

<論 文>

열선유속계의 시작 및 성능 향상에 관한 연구†

이택식\* · 고상근\*

(1986년 4월 8일 접수)

Manufacture of Hot-Wire Anemometer and the Improvement of Its Performance

Taik Sik Lee and Sangken Kauh

Key Words: Anemometer(유속계), Flow Measurement(유속측정), Dynamic Characteristic(동특성)

Abstract

This report shows the experimental results which cannot be explained by the existing model, by use of the self-made hot wire anemometer, which is composed of the standard circuit elements. Therefore the authors developed the new model as the form of 5th order differential equation.

The existing papers assumed the co-axial cable, connecting the anemometer and the wire, as the inductance component. But the authors' new model is set up through modeling the co-axial cable as the distributed inductance and capacitance. The transfer function is made, and its root locus are plotted, and its response to electrical step perturbation is examined by the state space analysis.

Numerical results from our model can explain the phenomena of the anemometer which the experimental results show. Thus our validated model gives designers and operators of a anemometer good informations, and shows the possibility for the development of a high performance anemometer.

기 호 설 명

- A : 상수 ( $h = A + B \sqrt{v}$ )
- a : 브리지비 (bridge ratio)
- B : 상수 ( $h = A + B \sqrt{v}$ )
- C : 열선의 열용량

- c : 열선의 비열
- D :  $= \frac{d}{dt}$
- d : 열선의 직경
- E : 브리지 Top의 전압, 유속계의 출력전압
- E1 : 열선과 R1의 연결부의 전압
- E2 : R2와 R1의 연결부의 전압
- E : 유속계 출력계전압 E의 정적항

† '85년도 대한기계학회 춘계학술대회(6.29)에서 발표  
\* 정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

- $e$  : 증폭기의 차동입력저항  
 $e_s$  : 증폭기의 차동입력저항  $e$ 의 정적항  
 $f$  : 유속계의 주파수 대역폭  
 $F$  : 열선의 상온에서의 저항  
 $G$  : 증폭기 이득  
 $H$  : 유체유동에 의한 열선의 열전달 계수  
 $H_s$  :  $H$ 의 정적항  
 $L$  : 인덕턴스(inductance)  
 $L_w$  : 동축케이블의 인덕턴스(참고문헌 (4))  
 $l_w$  : 열선의 길이  
 $l_c$  : 동축케이블의 길이  
 $M'$  : 증폭기의 필터계수(식 (5))  
 $M''$  : 증폭기의 필터계수(식 (5))  
 $OR$  : 가상과열비  
 $\overline{OR}$  : 실제과열비  
 $P$  : offset 전압  
 $Q$  : 열선의 작동 저항  
 $Q_s$  : 열선의 작동저항  $Q$ 의 정적항  
 $R$  : 브리지에서 열선과 연결되는 저항  
 $R_0$  :  $0^\circ\text{C}$ 에서의 열선 저항  
 $R_1$  :  $R_1=R$   
 $R_2$  : 브리지에서 열선과 마주 대하는 저항  
 $R_3$  :  $R_1$ 과 마주 대하는 저항  
 $T^*$  : 유체의 온도  
 $T$  : 열선의 온도  
 $V$  : 열선의 체적  
 $v$  : 유체의 속도  
 $v_s$  : 동축케이블의 특성속도(빛 속도의 68%)  
 $W$  : 인덕턴스  $L$ 과 병렬연결되는 감쇠저항  
 $Z$  : 임피던스(impedance)  
 $Z_0$  : 동축 케이블의 특성 임피던스  
 $\alpha$  : 열선의 온도저항 계수  
 $\beta$  : 동축케이블의 상수( $\beta=l_w/v_s$ )  
 $\rho$  : 열선의 밀도

## 1. 서 론

정온도형 열선유속계가 유체의 속도 측정에 이용된 지 40년이 되었으며, 현재까지 많은 제조회사에서 제 품화된지 오래며, 또 이에 관한 연구가 많이 진행되어 왔다. 따라서 오늘날 이에 관한 연구가 시대에 뒤떨어 진 주제라 여겨질 것이지만, 저자들이 지금까지의 연

구들을 종합적으로 검토하여 본 결과 많은 문제점이 발 견되어 이 연구를 하게 되었다. 많은 연구에서 정온도 형 열선유속계의 제작자와 사용자 모두에게 유용한 정 보를 제공하고져 하였으나 부분적으로는 이론과 실제 가 맞지만 열선유속계의 특성을 실제에 가깝게 설명한 연구가 없었다고 사료된다.

정온도형 열선유속계가 정전류형 열선유속계보다 장 치가 복잡하지만 주파수 특성이 좋기 때문에 난류의 측 정에 있어서 전자가 후자보다 우월하다. 특히 초음속 의 난류 측정시에는 좋은 주파수 특성이 요구되기 때 문에 유속계의 동적특성에 대한 연구가 대부분이었다. Kovasznay<sup>(1)</sup>과 Ossofski<sup>(2)</sup>의 정온도형 열선유속계에 대한 연구는 진공관식 회로구성에 30 kHz의 주파수 특 성을 얻었으며, 반도체 기술의 향상에 따라 현재는 300 kHz 정도의 주파수 특성을 얻을 수 있게 되었다. Freymuth<sup>(3)</sup>는 선형미분방정식으로 동적특성을 연구하 였고, Perry 등<sup>(4)</sup>은 여러가지 변수의 영향에 대하여 정적 및 동적 특성을 종합적으로 연구하였으며 Wood<sup>(5)</sup>는 Perry 등<sup>(4)</sup>의 내용을 조금 보완하였으며, Frey- muth<sup>(6)</sup>은 참고문헌 (3)의 내용을 보완하였다. Smits 등<sup>(7)</sup>과 Freymuth<sup>(8)</sup>은 과열비(overheat ratio)의 영향 을 중심으로 연구하였으며, Bonnet 등<sup>(9)</sup>는 실험적으 로 주파수 특성을 연구하였다. 그리고 Comte-Bellot<sup>(10)</sup>이 열선유속계에 대하여 개관하였다.

열선유속계의 구모델에서부터 최신의 컴퓨터원용 유 속계 모델에 이르기까지 주파수 특성의 조정을 위하여 인덕턴스(inductance)의 조정은 반드시 수동 조작하여 야 한다. 또한 과열비의 설정, offset 전압의 조정 등 이 필수적이며 그 각각의 변화가 유속계동 특성에 미 치는 영향은 대단히 복잡하다.

먼저 열선유속계의 표준적인 회로를 채택하여 제작 한 유속계의 동특성을 실험적으로 측정하여 기존의 연 구 결과로서 설명할 수 없었던 문제점을 제기하고, 그 문제를 해결하기 위하여 개량된 모델을 세우고 수치해 석을 하였다. 유속계의 가장 기본적인 인덕턴스의 변 화, 과열비의 영향 등이 문제로 제기되었다. 지금까지 의 연구는 열선과 유속계를 연결하는 동축케이블을 단 순한 인덕턴스로 가정하여 모델을 세웠으나 실제에는 인덕턴스와 캐패시턴스(capacitance)가 균등하게 분포 되어 있기 때문에 실제 유속계와는 다른 결과를 얻었 었다. 본 연구에서는 캐패시턴스 성분을 고려한 브리 지(bridge) 모델을 적용하여 지금까지 설명할 수 없었 던 문제를 설명함으로써 이 모델의 정당성을 확인하고 자 하며, 더욱 나아가 다른 여러가지 변수에 대한 응

답특성의 예측을 가능하게 하고자 한다.

## 2. 실험용 정온도형 열선유속계

열선유속계를 연구하기 위하여 기성 제품의 특성을 살피는 것은 내부 회로의 여러가지 상수를 알기가 어렵고, 또 변수를 임의로 변화시키기가 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 임의로 변수를 선택할 수 있도록 하기 위하여 위상 보정회로 등을 사용하지 않고 다른 제품들의 기본적 회로로만 이루어 표준적 특성을 갖도록 열선유속계를 제작하였다. 이렇게 구성된 유속계는 수치모델을 쉽게 가능하게 하여 이론적 모델과 실제 유속계와의 특성을 비교할 수 있다.

본 연구를 위하여 제작한 열선유속계의 회로가 Fig. 1에 표시되어 있다. 브리지 회로를 이루는 저항 R1은 50Ω이며 R1에 대한 R2의 비를 브리지 비 a라 정의하면 a=20으로 하여 R2=1kΩ으로 하고, R3는 열선의 상온에서의 직류저항 F에 과열비(overheat ratio)를 고려하여 제작하였다. 과열비  $\overline{OR}$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$\overline{OR} = \frac{Q-F}{F} \quad (1)$$

유속계의 조작자가 과열비를 선택하여 R3를 맞출 때, 실제 작동저항 Q를 알 수 없으며, 오히려 R3가 먼저 결정되면 귀환회로에 의하여 Q가 결정되는 저항 값이다. 따라서 적당한 R3에 대하여 결정된 Q를 측정하여 과열비를 계산하여야 하지만 실제로는 번거롭기 때문에 귀환증폭기의 이득이 높아 브리지가 평형을 이룬다고 가정하여  $R3 = aF(1 + \overline{OR})$ 로 맞춘다. 그러나 이렇게 맞추어진 R3에 대하여 유한한 증폭기 이득 때문에 브리지가 완전히 평형을 이루지 못하여 실제의 과열비는  $\overline{OR}$ 이 되지 못한다. 여기서 OR은 유속계 조

작자가 원하는 과열비이다.

가변 인덕턴스(inductance) L은 250 μH 까지 조절 가능하고 병렬 연결된 저항 W는 전체의 감쇠계수를 조정하기 위한 것으로서 처음에는 10kΩ 정도의 큰 값에 설정하여 영향이 나타나지 않도록 한다.

IC 1, IC 2는 증폭기 이득 1인 완충증폭기이고 IC 3은 직류이득 60 dB, 1 kHz에서 20 dB/decade, 1 MHz에서 40 dB/decade를 갖는 증폭기이며, IC 4는 이득 1인 가산기이며, IC 5는 전류증폭기이다.

