

<論 文>

# 고속 회전축 베어링 계의 외부 댐핑에 관한 연구

한 등 철\* · 정 선 모\*\*

(1986년 5월 9일 접수)

## A Study on the External Damping for High Speed Rotor-Bearing System

Dong-Chul Han and Sun-Mo Chung

**Key Words;** Rotor-Bearing System(회전축-베어링계), External Damping(외부댐핑), Rolling Bearing(구름 베어링), Journal Bearing(저어널 베어링)

### Abstract

The dynamic behaviour of bearing-rotor system with flexible and damped supports is systematically investigated. To find out the obvious trend of the influence of the external damping on the resonance peak of a rolling bearing-rotor system and on the stability limit of a cylindrical journal bearing-rotor system, some important characteristic design parameters are derived.

Those are the dimensionless stiffness and damping ratio of the external damping referred to the rotor stiffness. For an optimal design of the external damping a relation between the stiffness and damping coefficients can be obtained from the dynamic analysis of the whole system.

### 기 호 설 명

$A_R$  : 회전축의 공진폭

$B$  : 베어링폭

$B/D$  : 베어링 상대폭

$c$  : 축의 강성

$c_{ik}$  : 베어링의 강성계수

$C_{ik}$  : 베어링의 무차원 강성계수  $C_{ik}=2c_{ik}/c$

$D$  : 베어링의 직경  $D=2R$

$d_{ik}$  : 베어링의 감쇠계수

$D_{ik}$  : 베어링의 무차원 감쇠계수  $D_{ik}=2\omega d_{ik}/c$

$e$  : 베어링의 편심량

$e_{ik}$  : 유체막퍼의 강성계수

$E_{ik}$  : 유체막퍼의 무차원 강성계수  $E_{ik}=2\omega e_{ik}/c$

$F$  : 베어링의 정하중

$f$  : 회전축의 처짐

$g_{ik}$  : 유체막퍼의 감쇠계수

$G_{ik}$  : 유체막퍼의 무차원 감쇠계수  $G_{ik}=2\omega g_{ik}/c$

$G_R$  : 공진속도에서의 감쇠비  $G_R=\frac{\omega_R g_{22}}{c/2}$

$H$  : 무차원의 윤활 유층세 높이  $H=h/\Delta R$

$m$  : 회전축의 질량

$m_b$  : 베어링의 질량

$M_b$  : 베어링의 질량비  $M_b=2m_b/m$

$\Delta R$  : 최소윤활층세 높이

$S_0$  : 무차원 하중지지력  $S_0=F \cdot \phi^2 / (BD\eta\omega)$

\* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과

\*\* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계설계학과 정년퇴임

- $So_k$  :  $\omega_R$ 에 기준한 Sommerfeld number  $So$
- $u$  : 시스템 뎀핑
- $\beta_{d2}$  : 유체 뎀퍼의 무차원 감쇠계수  $\beta_{d2} = g_{22} \frac{\psi^3}{2B\eta}$
- $\beta_{ik}$  : 무차원 감쇠계수  $\beta_{ik} = \frac{\Delta R}{F} \omega d_{ik}$
- $\gamma_{ik}$  : 무차원 강성계수  $\gamma_{ik} = \frac{\Delta R}{F} c_{ik}$
- $\gamma$  : 베어링의 편심자
- $\varepsilon$  : 저어널의 편심률  $\varepsilon = e/\Delta R$
- $\lambda$  : 회전축계의 고유치  $\lambda = -u + i\omega_e$
- $\mu$  : 축의 상대적 처짐  $\mu = f/\Delta R$
- $\eta$  : 윤활유의 점성
- $II$  : 윤활유막에 작용하는 압력  $II = \dot{p} \cdot \psi^2 / (\eta\omega)$
- $\varphi$  : 베어링 원주 방향좌표
- $\psi$  : 무차원의 최소 윤활층두께  $\psi = \Delta R/R$
- $\omega$  : 축의 각속도
- $\omega_k$  : 축의 횡진동 고유진동 각속도  $\omega_k = \sqrt{c/m}$
- $\omega_{lim}$  : 축의 안정한계속도
- $\omega_R$  : 회전축계의 공진 각속도

### 1. 서 론

공작기계 주축이나 터보 기계류의 회전속도를 상승시키는 것은 기계의 경량화와 고효율화에 필수적인 것이나, 공진속도 또는 안정한계속도에 이르면 회전축의 진폭이 커져 계의 파손을 초래하게 되는 위험한 상태에 이르게 된다.

회전축이 구름베어링에 지지된 경우는 베어링의 뎀핑계수가 작아서 공진폭이 크므로 회전속도가 공진속도 미만으로 한정되며, 저어널 베어링에 지지된 경우에는 뎀핑특성이 우수하여 공진폭이 작아 공진속도 이상으로 운전속도를 올릴수 있으나 저어널베어링의 스프링 특성이 이방성 및 비대칭성을 나타냄으로 인하여 회전축계가 불안정하게 되는 안정한계속도가 존재하게 된다<sup>(1,2)</sup>.

