

<論 文>

半橢圓 表面龜裂의 疲勞成長 舉動에 관한 研究

崔 鎔 湜* · 梁 源 鎬** · 方 時 桓***

(1986年 8月 8日 接受)

On the Fatigue Crack Propagation Behavior of a Semi-Elliptical Surface Crack

Yong-Shick Choy, Won-Ho Yang and Si-Hwan Bang

Key Words: Surface Flaw(表面缺陷), Surface Crack(表面龜裂), Fatigue Crack(疲勞龜裂)
Primary Semi-elliptical Crack(初期半橢圓龜裂), Correction Factor(修正係數)
Crack Ratio(龜裂比)

Abstract

This paper presents the preliminary results of an experimental study on surface crack growth under fatigue loadings. The objective of this paper is to assess the effect of the initial crack size on crack propagation behaviors. Transparent *PMMA* plate specimens with shallow circular arc notch were used. Crack growth behaviors were observed and measured in two directions by travelling microscopes.

The fatigue crack initiated at the deepest part on the initial arc shaped notch and then propagated to depth direction as well as spreading gradually along the notch tip. A considerable number of cycles was needed until the depth crack spreaded to the surface notch tip. When the fatigue crack reached the surface notch tip the crack front became an approximate semi-ellipse, primary semi-elliptical crack.

Test results suggest that the relationships between fatigue crack growth rate and stress intensity factor range in both directions can be expressed by power law (Paris) and that relationship in width direction depends upon the crack ratios a_1/b_1 , of the primary semi-elliptical crack.

The relationship between the nondimensional crack lengths in both directions can be represented as the formula:

$$\left(\frac{a}{t}\right)^n = B\left(\frac{2b}{W} + A\right)$$

where n and A are constants and B is seems to be depended upon the crack ratio a_1/b_1 .

* 正會員, 成均館大學校 工科大學 機械工學科

** 正會員, 成均館大學校 工科大學 機械設計學科

*** 正會員, 崇田大學校 工科大學 機械工學科

記 號 說 明

- a : 길이방향 龜裂길이
- a_0 : 初期 노치 (notch)의 길이
- a_1 : 初期 半橢圓龜裂(primary semi-ellipticalcrack)의 길이방향 반지름
- b : 幅방향 龜裂의 半길이
- b_0 : 幅방향 노치 (notch)의 半길이
- b_1 : 初期半橢圓龜裂의 幅방향 반지름
- C_a, C_b : 지수법칙 (paris)의 상수
- F : 修正係數 (correction factor)
- K : 應力擴大係數 (stress intensity factor)
- ΔK_a : 半橢圓 길이방향 應力擴大係數 變動幅 (stress intensity factor range)
- ΔK_b : 半橢圓 幅방향 應力擴大係數 變動幅
- da/dN : 半橢圓 길이 방향 疲勞龜裂成長速度 (fatigue crack growth rate)
- db/dN : 半橢圓 幅방향 疲勞龜裂 成長速度
- m_a, m_b : 지수법칙 (paris)의 指數
- N : 荷重反復數
- t : 板材 두께
- W : 板材의 幅
- σ : 公칭 垂直應力 (normal stress)
- ϕ : 動角 (parametric angle)

1. 序 論

表面缺陷(surface flaw) 및 表面龜裂(surface crack)은 실제 기계구조물에 흔히 介在되는 缺陷으로서, 항공기 및 일반구조물에서의 疲勞龜裂의 발생은, 대부분이 表面缺陷에서 기인된다는 것이 보고 되고 있다⁽¹⁾. 따라서 表面龜裂에 대한 파괴역학적인 해석이 무척 중요한 연구분야인 것이나, 이 문제를 파괴역학적으로 다루는 데는 몇가지 어려움이 있다. 즉 불투명 금속재에서는 길이방향의 龜裂길이 측정이 곤란하다는 점과, 有限板材內에 존재하는 表面龜裂의 應力擴大係數(stress intensity factor)에 대한 驗법해를 구하기가 곤란하다는 점등이다. 表面龜裂의 균열선단 길이를 실험적으로 구하기 위하여 히이트 틴팅법(heat tinting method)⁽²⁾, 및 비치마크법(beach marking method)^(3,4) 등이 사용되고 있으나, 이 방법들은 제한된 조건하에서만 사용이 가능하다. 현실적으로는 피로하중을 받고 있는 표면균열의 길이 방향의 成長舉動은, 표면에서와는 달리 그때 그때의 측정을 못하고 있는 실정이다.

