

<論 文>

1% Cr-Mo-V 강 회전자 축의 크리이프 특성과 수명 예측에 관한 연구 (I)[†]

조 판 근* · 정 순 호* · 장 윤 석* · 이 치 우**

(1986년 3월 7일 접수)

A Study on the Creep Properties and Life Prediction of 1% Cr-Mo-V Steel Rotor Shaft (I)

Phan-Keun Cho, Soon-Ho Chung, Yun-Souk Chang and Chi-Woo Lee

Key Words: Creep Properties(크리이프 특성), Min. Creep Rate(정상 크리이프 속도), Life Prediction(수명예측), Optimum Heat Treatment Conditions(최적 열처리 조건)

Abstract

This study was carried out to find out optimum heat treatment conditions for improved creep properties and to estimate creep life of 1% Cr-Mo-V-Steel rotor shaft.

The effect of heat treatment on the creep properties of 1% Cr-Mo-V-Steel rotor shaft was investigated under the conditions of various heat treatment temperatures.

Experimental result shows that the best combination of quenching and tempering temperatures for good creep properties is 970°C~980°C quenching-660°C~680°C tempering sequence.

A master curve for 1% Cr-Mo-V-Steel rotor shaft was obtained using Larson-Miller parameter and curvilinear regression method.

Life prediction at the maximum stress concentration points in the rotor was computed about 21.9×10^5 hours, if the rotor shaft would be continuously operated at 530°C and be influenced by the effect of creep strain only.

1. 서 론

화력발전소의 터빈 회전자 축은 약 530°C 온도에서

[†] '85년도 대한기계학회 추계학술대회(11.9)에서 발표

* 정희원, 한국중공업(주) 기술연구소

** 정희원, 경남대학교 공과대학 기계설계학과

장시간 사용되므로 주로 고온 크리이프에 의한 손상을 받는다.

따라서 고온 교압 회전자 축용 재질에는 1% Cr-Mo-V 강이 주로 사용되고 있으며, 이 강종으로 제작된 회전자 축의 적절한 열처리방법 모색을 위하여 많은 연구⁽¹⁻⁴⁾가 행해지고 있다.

또한 회전자 축의 가동수명에 영향을 주는 주요한 요

소로 가동 및 가동 중지시의 비정상 상태에서의 저주기피로⁽⁵⁾와 장시간 고온에서 사용함에 따른 크리이프의 효과⁽⁶⁾를 같이 고려하여야 한다. Leven⁽⁷⁾ 및 Yamaguchi 등⁽⁸⁾은 크리이프 분위기하에서 크리이프-피로 상호작용을 연구한 바 있으며, Maruyama 등^(8,9)은 단시간의 크리이프 시험결과로부터 Larson-Miller 방법 및 기타 수명 예측방법으로 예측한 수명이 실제 장시간 시험결과와 잘 일치함을 보고하고 있다.

본 연구에서는 우선 1차적으로 한국중공업에서 제조한 실제의 터어빈 회전자축에서 시편을 채취하여 화력 발전소 터어빈의 작동 온도에서의 크리이프 거동을 실험하고, Larson-Miller 법 및 Orr-Sherby-Dorn 법⁽¹⁰⁾에 의하여 수명을 예상하였으며 열처리 조건의 변화에 따른 크리이프 특성 변화를 고찰하였다.