회전축계가 위험한 공진 또는 불안정 상태를 나타내지 않고 조용하고 안정된 운전상태를 유지하게 하려는 목적은 축의 횡강성, 몸체형상, 베어링의 크기 및 형상과 같은 설계변수를 최적화하는 것으로서 이루어질 수 없는 경우가 빈번하다. 이런 경우에는 베어링 외부에 작용하는 "외부뎀핑"을 이용하여 진동문제를 근본적으로 개선할 수 있다<sup>(3-8)</sup>. 이를 위하여 베어링 외부에 별도로 설계한 스프링과 뎀퍼를 설치한다<sup>(7,9,10)</sup>.

"외부뎀핑"에 관한 연구 결과는 다수 발표되어 있으

나 도출된 무차원의 특성수가 구름베어링에서의 위험한 공진폭과 저어널 베어링에서의 안정한계속도에 미치는 영향을 동시에 명확히 표현하기에 부적합하거나, 그 내용에 있어 구름베어링과 저어널베어링의 구별 없이 고속회전축계를 최적설계하기에 필요한 설계변수의 변화범위를 충분히 고려하지 못하고 있다.

본 연구에서는 윤활이론에 따라 명확히 계산되고 그 신빙성이 실험적으로 검증된 "동압유막 뎀퍼"의 감쇠계수를 이용하여 외부뎀핑을 갖는 회전축-구름베어링계와 회전축-저어널베어링계의 진동특성을 해석하고자 한다. 또한 해석결과를 토대로 회전축계의 진동특성에 미치는 특성수 및 설계변수를 명확히 도출하여 동특성을 고려한 회전축계의 최적설계에 기여하고자 한다.

저어널베어링으로서는 제작이 간단하고, 하중지지력이 높은 진원형베어링을 연구대상으로 선택하였으며 강성 및 감쇠특성은 윤활이론에 따라 구한다. 구름베어링의 강성계수는 탄성이론에 근거한 실험식<sup>(11)</sup>을 사용하여 구하고 감쇠계수는 실험연구보고서<sup>(12)</sup>의 결과를 이용한다.

### 2. 베어링과 동압유막 뎀퍼의 동특성

진원형베어링의 하중지지력과 스프링 및 뎀핑특성은 유체윤활의 기본방정식인 레이놀즈 방정식을 해석하여 구할수 있다<sup>(13)</sup>. Fig. 1에는 제작이 간단하고 저어널 베어링중에서 가장 높은 하중지지력을 갖는 진원형베어링이 나타나 있다. 여기서 베어링의 틈새  $\Delta R$ 은 실제 ( $\Delta R/R = 0.001 - 0.003$ )보다 과장되어 넓게 나타나 있으며 충분한 윤활유 급유를 위하여 급유구가 양쪽에 가공된 것이 많이 통용된다. 이 베어링의 정·동특성을 결정하는 기하학적 특성수는 틈새비  $\psi = \Delta R/R$

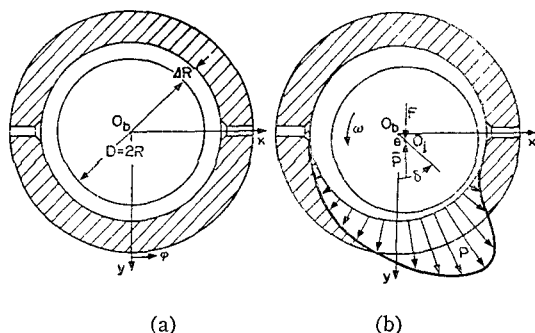


Fig. 1 Geometry and force equilibrium of a cylindrical journal bearing

와 폭비  $B/D$ 이며, Fig. 1(b)에서 보는 바와 같이 각 속도  $\omega$  로 회전하는 저어널에 하중  $F$ 가 작용하면 저어널의 중심  $O_j$ 는 베어링 중심  $O_b$ 로부터 편심하게 되는데 점성  $\eta$ 를 갖는 윤활유체가 회전하는 저어널에 의해 좁아지는 틈새로 끌어들여 지므로써 형성되는 압력분포의 합력  $\bar{P}$ 가 하중  $F$ 와 평형을 이루도록 편심거리  $e$ 와 작용하중선과의 자세각  $\gamma$ 가 결정된다. 편심율은 상대편심거리  $\varepsilon=e/\Delta R$ 를 나타내며 상대유막 두께

$$H=h/\Delta R=1-\varepsilon \cdot \cos(\varphi-\gamma) \quad (1)$$

를 결정하는 특성치이다.

저어널 베어링에서 정하중 상태의 역학적 상사를 나타내는 무차원 특성수는 위에서 언급한 기하학적 특성수로 무차원화시킨 일반적인 레이놀즈 방정식

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( H^3 \frac{\partial \Pi}{\partial Z} \right) = 6[\varepsilon(1-2\gamma') \cdot \sin(\varphi-\gamma) - 2\varepsilon' \cdot \cos(\varphi-\gamma)] \quad (2)$$

에서 정하중만이 작용하는 정상상태, 즉 편심( $\varepsilon, \gamma$ )의 변화속도

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \partial \varepsilon / \partial (\omega t) = 0 \\ \gamma' &= \partial \gamma / \partial (\omega t) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

인 경우를 해석하여 구한 무차원 압력분포  $\Pi=p\psi^2/(\eta\omega)$ 를 저어널 표면위에 적분하여 합력으로 얻는 하중지지용량

$$S_0 = \frac{F\psi^2}{BD\eta\omega} \quad (4)$$

이며 편심율  $\varepsilon$ 에 따라 변한다. 이것의 극한 값으로는 저어널이 회전하지 않을 경우 ( $\omega=0$ )인  $\varepsilon=1$ 에서  $S_0 \rightarrow \infty$ 와 저어널이 무한한 고속으로 회전할 경우 ( $\omega \rightarrow \infty$ )인  $\varepsilon=0$ 에서  $S_0=0$ 이다.