또한, 여러 研究者들이 半橢圓形 表面龜裂에 대한

應力擴大係數의 修正係數(correction factor)를 理論解析, 數值解析 및 實驗解析 등을 통하여 구했는데, 그 결과는 서로가 5~100%의 差異를 나타내고 있는 것이다^(5,6). 이 때문에 表面龜裂에 대한 연구보고는 다른 분야에 비하여 비교적 적은 편이며, 현재까지 表面龜裂의 疲勞成長舉動에 대한 定說이 설정되어 있지 못한 실정인 것이다.

이에 著者들은 表面龜裂의 疲勞成長舉動에 對한 多角的인 연구계획을 추진하고 있는 중이며, 본 보고서는 그 제 1 단계 연구로서, 初期 表面龜裂의 크기가 疲勞龜裂成長舉動에 미치는 영향을 규명하기 위한 실험적인 연구결과이다.

2. 表面龜裂에 대한 應力擴大係數

1962년 Irwin은 無限彈性體 내부에 있는 橢圓形 龜裂(長徑: $2b$, 短徑: $2a$)이 均일 1축 인장응력 σ 를 받을 때의 모드 I (mode I) 應力擴大係數의 驗법해를 다음과 같이 구했다⁽⁷⁾.

$$K = \frac{\sigma \sqrt{\pi a}}{\phi} \left(\frac{a^2}{b^2} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right)^{1/4} \quad (1)$$

여기에서 ϕ 는 제 2종 완전 타원 적분으로 다음과 같다

$$\phi = \int_0^{\pi/2} \left(\sin^2 \phi + \frac{a^2}{b^2} \cos^2 \phi \right)^{1/2} d\phi$$

有限板材 表面에 있는 半橢圓(표면 길이: $2b$, 깊이: a) 表面龜裂이, 均열면에 수직한 均일 인장응력 σ 를 받을 때의 모드 I 應力擴大係數는, 板材의 有限두께 t 와 폭 W 에 따른 修正係數(correction factor) F 를 써서 Newman⁽⁶⁾은 다음과 같이 표시하였다.

$$K = \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F \left(\frac{a}{t}, \frac{a}{b}, \frac{b}{w}, \phi \right) \quad (2)$$

여기에서 Q 는 Rawe가 제안한 形狀係數(shape factor)로서 (1)식의 ϕ^2 에 해당한다. 進술한 바와 같이 여러 研究者들의 修正係數 F 에 대한 연구결과가 큰 차이를 나타내고 있는데, 본 논문에서는 有限要素 數值解析結果와 비교적 잘 일치하고 있는 Newman과 Raju의 식⁽⁶⁾을 적용했다. 半橢圓形 表面龜裂에서 가장 중요한 뜻을 갖는 것은, K 값이 최대가 되는 半橢圓의 길이 방향 頂點(반지름 a , $\phi = \pi/2$)과, 판재 표면의 幅방향 頂點(반지름 b , $\phi = 0$)에서의 모드 I 應力擴大係數는 다음 식으로 표시된다^(6,8).

$$\Delta K_a = \Delta \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F \left(\frac{a}{t}, \frac{a}{b}, \frac{b}{w} \right) \quad (3)$$

$$\Delta K_b = 1.12 \Delta \sigma \sqrt{\frac{\pi b}{Q}} \left(\frac{a}{b} \right)$$