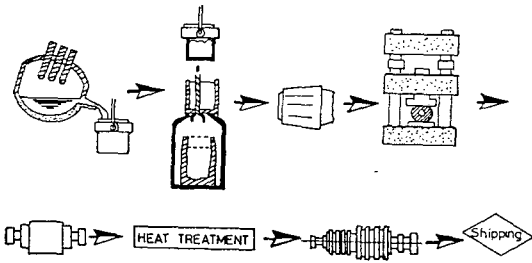


Fig. 1 Manufacturing sequence of turbine rotor shaft

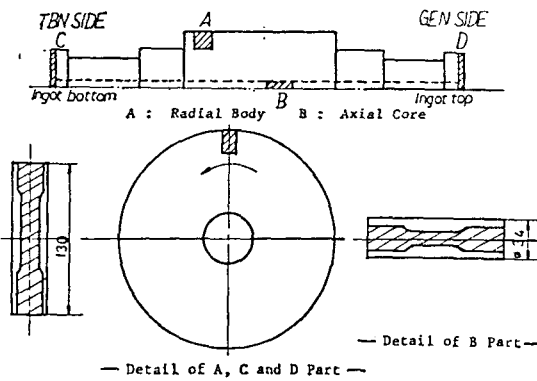


Fig. 2 Sampling position and details

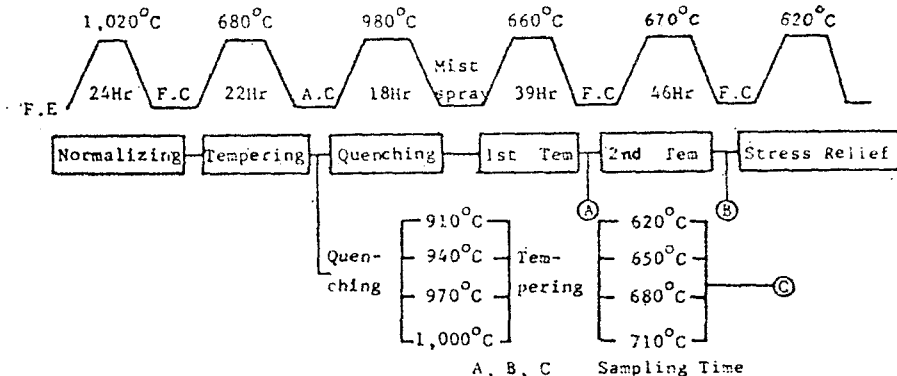


Fig. 4 Heat treatment cycle and sampling time

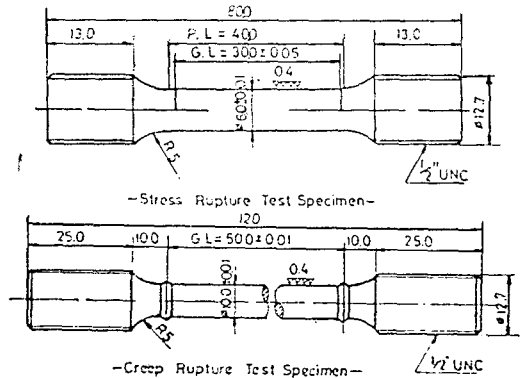


Fig. 3 Creep test specimen

2. 실험방법

2.1 시편

실험에 사용된 시편은 Fig. 1의 공정에 따라 제작된 회전자 축에서 채취하였으며, 시편의 채취 위치 및 크기는 Fig. 2, 3과 같다. 열처리 온도에 따른 크리이프 특성을 조사하기 위하여 열처리과정 중에서 1차 템퍼링 후의 시편과 2차 템퍼링 후의 시편을 구분하여 채취하였다. 또 퀴칭-템퍼링 온도에 따른 크리이프 특성을 별도로 시험하였다. Fig. 4에 열처리 사이클과 각 시편 채취 시점을 표시하였다.

2.2 실험장치 및 실험방법

인장시험에 사용된 시험기는 Instron-1128로 5mm/min의 속도로 상온에서 실시하였으며, 시험에 이용된

시편은 ASTM A 370에 준했다. 크리이프 시험에 사용한 시험기는 미국 A.T.S 사의 Model 2240 multiple creep tester 및 Model 2710 single creep tester로서 레버비는 20 : 1이며 설정온도의 $\pm 2^{\circ}\text{C}$ 범위로 자동 온도조절하고, 시편의 변형량은 신장계와 L.V.D.T에 의해 시간에 따라 자동적으로 기록계에 입력시켰다.

크리이프 시험에 적용된 온도와 응력 조건은 교양회전자 축의 크리이프 시험에 주로 사용되는 일반적인 기

준^(11,12)을 따랐으며 Table 1에 표시하였다. 실험에 사용된 회전자 축 및 시편의 화학성분은 Table 2와 같다.

Table 1 Creep test condition

Temp. ($^{\circ}\text{C}$)	500	550	600	650	700
Stress(kg/mm ²)	39	35, 30	20	11	10, 8

Table 2 Chemical composition of turbine rotor shaft (Wt %)

Material		1% Cr-Mo-V-Steel									
C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	V	Al	Sb	
0.34	0.06	0.78	0.007	0.007	0.33	1.05	1.37	0.24	0.015	0.002	

3. 실험 결과

3.1 기계적 성질시험

인장, 연신율, 단면수축율 및 충격시험 결과를 회전자 축에서의 채취위치에 따라 측정하였으며, 그 결과를 Fig. 5(a)(b)(c)에 표시하였다.

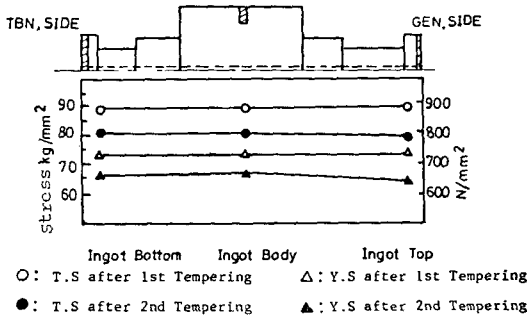


Fig. 5(a) Tensile strength of turbine rotor shaft

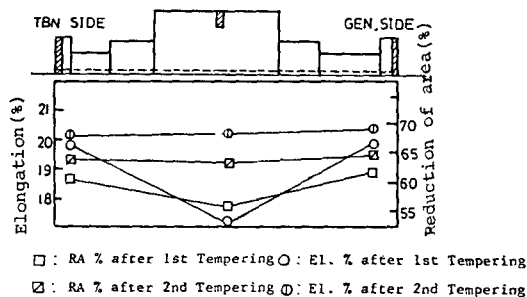
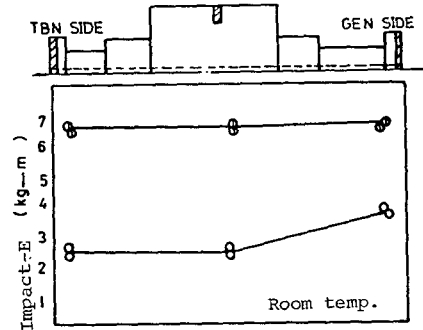


Fig. 5(b) Ductility of turbine rotor shaft



○ : After 1st Tempering ⊙ : After 2nd Tempering

Fig. 5(c) Absorption energy of turbine rotor shaft

3.2 크리이프 시험결과

Table 1의 조건으로 응력파단시험을 실시하여 파단 시간과 온도 및 응력과의 관계를 Fig. 6에 표시하였다. 또한 단면수축율과 온도 및 응력과의 관계는 Fig. 7과 같다. 550 $^{\circ}\text{C}$, 30kg/mm²의 조건으로 크리이프 파단시험을 한 결과를 Fig. 8에 표시하였다. 900 $^{\circ}\text{C}$ ~1,000 $^{\circ}\text{C}$ 범위에서 퀴칭하며 620 $^{\circ}\text{C}$ ~710 $^{\circ}\text{C}$ 범위에서 템퍼링을 실시한 시편의 크리이프 파단 데이터와 1차 및 2차 템퍼링 후의 시편에 대한 크리이프 파단 데이터와의 비교를 위하여 퀴칭 및 템퍼링 온도별로 대비하여 Fig. 9에 도시하였다.