저어널에 회전축 불평형등에 의한 동하중이 부가적으로 작용하면 저어널의 중심은 정하중 평형점으로부터 변위  $\Delta\varepsilon$ , 속도  $\varepsilon'$  및  $\gamma'$ 로 운동하며 이로 인하여 발생하는 유막의 복원력은 식 (2)에서 구할 수 있다. 이 복원력은 변위와 속도에 대하여 비선형적인 관계에 있으므로 회전축-베어링계의 진동특성을 간편히 해석하기 위하여 정하중 평형점 근처에서 선형화시켜 강성계수와 감쇠계수를 구하는데 다음과 같이 무차원의 특성수로 나타내어진다.

$$\gamma_{ik} = c_{ik} \cdot \frac{\Delta R}{F}, \quad \beta_{ik} = \omega d_{ik} \cdot \frac{\Delta R}{F} \quad (i, k=1, 2) \quad (5)$$

여기서  $c$ 는 강성계수,  $d$ 는 감쇠계수, 그리고 하첨자  $i$ 와  $k$ 는 각각 복원력의 방향과 저어널 중심의 운동 방향을 나타내는 데 수평방향을  $x$  또는 1, 수직하중 방향을  $y$  또는 2로 나타내었다.

Fig. 2에는 유한차분법을 이용하여 수치해석적으로 구한 진원형저어널 베어링의 강성 및 감쇠계수를 하중 지지용량에 대비하여 나타낸 것으로써 이방성과 강한 비대칭성을 볼 수 있다.

동압유막 댐퍼에서는 회전하지 않는 저어널이 Fig. 3에서와 같이 속도  $\dot{e}$ 로 운동하므로써 윤활틈새내의

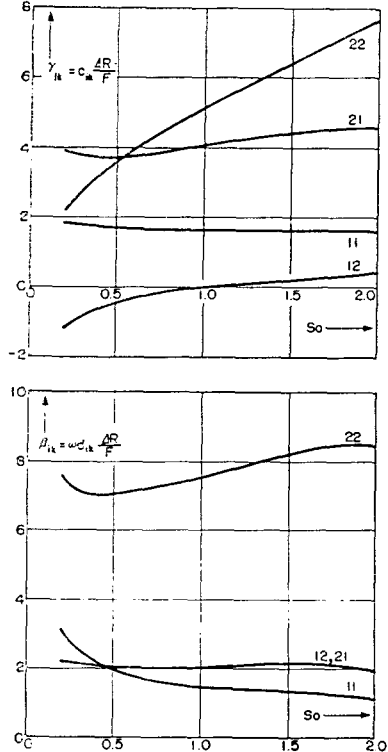


Fig. 2 Spring coefficients  $\gamma_{ik}$  and damping coefficients  $\beta_{ik}$  of a cylindrical journal bearing with two oil pockets. ( $B/D=0.5$ )

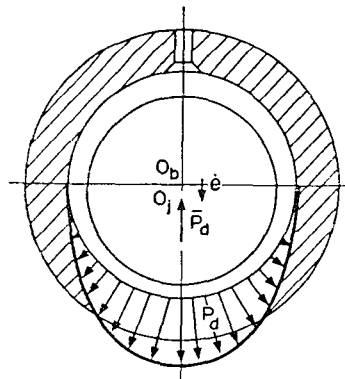


Fig. 3 Squeeze film pressure distribution and the damping force  $P_d$  according to the journal velocity  $\dot{e}$

점성유체를 밀어낼때에 점성유체의 마찰저항으로 인하여 압력이 형성된다. 이 압력은 레이놀즈 방정식 (2)의 오른쪽 항에서 저어널의 편심변화속도  $\dot{\epsilon}'$ 를 고려하여 구할 수 있으며 그 합력  $P_d$ 는 '속도에 의해 발생하는 베어링의 감쇠력'이므로 그에 상당하는 감쇠계수  $g_{22} = \frac{P_d}{\dot{\epsilon}'}$ 를 무차원의 형태로 표현할 수 있다.

$$\beta_{22} = \frac{P_d \cdot \psi^2}{BD\eta\omega\epsilon'} = g_{22} \frac{\psi^3}{2B\eta} \quad (6)$$

Fig. 4에는 여러가지 폭비  $B/D$ 를 갖는 유막댐퍼의 감쇠계수를 저어널이 베어링 중심에 있을 경우 ( $\epsilon=0$ )에 대하여 구한 것을 그래프로 나타내었다. 여기에서 급유구는 윗쪽에 있는 것으로 간주 하였기 때문에 수직방향과 수평방향의 감쇠계수는 같게 되며 연성된 계수  $\beta_{12} = \beta_{21} = 0$ 이 된다. 감쇠계수는 베어링 폭비  $B/D$ 가 증가함에 따라 비선형으로 급증하는 것을 볼 수 있다.