여기에서 形狀係數 Q 는

$$Q=1+1.464\left(\frac{a}{b}\right)^{1.65} \quad \left(\frac{a}{b}\leq 1\right)$$

$$Q=1+1.464\left(\frac{b}{a}\right)^{1.65} \quad \left(\frac{a}{b}> 1\right)$$

이고, 修正係數 F 는 다음과 같다.

$$F=\left[M_1+\left(\sqrt{\frac{Qb}{a}}-M_1\right)\left(\frac{a}{t}\right)^{\sqrt{\pi}}+\sqrt{\frac{Qb}{a}}\left(M_2-1\right)\left(\frac{a}{t}\right)^{2\sqrt{\pi}}\right]f_w$$

여기에서 M_1 은 앞면수정계수 (front face correction) 이고, M_2 는 뒷면수정계수 (back face correction) 이며, f_w 는 유한폭 수정계수 (finite width correction) 이다.

3. 實 驗

試驗片 재료로는, 길이방향 균열길이를 측정 가능하도록 하기 위하여 투명한 PMMA (Polymethyl Methacrylate) 판재를 썼으며, 이 재료의 기계적 성질은 Table 1 과 같다. 시험편은 Fig. 1 에서와 같이, 두께 $t=20$ mm, 폭 $W=80$ mm, 길이 $L=300$ mm 이고, 각 시험편의 앞면 중앙에는 자체 제작한 플라이 커터 (fly cutter) 를 써서 표면 노치 (surface notch) 를 가공했으며, 이 圓弧形 初期 노치의 龜裂比 (crack ratio) a_0/b_0 는 Table 2 에 나타냈다.

試驗機로는, 25 ton 動的 Instron 試驗機를 사용했으며, 실온 (23°C) 에서 引張引張形의 하중제어 방식 疲勞試驗을 행하였다. 荷重比 (load ratio) 는 $R=0.1$

Table 1 Mechanical properties of PMMA plate

Yield Strength (kg/mm ²)	Young's Modulus (kg/mm ²)	Elongation %	Specific weight	Transparency
3.1	290	2~7	1.2	good

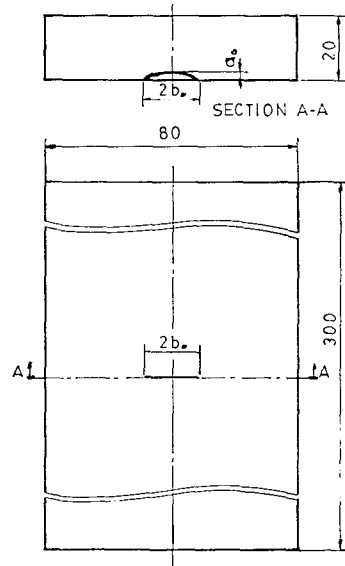


Fig. 1 Specimen

($P_{max}=900$ kg, $P_{min}=90$ kg) 로, $\sigma_{max}<0.2\sigma_s$ 되게 했고, 시험기는 20 Hz 의 싸인파 (sine wave) 로 작동시켰다.

龜裂길이는, 倍率 25 배인 이동식 현미경 (travelling microscope) 을 시험편의 앞면에 배치하여 좌우 表面의 龜裂길이 (b) 를 측정하도록 했으며, 또 한대의 이동식 현미경을 시험편 측면에 배치하여 길이 방향 龜裂길이 (a) 를 측정하도록 했다. 이동식 현미경들은 X-Y 측정 테이블 위에 고정되고, 이것이 디지털 인디케이터 (digital indicator) 와 프린터 (printer) 에 연결되어 (Fig. 2) 龜裂길이를 0.001 mm 의 精密度로 프린트해 내도록 했으며, 각종 계산은 0.01 mm 의 정밀도로 했다. 시험편이 투명하기 때문에 길이 방향 균열길이 측정에 어려움이 없었으며, 그 측정결과와 파단된 단면의 실측결과가 잘 일치되었다.