4. 고찰

4.1 열처리에 따른 크리이프 특성

먼저 퀴칭 처리후 템퍼링 유지시간에 따른 기계적 성

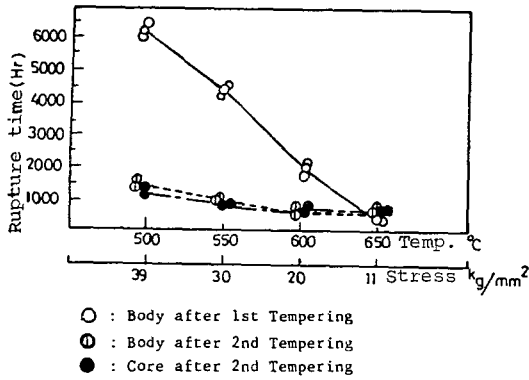


Fig. 6 Results of stress rupture test
—rupture time—

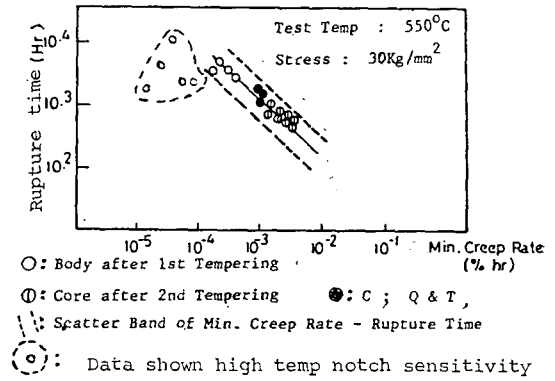


Fig. 8 Relation between rupture time and min. creep rate

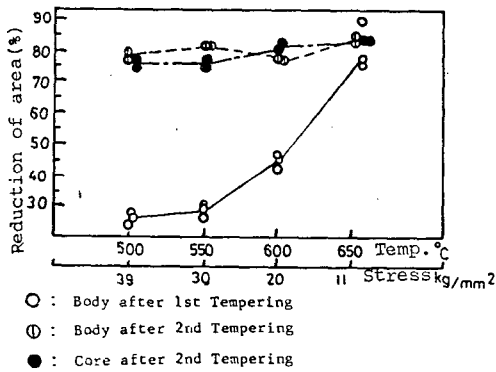


Fig. 7 Results of stress rupture

질의 변화를 보면, 1차 템퍼링 후의 인장강도는 2차 템퍼링 후에 비해 높으나, 1차 템퍼링 후의 연신율 및 단면수축율, 충격치가 회전자 축에서의 위치별로 불균일한데 비해 2차 템퍼링후는 회전자 축 전위치에 걸쳐 균일한 값을 나타내고 있다.

한편 크리프 특성 변화를 고찰하여 보면, 2차 템퍼링한 시편의 정상 크리프 속도는 1차 템퍼링한 시편에 비해 약 10배정도를 나타내고 있다.

즉, 2차 템퍼링의 실시에 따라 크리프 파단수명이 단축되었고 단면수축율이 증가 하였으며, 정상 크리프 속도의 증가 현상이 나타났다.

이는 템퍼링 유지 시간이 길어짐에 따라 석출탄화물의 조대화, 페라이트와 상부베이나이트, 템퍼드마르텐

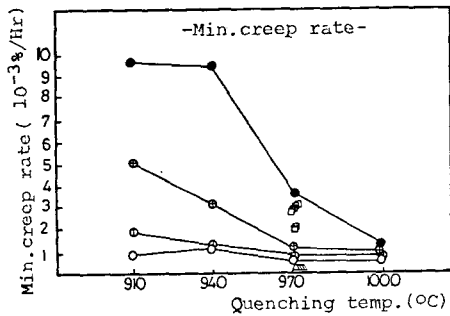


Fig. 9 Variation of creep properties by the different heat treatment

사이트 등의 혼합조직의 과포화 해소, 오스테나이트 결정립 미세화등의 영향에 의하여 크리이프 파단성질의 저하를 가져오는 것으로 사료되며, 이는 Finkler 등⁽¹³⁾의 연구결과와 잘 일치하고 있다.

Fig. 10, 11에 탄화물 조대화등 조직의 변화를 Fig. 12, 13에 오스테나이트 결정립 미세화를 나타내었다.