동압유막댐퍼의 윤활특성을 항상 일정하게 유지시켜 주기 위하여 저어널은 탄성지지 되어야 하므로 강성계수는 지지물의 강성에 의해 결정되며 저어널에 작용하는 하중 크기에 따라 강성변이의 범위가 제한을 받게 되므로 지지 방법에 대한 특별한 설계고안이 요구된다.

구름베어링의 강성은 작용하는 하중, 반경방향틀새 및 예하중의 크기에 따라 비선형적으로 변하므로 주어진 운전조건하에서 선형화하여 구한다.

$$c_b = \frac{\partial F}{\partial \delta_r} \quad (7)$$

여기서  $\delta_r$ 은 반경방향의 변형량을 나타내며, 탄성이론과 실험식<sup>(11)</sup>을 함께 고려하여 강성계수를 계산할 수 있다. Fig. 5에는 여러가지 형식의 구름베어링에 대하여 계산된 강성계수  $c$ 가 베어링에 작용하는 하중의 크

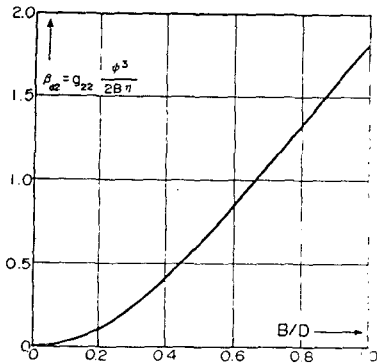


Fig. 4 Damping coefficients of squeeze film dampers for various width ratio  $B/D$  ( $\epsilon=0$ )

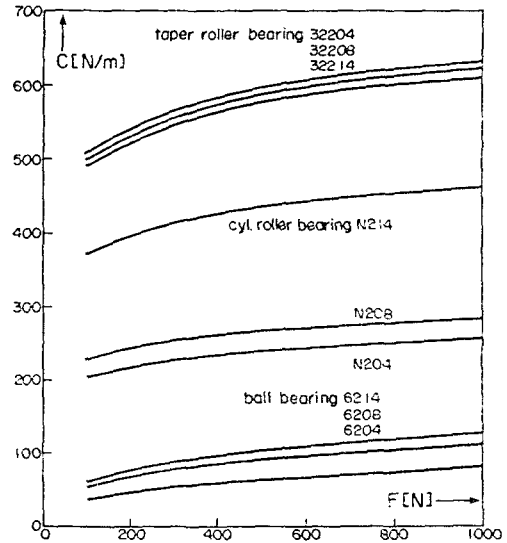


Fig. 5 Spring coefficients of various rolling bearings

기에 따라 나타나 있으며, 실험연구<sup>(12)</sup> 결과도 이와 유사한 수치를 나타내고 있다. 구름베어링의 감쇠력은 회전수, 윤활제, 조립특성에 따라 다르나 실험연구<sup>(12)</sup>의 결과에 따르면 감쇠계수는  $d_b = 2000 \sim 12000 \text{Ns/m}$ 의 크기를 나타내고 있다.

### 3. 외부 댐핑계를 갖는 회전축 계의 운동방정식

회전축 계의 중요한 설계변수들이 계의 진동특성에 미치는 영향에 대하여 보편타당한 경향을 언명할 수 있기 위하여는 단순화되어 개관할 수 있는 회전축계모델에 대한 체계적 및 이론적 연구가 수행되어야 한다. 이를 통하여 공진상태를 개선하고 안정한계속도 및 계의 감쇠능력을 올리는 데 필요한 외부 댐핑계의 특성을 규명할 수 있다.

Fig. 6a에 연구 대상인 진동계모델이 나타나 있다. 질량  $m$ 을 갖는 회전체가 질량없이 강성  $c$ 를 갖는 회전축 중간에 위치하고 회전축 양끝에 강성계수  $c_{1k}$  및 감쇠계수  $d_{1k}$ 를 갖는 베어링에 지지되어 있으며 질량  $m_b$ 를 갖는 베어링 하우징은 또한 강성계수  $e_{1k}$  및 감쇠계수  $g_{1k}$ 를 갖는 외부 댐핑계에 지지되어 있다. Fig. 6b는 운동방정식을 세우기 위한  $x, y$ -좌표계로써 정하중 평형상태의 저어널 중심  $O_{jstar}$ 를 원점으로 하여 각속도  $\omega$ 로 회전하는 회전체불평형(질량  $m$  및 반경  $\rho$ )의 원심력에 의한 회전축계의 처짐을 회전체중