유속계의 동적 특성을 측정하기 위하여 일반적으로 전기적 계단형 입력을 가하여 유속과 평형을 이루고 있는 계에 교란을 가한다. 교란을 가하는 위치는 점 A, B, C, D 모두 가능하며, 다른 연구마다 유속계 제작자마다 다르게 선택하고 있다. 예로서 DISA 55M System과 56C System은 점 D를 선택하고, TSI 1050은 점 B를 선택하고 있으며 그의 다른 연구들의 입력점에 대하여는 Wood<sup>(5)</sup>가 언급하였다. 점 A, B, C의 특성은 대체로 비슷하나 점 A, B는 브리지와 직접 연결되어 브리지와 상호 간섭하게 되어 잡음의 발생원인이 되고, 계를 불안정하게 할 우려가 있기 때문에 본 연구에서는 점 C와 점 D의 각 점에서의 응답을 비교하였다. 물론 offset 전압을 가하는 위치도 변화시킬 수 있지만 직류이므로 위치와 무관하지만 직류 증폭기의 앞부분보다 뒤부분에 가하여야 증폭기 이득을 변화시켜도 일정한 offset를 유지할 수 있다.

## 3. 전기적 계단형 교란에 대한 응답의 실험에 의한 관찰

사용자가 유속계를 조정할 때 당면하는 문제는 인덕턴스의 조절과 과열비의 선택이 중요하다. 그 외에도 증폭기 이득, 증폭기의 주파수 특성(amplifier frequen-

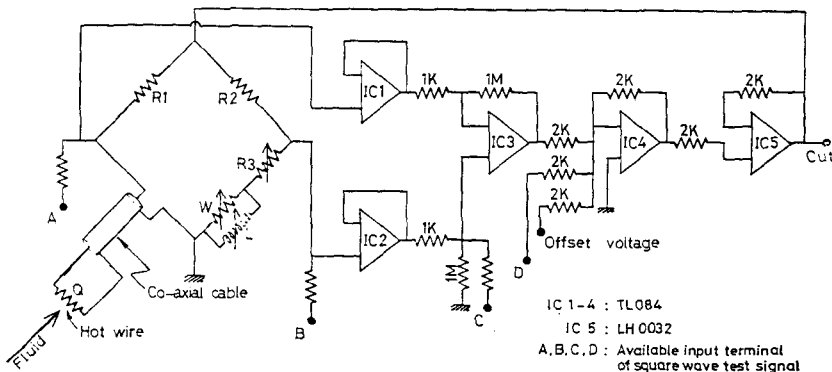
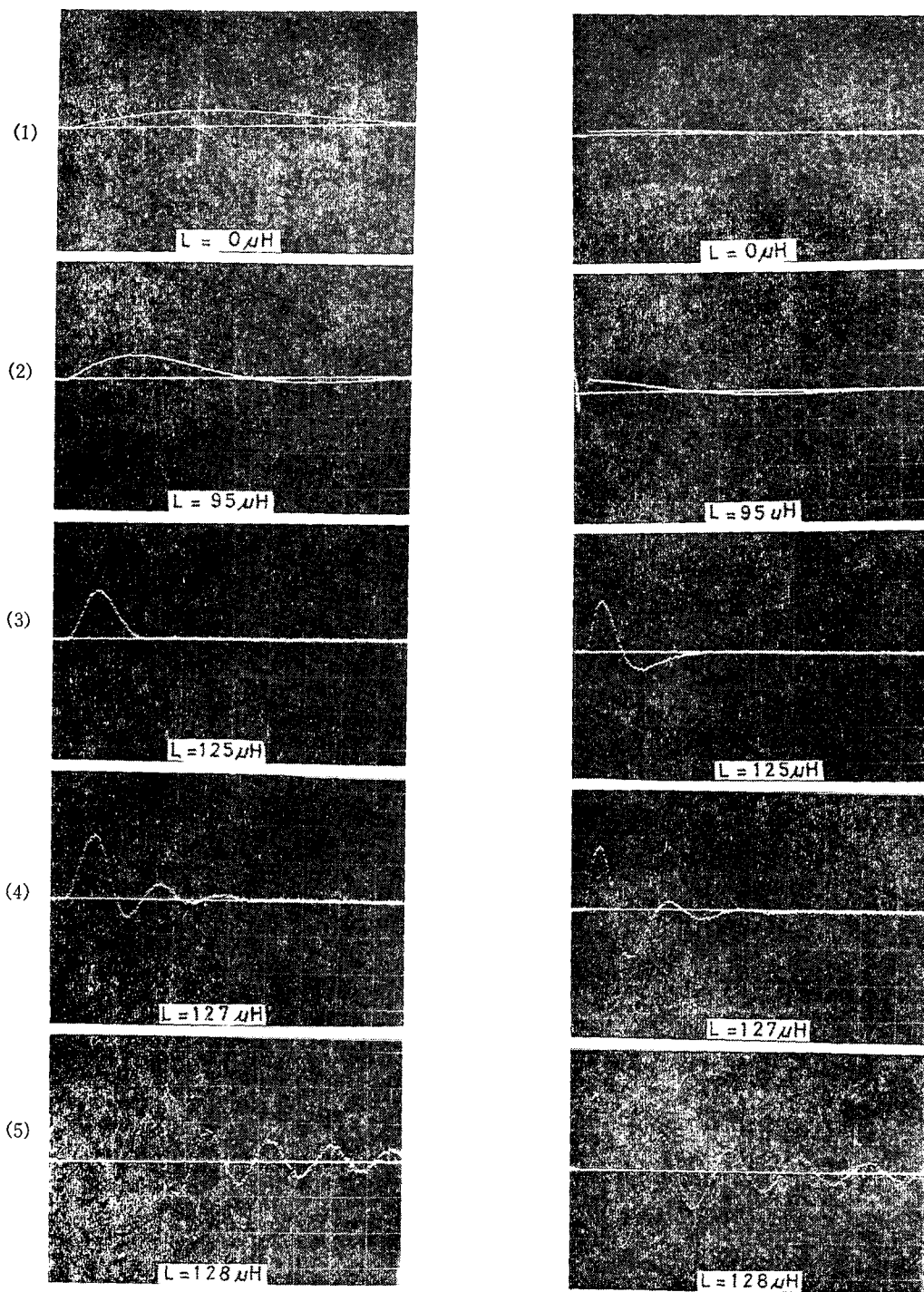


Fig. 1 Circuit diagram of constant temperature hot wire anemometer



(a) at point C

(b) at point D

Fig. 2 Square wave response ( $20 \mu\text{s}/\text{div}$ ,  $0.5 \text{ V}/\text{div}$ )

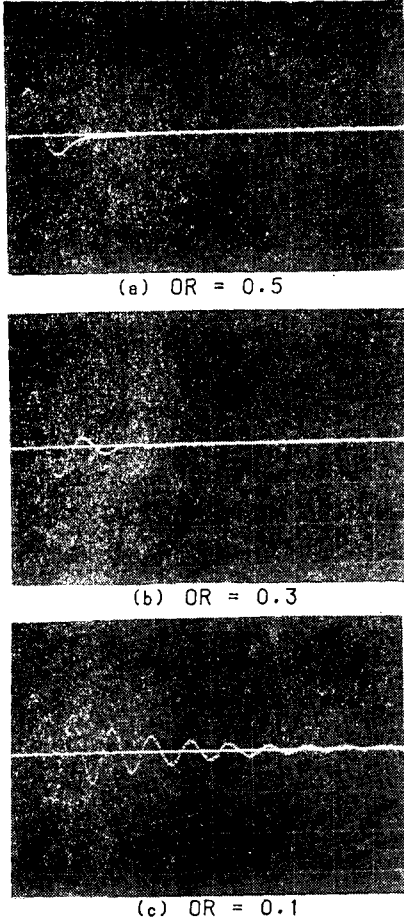


Fig. 3 Square wave response with overheat ratio for  $L=125 \mu\text{H}$  at input point  $C$  ( $20 \mu\text{s/div}$ ,  $0.5 \text{ V/div}$ )

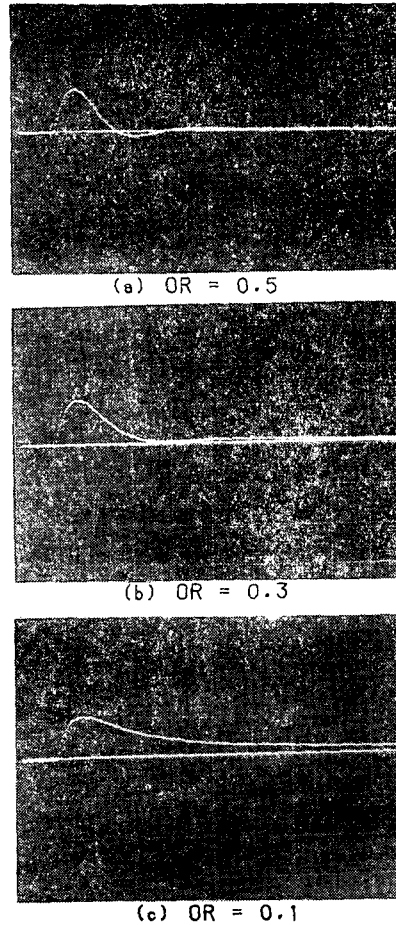


Fig. 4 Square wave response with overheat ratio for  $L=100 \mu\text{H}$  at input point  $C$  ( $50 \mu\text{s/div}$ ,  $0.2 \text{ V/div}$ )

cy bandwidth), offset 전압, 열선 프로우브(probe)를 연결하기 위한 동축 케이블(cable)의 길이, 보상인덕턴스와 병렬 연결되는 감쇠 저항, 유체의 속도 등이 유속계에 끼치는 영향을 고찰할 필요가 있지만, 본 연구에서는 대표적인 몇 가지만 고려한다.

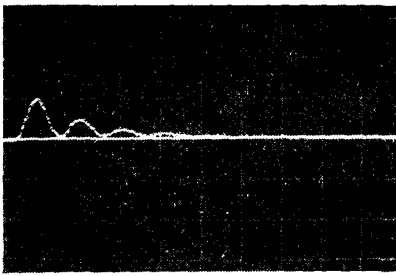
먼저 인덕턴스의 변화에 따른 전기적 계단형 교란 입력력에 대한 유속계 응답을 Fig. 2에 나타내었다. 인덕턴스를 0에서 시작하여 감쇠계수가 작아져서 잔류진동이 많이 발생할 때까지 증가시켰다. Fig. 2 (a)는 Fig. 1의 입력단자  $C$ 에 교란을 가했을 때의 응답이고, Fig. 2 (b)는 단자  $D$ 에 가했을 때의 응답이다. 이들을 기록하기 위하여 Tektronix 5223 Digitizing Oscilloscope를 사용하였다.