크리이프 변형 및 파괴과정이 전체를 통하여 어떤 일정한 활성화 에너지를 갖는 단일 과정으로 생각하면 크

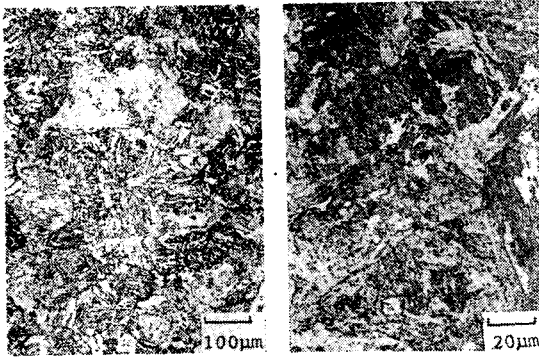


Fig. 10 Microstructure after 1st tempering

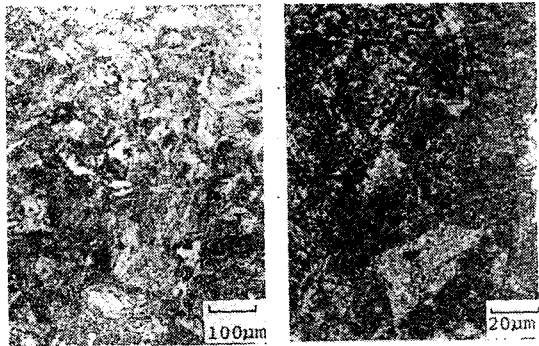


Fig. 11 Microstructure after 2nd tempering

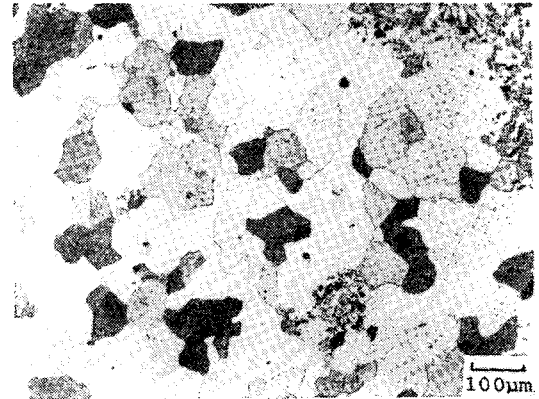


Fig. 12 Austenite grain size after 1st tempering (No : 4.5)

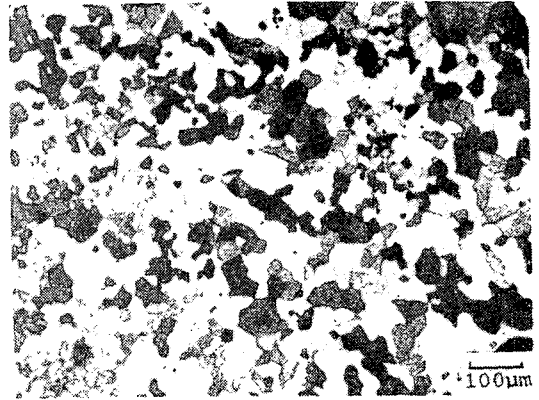


Fig. 13 Austenite grain size after 2nd tempering (No : 6.0)

리이프 파단 데이터와 크리이프 속도 데이터는 어떤 상관관계를 갖는다고 할 수 있으며 실제 광범위한 재료에 대해 크리이프 파단 수명과 정상 크리이프 속도와의 관계는 다음 식(1)로 표시되는 Monkman-Grant 식⁽¹⁰⁾을 만족시킨다.

$$Y = C - m \cdot X \quad (1)$$

Y : $\log tR$, tR 은 파단시간 (hr)

X : $\log cR$, cR 은 정상 크리이프 속도

m, C : 재료정수

크리이프시험 결과에서 정상 크리이프 속도와 파단시간과의 관계를 Fig. 8에 표시하였으며, 양자의 관계는 Monma 등⁽¹⁰⁾이 구한 산포밴드내에 직선상으로 분포하며, 최소자승법으로 구한 직선식은 식 (2)와 같다.

$$Y = 0.87 - 0.78X \quad (2)$$

식(2)의 유도에서 제외된 데이터는 전부 고온 노치 감도를 나타내어 시편의 표점거리 바깥에서 파단된 것으로서 식(2)와는 큰 차이를 나타내었다.

고온 노치감도는 주로 오스테나이트화 온도 1,000°C 이상일 경우 템퍼링온도에 관계없이 크리이프 시험에서 거의 나타났으며, Priante 및 Salinetti 등⁽¹⁴⁾은 오스테나이트화 온도의 상승(오스테나이트 결정립의 커짐)과 고온 노치감도와의 관계를 연구하며 보고한 바 있다.

Fig. 9에서 퀴징온도와 템퍼링 온도에 따른 크리이프특성 변화를 살펴본 결과, 퀴징온도가 970~980°C 범위에서 템퍼링온도가 660°C~680°C 일 때 회전자 축의 요구 크리이프 특성치^(10,11,12,15)에 가장 잘 부합되는 것을 알 수 있다.

4.2 주파단 곡선과 수명예측

회전자 축의 수명예측을 위하여 식 (3, 4)로 표시되는 ISO 6303 에 의한 Larson-Miller 법과 Orr-Sherby-Dorn 법^(16,17)을 사용하고자 한다.

(가) Larson-Miller 법

$$P = T(C + Y) \tag{3}$$

(나) Orr-Sherby-Dorn 법

$$P = Y - Q/2.303 RT \tag{4}$$

P : $T \cdot T \cdot P$ (시간-온도지수)

Y : $\log tR$, tR 는 파단시간(hr)

$C=20$

$Q=100\text{kcal/mol}$

R : 기체 상수

T : 절대 온도

Fig. 14 는 Larson-Miller 지수에 의한 결과치 및 Curran 등⁽¹⁸⁾이 조사한 1% Cr-Mo-V 강 회전자 축의 주파단곡선 산포밴드를 함께 표시하며, Fig. 15 는 Orr-Sherby-Dorn 법에 의한 지수값의 결과치를 표시한다.

Fig. 14, 15 에서 회전자 축의 작동온도를 530°C 와 540°C 로 할 경우 100,000 시간 크리이프 파단 강도를 구하면 Table 3 과 같다.

여기서, 100,000 시간 크리이프 파단 강도는 약 16.0 ~ 18.1kg/mm² 으로써 Table 4 의 설계조건 80MPa 와 비교할 때, 본 회전자 축은 약 2 배정도의 크리이프 파단강도를 갖는다고 할 수 있다.