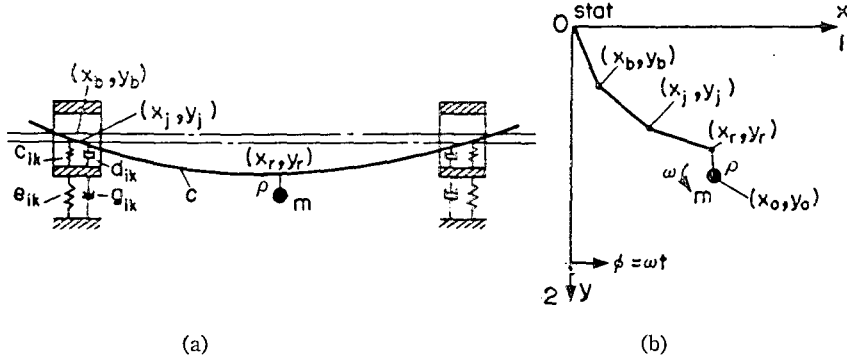


Fig. 6 Coordinate of a rotor-bearing system with flexible damped supports

십, 저어널중심, 그리고 베어링하우징 중심의  $x, y$  변위를 각각 하첨자  $r, j, b$  로 구분하여 그려 나타내었다. 회전체의 관성 및 원심력과 회전축 강성에 의한 복원력의 평형식은

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_r + c(x_r - x_j) &= m\rho\omega^2 \sin\phi, \\ m\ddot{y}_r + c(y_r - y_j) &= m\rho\omega^2 \cos\phi, \end{aligned} \quad (8)$$

베어링과 회전축의 복원력에 대한 평형식은

$$\begin{aligned} P_{xj} - \frac{c}{2}(x_r - x_j) &= 0, \\ P_{yj} - \frac{c}{2}(y_r - y_j) &= 0, \\ P_{xi} &= d_{11}(\dot{x}_j - \dot{x}_b) + d_{12}(\dot{y}_j - \dot{y}_b) + c_{11}(x_j - x_b) \\ &\quad + c_{12}(y_j - y_b), \\ P_{yj} &= d_{12}(\dot{x}_j - \dot{x}_b) + d_{22}(\dot{y}_j - \dot{y}_b) + c_{21}(x_j - x_b) \\ &\quad + c_{22}(y_j - y_b), \end{aligned} \quad (9)$$

그리고 외부 댄핑계의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_b\ddot{x}_b + g_{11}\dot{x}_b + g_{12}\dot{y}_b + e_{11}x_b + e_{12}y_b - P_{xj} &= 0 \\ m_b\ddot{y}_b + g_{21}\dot{x}_b + g_{22}\dot{y}_b + e_{21}x_b + e_{22}y_b - P_{yj} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

식 (8)과 식 (9)에서 회전체의 좌표  $x_r, y_r$  을 소거하면 저어널 중심의 좌표  $x_j, y_j$  와 베어링 중심의 좌표  $x_b, y_b$  에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{m}{2}\ddot{x}_j + \frac{m}{c}\ddot{P}_{xj} + P_{xj} &= \frac{m}{2}\rho\omega^2 \sin\phi \\ \frac{m}{2}\ddot{y}_j + \frac{m}{c}\ddot{P}_{yj} + P_{yj} &= \frac{m}{2}\rho\omega^2 \cos\phi \end{aligned} \quad (11)$$

설계변수의 수를 제한하고 계산결과를 보편적으로 적용할 수 있게 하려면 계의 특성변화경향을 명확히 나타낼 수 있는 무차원 특성수를 도출하여 해석을 수행하여야 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 무차원 수를 사용한다.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x/\rho, \quad \bar{y} = y/\rho, \quad (\dot{\quad}) = \partial(\quad)/\partial t, \quad (\quad)' = \partial(\quad)/\partial\omega t, \\ \omega_s^2 &= c/m, \quad M_b = 2m_b/m, \quad \bar{P} = 2P/(\rho c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{ik} &= 2c_{ik}/c, \quad D_{ik} = 2\omega d_{ik}/c, \quad E_{ik} = 2e_{ik}/c, \\ G_{ik} &= 2\omega g_{ik}/c \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 외부 댄핑계를 포함한 회전축-베어링계의 운동방정식은 다음과 같이 무차원화 시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{x}_j'' + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{P}_{xj}'' + \bar{P}_{xj} &= \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \sin\phi \\ \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{y}_j'' + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{P}_{yj}'' + \bar{P}_{yj} &= \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \cos\phi \\ M_b \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{x}_b'' + G_{11}\bar{x}_b' + G_{12}\bar{y}_b' + E_{11}\bar{x}_b \\ &\quad + E_{12}\bar{y}_b - \bar{P}_{xj} = 0 \\ M_b \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \bar{y}_b'' + G_{21}\bar{x}_b' + G_{22}\bar{y}_b' + E_{21}\bar{x}_b \\ &\quad + E_{22}\bar{y}_b - \bar{P}_{yj} = 0 \\ \bar{P}_{xj} &= D_{11}(\bar{x}_j' - \bar{x}_b') + D_{12}(\bar{y}_j' - \bar{y}_b') + C_{11}(\bar{x}_j - \bar{x}_b) \\ &\quad + C_{12}(\bar{y}_j - \bar{y}_b) \\ \bar{P}_{yj} &= D_{21}(\bar{x}_j' - \bar{x}_b') + D_{22}(\bar{y}_j' - \bar{y}_b') + C_{21}(\bar{x}_j - \bar{x}_b) \\ &\quad + C_{22}(\bar{y}_j - \bar{y}_b) \end{aligned} \quad (13)$$