Table 2 Crack ratios and the constants in power law

Specimen	a_0/b_0^*	a_1/b_1^{**}	Power law constants			
			m_a	C_a	m_b	C_b
No. 1	0.15	0.577	3.2	2.70×10^{-7}	7.3	1.01×10^{-5}
No. 2	0.17	0.693	3.3	3.38×10^{-7}	6.9	5.83×10^{-6}
No. 3	0.18	0.744	3.4	3.13×10^{-7}	7.2	5.37×10^{-6}
No. 4	0.21	0.901	3.3	3.90×10^{-7}	7.5	5.28×10^{-6}

* a_0/b_0 : Crack ratio of the artificial notch

** a_1/b_1 : Primary semi-elliptical crack ratio at the beginning of Region B



Fig. 2 Crack length measuring device

4. 試驗結果 및 檢討

모든 試驗片에서 疲勞龜裂은 初期 노치의 가장 깊은 부분에서 成長하기 시작했다(Fig. 3 및 Fig. 4a). 이

疲勞龜裂은 Fig. 3의 개략도 및 Fig. 4의 사진에서 볼 수 있는 바와 같이, 깊이 방향으로의 成長과 동시에 노치전면을 따라 점차로 확장되어 갔으며, 이것이 시험편 앞 표면의 노치 선단에 도달하기 까지는 많은 荷重反復數가 필요했고, 이동중에 깊이 방향 퍼포균열은 상당한 길이 만큼 성장했다.

Fig. 5는 대표적인 $a-N$, $b-N$ 곡선이며, 疲勞龜裂의 발생으로부터 이것이 표면의 노치선단에까지 확산 도달하기 까지의 구간을 편의상 A 구간(region A), 그 이후 파단점 까지를 B 구간(region B)으로 구분했다. 이 시험편(Fig. 5)에서, A 구간에 해당하는 荷重反復數는, 疲勞龜裂의 발생으로부터 파단에 이르기 까지의

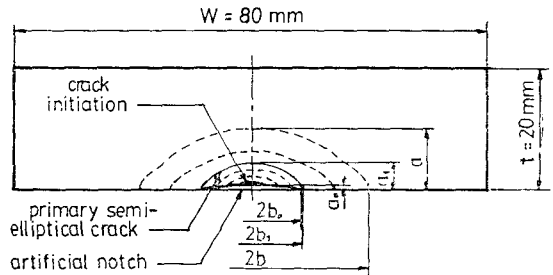


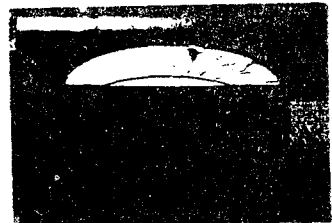
Fig. 3 Surface crack propagation(schematic diagram)



(a) N= 5,000 cycle



(d) N= 120,000 cycle



(g) N= 217,500 cycle



(b) N= 20,000 cycle



(e) N= 160,000 cycle



(h) N= 218,100 cycle (fractured section)



(c) N= 70,000 cycle



(f) N= 210,000 cycle

Fig. 4 Typical views of surface crack propagation

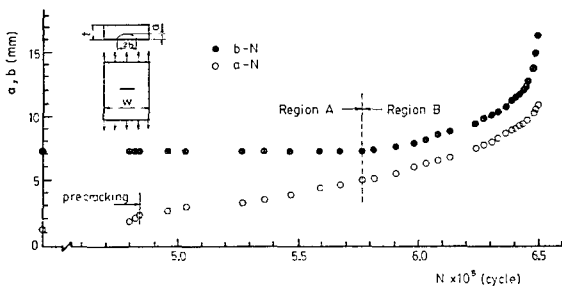


Fig. 5 a-N & b-N relation for surface crack (PMMA plate specimen No. 2)

전 荷重反復數의 반 이상(약 55%)이었으며, A 구간 동안 成長된 길이 방향 균열길이는, 파단시 까지의 전 길이 방향 균열길이의 약 1/3 정도 이었다. 그러나 다른 시험편에서는 A 구간에서 그 이상의 균열성장도 관찰되었다.