$L.M.P$ 및 $O.S.D.P$ 와 같은 시간-온도지수를 \log '응력'의 다항식으로 표현하면 다음과 같다.

$$T.T.P = B_0 + B_1X + B_2X^2 + \dots + B_kX^k \tag{5}$$

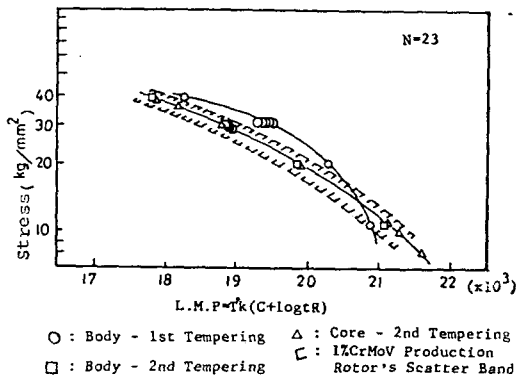
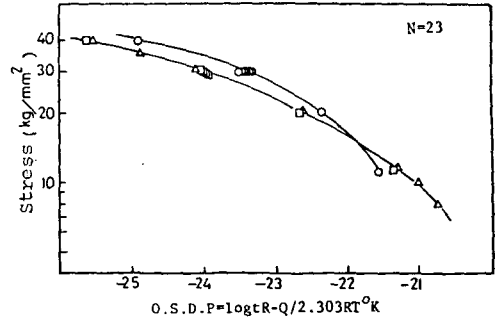


Fig. 14 Master curve of turbine rotor shaft and curran's scatter band



○ : Body - 1st Tempering △ : Core - 2nd Tempering
□ : Body - 2nd Tempering

Fig. 15 Master curve according to O.S.D. parameter

$$S.E.E = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n - k - N_p - 1} \tag{6}$$

X : $\log tS$, tS 는 응력

B_0, B_1, \dots, B_k : 다항식의 계수

$S.E.E$: 표준 추정 오차

Y_i : $\log tR$, tR 는 파단시간

\hat{Y}_i : Y_i 의 추정치

n : 데이터의 수

k : 차수

N_p : 지수에 포함된 재료 정수의 수

크리이프 시험 데이터를 식 (5)에 대입한 후 중회귀 분석 컴퓨터프로그램 (DIANO-SPCMAT.SAV)을 사용하여 구한 다항식은 Table 5 와 같다.

회전자 축의 작동중 가장 큰 응력을 받는 고압부위 및 중압부위를 각각 길이가 긴 균질실린더로 고려하여 원심응력을 계산하면 Fig. 16 과 같다.⁽²⁰⁾

여기서, 가장 큰 응력이 작용되는 점은 중심공에 가까운 지점으로 고압부위에서는 10.56kg/mm² 이다. 이 결과를 Table 5 의 다항식으로 구한 주파단곡선에 대입하면, 화력발전소 터빈의 작동온도가 530°C, 회전속도가 3,600r.p.m 일 경우 회전시의 부하가 최고응력 ($\sigma_{\theta\theta}=10.56\text{kg/mm}^2$)에서 순수 크리이프 변형만을 고려할 때 터빈 회전자 축의 수명은 약 21.9×10^5 hrs 정도로 예측된다.

Table 3 Rupture strength (100,000Hr, predicted) of turbine rotor shaft(kg/mm²)

Condition	Larson-miller method	Orr-sherby-dorn method
10 ⁵ Hr : 530°C	18.1	17.3
10 ⁵ Hr : 540°C	16.0	15.9

Table 4 Design criteria for turbine rotor shaft⁽¹⁹⁾

Temp. regime	Steel type	Spec.	Y.S kg/mm ² (MPa)	T.S kg/mm ² (MPa)	F.A.T.T 50	10 ⁵ Hr, 540°C kg/mm ² (MPa)
570°C	Ferritic low all	A470CL8 30CrMoV 511	59.7(585)	73.9(725)	120°C	8.16(80)

Table 5 Coefficients of polynomial equation

T.T.P	K	P.C	B ₀	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	S.E.E
L.M	3	20.0	18737.4	2874.5	2434.48	2870.48	—	—	0.1042
O.S.D.P	5	100.0	-15.5978	-6.4291	0.1841	2.0270	-0.1102	0.7093	0.0782

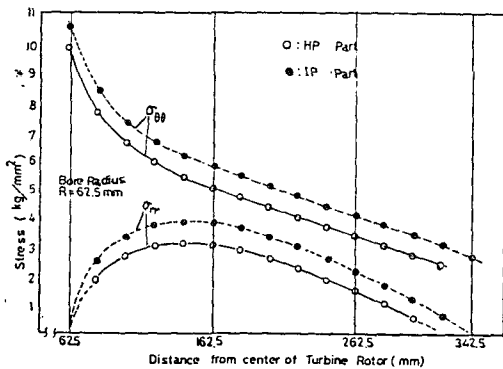


Fig. 16 Centrifugal stress distribution of turbine rotor shaft

실제 터빈 회전자 축의 수명을 정확히 예측하기 위하여는 터빈 작동시의 여타조건인 반복응력에 의한 저주기 피로의 영향과 회전자 축 제조시에 포함될 수 있는 미세크랙과 비금속개재물 등이 파괴 인성에 미치는 영향, 그리고 회전자 축에 부하될 수 있는 충격부하 등의 인자들을 종합하여 고려하여야 한다.

이는 다음의 수명연구(II)에서 상세히 연구코져 한다.

