos \phi_i$, $S_i = \sin \phi_i$,
 $C_i^2 = \cos^2 \phi_i$, $S_i^2 = \sin^2 \phi_i$
 J_{in} = 대칭인 링크 축의 길이 방향의 관성 모우먼트

J_{is} = 대칭축에 수직인 방향의 관성 모우먼트
 $J_{i,n} = J_{is} - J_{in}$ 이다.

3절 링크로 이루어진 로봇 매니퓰레이터가 PTP 운동을 할 때, 각 조인트에 걸리는 구동 토크를 최소화 하는 목적 함수는 식 (1)로부터 다음과 같이 된다.

$$\min[f] = \int_0^{T_f} (\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2) dt \quad (11)$$

위의 최소화 문제는 non-convex 비선형 프로그래밍이다. 이것은 구해진 해가 절대 최소(global minimum)가 아니고 국부 최소(local minimum)가 될 수 있다는 것을 말한다. 따라서 여러 개의 출발점을 갖고 해를 구하고자 한다.

식 (11)의 목적 함수 f 를 최소화시키는 $\phi_i(t)$ 의 C_{ij} 와 T_f 는 다음과 같은 과정으로 구하였다. 즉,

(1) $\phi_i(t)$ 는 다음과 같이 $\theta_j(t)$ 의 처음 두 항($j=0, 1$)을 취하여, 서로 다른 주행 시간을 주면서 주행시간의 수렴점을 찾는다. 즉,

$$\phi_i(t) \approx \theta_0(t) + C_{i1}\theta_1(t) \quad (12)$$

이 때, $f=f(C_{11}, C_{21}, C_{31}, T_f)$ 이 되며, 여기서 f 를 최소화하는 C 및 T_f 를 찾는다.

(2) 위의 과정에서 구한 주행 시간 T_f 를 고정 한 후 $\theta_i(t)$ 의 항을 증가시키면서 다시 최소값을 이루는 수렴점들을 찾는다.

4. 계산 결과 및 고찰

Table 3은 Flexible Polyhedron Search 방법을 통하여 목적 함수 f 를 최소화하는 값을 구할 때 서로 다른 출발점과 수렴하는 점들의 값을 보여주고 있다. Table 3에서 보는 바와 같이 주행 시간의 초기 값을 1 sec. 이내로 하였을 때 0.987 sec.로 되었으며, 또한 T_f 의 값들을 2, 3, ..., 10 sec 까지 변화시키면서 계산하여 얻은 값들도 수렴값은 0.987 sec로 되었다. 따라서 그 값을 주행 시간으로 정한다. $\theta_i(t)$ 의 항이 증가할 때의 출발점과 수렴점들이 Table 4에 표시되었다. $\phi_i(t)$ 의 두번째 항 이후부터 목적함수 값의 변화가 1% 미만이 되어 근사항을 두번째 항까지 취하였다. 여기

Table 3 The various starting points used to minimize the objective function and the converging points

Starting points	Converging points	Objective
$T = 0.1 \text{ sec}$ $C_{11}=0.$ $C_{21}=0.$ $C_{31}=0.$	$T = 0.987 \text{ sec}$ $C_{11}=0.026716$ $C_{21}=-0.012626$ $C_{31}=-0.263192$	2819.19
$T = 0.5 \text{ sec}$ $C_{11}=0.$ $C_{21}=0.$ $C_{31}=0.$	$T = 0.987 \text{ sec}$ $C_{11}=0.026663$ $C_{21}=-0.01250$ $C_{31}=-0.263329$	2819.19
$T = 1.0 \text{ sec}$ $C_{11}=0.$ $C_{21}=0.$ $C_{31}=0.$	$T = 0.987 \text{ sec}$ $C_{11}=0.026716$ $C_{21}=-0.012636$ $C_{31}=-0.263192$	2819.19

Table 4 Increasing term approximations at the optimal traveling time $T=0.987$ second