일단 조정된 상태에서 점  $C$ 와 점  $D$ 에 입력을 가하여 기록하였기 때문에 두 점 각각의 응답을 직접 비교

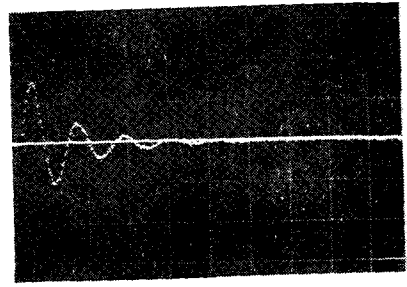
할 수 있다. 점  $C$ 의 응답특성은 초기에 전압이 0V부터 증가하고, 점  $C$ 는 계단형 외부 교란의 전압값부터 시작한다. Fig. 2 (b)의 (3)~(5)는 출발점이 원점 같이 보이지만 oscilloscope의 특성 때문이고, 실제 육안 관측에 의하면 초기에 일정한 전압만큼 상승한 상태에서 출발한다. 사진에서 전압의 원점 즉 0의 값이 수평선으로 표시되어 있다.

인덕턴스의 변화에 대하여 살펴보면 Fig. 2 (a), (b)의 (1)~(4)는 진동주파수의 주기가 짧아지는 현상이 특징이고, Fig. 2 (a), 2 (b)의 (4), (5)는 진동 주파수가 일정하지만 감쇠계수가 작아지는 특징을 가지고 있다. 실제 유속계를 사용할 때 적절히 조정된 상태와 연계되는 Fig. 2 (a)와 Fig. 2 (b)의 (3)의 주파수 폭을 어느 것으로 산정할 것인가가 문제이다.

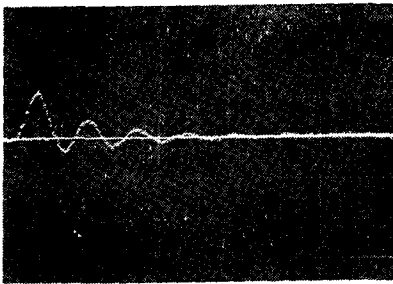
과열비의 변화에 따른 응답이 Fig. 3, 4에 표시되어



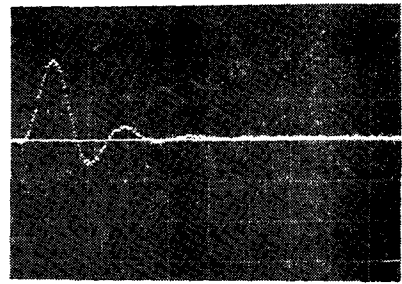
(a) Point C : When the real pole is located at the real-axis projection of the complex poles



(b) Point D : the same setting condition as (a)



(c) Point C : flow velocity 10 m/s



(d) Point C : offset voltage 5 V

Fig. 5 Square wave response under the influence of real pole (20  $\mu$ s/div, 0.5 V/div)

있다. Fig. 3 (a)는  $OR=0.5$ 에서 잘 조정된 상태에서의 응답이며, 이 상태에서 모든 변수를 고정시키고  $R3$ 를 변화시켜 과열비로 작게 하여  $OR=0.3$ 인 경우가 Fig. 3 (b)이고,  $OR=0.1$ 인 경우가 Fig. 3 (c)이다. 과열비가 작아질수록 진동주파수가 커지고 감쇠계수가 작아지는 것을 알 수 있다. 진동주파수가 커지는 것은 계의 주파수 폭이 넓어지는 것을 의미한다. Fig. 4는 점 C의 응답으로서 Fig. 3의  $125 \mu H$ 에 비하여 작은 인덕턴스인  $105 \mu H$ 를 갖게 하여 과열비를 변화시켰었다. Fig. 4를 살펴보면 (a)  $OR=0.5$ 에서는 감쇠계수는 크지만 진동 주파수가 존재하여 2차계의 특성을 나타내지만 과열비가 작아서 (c)  $OR=0.1$ 에 이르면 진동이 전혀 없는 1차계로 되는 것을 알 수 있다. 인덕턴스가 큰 경우와 작은 경우에 과열비가 감소하면 진동 주파수의 형식이 전혀 반대가 된다. 이와 같은 현상을 어떻게 설명할 것인가가 문제이다.

열선유속계를 모델링하여 전달함수로 표시할 수 있으며, 그 전달함수의 pole과 zero의 위치에 따라 그 시스템의 특성을 파악할 수 있다. 복소 pole(complex pole)이 있을 때 진동 형식이 나타나며 실수 축 위에 있는 pole이 복소 pole의 실수 좌표에 근접하면 그 영향이 나타나게 된다. 그러므로 실수축 위에 있는

poie의 위치에 대한 영향을 살펴보기 위하여, poie의 존재를 알 수 있는 상태로 유속계를 조정하여 Fig. 5 (a)에 나타내었다. Fig. 5 (a)는 점 C의 응답이며, 똑같은 상태에서 점 D에서의 응답을 Fig. 6 (b)에 나타내었다. 이 때의 유체는 정지상태이며, Fig. 5 (a)는 1차계와 2차계의 합성된 형태이며 Fig. 5 (b)는 1차계는 특성이 나타나지 않고 2차계의 특성만 나타났다.

Fig. 5 (c)는 (a)상태에서 유속을  $10 m/s$  증가시킨 결과이며, Fig. 5 (d)는 (a)상태에서 offset 전압을 낮추어 1차계의 특징이 나타나지 않도록 하였다. 속도를 크게 하여 1차계의 특징이 없어지고, 진동주파수가 커진 것을 알 수 있으며, offset 전압을 작게 하여 1차계의 특징이 없어지고, 진동 주파수가 낮아졌다. 결국 동적 특성을 조정하기 위하여 점 D에 계단형 입력을 가하면 1차계의 특징이 나타나지 않지만 실제 유속이 계단형 변화를 할 때 그 영향이 어떻게 나타날지 문제이다.

제기할 문제점으로서 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 인덕턴스가 증가함에 따라 처음에는 진동 주파수가 증가한 후 어떤 특정한 점 이후에는 진동 주파수가 일정하고 감쇠계수가 적어지는 경우로서 진동형식

이 변화하고 있는 경우에 대한 설명

(2) 과열비가 감소할 때 인덕턴스가 큰 경우는 진동 주파수가 커지고, 인덕턴스가 작을 때 진동 주파수가 작아지는 경우의 반대 현상에 대한 설명

(3) 실수 축 위에 있는 pole의 영향이 나타나지 않는 점  $D$ 에서의 계단형 입력의 응답의 정당성

#### 4. 모델링 (Modeling)

열선유속계는 크게 나누어 열선과 열선을 포함하는 브리지(bridge), 그리고 증폭기로 구성되어 있다. 열선유속계가 작동하는 원리는 다음과 같이 설명할 수 있다. 유체가 가열된 열선주위로 흐르게 되면 열선과 유체간의 열전달 계수가 증가되어 열선에서의 손실 열량이 증가한다. 열선이 등온을 유지하기 위하여 공급열량을 증가되어야 하므로 증폭기의 귀환작용에 의하여 전류가 증가한다. 이 증가된 전류의 양은 유체의 속도와 관계를 가지므로 이것을 측정하여 유체의 속도를 측정할 수 있다.

##### 4.1 열선방정식

유체의 온도  $T^*$ 에서 열선의 저항을  $F$ 라 하고,  $0^\circ\text{C}$ 에서의 저항을  $R_0$ 라 하면 열선저항  $Q$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = F + R_0\alpha(T - T^*) \quad (2)$$

여기서  $\alpha$ 는 열선의 온도저항계수이고,  $T$ 는 열선의 온도이다. 열선에 공급되는 열량은  $QE^2/(R+Q)^2$ 으로 표시되고, 유체 유동에 의한 손실 열량은  $hA(T-T^*)$ 이고, 열선의 온도상승은  $C \frac{dT}{dt}$ 로 표시하여 열선의 에너지 보존관계를 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{QE^2}{(R+Q)^2} - hA(T-T^*) = C \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

식 (2)를 식 (3)에 대입하고  $\frac{dT}{dt} = D$ 라 놓고,  $R_0 \cong F$ ,  $hA = H$ 라 놓고 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{QE^2}{(R+Q)^2} - H \frac{Q-F}{\alpha F} = \frac{CQ}{\alpha F} D \quad (4)$$

##### 4.2 증폭기방정식

Fig. 3의 증폭기의 전달함수를  $G/(M''D^2 + M'D + 1)$ 이라 하면 블록선도는 Fig. 6로 표시할 수 있다. Fig. 1에서의 square wave 입력을 offset 전압에 포함시켜 Fig. 6에 나타내었으며, 출력전압  $E$ 를 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$E = \frac{G}{M''D^2 + M'D + 1} \cdot e + P \quad (5)$$

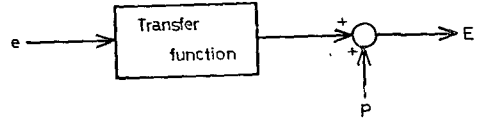


Fig. 6 Block diagram of amplifier circuit

##### 4.3 브리지방정식

열선과 동축케이블과의 임피던스(impedance)  $Z$ 를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Z = \frac{Q + Z_0\beta D}{Z_0 + Q\beta D} Z_0 \quad (6)$$

여기서  $\beta$ 는 동축케이블에 고유한 상수이며,  $Z_0$ 은 동축 케이블의 특성 임피던스(characteristic impedance)이다. 각부의 전압을 계산하면 다음과 같다.

$$E_1 = \frac{R}{R + Z_0 \frac{Q + Z_0\beta D}{Z_0 + Q\beta D}} E \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{aR}{aR + abR + \frac{WLD}{W + LD}} E \quad (8)$$

$$\frac{e}{E} = \frac{E_1 - E_2}{E} = \frac{l_0 + l_1D + l_2D^2}{m_0 + m_1D + m_2D^2} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} l_0 &= abR^2WZ_0 - aRWZ_0Q \\ l_1 &= R(abR + W)LZ_0 - aRWZ_0^2\beta \\ &\quad + R(abRW\beta - aZ_0L)Q \\ l_2 &= -aLRZ_0^2\beta + LR(abR + W)\beta Q \\ m_0 &= aR^2WZ_0(1+b) + a(1+b)RWZ_0Q \\ m_1 &= a(1+b)RWZ_0^2\beta + \{a(1+b)R + W\}LRZ_0 \\ &\quad + [a(1+b)R^2W\beta + \{a(1+b)R + W\}LZ_0]Q \\ m_2 &= \{a(1+b)R + W\}LZ_0^2\beta \\ &\quad + \{a(1+b)R + W\}LR\beta Q \\ b &= F(1 + OR)/R \end{aligned}$$