5. 결 론

1% Cr-Mo-V 강 회전자 축의 크리이프 특성과 수명의 예측에 관한 실험결론은 다음과 같다.

(1) 퀸칭온도 970°C~980°C와 템퍼링온도 660°C~680°C의 열처리 조건에서 이 재료의 가장 우수한 크리이프 특성을 나타낸다.

(2) 화력발전소의 터빈 운전조건을 530°C, 3,600 r.p.m 으로 하고, 최고압력, 10.56kg/mm² 이 나타나는 부위에서 순수 크리이프 변형만을 고려하면 터빈 회전자 축의 예상가동수명은 약 21.9×10⁵hr 가 된다.

(3) 100,000 시간 크리이프 파단강도는 L.M 법에 의

하면 18.1kg/mm²(530°C)와 16.0kg/mm²(540°C), D.S.D 법에 의하면 17.3kg/mm²(530°C)와 15.9kg/mm²(540°C)로서 2 정도의 안전계수를 갖는다.

(4) 회전자 축의 항복강도와 인장강도는 각각 65kg/mm², 80kg/mm² 정도이며, 회전자 축 전부위에 걸쳐 기계적 성질 및 크리이프 특성이 고르게 나타났다.

(5) 1차 템퍼링한 시편의 크리이프 파단시간이 2차 템퍼링한 시편에 비해 500°C 및 550°C에서 2~3 배 길게 나타났다. 그 이유는 석출 탄화물의 조대화와 혼합조직의 과포화해소, 오스테나이트 결정립의 미세화 등에 기인한다.

References

- (1) J. McCann, J.W. Boardman and J.F. Norton: "An Examination of Structural and Property Variations within Large Intermediate-Pressure 1% CrMoV Rotor Forgings", J. Iron Steel Inst. Vol. 211, No. 1, pp.66~74, 1973
- (2) J.F. Norton and A. Strang: "Improvement of Creep and Rupture Properties of Large 1% CrMoV Steam Turbine Rotor Forgings", J. Iron Steel Inst. Vol. 207, No. 2, pp.193~203, 1969
- (3) A.D. Batte and M.C. Murphy: "The Production Heat Treatment of 1% CrMoV Steam Turbine Rotors for Creep Resisting Service", Stahl und Eisen 98, No. 18, pp.941~949, 1978
- (4) Ragnar Ekbom: "Turbine Rotors, Design and Material Requirements", Rotor Forgings for TBN and GEN. R.I. Jaffee, Pergamon Press, 3-202, 1980, N.Y.
- (5) 山口弘二, 鈴木直之, 井島清 "クリープ破断延性値を用いたクリープ疲れ寿命豫測法", 鐵と鋼 71, No.

11, p.104, 1985

(6) D.A. Weisz et al: "Analysis of T.V.A Gallatin No. 2 Unit Turbine Rotor Burst, Part II Mechanical Analysis", 1976 ASME-MPC Symposium on Creep-Fatigue Interaction. Curran ed., ASME G. 112, 1976, N.Y

(7) M.M. Leven: "The Interaction of Creep and Fatigue for a Rotor Steel", Experimental Mech, Vol. 13, No. 9, pp.353~372, 1973

(8) 丸山公一, 及川洪: "1%CrMoV 鋼のクリープ曲線の關數表示", 鐵と鋼, Vol. 71, No. 5, 85-S-503, 1985

(9) 丸山公一, 及川洪: "1% CrMoV 鋼の長時間クリープ曲線とクリープ壽命の豫測", 鐵と鋼, Vol. 71, No. 5, 85-S-504, 1985

(10) 横井信, 門馬義雄: "長時間クリープ破斷強さの推定", 鐵と鋼, Vol. 65, No. 7, p.112, 1979

(11) HITACHI. DOC. No. STM-008

(12) WESTINGHOUSE. PROC. SPEC No.600773

(13) H. Finkler et al: "Heat Treatment of 1% CrMoV Steel with Special Regard to the Effects of the Quenching Rate in the Properties", Rotor Forgings for TBN. and GEN. R.I Jaffee, Pergamon Press, 5-83, N.Y. 1980.

(14) M. Priante, T. Sallinetti.: "Relationship between Structure and High Temperature Properties of 1% CrMoV Steel Rotor Forging", Soc. Terni. Technical Rep. 1978. 7.

(15) 조판근: "1% CrMoV Rotor Shaft 의 열처리 에 따른 Creep 특성" 産業技術情報誌(韓國重工業) Vol. 4, No. 4, p. 87, 1985

(16) 藤田利夫, 門馬義雄, 木原重光: 「ISO 6303 に準據したクリープ破斷データ挿法の手引(第1版)」(1983年7月)「日本鐵鋼協會」

(17) R.M. Goldhoff: "Time-Temperature Parameters for Creep Rupture Analysis", ASM Publ. No. D8-100, ASM.

(18) R.M. Curran: "Progress in the Development of Large Rotor Forging", Convegno Internazionale Della Fucinatura (1970) May, Terni, Italy(Preprint).