Terms	Starting points	Converged points	Objective
1	$C_{11} \quad 0.$	0.026716	2819.19
	$C_{21} \quad 0.$	-0.012636	
	$C_{31} \quad 0.$	-0.263192	
2	$C_{11} \quad 0.$	0.025227	2785.94
	$C_{12} \quad 0.$	-0.000460	
	$C_{21} \quad 0.$	-0.013248	
	$C_{22} \quad 0.$	-0.007294	
	$C_{31} \quad 0.$	-0.246825	
	$C_{32} \quad 0.$	-0.009643	
3	$C_{11} \quad 0.$	0.025862	2779.76
	$C_{12} \quad 0.$	-0.000505	
	$C_{13} \quad 0.$	0.000196	
	$C_{21} \quad 0.$	-0.013326	
	$C_{22} \quad 0.$	-0.0072733	
	$C_{23} \quad 0.$	-0.001586	
	$C_{31} \quad 0.$	-0.251610	
	$C_{32} \quad 0.$	-0.008786	
	$C_{33} \quad 0.$	-0.003635	

서 얻어진 C_{ij} 와 T_f 를 식 (7)에 대입하여 각 조인트에서의 각변위 ϕ_i 를 구하고, 이 값을 식 (8)~(10)에 대입하여 각 조인트에서의 구동 토크를 구하였다.

이와 같이 하여 얻어진 최적 조인트 운동값과 일반적으로 액츄에이터 구동 특성을 나타내는 사다리꼴형

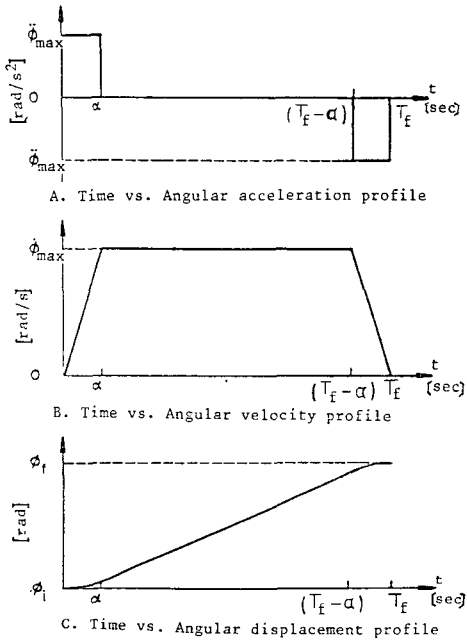


Fig. 2 Trapezoidal velocity motion in actuators

속도 운동과 비교하였다. 사다리꼴형 운동으로서는 Fig. 2에서와 같이 최대 속도에 이르는 시간을 $\alpha = \frac{1}{5} T_f$ (Trap. 1, Fig. 3)와 $\alpha = \frac{1}{10} T_f$ (Trap. 2, Fig. 3)로 각각 변화시켜 가면서 각 조인트에 걸리는 토크를 비교하였다.

Fig. 3~Fig. 5는 로봇 매니퓰레이터의 각 조인트의 시간에 대한 각변위를 나타낸 그림이다. 각 그림에서 Optimal은 조인트가 최적 운동을 할 때의 각변위이고, 또 Trap. 1과 Trap. 2는 예제로 선택된 경우의 값들이다. 조인트 1과 2에서 최적화한 각변위는 초기에서 서서히 증가 또는 감소한 후 중간 부분에서 급격히 변화하여 최대(또는 최소)에 이르게 됨을 알 수 있다(Fig 3, Fig. 4). 그리고 조인트 3에서는 초기에 -90.5° 까지 처진 후 증가하는 경향을 보여주고 있다. 이것은 초기의 위치에서 로봇 팔이 관성 모우먼트를 줄여 조인트 e_1 축에 관한 관성력을 작게 하려는데 기인한다(Fig. 5).

Fig. 6~Fig. 8은 각 조인트의 시간에 대한 구동 토크를 비교한 것으로서 사다리꼴형 운동에서는 조인트에 작동하는 초기와 최종의 구동 토크가 최대 속