##### 4.4 정특성방정식

식 (4), (5), (9)에서 시간에 대한 비정상항을 소거하면 다음과 같은 정상상태의 정특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{Q_s E_s^2}{(R+Q_s)^2} - H_s \frac{Q-F}{\alpha F} = 0 \quad (11)$$

$$E_s = Ge_s + P \quad (12)$$

$$\frac{e_s}{E_s} = \frac{Rb - Q_s}{(R + Q_s)(11 + b)} \quad (13)$$

식 (11), (12), (13)을  $E$ 에 관하여 정리하면 다음과 같은 5차식을 얻을 수 있다.

$$a_0 E_s^5 + a_1 E_s^4 + a_2 E_s^3 + a_3 E_s^2 + a_4 E_s + a_5 = 0 \quad (14)$$

$$a_0 = -\alpha \gamma^2 \varepsilon F$$

$$a_1 = -\alpha (2 \varepsilon \gamma \delta + \beta' \gamma^2) F$$

$$a_2 = -\alpha (2 \beta' \gamma \delta + \varepsilon \delta^2) F + (HR^2 - 2 HRF) \varepsilon \gamma^2 + \varepsilon^2 H + (2 HR - HF) \varepsilon^2 \gamma - HFR^2 \gamma^3$$

$$a_3 = -\alpha \beta' \delta^2 F + (HR^2 - 2 HFR) (2 \varepsilon \gamma \delta + \beta' \gamma^2) + 3 \varepsilon^2 \beta' H + (2 HR - HF) (\varepsilon^2 \delta + 2 \varepsilon \beta' \gamma) - 3 \gamma^2 \delta HFR^2$$

$$a_4 = (HR^2 - 2 HFR) (2 \beta' \gamma \delta + \varepsilon \delta^2) + 3 \varepsilon \beta'^2 H + (2 HR - HF) (2 \varepsilon \beta' \delta + \beta'^2 \gamma) - 3 \gamma \delta^2 HFR^2$$

$$a_5 = (HR^2 - 2 HFR) \beta'^2 \delta^2 + \beta'^3 H + (2 HR - HF) \beta'^2 \delta - HFR^2 \delta^3 \quad (15)$$

$$\beta' = (1 + b) PR$$

$$\gamma = (1 + b - G)$$

$$\delta = -P(1 + b)$$

$$\varepsilon = bGR - (1 + b) R \quad (16)$$

#### 4.5 동특성방정식

전체에 영향을 끼치는 인자로서 열선의 저항  $Q$ , 유체의 속도와 관계를 갖는 열전달 계수, 브리지에 가해지는 전압  $E$ , 증폭기의 차동 입력  $e$ , 구형파(square wave) 입력에 대한 등가 전압을 포함하는 offset 전압  $P$ 를 고려할 수 있다. 전체의 방정식이 비선형 방정식이므로 선형화 방정식으로 만들고 동특성만을 독립적으로 고려하기 위하여 정적항(static term)을 무시하여 동특성방정식을 유도한다.

$$Q = Q_s + \Delta Q$$

$$e = e_s + \Delta e$$

$$E = E_s + \Delta E$$

$$P = P_s + \Delta P$$

$$H = H_s(v_s) + \frac{dH}{dv} \Delta v \quad (17)$$

식 (17)을 식 (4), (5), (9)에 각각 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$p \Delta E + q \Delta Q + r \Delta v = 0 \quad (18)$$

여기서

$$p = \frac{2 Q_s E_s}{(R + Q_s)^2}$$

$$q = \frac{E_s^2}{(R + Q_s)^2} - \frac{2 Q_s E_s^2}{(R + Q_s)^3} - \frac{H(v_s)}{\alpha F} - \frac{C}{\alpha F} D$$

$$r = \frac{dH}{dv} \frac{F - Q_s}{\alpha F} \quad (19)$$

$$(M'' D^2 + M' D + 1) \Delta E = (M'' D^2 + M' D + 1) \Delta P + G \Delta e \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \{(e_s y_0' - E_s x_0') + (e_s y_1' - E_s x_1') D \\ & + (e_s y_2' - E_s x_2') D^2\} \Delta Q + (y_0 + y_1 D + y_2 D^2) \Delta e \\ & - (x_0 + x_1 D + x_2 D^2) \Delta E = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

식 (18), (20), (21)을 연립하여  $\Delta E$ 와  $\Delta Q$ 를 소거하면 다음과 같은 동특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (b_0 D^5 + b_1 D^4 + b_2 D^3 + b_3 D^2 + b_4 D + b_5) \Delta E \\ & = (c_0 D^5 + c_1 D^4 + c_2 D^3 + c_3 D^2 + c_4 D + c_5) \Delta P \\ & + (d_0 D^2 + d_1 D + d_2) \Delta v \end{aligned} \quad (22)$$

여기서

$$b_0 = \frac{C}{\alpha F} y_2 M''$$

$$b_1 = \frac{C}{\alpha F} (y_2 M' + y_1 M'') - A_2 y_2 M''$$

$$\begin{aligned} b_2 = & \frac{C}{\alpha F} (y_2 + y_1 M' + y_0 M'') \\ & - A_2 (y_2 M' + y_1 M'') - G \frac{C}{\alpha F} x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 = & G A_1 (e_s y_2' - E_s x_2') + \frac{C}{\alpha F} (y_1 + y_0 M') \\ & - A_2 (y_2 + y_1 M' + y_0 M'') - G \left( \frac{C}{\alpha F} x_1 - A_2 x_2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4 = & G A_1 (e_s y_1' - E_s x_1') + \frac{C}{\alpha F} y_0 \\ & - A_2 (y_1 + y_0 M') - G \left( \frac{C}{\alpha F} x_0 - A_2 x_1 \right) \end{aligned}$$

$$b_5 = G A_1 (e_s y_0' - E_s x_0') - A_2 y_0 + G A_2 x_0 \quad (23)$$

$$c_0 = f_0 M''$$

$$c_1 = f_0 M' + f_1 M''$$

$$c_2 = f_0 + f_1 M' + f_2 M''$$

$$c_3 = f_1 + f_2 M' + f_3 M''$$

$$c_4 = f_2 + f_3 M'$$

$$c_5 = f_3 \quad (24)$$

$$d_0 = -G A_3 (e_s y_2' - E_s x_2')$$

$$d_1 = -G A_3 (e_s y_1' - E_s x_1')$$

$$d_2 = -G A_3 (e_s y_0' - E_s x_0') \quad (25)$$

$$f_0 = \frac{C}{\alpha F} y_2$$

$$f_1 = \frac{C}{\alpha F} y_1 - A_2 y_2$$

$$f_2 = \frac{C}{\alpha F} y_0 - A_2 y_1$$

$$f_3 = -A_2 y_0 \quad (26)$$

$$A_1 = \frac{2 Q_s E_s}{(R + Q_s)^2}$$



$$A_2 = \frac{E_s^2}{(R+Q_s)^2} - \frac{2Q_s \cdot E_s^2}{(R+Q)^3} - \frac{H(v_s)}{\alpha F}$$

$$A_3 = \frac{dH}{dv} \frac{F-Q_s}{\alpha F} \quad (27)$$

4.6 수치해석

정특성방정식 (14)의 해는 주어진 자료에 대하여 근을 구할 수 있다. 최대의 실근을 취하여 브리지에 가해지는 전압  $E_s$ 을 구하고, 식 (11), (12), (13)을 이용하여  $e_s, Q_s$ 를 각각 계산한다.

전기적 스텝입력에 대한 동특성을 살피기 위하여는  $\Delta v$ 를 0으로 놓고, 실제 유체의 응답특성을 고려하기 위하여는  $\Delta P$ 를 0으로 하여 계산한다. 먼저 편의상  $\Delta v=0$ 으로 하고 양변을  $a_0$ 로 나누면 다음과 같은 형태의 방정식을 얻는다.

$$(D^5 + i_1 D^4 + i_2 D^3 + i_3 D^2 + i_4 D + i_5) \Delta E(t) = (j_0 D^5 + j_1 D^4 + j_2 D^3 + j_3 D^2 + j_4 D + j_5) \Delta P(t) \quad (28)$$

식 (28)을 state space 방법을 이용하여 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -i_5 & -i_4 & -i_3 & -i_2 & -i_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{bmatrix} \cdot \Delta P(t) \quad (29)$$

여기서

$$h_1 = j_1 - i_1 j_0$$

$$h_2 = j_2 - i_2 j_0 - i_1 h_1$$

$$h_3 = j_3 - i_3 j_0 - i_2 h_1 - i_1 h_2$$

$$h_4 = j_4 - i_4 j_0 - i_3 h_1 - i_2 h_2 - i_1 h_3$$

$$h_5 = i_5 j_0 - i_4 h_1 - i_3 h_2 - i_2 h_3 - i_1 h_4 \quad (30)$$

상태변수는 다음과 같다.

$$x_1 = E(t) - b_0 \Delta P(t)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 - h_1 \Delta P(t)$$

$$x_3 = \dot{x}_2 - h_2 \Delta P(t)$$

$$x_4 = \dot{x}_3 - h_3 \Delta P(t)$$

$$x_5 = \dot{x}_4 - h_4 \Delta P(t) \quad (31)$$

식 (29)를 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$\dot{\vec{x}} = \vec{A}\vec{x} + \vec{h} \cdot \Delta P(t) \quad (32)$$

변환  $\vec{x} = \vec{P}\vec{y}$ 을 이용하면

$$\vec{P}\dot{\vec{y}} = \vec{A}\vec{P}\vec{y} + \vec{h} \cdot \Delta P(t) \quad (33)$$

이때 역행렬  $\vec{P}^{-1}$ 을 양변에 취하면 다음과 같다.

$$\dot{\vec{y}} = \vec{P}^{-1}\vec{A}\vec{P}\vec{y} + \vec{P}^{-1} \cdot \vec{h}\Delta P(t)$$

$$= \vec{\Lambda}\vec{y} + \vec{P}^{-1} \cdot \vec{h}\Delta P(t) \quad (34)$$

여기서  $\vec{\Lambda}$ 는 Lambda matrix이다. 따라서 행렬  $\vec{A}$ 의 eigen value와 eigen vector를 구하여 식 (34)를 이용하여  $\vec{y}$ 를 계산한다.  $\vec{x} = \vec{P} \cdot \vec{y}$ 에 대입하여  $\vec{x}$ 를 구하고, 식 (31)을 이용하여 최종적으로  $\Delta E(t)$ 를 구한다.