저어널베어링에 회전축이 지지된 경우에 베어링의 강성 및 감쇠계수는 운전평형점에서 선형화 되었으므로 평형점에서의 평형하중을 나타내는 식 (4)의  $S_0$  에 따라 변한다(Fig. 2). 이때의 무차원의 베어링 강성 및 댄핑계수인 식 (13)의  $C_{ik}$ ,  $D_{ik}$  와 식 (5)의  $\gamma_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$  와는 다음과 같은 관계에 있게 된다.

$$\begin{aligned} C_{ik} &= 2c_{ik}/c = \gamma_{ik} \left( \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta R}{F} \right) = \gamma_{ik} \cdot \frac{f}{\Delta R} \\ D_{ik} &= 2\omega d_{ik}/c = \beta_{ik} \left( \frac{c}{2} \cdot \frac{\Delta R}{F} \right) = \beta_{ik} \cdot \frac{f}{\Delta R} \end{aligned}$$

여기서  $f$  는 회전축의 하중  $2F$  에 의한 처짐을 나타내므로

$$\mu = f/\Delta R \quad (15)$$

을 회전축의 연성 또는 베어링틀새에 대한 상대처짐으

로 표기할 수 있으며 중요한 설계변수가 된다. 미리 주어진 기준하중 예를들면

$$S_{0k} = \frac{F \cdot \phi^2}{BD\eta\omega_k} = S_0 \cdot \frac{\omega}{\omega_k} \quad (16)$$

에서 회전속도  $\omega/\omega_k$ 의 변화에 따른  $S_0$  및 그에 속하는 강성 및 감쇠계수  $\gamma_{ik}, \beta_{ik}$ 를 운동방정식 (13)에 적용하여 진동특성을 계산할 수 있다.

불평형 여진에 의한 강제진동해석은 운동방정식 (13)의 해를

$$\bar{z}_i = Z_i e^{i\phi}, \quad \bar{z}_i = \bar{x}_i \bar{y}_i, \quad \bar{x}_i, \bar{y}_i \quad (17)$$

로 가정하여 풀어 위상각이  $\pi/2$ 가 되는 공진속도  $\omega/\omega_k$ 와 이때의 공진폭  $A_R/\rho$ 를 구하는 것이다.

자유진동해석은 식 (13)의 첫번째 및 두번째식의 오른 쪽항을 영으로 놓고 해를

$$\bar{z}_i = Z_i e^{\lambda t}, \quad \lambda = -u/\omega + \omega_c/\omega, \quad z_i = \bar{x}_i \bar{y}_i, \quad \bar{x}_i, \bar{y}_i \quad (18)$$

로 가정하여 회전각속도비  $\omega/\omega_k$ 를 변화시키면서 고유치  $\lambda$ 를 구하는 것이다. 고유치  $\lambda$ 의 실수부분인  $u$ 는 시스템 댐핑, 즉 계의 외부충격에 대한 감쇠능력이며  $u < 0$ 면 계가 불안정하게 되므로  $u=0$ 가 될때의  $\omega/\omega_k$ 가 안정한계속도  $\omega_{lim}/\omega_k$ 이다.

#### 4. 해석결과 및 고찰

구름베어링에 지지된 회전축에 대한 외부 댐핑계의 영향은 위험속도에서의 공진폭의 크기로 나타낼 수 있다. 구름베어링의 강성계수는 일반적으로 직교성을 갖으므로  $c_{12}=c_{21}=0$ 로 하였으며, 베어링 조립 예하중은

수평방향의 강성계수  $c_{11}$ 이 수직방향의 강성계수  $c_{22}$ 의 절반이 되는 경우와 같은 경우로 각각 나누어 계산함으로써 고려하였다. 베어링의 형식에 따른 강성변화도 두배가 되는 것으로 각각 계산하였다. 구름베어링의 감쇠계수  $D_{ik}$ 는 실험결과<sup>(12)</sup>에 따라  $C_{ik}$ 의 1%를 택하였다.

외부댐핑의 공진폭에 주는 명확한 경향을 규명하기 위하여 여러가지의 특성수를 변수로 하여 강제진동 해석을 수행한 결과 앞의 식 (12)에 도출된 바 있는 회전축 강성  $c$ 에 기준한 베어링강성계수  $C_{22}$ , 외부 댐핑계의 강성계수  $E_{22}$  및 감쇠계수  $G_R$ 가 가장 적당함을 알았다. 여기서 감쇠계수  $G_R = \frac{\omega_R g_{22}}{c/2}$ 은 위험속도  $\omega_R$ 에서의 외부 댐핑의 무차원 감쇠비를 뜻한다.