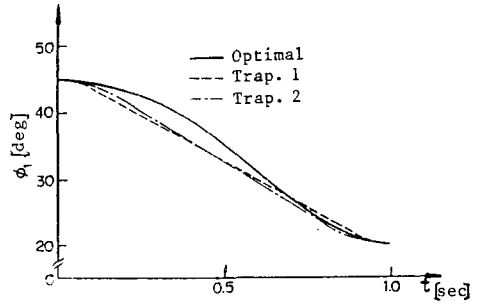


Fig. 3 Angular displacements in the joint 1

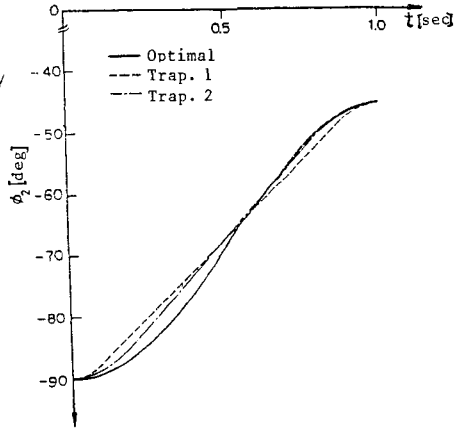


Fig. 4 Angular displacements in the joint 2

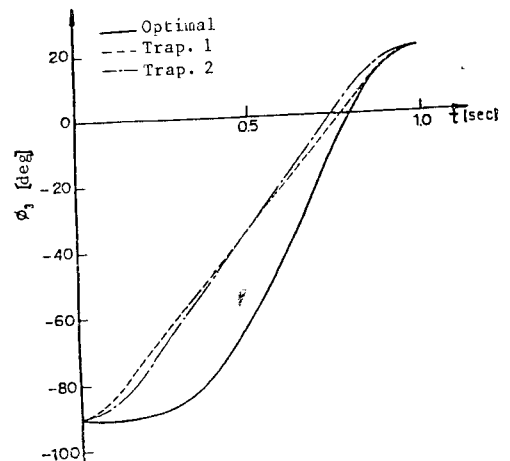


Fig. 5 Angular displacements in the joint 3

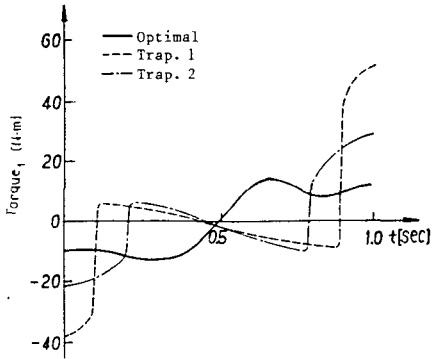


Fig. 6 Driving torques in the joint 1

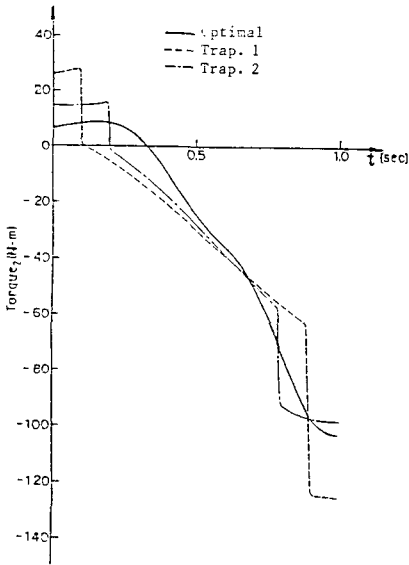


Fig. 7 Driving torques in the joint 2

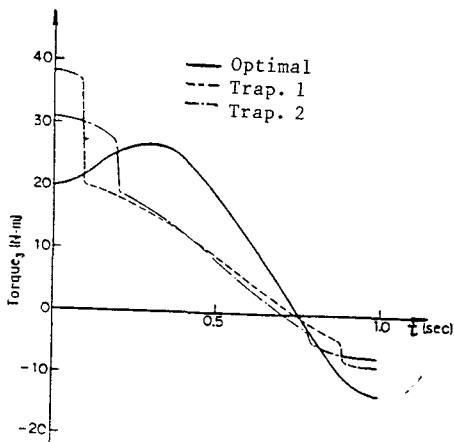


Fig. 8 Driving torques in the joint 3

도에 도달하는 시간을 단축시킬수록 현저히 증가하나, 최적화한 것의 구동 토크는 초기의 구동 토크를 작게 하고 시간이 경과함에 따라 증가하는 것을 알 수 있다. 그리고 조인트 1에서의 구동 토크는 나머지 링크 2와 3의 운동에 따른 영향을 가장 많이 받고 있는 부분으로 나머지 다른 조인트 2와 3에서 사다리꼴형 운동과 비교한 것보다 현격한 토크의 변화가 있음을 알 수 있다(Fig. 6). 조인트 2의 구동 토크는 중력에 의한 영향이 다른 관성력이나 Coriolis력에 의한 것보다 크게 작용하므로 사다리꼴형 운동과 최적화한 운동이 유사한 모양을 갖는 것을 알 수 있다(Fig. 7). 조인트 3은 초기에는 Trap. 1,2에 비하여 구동 토크의 값이 작았으나, 조인트 3이 -90.5°C 까지 처진 후 가속도가 급격히 증가하므로 0.2 sec 이후에는 Trap. 1,2에 비하여 큰 값을 갖는다(Fig. 8).