이러한 현상은 금속재료와 같은 불투명재의 경우, 表面에서의 疲勞龜裂成長이 認知되지 않는 동안에도, 길이 방향으로의 疲勞龜裂이 상당한 길이까지 成長함을 나타내 주는 중요한 특성이다.

길이 방향의 疲勞龜裂이 확산되어 표면의 노치선단에까지 도달했을 때(B 구간의 始發點)의 疲勞龜裂 先端의 形狀은 대략 半橢圓形을 이루었으며(Fig. 4d), 이때의 半橢圓龜裂을 初期 半橢圓龜裂(primary semi-elliptical crack)이라 이름했으며, 이때의 龜裂比(crack ratio)를 a_1/b_1 으로 표시했다(Fig. 3). 이 이후는 파단시 까지, 균열선단이 근사 반타원형을 유지하면서 성장해 갔다(Fig. 4e, f).

B 구간의 半橢圓龜裂에 대하여 式 (3)에 따라 ΔK_a 와 ΔK_b 를 계산하고, $da/dN-\Delta K_a$ 및 $db/dN-\Delta K_b$ 의 관계를 나타낸 것이 Fig. 6이다. 각 시험편에서 試驗條件은 모두 동일하게 했으며, 初期 노치의 龜裂比 a_0/b_0 만 달리했다. Fig. 7은 이들 관계를 개략도(schematic diagram)로 표시한 것인데, 길이 방향 균열 및 폭방향 균열선단에 대하여 龜裂成長速度(crack growth rate)와 應力擴大係數 變動幅(stress intensity factor range) 사이의 관계는 다음 식과 같이 指數法則(Paris)에 의하여 정리될 수 있었다.

$$\frac{da}{dN} = C_a (\Delta K_a)^{m_a}, \quad \frac{db}{dN} = C_b (\Delta K_b)^{m_b} \quad (4)$$

각 시험편에 대한 상수 m_a , C_a 및 m_b , C_b 값은 Table 2에 주어져 있다. $db/dN-\Delta K_b$ 의 관계는 初期 半橢

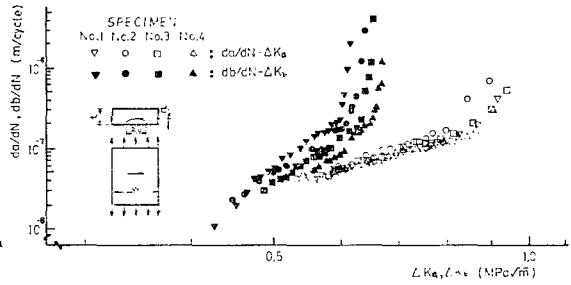


Fig. 6 Surface crack growth rate vs. ΔK

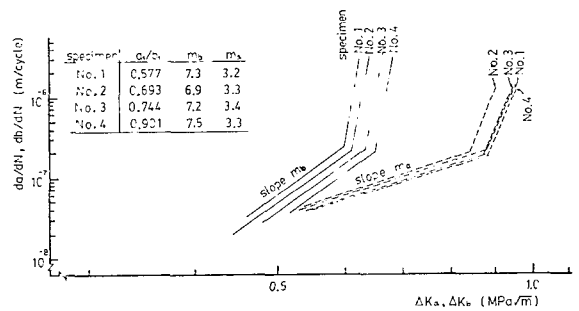


Fig. 7. Correlation of crack growth rate vs. ΔK (schematic)

圓龜裂의 龜裂比 a_1/b_1 값이 클수록 오른쪽에 나타나고 있어, C_b 값이 감소해 가는 경향을 보이고 있는데 비하여, $da/dN-\Delta K_a$ 의 관계는 모두가 1개의 좁은 밴드(band) 내에 포함되어 龜裂比 a_1/b_1 에 무관한 것으로 나타났다.