Fig. 7은 위에서 언급한  $C_{22}$ ,  $E_{22}$  및  $G_R$ 의 변화에 따라 불평형반경  $\rho$ 에 기준한 회전축의 공진폭  $A_R/\rho$ 가 변하는 것을 보여주고 있다. 그림의 왼쪽은 베어링의 수평방향 강성이 수직방향의 것과 같은 경우이고 오른쪽은 그 절반이 되는 ( $c_{11}=0.5 \cdot c_{22}$ ) 경우이다. 이에 따르면 공진폭을 최소화시키는 외부 댐핑계의 강성계수 및 감쇠계수의 상관관계가 존재하며 이것은 베어링의 강성에 따라 변하고 또한 수평 및 수직방향의 강성비  $c_{11}/c_{22}$ 에 따라 달라짐을 알 수 있다. 공진폭을 최소화시키려면 이론적으로 외부 댐핑계의 강성 및 감쇠계수를 줄이는 것이 좋으나 실제적으로는 회전축계의 지지를 위하여 강성의 하한계가 주어져야하므로 이때의 감쇠계수의 최적값만 구하여 취하면 된다.

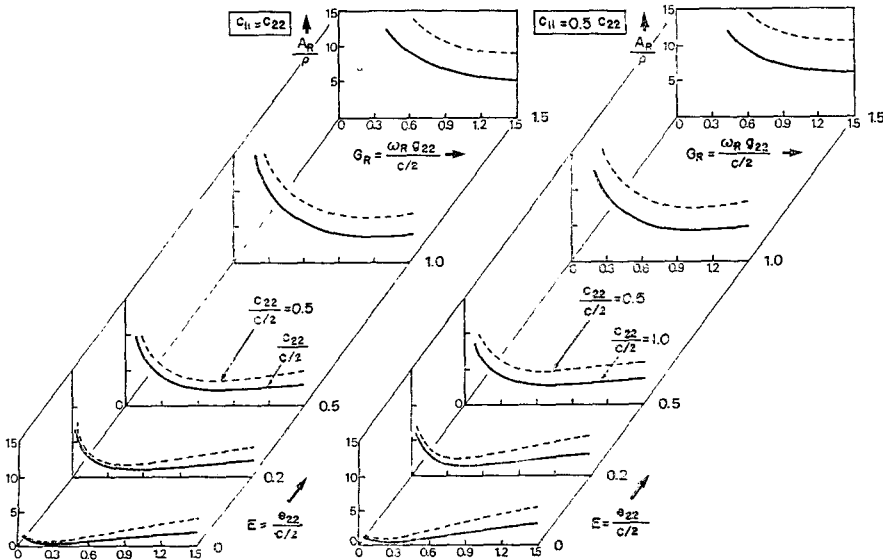


Fig. 7 Resonance amplitude of rotating shaft vs. stiffness and damping ratio of external damping system

미끄럼 베어링에 지지된 회전축계에 있어서는 베어링의 감쇠특성이 양호하여 공진폭이 '충분히 낮으므로' 외부 댐핑계가 안정한계속도의 상승에 미치는 영향을 규명하여야 한다. 진원형 저어널베어링은 미끄럼베어링 중에서 강성이 가장 높을 뿐 아니라 제작이 간단하여 가장 많이 사용되나 안정한 계속도가 낮은 단점이 있다. Fig. 8에는 외부 댐핑계의 강성계수  $E_{22}$ 와 감쇠계수  $G_{22}$ 가 안정한계속도  $\omega_{lim}/\omega_k$ 에 미치는 영향이 나타나 있다. 이에 따르면 강성계수  $E_{22}$ 가 작은 범위에서 안정한계속도가 급격히 높아지거나 없어져 계의 안정범위가 넓어지며 감쇠계수  $G_{22}$ 의 증가에 따라 강성계수  $E_{22}$ 를 증가시켜도 회전속도가 안정범위에 놓일 수 있음을 알 수 있다. 회전축의 '연성 또는 베어링의 강성을 나타내는  $\mu=f/\Delta R$ 가 증가함에 따라 안정범위가 넓어지는 것은 외부 댐핑계가 없을 경우에도 일반적으로 적용되는 사실이다.

지금까지의 계산에서 베어링 질량의 회전축질량에 대한 비율  $M_b=0.01$ 로 간주하였으며 질량비를 증가시켰을 경우 공진폭 및 '안정한계속도에 좋은 영향을 주는 결과를 얻었으나 비현실적인 크기로 판단되는  $M_b > 1$  일 때에야 현저한 변화를 가져오므로 본 연구에서는 그에 대한 고찰을 생략한다.

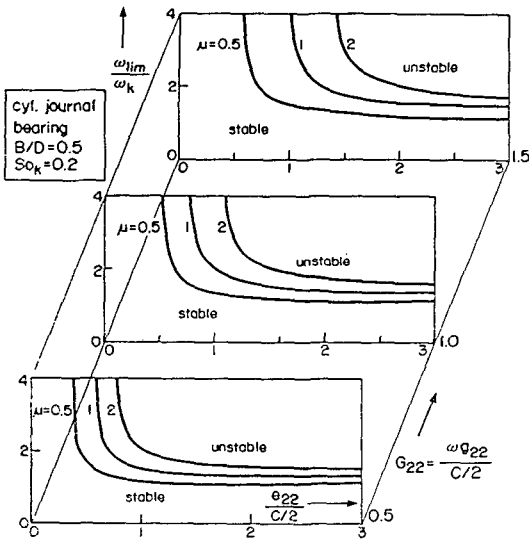


Fig. 8 Stability limit of a cylindrical journal bearing vs. stiffness and damping ratio of external damping system

### 5. 결 론

베어링의 외부를 스프링과 댐퍼로 지지하는 외부 댐핑계를 포함하는 고속회전계의 진동특성 해석을 수행하였다. 회전축은 가요성 단질점 대칭축이며 베어링은 구름 또는 미끄럼베어링의 모델을 적용하였다. 베어링의 강성 및 감쇠계수는 윤활이론·탄성이론에 근거한 실험식을 사용하여 계산하고 제시하였다.