5. 계산결과

5.1 정특성

정특성을 나타내는 식 (14)의 근을 여러가지 파라미터의 변화에 대하여 계산하였다. 시스템의 정특성에 영향을 주는 파라미터로서 증폭기이득  $G$ , 상온상태에서의 저항  $F$ , offset 전압  $P$ , 과열비  $OR$ , 열선의 열전달 계수  $H$ , 열선의 온도저항 계수  $\alpha$  등의 영향을 각각 고려할 수 있다. 과열비  $OR$ 에 따라 실제 과열비  $\overline{OR}$ 이 결정되며, 열선의 열전달 계수  $H$ 는 유체의 속도와 관련되는 양으로서, 본 연구에서는 속도의 변화에 대한 유속계의 출력전압, 열선의 저항변화 등을 고려하였다.

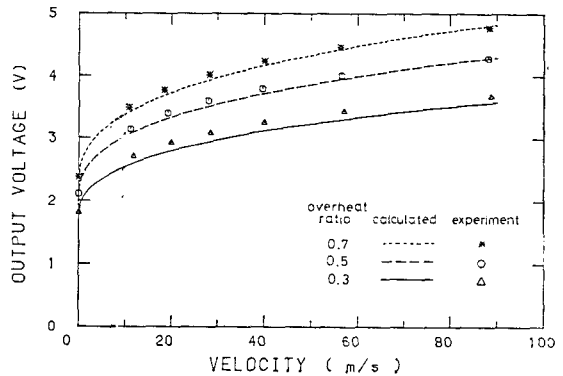


Fig. 7 Output voltage vs. flow velocity

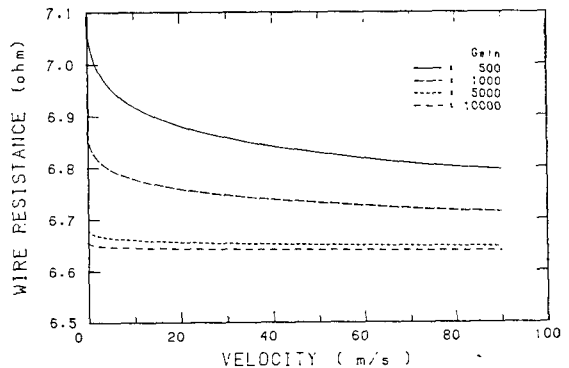


Fig. 8 Wire resistance vs. flow velocity

Fig. 7에 과열비 1.0, 0.5, 0.3 각각에 대하여 유속을 50m/s 까지 증가시키면서 유속계의 출력 전압을 계산하였으며 실험결과와 비교하였다. Fig. 8은 증폭기 이득 500, 1000, 5000, 10000의 각각에 대하여 유속을 50m/s 까지 변화시켜 열선 저항의 변화를 나타내었다. 정온도형 열선유속계는 열선의 온도가 일정한 경우이므로 유속의 변화에 따라 온도가 일정하여야 하지만 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 증폭기 이득이 크면 열선 저항이 비교적 일정하다는 것을 알 수 있다.

정특성의 계산 결과에서 나타난 바와 같이 브리지가 완전한 평형을 이루기 위하여는 증폭기의 직류 이득이 무한대가 되어야 한다. 그러나 실제 문제에서는 불가능하며, 본 연구에서는 증폭기 이득으로 1000을 기준으로 하였기 때문에 계산 결과로서  $OR=0$ 인 경우  $\overline{OR}=0.055$ 에 해당하고, 또  $\overline{OR}=-0.3$ 은  $OR=0.014$ ,  $OR=-0.6$ 은  $\overline{OR}=0.0037$ 에 해당한다.

5.2 동특성

동특성을 살펴보기 위하여 전달함수 식 (28)의 root locus를 보이고, root locus의 적당한 점에서의 계산 입력에 대한 응답을 관찰하였다. 여러가지 동특성에 영

Table 1 Computational reference value of the parameters in equation (14) and (22)

Parameter	Sym-bol	Value	Unit
Cold resistance	$F$	4.42	$\Omega$
Bridge top resistance	$R$	50	$\Omega$
$\alpha$ of hot wire	$\alpha$	0.0036	$^{\circ}\text{C}^{-1}$
Bridge ratio	$a$	20	
Over heat ratio	$OR$	1.5	
Inductance	$L$	0.001	$\mu\text{H}$
Amp gain	$G$	1000	
Off set volt	$P$	10	V
Damping resistance	$W$	100000	$\Omega$
Air velocity	$v$	0.001	m/s
Filter frequency	$f$	1	kHz
Length of cable	$l_c$	5	m
Wire length	$l_w$	0.001	m
Wire diameter	$d$	5	$\mu\text{m}$
Constant $A$ ( $h=A+B\sqrt{v}$ )	$A$	3900	
Constant $B$ ( $h=A+B\sqrt{v}$ )	$B$	1400	
Characteristic impedance	$Z_0$	50	$\Omega$
Cable constant	$\beta$	$l_w \div 2.998 \times 10^8 \times 0.68$	s
Density of wire	$\rho$	19350	$\text{kg}/\text{m}^3$
Specific heat of wire	$c$	134.4	$\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$

향을 주는 파라미터(parameter)의 변화에 대한 root locus를 살펴보기 위하여 기준이 되는 값들을 Table 1에 나타내었다. 인덕턴스  $L$ 의 값이  $0\mu\text{H}$ 인 경우에는 특이점(singular point)가 되어 그에 수렴하는 값  $0.001\mu\text{H}$ 으로 하였다. 또 열선의 열전달계수  $H$ 는  $H \propto \sqrt{v}$ 이므로  $\frac{dH}{dv} \propto \frac{1}{\sqrt{v}}$ 이 되어  $v=0$ 인 경우에 계산할 수가 없어서 근사한 값으로서  $0.001\text{m/s}$ 을 택하였다.

파라미터들의 변화로서 중요하게 여겨지는 속도, offset 전압, 과열비, 증폭기 이득의 변화를 인덕턴스  $L=0.001\mu\text{H}$ 의 경우에 먼저 계산하고 그 각각에 대하여 인덕턴스를 변화시켜 여러가지 특성을 살펴보았다.

(1) Root Locus법에 의한 응답특성

전달함수의 분모가 5차이므로 pole이 5개가 존재한다. pole의 위치는 계가 안정하려면 근의 실수부가 음이어야 한다. 그 각각의 위치는 첫째 5개 모두 실수축 위에 있는 경우, 둘째 3개는 실수축 위에 나머지 2개는 복소평면에서 2상한과 3상한에 공액복소수로 존재하는 경우, 셋째 실수축 위에 1개 나머지 4개는 2상한과 3상한에 각각 2개씩 공액복소수로 존재하는 경우로 나눌 수 있다. 첫번째 경우는 실제문제에서 거의 발생하지 않으며, 두번째, 세번째 경우는 실제 경우이나, 세번째 경우는 pole의 움직임이 복잡하여 다음 연구로 미루고, 본 연구에서는 두번째 경우에 대하여만 연구하였으며 저자들이 제작한 기기의 인자가 이 경우에 해당한다. 각각의 그림은 로그 눈금에 나타내었으므로 실수축과 허수축은 표시할 수 없어서 pole의 궤적이 각 축에 접근하는 속도가 큰 절까지만 기록하였다. 또 2상한과 3상한은 대칭이므로 2상한에서의 pole의 궤적만을 나타내었다. 또 두번째 경우는 전달함수가 2차인 경우와 응답특성이 비슷하므로, 2차의 경우에서 사용하는 감쇠계수(damping factor)  $\zeta$ 의 값이 0.5, 0.4, 0.2이 되는 직선을 그림에 표시하여 응답특성의 성질을 정성적으로 알 수 있게 하였다.

열선유속계를 조정할 경우에 감쇠계수를 어느 정도로 할 것인가는 지금까지의 연구와 각 제작회사에 따라 다르게 정하고 있고 일반 제어이론에서도  $\zeta=0.4-1.0$ 을 추천하고 있기 때문에 본 연구의 경우에 최적의 감쇠 계수를 정하지 않고 응답특성의 경향을 살펴보는 데 중점을 두었다.

먼저 속도의 변화에 대한 영향을 살펴보기 위하여 root locus를 Fig. 9에 나타내었으며, 이것은 평균속도 0.001, 5, 10, 50 m/s의 각각에 대하여 인덕턴스를  $0.001\mu\text{H}$ 부터 증가시키면서 pole의 위치를 기록하

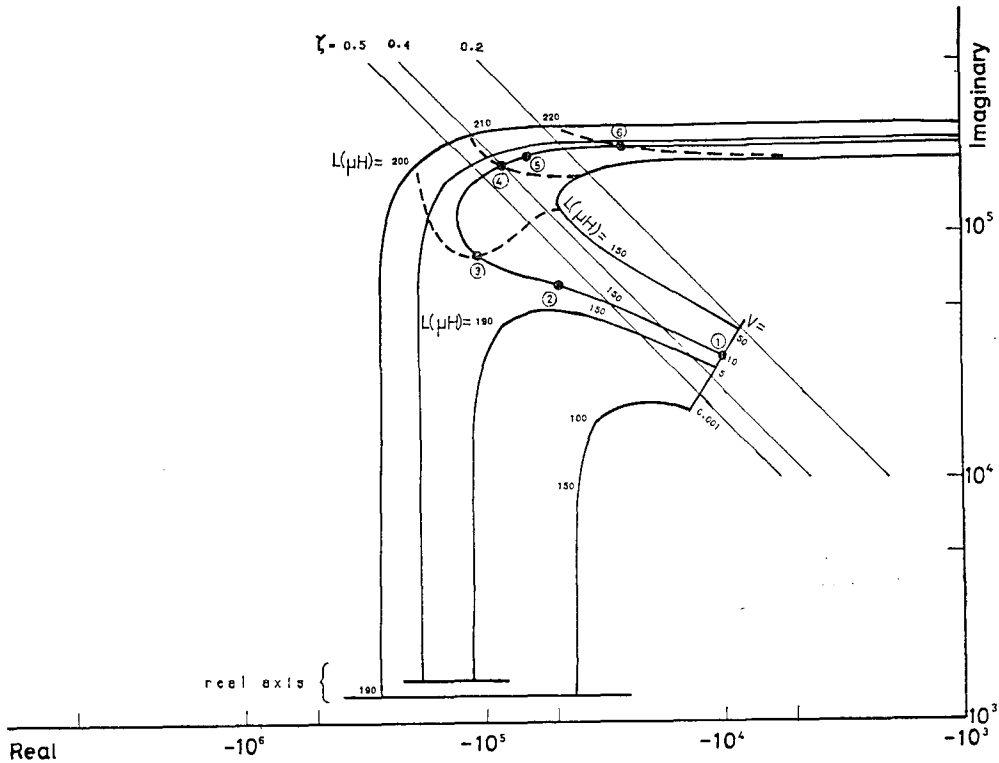


Fig. 9 Root locus plot for varying inductance with flow velocity

였다.