Lee⁽⁹⁾ 등은, 低合金鋼의 表面龜裂 試驗片을 써서 4點 굽힘시험을 행하고, $db/dN-\Delta K_b$ 의 관계를 指數法則(power law)을 사용하여 정리했는데, a_1/b_1 의 영향을 제외하면 定性的으로 本 實驗의 결과와 유사성을 보이고 있다. 그러나 $da/dN-\Delta K_a$ 의 관계는 데이터(data)點들이 너무 분산되어 指數法則의 적용이 불가능하다고 했는데, 本 實驗의 결과는 $da/dN-\Delta K_a$ 의 관계도 指數法則(power law)으로 잘 정리될 수 있었다.

또 Lee 등은 a/b 와 a/t 사이의 관계를 $a/b=A-B \times (a/t)$ (A 와 B 는 상수)形인 直線으로 표시했는데, 本 實驗의 결과는 이들 사이의 관계가 線型的으로 나타나지 않았으며, 각 시험편에서 a/t 와 $2b/W$ 사이의 관계

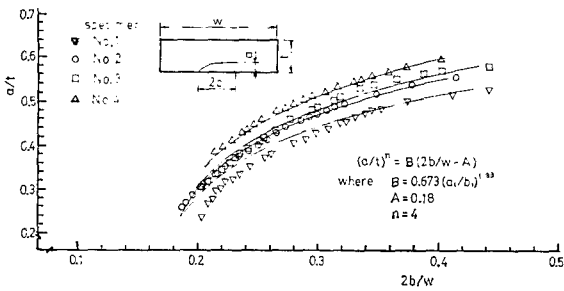


Fig. 8 $a/t-2b/W$ relation for surface crack growth

가 Fig. 8에서와 같이 龜裂比 a_1/b_1 값이 클수록 곡선이 윗쪽에 나타났다. 이들의 관계는 대략 다음 식으로 정리될 수 있었다.

$$\left(\frac{a}{t}\right)^n = B\left(\frac{2b}{W} - A\right) \quad (5)$$

여기에서 PMMA 시험편에 대하여 $n=4$, $A=0.18$ 이 얻어졌으며, $B=0.673(a_1/b_1)^{1.33}$ 으로 이들 사이의 관계는 初期 半橢圓龜裂의 龜裂比 a_1/b_1 에 의존하는 것으로 나타났다.

Table 2에서 試驗片 No. 4의 경우를 제외하면 初期 半橢圓龜裂의 龜裂比 a_1/b_1 값이, 初期노치의 龜裂比 a_0/b_0 값의 약 4배 정도로 나타나고 있다. 따라서 만약 初期노치의 成形條件 및 荷重條件 등이 모두 똑 같다면 위의 관계들이 노치의 龜裂比 a_0/b_0 에 의하여 표시될 수 있으리라고 생각할 수도 있겠으나, 實驗結果는 Table 2에 주어진 시험편들의 초기노치 龜裂比보다 큰 초기노치 龜裂比($a_0/b_0=0.2\sim0.35$)를 갖는 시험편에서도, 初期 半橢圓龜裂의 龜裂比 a_1/b_1 은 Table 2에 보인 a_1/b_1 의 범위 (0.5~0.9) 내에 포함이 되었다. 따라서 위의 관계들은 a_0/b_0 로 표시되기는 어려울 것 같다. a_0/b_0 값이 큰 시험편들에 대하여는 初期노치가 상대적으로 크기 때문에, 충분한 실험 데이터를 얻기 위하여는 試驗荷重을 감소시켜야 했으며, 따라서 본 보고서에서는 똑 같은 시험조건하에서 이루어진 시험편에 대한 실험결과만을 제시했다.

初期노치의 龜裂比 a_0/b_0 와 初期 半橢圓龜裂의 龜裂比 a_1/b_1 사이의 관계는 여러가지 복잡한 變數들이 관여할 것으로 생각되며, 앞으로 흥미 있는 연구 과제가 되리라 생각된다.