외부 댐핑계의 설계변수가 계의 진동특성 변화에 주는 명확한 경향을 도출할 수 있는 특성수를 도출하고 이를 이용하여 회전축계의 운동방정식을 무차원화 한 후 강제진동 및 자유진동 해석을 수행하였다. 특성수는 회전축강성  $c$ 에 기준한 외부 댐핑계 강성계수  $E_{22}$ 와 감쇠계수  $G_R$ , 그리고 베어링의 강성계수  $C_{22}$ 이다.

구름베어링에 지지된 회전축계의 위험속도에서의 공진폭을 최소화 하는 강성계수  $E_{22}$ 와 감쇠계수  $G_R$  사이의 상관관계가 존재하며 이것은 베어링강성계수  $C_{22}$ 와 이방성  $C_{11}/C_{22}$ 에 의해 영향을 받음을 밝혔다.

진원형 미끄럼베어링에 지지된 회전축계의 안정한계속도를 높이거나 완전히 안정된 회전속도 범위를 확보하는데 필요한 외부댐핑계의 강성계수  $E_{22}$ 의 상한값이 존재하고 이것은 감쇠계수  $G_{22}$ 가 증가함에 따라 같이 증가함을 보여 주었다.

따라서 회전축계의 공진폭을 낮추거나 베어링의 안정한계속도를 높여 회전축을 고속운전할 수 있게 하는 최적의 외부 댐핑계의 강성 및 감쇠계수가 존재하며 이것은 회전축계의 진동해석을 통하여 얻을 수 있음을 규명하였다.

### 후 기

본 연구는 한국학술진흥재단의 1985년도 연구지원비에 의하여 연구되었으며, 재단 및 관계자 여러분에게 심심한 사의를 표합니다.

### 참 고 문 헌

- (1) Someya, T.: Stabilität einer in zylindrischen Gleitlagern laufenden, unwuchtfreien Welle. Beitrag zur Theorie des instationär belastete Gleitlagers. Diss. Techn. Hochschule Karlsruhe 1962

- (2) Glienicke, J.: Feder-und Dämpfungskonstataen von Gleitlagern für Turbomaschinen und deren Einfluß auf das Schwingungsverhalten eines einfachen Rotors. Diss. Techschule Karlsruhe 1966
- (3) Hasselgruber, H.: Zur Berechnung der elastischen und dämpfenden Lagerung Hochtouriger Wellen, Motortechnische Zeitschrift Bd. 15, Nr. 12, s. 373/376, 1954
- (4) Ehrich, F.F. und O'Connor, J. J.: Stator Wirl with Rotors in Bearing Clearance, Trans. ASME, J. Engrg, Ind. Vol. 89, Nr. 3, s. 381/390, 1967
- (5) Poznjak, E.L.: Die Dämpfung selbsterregter Schwingungen von Rotoren auf Gleitlagern, Übersetzung aus: Izvestija Akademii Nauk SSSR, Mechanika, Moskva, Nr. 3, s. 68/76, 1965
- (6) Lund, J.W.: The Stability of an Elastic Rotor in Journal Bearings with Flexible, Damped Supports, Trans. ASME, J. Appl. Mech. Vol. 32, Nr. 4, s. 911/920, 1965
- (7) Glienicke, J.: Theoretische und experimentelle Ermittlung der Systemdämpfung Gleitgelagerter Rotoren und ihre Erhöhung durch eine äußere Lagerdämpfung. Fortschr. -Ber. VDI-Z Reihe 11 Nr. 13, Düsseldorf 1972
- (8) Stanski, U.: Bauelemente für die äußere Lagerdämpfung (Experimentelle und theoretische Untersuchung) Diss. Universität Karlsruhe, 1975
- (9) Eberle, F.: Abgasturboaggregat mit nachgiebiger Lagerung der Läuferwelle, Deutsches Patent Nr. 952 756, Kl. 46f, 9
- (10) Meyer, A.: Schutzvorrichtung für Wälzlager, Deutsches Patent Nr. 926 398, Kl. 47b, 7
- (11) Wiche, E.: Radiale Federung von Wälzlagern bei beliebiger Lagerluft, Sonderdruck WTS 93, SKF Schweinfurt
- (12) Klumpers, K.: Experimentelle und theoretische Bestimmung der Dämpfungskennwerte von Wälzlagern und Wälzlagersystemen. Forsch. Ber. 68 der Forschungsvereinigung Antriebstechnik, Frankfurt/M. 1979
- (13) Han, Dong-Chul: Theoretische Ermittlung der Kennlinien und Stabilitätseigenschaften Hochtouriger Hybridlager. Fortschr.-Ber. VDI-Z. Reihe 1 Nr. 106