속도가 0.001, 5 m/s의 경우는  $L$ 의 증가에 따라 pole의 위치가 실수 축에 놓인 후 다시 허근이 되는 현상을 볼 수 있다. 실제 열선유속계에서 유체의 속도가 저속에서는 사용하지 않으며, 적어도 2 m/s 이상에서의 응답특성을 고려하여야 하지만 수치결과의 극한으로서 기준을 삼기 위하여 0.001 m/s의 속도에서의 결과를 나타내었다. 5 m/s에서의 결과를 살펴 보면, 인덕턴스가 185  $\mu\text{H}$  정도까지는 주파수 특성이 향상되다가, 즉 실수축에서의 거리가 커지다가 인덕턴스의 증가에 따라 급격히 실수축에 접한 후 다시 실수축에서 거리가 급격히 커진 후, 감쇠계수 0.5 근처에서 방향을 바꾸어 급격히 허수축에 접근하였다. 10, 50 m/s의 경우에 대하여 살펴보면, 인덕턴스의 증가에 따라 처음에는 감쇠계수가 미미하게 변하면서, 주파수 특성이 향상된 후 어떤 특정점 근처에서 방향을 바꾸어 일정한 진동수를 가지고 감쇠계수가 급격히 작아지면서 불안정한 상태로 되는 것을 알 수 있었다.

열선유속계의 상태를 일정한 상태로 유지한 채 유체의 속도가 변화하였을 때의 pole의 궤적을 Fig. 9에

접선으로 나타내었다. 인덕턴스를 200, 210, 220  $\mu\text{H}$ 로 각각 유지하였을 때 속도를 조금씩 증가시켜 궤적을 그렸다. 적당한 감쇠 계수라 여겨지는 200  $\mu\text{H}$ 의 경우에 저속인 경우에는 진동 주파수가 작아지다가 어느 정도 속도가 커진 후에는 진동 주파수가 커지면서 감쇠계수가 작아지는 것을 알 수 있다. 210, 220  $\mu\text{H}$ 의 경우에는 처음부터 감쇠계수가 작아서 진동이 생기고 있으며 유속이 커지면 감쇠계수가 적어지고 급격히 불안정한 상태가 되었다.

Offset 전압의 변화를 살펴보기 위하여 offset 전압 3, 5, 10 V의 각각에 대하여 인덕턴스를 증가시키면서 pole의 궤적을 Fig. 10 (평균속도 10 m/s)에 나타내었다.

다른 경우와 마찬가지로 인덕턴스가 증가함에 따라 진동 주파수가 커지고 어떤 특정한 점을 지나면 진동 주파수가 일정하고 감쇠계수가 작아지는 현상을 알 수 있다. 또 적당한 인덕턴스  $L$ 을 180, 210  $\mu\text{H}$ 으로 고정시키고 offset 전압을 변화하였을 때, Fig. 10에 접선으로 나타난 것과 같이 180  $\mu\text{H}$ 의 경우에는 진동 주파수가 감소하고 210  $\mu\text{H}$ 의 경우에는 진동 주파수가 증

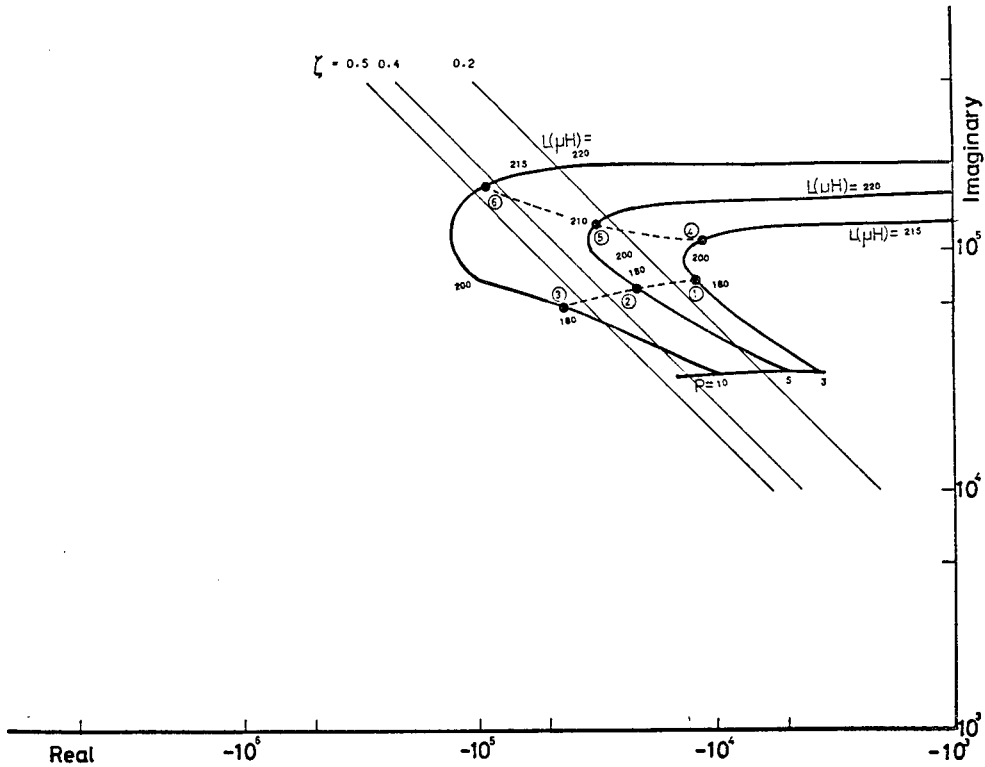


Fig. 10 Root locus plot for varying inductance with offset voltage

가하는 것을 알 수 있다.

과열비의 변화에 대한 영향을 살펴보기 위하여 과열비 1.0, 0.5, 0.3, 0의 각각에 대하여 인덕턴스를 증가시키면서 pole의 궤적을 Fig. 11(평균속도 10m/s인 경우)에 나타내었다. 실제로는 과열비  $OR=0$ 은  $\overline{OR}=0.055$ 에 해당하며, 이와 같은 작은 과열비는 유속에 대한 출력전압의 비, 즉 감도가 대단히 작기 때문에 유속계로서 사용 불가능하지만 계산의 극한을 알기 위하여 계산하였다.

Fig. 11를 보면  $OR=0$ 이고 인덕턴스  $L$ 이  $0.001 \mu H$ 일 때 pole의 궤적출발점에서의 pole좌표, 즉 이 경우에는 5개의 pole이 모두 음의 실수 축위에 놓여 있으며 가정 원점에 가까운 pole의 좌표가 주로 응답특성을 좌우한다. 이 경우에 pole좌표가  $-7842$ 이며, 유속  $v$ 가  $0.001 \text{ m/s}$ 이고  $OR=-0.6$ 인 경우 pole좌표가  $-1223.6$ 이다. 열선의 온도 상승에 대한 시간상수  $\tau$ 를 다음과 같이 구하여 역수를 취하면 1200을 얻는다. 이 경우에 열전달계수  $h$ 는 유속  $0 \text{ m/s}$ 에서의 값을 취한다.

$$\tau = \frac{\rho c V}{h A} \tag{35}$$

따라서 과열비가 작아 작동저항이 상온에서의 저항으로 수렴하면 시스템 전체를 지배하는 시간상수가 열선의 열용량에 의한 시간상수로 수렴함을 알 수 있다. 이 경우에 인덕턴스가 증가하여  $180 \mu H$  정도가 되면 과열비가 큰 경우보다 진동 주파수가 커지는 것을 알 수 있다.

Offset 전압의 경우와 마찬가지로 Fig. 11에 대하여 인덕턴스가  $150 \mu H$ 에서는 과열비가 감소하면 진동 주파수가 감소하지만 인덕턴스가  $215 \mu H$ 인 경우는 과열비가 감소하면 진동 주파수가 증가하는 것을 알 수 있다.

증폭기의 이득과 인덕턴스와 병렬연결되는 감쇠저항의 영향에 대한 연구가 참고문헌 (11)에 나타나 있다.

(2) 시간응답특성

시간응답특성을 관찰하기 위하여 시스템에 계단형 입력을 가하여 그의 응답을 살펴서 특성을 알 수 있다. 실제 시스템의 응답은 유체유속의 계단형 입력을 가하여야 하지만, 유속계의 특성조정을 위하여 유체의 속도에 따라 평형을 이루고 있는 계에 전기적 교란을 가하여 그의 응답 특성을 관찰하여 조정한다. Fig. 1의