5. 結 論

本 研究는 저자들이 현재 진행하고 있는 表面龜裂의 疲勞龜裂 成長舉動에 관한 研究의 일환으로 수행된 것이며, 본 연구의 主目的은 初期龜裂의 龜裂比에 따른 영향을 검토하기 위한 것으로 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 불투명 재료에서 表面노치나 표면결합이, 표면 길이에 비하여 깊이가 작을 때에는, 판재 표면에서 疲勞龜裂의 成長이 認知되지 않는 동안이라도, 깊이 방향으로 상당한 龜裂成長이 발생하게 된다.

(2) 半橢圓 表面龜裂에서, 깊이 방향 및 판재 폭방향의 疲勞龜裂 成長速度(crack growth rate)와 應力擴大係數 變動幅(stress intensity factor range) 사이의 관계는 指數法則(power law-Paris)에 의하여 정리될 수 있다.

(3) $db/dN=C_b(\Delta K_b)^{m_b}$ 관계에서의 m_b 값은 $da/dN=C_a(\Delta K_a)^{m_a}$ 관계에서의 m_a 값보다 크며, PMMA 시험편에서 $m_b=7.2$, $m_a=3.3$ 을 얻었다.

(4) $db/dN-\Delta K_b$ 의 관계는 初期 半橢圓龜裂의 龜裂比인 a_1/b_1 의 영향을 받으나, $da/dN-\Delta K_a$ 의 관계는 a_1/b_1 에 무관하다.

(5) PMMA材에서 깊이 방향과 폭 방향의 無次元化한 龜裂成長길이 사이의 관계는 a_1/b_1 의 영향을 받으며, 다음과 같은 實驗式으로 표시될 수 있다.

$$\left(\frac{a}{t}\right)^n = B\left(\frac{2b}{W} - A\right)$$

여기에서 $n=4$ 와 A 는 상수이며, B 는 a_1/b_1 에 의존하는 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

- (1) G.R. Irwin, "Introduction for Part-Through Crack Fatigue Life Prediction," ASTM STP 687, pp.1~2, 1979
- (2) T.A. Grusse, G. J. Meyers and R. B. Wilson, "F-fatigue Growth of Surface Crack," ASTM STP 631, pp.174~186, 1977
- (3) M.T. Takemori, "On a Fatigue Crack-Front Marking Technique for Polymers," J. Material Science, Vol. 17, pp.2547~2552, 1982

- (4) M. Truchon and H.P. Lieurade, "Experimental Study of Surface Crack propagation in an E36 Steel," *Advances in Fracture Research*, Vol. 1, pp. 33~39, 1981
- (5) I.S. Raju and J.C. Newman, Jr., "Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite Thickness Plates," *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 11, pp. 817~829, 1979
- (6) J.C. Newman, Jr., "A Review and Assessment of the Stress Intensity Factors for Surface Crack," *ASTM STP 687*, pp. 16~42, 1979
- (7) G.R. Irwin, "Crack Extension Force for a Part-Through Crack in a Plate," *J. Applied Mech.*, ASME, Vol. 29, No. 4, pp. 651~654, 1962
- (8) R.M. Engle, Jr., "Aspect Ratio Variability in Part-Through Crack Life Analysis," *ASTM STP*

687, pp. 74~88, 1979

- (9) Kang-Sian Lee, Len-Ji Yu, Zi-Hong Jin and Kai-Zuo Liang, "Experimental Research on Surface Crack Propagation Laws for Low Alloy Steel," *Eng. Fracture Mech.*, Vol. 16, pp. 105~113, 1982

討 論

鄭世喜(全北大 工大)

金屬材料에서도 크랙이 길이 方向으로 進展하는 것은 事實이다. 이것과 PMMA 材를 同一하다고 생각하는 것은 무리가 아닌지?

著者 意見

金屬材와 PMMA 材에서의 疲勞龜裂成長 特性이 定量的으로 같을 수는 없겠으나, Lee 等의 研究⁽⁹⁾ 結果를 참고로 할 때, 定性的인 特性은 類似할 것으로 생각된다.