(19) U. Berg and K.H. Friedl: "On the Limits in the Design of Large Turbine Rotors Operating at Elevated Temperature", Rotor Forgings for TBN and GEN. R.I. Jaffee. Pergamon Press. 3-65, N.Y. 1980

(20) 이성대: "Stress Analysis of Generator and Rotor" 韓國重工業 Turbine 發電機設計室 Report No. 3., 1985.6

[부 록]

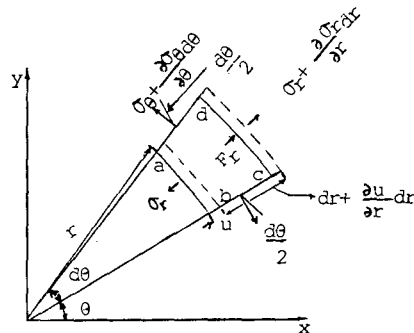
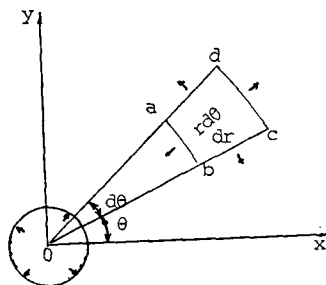
1% Cr-Mo-V 강 회전자 축의 응력해석

1. 정 의

r-방향만 고려하면

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr \right) (r+dr) d\theta - \sigma_r r d\theta - \sigma_\theta dr \frac{d\theta}{2} \\ & - \left(\sigma_\theta + \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) dr \frac{d\theta}{2} + F_r r dr d\theta = 0 \\ & \sigma_r r d\theta + \sigma_r dr d\theta + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} r dr d\theta + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr r d\theta - \sigma_r r d\theta \\ & - \sigma_\theta dr \frac{d\theta}{2} - \sigma_\theta dr \frac{d\theta}{2} - \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} d\theta dr \frac{d\theta}{2} \\ & + F_r r dr d\theta = 0 \\ & \sigma_r dr d\theta + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} r dr d\theta - \sigma_\theta dr d\theta + F_r r dr d\theta = 0 \end{aligned}$$

rdrdθ 로 나누면



$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0$$

r-방향만 고려하므로

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \quad (1)$$

그리고,

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{dr + \frac{\partial u}{\partial r} dr - dr}{dr} = \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{(r+u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r} \\ r_{,r} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

식 (2)에서

$$\frac{du}{dr} - \varepsilon_r = \frac{d}{dr}(r\varepsilon_\theta) - \varepsilon_r = 0$$

따라서

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{du}{dr} = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) \end{aligned} \right\}$$

식 (4)에서

$$\sigma_r - \nu\sigma_\theta = E \cdot \varepsilon_r, \quad \sigma_\theta = E\varepsilon_\theta + \nu\sigma_r$$

$$\sigma_r - E\nu\varepsilon_\theta - \nu^2\sigma_r = E\varepsilon_r$$

$$\sigma_r(1-\nu^2) = E(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r) = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

원심력만 고려하면 $F_r = \rho\omega^2 r$ 이므로 식 (1)에서

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (6)$$

식 (5)을 식 (6)에 대입하면

$$\left. \begin{aligned} \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{d^2u}{dr^2} + \nu \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \nu \frac{u}{r^2} \right) \\ + \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{(1-\nu)}{r} \frac{du}{dr} - \frac{(1-\nu)}{r^2} u \right] &= -\rho\omega^2 r \\ \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{1}{r^2} u &= -\frac{1-\nu^2}{E} \rho\omega^2 r \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

식 (7)에 r^2 을 곱하면

$$r^2 \frac{d^2u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - u = -\frac{1-\nu^2}{E} \rho\omega^2 r^3 \quad (8)$$

(1) $U_h = r^m$ 을 식 (7)에 대입하면

$$m(m-1)r^m + mr^m - r^m = 0$$

$$m = \pm 1$$

$$\therefore U_h = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} \quad (9)$$

(2) $U_p = A_0 + A_1 r + A_2 r^2 + A_3 r^3$ 을 식 (8)에 대입하면

$$8A_3 r^3 + 3A_2 r^2 - A_0 = -\frac{(1-\nu^2)}{E} \rho\omega^2 r^3$$

$$A_0 = A_1 = A_2 = 0 \quad A_3 = -\frac{(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 r^3$$

$$\therefore U_p = -\frac{(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 r^3 \quad (10)$$

$$U = U_h + U_p = -\frac{(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 r^3 + C_1 r + C_2 \frac{1}{r} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (5)에 대입하면

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right) \\ &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[-\frac{(3+\nu)(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 r^2 + (1+\nu)C_1 \right. \\ &\quad \left. - (1-\nu) \frac{C_2}{r^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (12-1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right) \\ &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[-\frac{(1+3\nu)(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 r^2 + (1+\nu)C_1 \right. \\ &\quad \left. + (1-\nu) \frac{C_2}{r^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (12-2)$$

식 (11) 및 식 (12)의 C_1, C_2 는 경계조건에서 구해진다.

일반경계 조건을 설정하면,

$$\sigma_r \Big|_{r=a} = f_i$$

$$\sigma_r \Big|_{r=b} = f_e$$

$$\left. \begin{aligned} f_i = \sigma_r \Big|_{r=a} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[-\frac{(3+\nu)(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 a^2 + (1+\nu) \right. \\ &\quad \left. C_1 - (1-\nu) \frac{C_2}{a^2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} f_e = \sigma_r \Big|_{r=b} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[-\frac{(3+\nu)(1-\nu^2)}{8E} \rho\omega^2 b^2 + (1+\nu) \right. \\ &\quad \left. C_1 - (1-\nu) \frac{C_2}{b^2} \right] \end{aligned} \right\}$$

$(f_e - f_i)$ 에서 C_1 및 C_2 을 구하면

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} (a^2 + b^2) \rho\omega^2 + \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{b^2}{b^2 - a^2} f_e \\ &\quad - \frac{1-\nu}{E} \frac{a^2}{b^2 - a^2} f_i \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} a^2 b^2 \rho\omega^2 + \frac{(1+\nu)}{E} \frac{a^2 b^2}{b^2 - a^2} \\ &\quad (f_e - f_i) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