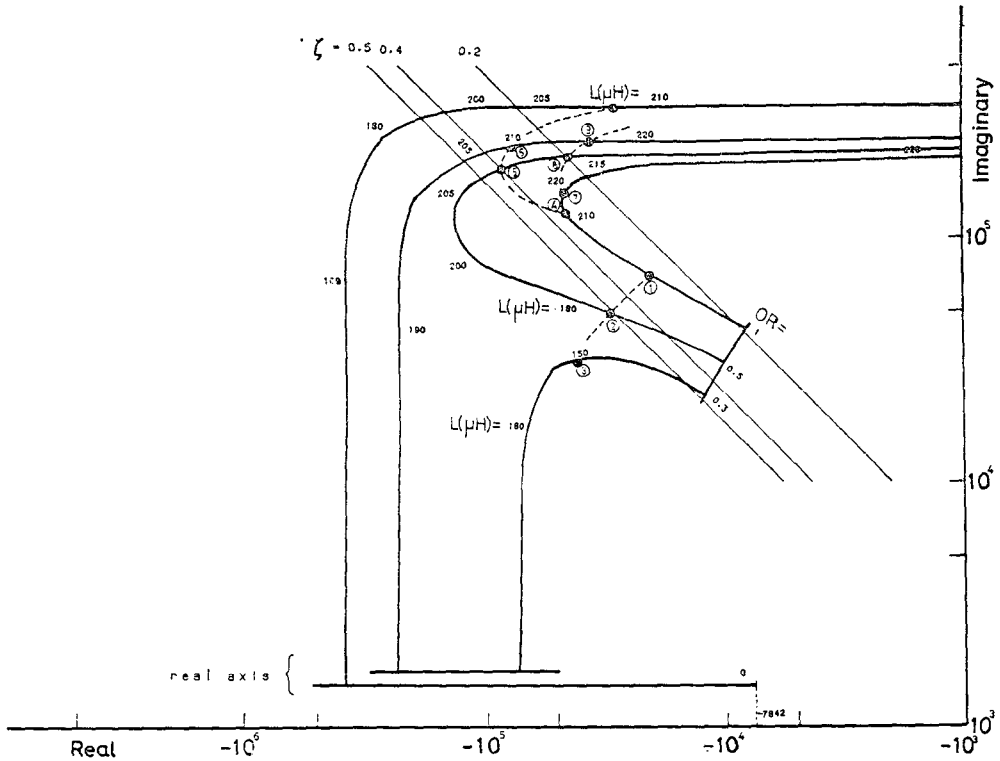


Fig. 11 Root locus plot for varying inductance with overheat ratio

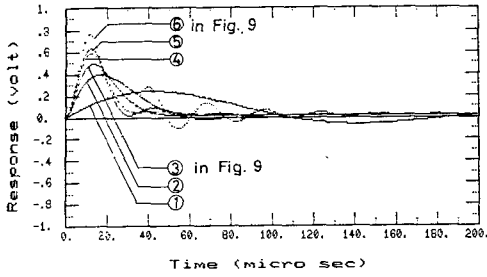
점 D의 위치를 기준으로 식 (22)을 유도하였고, 점 C의 위치에 대한 응답을 계산하기 위하여는 식 (24)에서  $M' = M'' = 0$ 을 대입하면 얻어지고, 유체유속의 계단형 변화에 대한 응답을 얻기 위하여는, 식 (22)에서  $\Delta P = 0$ 로 하여 식 (24) 형태로 하여 계산하여 얻는다. 여러가지 파라미터의 변화에 대한 시간응답 특성을 root locus의 특정한 점과 관련하여 계산하였다. Pole의 궤적으로만 시스템의 동특성을 알 수 있다. 이는 열선유속계의 사용자의 입장에서 시간적으로 동적 응답특성을 확인할 필요가 있으며, 실제 실험 결과와 비교를 하기 위하여 필요하다.

속도의 변화에 대한 root locus를 나타낸 Fig. 9에서 유속 10 m/s인 경우의 점 ①~⑥에서 시간 응답을 Fig. 12에 나타내었다. Fig. 12 (a)는 Fig. 1의 점 C에서의 응답, Fig. 12 (b)는 점 D에서의 응답, Fig. 12 (c)는 유체의 계단형 변화에 대한 응답을 보여준다. 이 계산 결과는 실험 결과인 Fig. 2와 직접 비교할 수 있다. 실험결과와 같은 특징으로서 Fig. 1의 점 D에서의 응답은 시간 초기에 계단형 외부 교란의 값에서

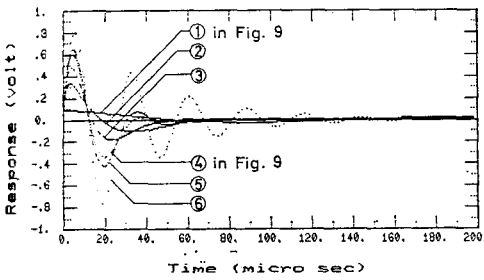
출발하고, 점 C에서의 응답은 원점에서 출발하는 것이 다르다.

Offset 전압의 영향은 Fig. 10에서 root locus의 점 ①~⑥에 대한 시간응답으로서 Fig. 13에 나타내었다. Fig. 13은 점 ①~③의 응답으로서 Fig. 1의 점 C에 대한 결과이며, Fig. 14는 점 ④~⑥의 응답으로서 Fig. 1의 점 C에 대한 결과를 표시하였다. Offset 전압이 증가함에 따라 Fig. 13은 진동주파수가 감소하고 Fig. 14는 증가하여 반대현상을 보여주고 있다.

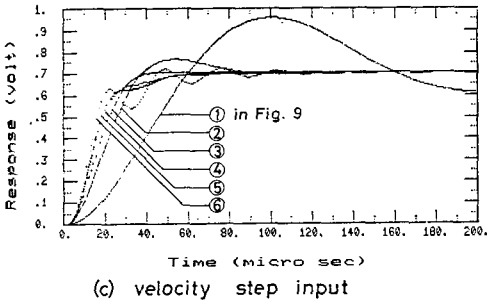
과열비의 영향은 Fig. 11의 root locus에서의 점 ①~⑥에 대한 시간응답으로서 Fig. 15에 나타내었다. Fig. 15 (a)은 인덕턴스 150  $\mu\text{H}$ 로 고정하였을 때 과열비를 1.0, 0.5, 0.3으로 변화시켰을 때의 결과이다. Fig. 15 (b)는 인덕턴스를 210  $\mu\text{H}$ 로 고정하였을 때 과열비가 변할 때의 응답이다. 과열비가 작아짐에 따라 (a)에는 진동 주파수가 낮아지고 (b)는 진동 주파수가 높아지는 반대현상을 볼 수 있다. 이 결과는 Fig. 11의 root locus를 보아서도 예측할 수 있는 결과이며 실험 결과인 Fig. 3, 4와 같은 결과를 보여준다.



(a) electrical step input at point C



(b) electrical step input at point D



(c) velocity step input

Fig. 12 Response to step input on points ①~⑥ in Fig. 9

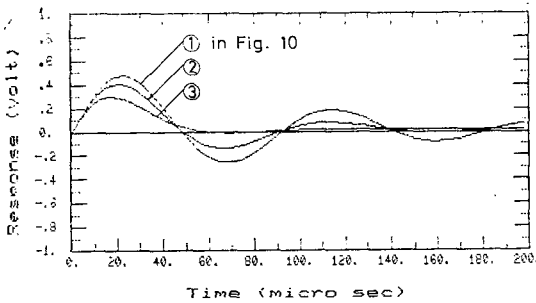


Fig. 13 Response to electrical step input at input point C in Fig. 1 on points in Fig. 10 (inductance 180  $\mu$ H)

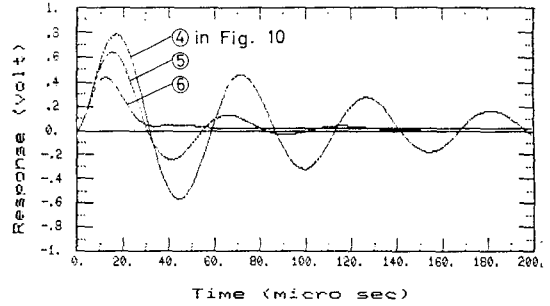
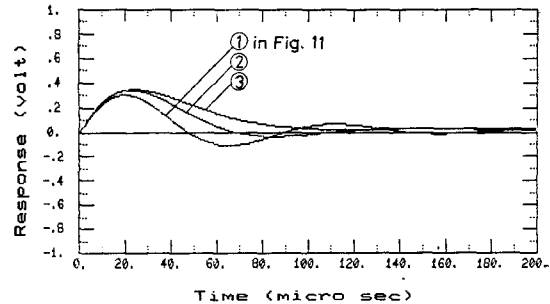
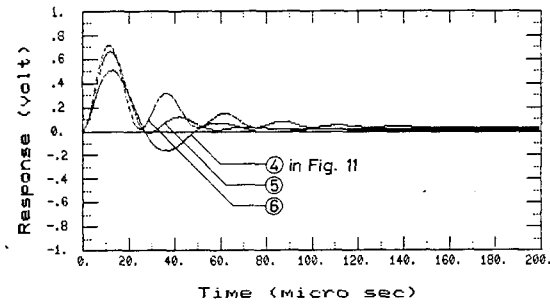


Fig. 14 Response to electrical step input at input point C in Fig. 1 on points in Fig. 10 (inductance 210  $\mu$ H)



(a) L = 150  $\mu$ H



(b) L = 210  $\mu$ H

Fig. 15 Response to electrical step input with overheat ratio at point C in Fig. 1 on points in Fig. 16

## 6. 결과 및 검토

### 6.1 정특성

유속과 출력전압과의 관계를 나타내는 Fig. 7에서 실험결과가 약간 높게 나타난 것을 들수있다. 실험결과와 계산결과가 잘 일치하지 않는 이유는 계산과정에 포함된 여러가지 상수 및 변수의 값들을 정밀하게 산정하지 못했기 때문이다. 특히 열전달 계수와 유속

과의 관계를 알아야 한다. 대류 열전달에서 Nusselt 수가 Prandtl 수와 Reynolds 수의 함수로 주어지며 지정된 유체에 대하여 어떠한 Reynolds 수의 범위에 대하여 표시될 수 있으나, 이것은 유체가 정지하였을 경우에 대하여는 적용할 수 없다. 그러나 이 관계를 대입하여 계산한 결과는 횡축을 따라 평행이동한 결과를 나타내었다. 또한 모델과정에서 열선 단자 및 동축케이블, 보상 인덕턴스의 직류 저항을 고려하지 않았기 때문에 평행이동한 결과가 나올 것이 예상되며, 따라서 본 연구에서는 사용 열선에 진류를 가하여 유체의 속도변화에 대한 저항치를 측정하여 열전달 계수를 산출하였다. 과열비가 클수록 유속에 대한 감도가 향상되는 것을 알 수 있다. 그러나 과열비가 커지면 열선 온도가 상승하여 파손되므로 높은 과열비는 고려할 수 없다.

## 6.2 동특성

정온도형 열선유속계의 주파수 특성의 최적화에 대하여 여러가지 변수들에 대한 연구가 진행되어 왔지만 그 중에서도 특히 과열비의 영향에 대한 연구가 최근 까지 진행되어 왔다.

지금까지의 연구들에 의하면 과열비가 작아지면 주파수폭이 낮아진다는 것이다. 즉 Freymuth<sup>(3,6)</sup>은 -3 dB 가 되는 주파수  $f_{-3dB}$  가  $\overline{OR}^{1/2}$  에 비례하고, Perry 등<sup>(4)</sup>은  $\overline{OR}^{1/3}$  에 비례한다고 하였다. 실제 과열비  $\overline{OR}$  가 0에 접근하면, 유속계 전체의 시간 상수는 열선만의 시간 상수로 접근한다고 하였다. 본 연구에서의 결과는 인덕턴스가 0.001  $\mu$ H 일 때는  $\overline{OR}$  가 0에 접근하면, 시스템 전체의 시간상수가 열선만의 시간상수로 접근함을 확인하였지만, 인덕턴스가 커지면 Fig. 11에서 알 수 있는 바와 같이 열선만의 시간상수에 해당하는 pole의 위치에서 시간상수가 작아지는 방향으로 움직인 후, pole이 실수 축을 떠나 진동형태가 존재하게 된다. 이와 같은 사실은 실험 결과에서 문제시 되었던 OR이 작아지면 낮은 인덕턴스에서는 주파수 특성이 저하하고, 높은 인덕턴스에서는 주파수 특성이 향상되는 것을 설명할 수 있다.