5. 결 론

본 연구에서는 관성 주축에 대하여 서로 대칭인 3절 링크 로봇 매니퓰레이터가 작업 영역 내에서 두 점 사이를 이동할 때 각 조인트의 최적 운동 해석을 시도하였다. 이 때 최적 운동 해석 문제는 변분법의 형태로 Rayleigh-Ritz 방법을 이용하여 값을 구하였다.

해석 결과를 통하여 로봇 팔의 운동 특성 곡선의 모양으로서는 사다리꼴형 운동은 가속도의 불연속으로 인하여 구동 토크의 변화가 크고, 주행 초기 및 최종 시간에서 구동 토크의 값도 크게 된다. 그러나 조인트의 최적 운동 해석으로 각 조인트에서의 구동 토크의 값을 줄이고, 주행 동안의 구동 토크의 변화값을 줄일 수 있는 특성 곡선이 됨을 알 수 있다.

여기서는 회전 조인트만을 갖는 경우를 해석하였으나, 앞으로 회전과 병진 조인트도 갖는 일반적인 로봇 매니퓰레이터의 최적 운동 해석에도 적용 가능하다.

後 記

本 研究는 韓國科學財團의 1983年度 研究支援事業에 의하여 이루어졌으며 이지를 통하여 관계분에게 感謝의 뜻을 표합니다.

참 고 문 헌

- (1) A. Kumar, and K.J. Waldron, "Numerical Plotting of Surfaces of Positioning Accuracy of

- Manipulators”, Mechanism and Machine Theory, Vol. 16, No. 4, P.O, 1981
- (2) R. Featherstone, “Position and Velocity Transformations between Robot End-Effector Coordinates and Joint Angles”, Int. J. of Robotics Research, Vol. 2, No. 2, P.O, 1983
 - (3) J.L. Turney, T.N. Mudge, and C.S.G. Lee, “Connection between Formulation of Robot Arm Dynamics with Applications to Simulations and Controls”, College of Engineering, The Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, RSD-TR-4-82, 1982
 - (4) G.R. Pennock, and A.T. Yang, “Dynamic Analysis of a Multi-Rigid Body Open-Chain System”, Trans. of ASME, J. of Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, Vol. 105, P.O, 1983
 - (5) J.M. Hollerbach, and G. Sahar, “Wrist-Partitioned, Inverse Kinematic Accelerations and Manipulator Dynamics”, Int. J. of Robotics Research, Vol. 2, No. 4, P.O, 1983
 - (6) M. Vukobratovic, and V. Cvetkovic, “Contribution to Controlling Non-Redundant Manipulators”, Mechanisms and Machine Theory, Vol. 16, P.O, 1981
 - (7) J.Y.S. Luh, and C.S. Lin, “Optimum Path Planning for Mechanical Manipulators”, Trans. of the ASME, J. of Dynamic System, Measurements, and Control, Vol. 102, P.O, 1981
 - (8) M.E. Kahn, and B. Roth, “The Near-Minimum Time Control of Open-Loop Articulated Kinematic Chains”, Trans. of the ASME, J. of Dynamic System, Measurements, and Control, 1971
 - (9) M. Vukobratovic, and M. Kircanski, “A Method for Optimal Synthesis of Manipulator Robot Trajectories”, Trans. of the ASME, J. of Dynamic System, Measurements, and Control, Vol. 104, P.O, 1982
 - (10) D.M. Himmelblau, Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill, 1972
 - (11) S.S. Mahil, “On the Application of Lagrange’s Method to the Description of Dynamic Systems”, IEEE Trans. on System, Man, and Cyhernetics, Vol. SMC-12, No. 6, P.O, 1982