그러므로

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \left(a^2 + b^2 - r^2 - \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho\omega^2 + \frac{b^2}{b^2 - a^2}$$

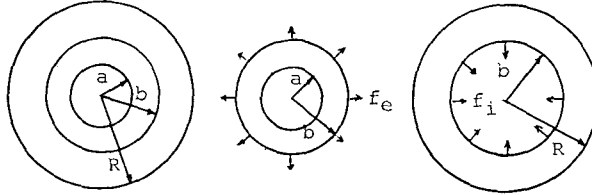
$$\left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) f_e + \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1 \right) f_i$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{3+\nu}{8} \left(\frac{a^2 b^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 + a^2 + b^2 \right) \rho\omega^2 \\ &\quad + \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) f_e - \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1 \right) f_i \end{aligned} \right\}$$

$$u = \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} \left(a^2 + b^2 - \frac{1+\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 r + \frac{1-\nu}{E} \frac{b^2 r}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2}{r^2} \right) f_e$$

$$\left. \frac{a^2}{r^2} \right) f_e - \frac{1-\nu}{E} \frac{a^2 r}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{b^2}{r^2} \right) f_i \quad (15)$$

경계조건을 $u_1 \Big|_{r=b} = u_2 \Big|_{r=b}$, $f_e = f_i$ 로 하면



(a) $\sigma_r, \sigma_\theta, u$ (b) $\sigma_r \Big|_{r=b} = f_e$ (c) $\sigma_r \Big|_{r=b} = f_i$
 $\sigma_{r1}, \sigma_{\theta1}, u_1$ $\sigma_{r2}, \sigma_{\theta2}, u_2$

$$\sigma_{r1} = \frac{3+\nu}{8} \left(a^2 + b^2 - r^2 - \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 + \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) f_e$$

$$u = \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} \left(a^2 + R^2 - \frac{1+\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 r + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2 R^2}{r^2} \rho \omega^2 r \quad (16)$$

$$\sigma_{\theta1} = \frac{3+\nu}{8} \left(\frac{a^2 b^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 + a^2 + b^2 \right) \rho \omega^2 + \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) f_e$$

2. 응력 해석

$$u_1 = \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} \left(a^2 + b^2 - \frac{1+\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 r + \frac{1-\nu}{E} \frac{b^2 r}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{a^2}{r^2} \right) f_e$$

- (가) 회전자축에 대한 기본 데이터
 - (1) 정격 가동속도.....3,600r.p.m.
 - (2) 재 료.....1% Cr-1% Mo-1/4% V 강
 - (3) 강의 비중은 7.85로 계산 $\rho = 8.01 \times 10^{-10} \text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{mm}^4$
 - (4) 회전자 축의 본체를 주로 고려하여 길이가 긴 균질 실린더로 해석
 - (5) 강의 Poisson's ratio 는 0.3으로 계산함

$$\sigma_{r2} = \frac{3+\nu}{8} \left(b^2 + R^2 - r^2 - \frac{b^2 R^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 + \frac{b^2}{R^2 - b^2} \left(\frac{R^2}{r^2} - 1 \right) f_i$$

(나) 회전자 축의 응력해석

$$\sigma_{\theta2} = \frac{3+\nu}{8} \left(\frac{b^2 R^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 + b^2 + R^2 \right) \rho \omega^2 - \frac{b^2}{R^2 - b^2} \left(\frac{R^2}{r^2} + 1 \right) f_i$$

- $\nu = 0.3$
- $\rho = 8.01 \times 10^{-10} \text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{mm}^4$
- $\omega = 3,600 \text{r.p.m} = 120\pi \text{ rad/sec.}$
- 회전자 축의 중심공의 반경 $a = 62.5 \text{mm}$
- 회전자 축의 평균 반경 $b = \text{고압부위 } 321.6 \text{mm}$
 $\text{중양부위 } 343.5 \text{mm}$

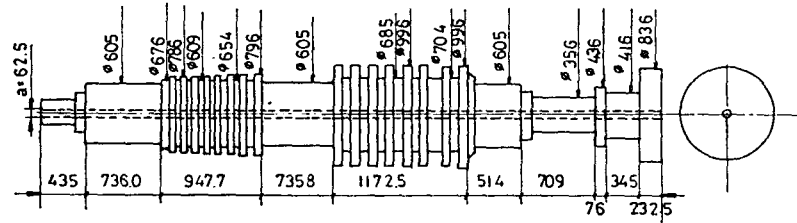
$$u_2 = \frac{(3+\nu)(1-\nu)}{8E} \left(b^2 + R^2 - \frac{1+\nu}{3+\nu} r^2 + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{b^2 R^2}{r^2} \right) \rho \omega^2 r - \frac{(1-\nu)b^2 r}{E(R^2 - b^2)} \left(1 + \frac{(1+\nu)R^2}{(1-\nu)r^2} \right) f_i$$

식 (16)에 상기의 값들을 대입하여 회전자 축에 대한 접선방향응력($\sigma_{\theta\theta}$)와 반경방향응력(σ_{rr})를 구한다.

$$\therefore f_e = f_i = \frac{3+\nu}{8} \frac{(b^2 - a^2)(R^2 - b^2)}{b^2} \rho \omega^2$$

$$\therefore \sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \left(a^2 + R^2 - r^2 - \frac{a^2 R^2}{r^2} \right) \rho \omega^2$$

$$\sigma_\theta = \frac{3+\nu}{8} \left(\frac{a^2 R^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 + a^2 + R^2 \right) \rho \omega^2$$



—Turbine rotor shaft after fine machining—