지금까지의 논문 중에서 과열비에 관한 실험자료가 Wood<sup>(5)</sup>의 연구에 있다. 이 연구의 결과는 과열비가 0.1~0.6의 변화를 하였으나 높은 과열비를 선택할 때는 증폭기 이득을 275배로 낮추었기 때문에 과열비만의 효과라고 볼 수 없으며, 그나마도 과열비가 주파수 특성에 끼친 영향은 아주 적다. 이 때의 연구 결과는 교류 이득이 1100에서 275로 변한 결과이기 때문에

본 연구 결과와 직접 비교할 수는 없지만, 본 연구의 모델에서 낮은 증폭기 이득과 증폭기의 주파수 폭이 낮을 경우에 해당하여 그와 같은 결과가 나왔다고 추측된다. 또 Bonnet<sup>(9)</sup>는 과열비 0.5, 0.1의 경우에 대한 실험자료를 제시하였는데 이 논문에서 power spectral density를 보여주는 그림을 살펴보면 과열비가 0.5일 때보다 0.1일 때가 주파수 폭이 큰 것을 볼 수 있다. 물론 이 자료도 여러가지 변수를 변화시킨 결과이기 때문에 직접 비교할 수는 없지만, 과열비에 관한 영향을 재검토할 필요가 있다고 여겨진다.

인덕턴스의 변화에 관하여 Perry<sup>(7)</sup>는 인덕턴스가 증가하면 underdamped region에서 optimum damped region을 거쳐 overdamped region으로 움직여 실수축에 접하게 되고 그 이상 인덕턴스를 크게 하면 곧 불안정한 결과를 얻는다고 발표하였다. 그 위치를 'AC balance point'라 하여, 교류 평형을 이루는 인덕턴스  $L = (R_1/R_2)L_0$  근처에서 동작해서는 안된다고 하였다. 이와 같은 모델에서는 인덕턴스가 0일 때 감쇠계수가 작아 진동이 발생하며 증가함에 따라 감쇠계수가 커져서 진동이 사라지게 된다.

Perry의 모델에서 'AC balance point'의 존재를 인정하였던 것이 이점을 넘어 계산할 수 없었던 것이라 여겨진다. 그러나 지금까지의 연구들이 열선과 유속계를 연결하는 동축케이블을 단순한 인덕턴스라 가정하였기 때문에 실제 유속계에는 존재하지 않는 수식적 모델의 특이점이 생겼다고 할 수 있다. 따라서 그와 같은 모델은 본 연구의 실험과 모델에서 설명한 바와 같이 인덕턴스의 증가에 대하여 처음에는 진동 주파수가 커지고 특정한 점에서 진동 주파수가 일정하고 감쇠계수가 작아지는 것을 설명할 수 없다.

Root locus 선도의 여러 점에 대한 계단형 입력에 관한 응답을 주는 Fig. 12을 살펴 보면 점 C에 계단형 입력을 가하였을 때 실수축 위에 위치한 pole과 zero의 영향을 알 수 있다. 똑같은 상태에서 점 D에 계단형 입력을 가하였을 때는 1차계의 영향이 나타나지 않았다. 이것은 실험 결과인 Fig. 5의 (a)와 (b)의 차이와 일치한다. 이 경우에 유속의 계단형 변화에 대한 응답은 Fig. 12 (c)에 표시되어 있는데 실수축 위의 pole에 의한 1차계의 영향이 나타나 있다. 실제 유속의 계단형 변화에 의한 응답을 실험할 수는 없지만, 본 연구의 모델이 전기적 입력에 대한 1차계의 영향을 실험과 일치하여 예측할 수 있었기 때문에 유속의 변화에 대한 계산결과도 합당할 것으로 생각된다. 이와 같은 응답에 1차계의 특성이 나타나는 경우에 결

$D$ 에 제단형 전기입력을 가해서 유속계의 동특성을 고정하는 것은 정당하지 못하다고 사료된다.

Fig. 5의 (c)와 (d)의 같이 본 연구의 모델에서 속도를 증가시키고 offset 전압을 낮추어 본 결과 각각의 경우 모두 1차계의 특성이 사라지는 것을 확인하였다 그러나 유속계를 조정할 때 offset 전압을 낮추면 주파수 특성이 감소하므로 두 가지를 모두 만족하는 적당한 점이 있다.

본 연구에서 나타낸 root locus에 실수축 위의 pole과 zero점들을 나타내지 않았는데, 실제 숫자를 확인한 결과 공액 복소수에 의한 pole의 실수축 좌표에 실수축 위의 pole이 접근할 때 이와 같은 1차계의 특성이 나타난다. 그러나 단순히 pole의 위치에만 관계하는 것이 아니라 zero점과의 상대위치에 따라 결정된다. 계산결과에서도 전기적 교란이 점  $C$ 와 점  $D$ 에 가해짐에 따라 전달함수가 분자만 변하게 되어 zero점만 변하게 된다. 따라서 본 연구에서 root locus를 작성할 때 pole과 zero점을 모두 기록하여야 1차계의 특성이 나타나는 경우를 예측할 수 있지만 다음 연구로 미루고 전기적 교란을 점  $C$ 에 가하여야 한다는 사실만을 확인하였다.

유속계의 주파수 폭 산정은 어떻게 하여야 하는가하는 문제는 전기적 교란의 위치가 점  $C$ 인 경우에 나타나는 응답을 측정하여 산정하여야 할 것이다. 즉 앞에 언급한 바와 같이 1차계의 특성이 나타나지 않도록 유속계를 조정할 후 주파수 폭을 계산하여야 한다.

## 7. 결 론

지금까지의 많은 연구에서 정온도형 열선유속계의 동특성을 예측하기 위하여 여러가지 모델을 세워 설명하고자 시도하였으나 이론과 실제가 일치하지 않은 경우가 많았다.

본 연구에서는 표준적인 회로를 채택하여 제작한 열선유속계의 동특성을 측정하여 지금까지의 모델이 설명할 수 없는 다음과 같은 문제점을 제시하였다. 첫째 인덕턴스가 증가함에 따라 변하는 진동 형태, 둘째 과열비가 감소함에 따른 주파수 특성의 변화, 셋째 실수축 위에 존재하는 pole과 zero에 의한 영향 등의 문제점을 제시하였다.

기존의 연구들은 동축케이블을 단순한 인덕턴스로 가정하였지만, 본 연구에서는 인덕턴스와 캐패시턴스가 분포하는 가정을 도입하여 모델을 세워 5차계의 전달함수를 얻었다. state space 방법에 의하여 수치해석

을 하여 시간응답 특성을 얻었고 Root locus를 얻어 실험결과를 설명할 수 있는 근거를 마련하여 다음과 같은 사실을 확인하였다.

(1) 인덕턴스가 증가함에 따라 처음에는 진동 주파수가 커지다가 특정한 값에 이르면 진동 주파수가 일정하게 유지되면서 감쇠계수가 감소한다.

(2) 과열비가 작아짐에 따라 작은 인덕턴스 값에 대하여는 유속계의 주파수 대역폭이 감소하지만 큰 인덕턴스에서는 주파수 대역폭이 커지는 영역이 있다.

(3) offset 전압을 증폭기의 뒤부분보다 앞부분에 가하여야 유속계를 정확히 조정할 수 있다.

따라서 본 연구에서 채택한 모델은 실제 유속계를 정확히 설명할 수 있으며, 증폭기의 이득, 인덕턴스와 병렬로 연결한 감쇠저항 등의 변화에 대하여도 실험결과와 일치하였다. 다른 변수들의 변화에 대하여도 확장이 가능한 것을 확인하였다. 본 연구에서 모델의 검증을 자체 제작한 유속계를 사용하여 실험하였으나 기존 제품의 유속계의 특성과 거의 차이가 없다는 것을 확인하였다.

본 모델의 확장 첫 단계로서는 정특성에 영향을 주는 동축 케이블의 직류저항과 보상 인덕턴스의 직류저항을 고려하고, 유속의 변화에 따른 열선의 열전달계수를 정밀하게 산정하여야 할 것이다. 또 증폭기의 높은 직류이득과 낮은 교류 이득을 갖는 증폭기를 고려한 모델을 세워야 한다. 두번째 단계로서 보상회로에 의한 동특성 향상을 시도하여야 한다. 기존의 유속계는 브리지에 보상용 인덕턴스만 추가하였지만 귀환회로 등에 보상회로를 첨가하여 더욱 향상된 동특성을 갖는 모델을 세워야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 1985년도 문교부 학술연구조성비의 지원에 의하여 이루어졌으며 이에 관계관에게 감사한다.

## 참 고 문 헌

- (1) Leslie S.G. Kovasznay, *Simple Analysis of the constant Temperature Feed-Back Anemometer*, Aero. J.H.U. CM-478, The Johns Hopkins Univ. Baltimore, Maryland, 1948
- (2) Eli Osssofsky, Constant Temperature Operation of the Hot Wire Anemometer at High Frequency, *Rev. Sci. Instrum.* Vol. 19, No. 12, Dec. 1948



- (3) P. Freymuth, Feedback Control Theory for Constant-Temperature Hot-Wire Anemometers, *Rev. Sci. Instrum.* Vol. 38, No. 5, May 1967
- (4) A.E. Perry and G.L. Morrison, A Study of the Constant-Temperature Hot-Wire Anemometer, *J. Fluid Mech.* Vol. 47, Part 3, pp. 577~599, 1971
- (5) N.B. Wood, A Method for Determination and Control of the Frequency Response of the Constant-Temperature Hot-Wire Anemometer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, Part 4, pp. 769~786, 1975
- (6) P. Freymuth, Frequency Response and Electronic Testing for Constant-Temperature Hot-Wire Anemometers, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 10, 705-10, 1977
- (7) A.J. Smits and A.E. Perry, The Effect of Varying Resistance Ratio on the Behavior of Constant-Temperature Hot Wire Anemometers, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 12, p. 451, 1980
- (8) P. Freymuth, The Effect of Varying Resistance Ratio on the Behavior of Constant-Temperature Hot Wire Anemometers, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 14, p. 1373, 1981
- (9) J.P. Bonnet and T.A. de Roquefort, Determination and Optimization of Frequency Response of Constant Temperature Hot-Wire Anemometers in Supersonic Flow, *Rev. Sci. Instrum.*, 51(2), Feb., 1980
- (10) G. Comte-Bellot, Hot-Wire Anemometry, In *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 8, pp. 209~231, Annual Reviews In., 1976
- (11) 이택식 · 고상근, 열선유속계의 시작 및 성능향상에 관한 연구, 서울대학교 공과대학 기계공학과, 1986