

<論 文>

접합 점근법을 이용한 고체입자의 점화에 관한 연구

백승욱*

(1986년 1월 31일 접수)

A Matched Asymptotic Analysis of Dust Particle Ignition

Seung Wook Baek

Key Words: Ignition(점화), Matched Asymptotic Analysis(접합 점근법), Activation Energy(활성화에너지), Detonation(폭발), Explosion(폭발)

Abstract

The energy required for initiation and propagation of dust detonations in tubes of finite diameter depends on the structure of the reaction zone, and especially upon the length of the induction zone which is determined by the ignition delay time of the fuel/oxidizer mixture. To establish the length of the induction zone in dust detonations, the shock wave ignition of dust particles was investigated theoretically. In its model the particle acceleration, subsequent convective heating by the hot gas flow, and chemical exothermic surface reaction in pores as well as on the surface of the particle were taken into consideration. An asymptotic analysis for the limit of large activation energy was carried out for a spherical geometry with constant average values of gas recovery temperature and convective heat transfer coefficient. A formula for calculating the ignition delay times could be obtained and compared with the experimental results for coal dust.

1. 서 론

고체입자의 점화현상은 폭발(detonation)화염의 내부구조중 유도부(induction zone)와 밀접한 관계를 가지고 있다. 또한 특정한 직경의 원판에서의 화염발생과 전파에 필요한 에너지도 화염의 유도부에 의존한다. 이러한 폭발화염의 유도부 길이는 연료와 산화제의 혼합물의 점화지연시간(ignition delay time)을 측정함으

로써 예측할 수 있다. 특정 혼합물의 점화현상은 또한 그 혼합물의 폭발성(detonability)과 연소성(flammability)과도 관계가 있다.

물질의 점화현상은 3가지 형태로 나눌수 있는데 고체, 기체, 이질상태점화(solid, gas, heterogeneous phase ignition) 등이다.

고체상태의 점화에 관해서 Bradley⁽¹⁾는 일정한 열전달량 상태에 있는 고체연료에 대해 에너지식을 수치적으로 해석하였고 Liñán과 Williams^(2,3), Niioka와 Williams⁽⁴⁾는 무한평판연료의 점화에 대해 접합 점근법을 적용하였다. 산화제의 확산영향을 고려하는 이질상

* 경희원, 한국과학기술원 기계공학과

태 점화에 대해서는 여러 사람에^(5~7) 의해 복사, 전도 및 대류등의 여러점화 조건 상태에서 접합 점근법에 의해 해석되었다. Kindelan과 Williams^(8,9)는 복사에 의한 연료의 기체상태 점화에 대해 해석해를 구하였다.

실험적으로는 Boiko 등⁽¹⁰⁾, Anderson과 Gillespie⁽¹¹⁾ Hwang과 Pillay⁽¹²⁾ 그리고 Sichel 등⁽¹³⁾에 의해 여러 종류의 고체입자에 대해 점화지연 시간이 측정되었다.

금속성 고체입자의 점화연구에서는 Biot 수가 매우 작으므로 고체입자내에서 균일한 온도분포를 가정할수 있으나 석탄이나 꼭식가루 등의 고체입자는 매우 높은 대류열전달 상태에서 점화될 때 매우 높은 온도구배가 성립되어 비오수는 1 정도의 값을 취하게 된다. 이때 고체입자 내부의 온도분포는 고체점화에 있어 중요한 역할을 하게 된다.

본 연구에서는 구모양의 석탄가루나 꼭식가루등 비금속성 고체입자가 압축파(shock wave)에 의해 생성된 고온의 기체속에 놓여있을때 일어나는 점화현상을 활성화에너지(activation energy)가 큰 경우의 접합 점근법을 이용 해석하였다. 이렇게 하여 얻어진 석탄입자에 대한 점화지연시간을 실험치와 비교 이의 타당성을 입증하였다.

2. 01 론

Davis 등⁽¹⁴⁾은 크고작은 여러 크기의 석탄입자로 이루어진 혼합물의 점화지연시간은 가장 작은 석탄입자의 점화지연 시간에 해당하는 것을 주시하고 압축파에 의한 점화조건 하에서는 서로 다른 입자간의 상호작용은 무시될 수 있다고 가정했다. 그러므로 본 연구에서는 입자 하나에 대한 점화이론모델을 세우기로 한다. 즉 입자들은 골고루 잘 분포되어 있고 그 모양은 주로 가정한다.

압축파에 의해 압축 및 가열된 기체의 유동내에 존재하는 고체입자에 대한 운동방정식은 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

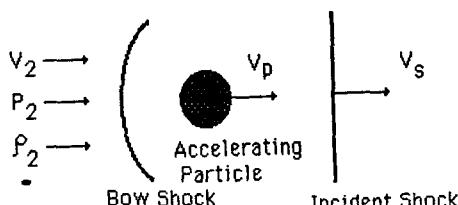


Fig. 1 Schematic of interaction of a shock wave with a particle

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_c \frac{dV_p}{dt} = \frac{1}{2} C_d \rho_2 \pi R^2 (V_2 - V_p)^2 \quad (1)$$

여기서 ρ_c 와 ρ_2 는 각각 고체입자 및 기체의 밀도이며 V_p 와 V_2 는 입자와 기체의 속도이다. R 은 고체입자의 반경이며 C_d 는 저항계수(drag coefficient)이다. 이때 C_d 는 Henderson⁽¹⁵⁾에 의해 주어진 실험치가 사용되었다.

기체의 입자에 대한 상대속도 $V_2 - V_p$ 과 음속 이상일 경우 Fig. 1에서와 같이 굽어진 압축파(bow shock)가 고체입자 앞에 생성된다.

고체입자는 고온기체에 의해 가속 및 가열되는데 이 때 앞서 언급한 바와같이 압축파에 의한 점화현상은 고체입자 내부의 비정상 온도 변화를 고려해야 한다.

화학반응에 의한 열생성과 원주방향의 대칭성을 가정한 비정상에너지 식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{u'''(r, t)}{\rho_c C} \quad (2)$$

여기서 α 와 C 는 고체입자의 열확산율(thermal diffusivity) 및 비열이며 T 는 온도, r 은 반경방향축, t 는 시간이다. 열생성량 u''' 는 고체입자의 표면반응(surface reaction)에 의한 발열량을 나타내는데 다음식으로 표시될 수 있다⁽¹⁶⁾.

$$u''' = Q \rho_c S_i P_{O_2} A \exp\left(-\frac{E}{R' T}\right) \quad (3)$$

여기서 S_i 는 단위질량당 내부표면적(internal surface area)이며 Q 는 발열량이다. P_{O_2} 는 산소의 부분압을 나타내며 A 와 E 는 각각 상수 및 활성화 에너지이다.

또한 R' 은 일반기체상수를 나타낸다. 고체입자 표면에서의 경계조건은

$$K_c \frac{\partial T}{\partial r}(R, t) = h(t)[T_r(t) - T(R, t)] \quad (4)$$

으로 표시될 수 있다. 여기서 K_c 는 고체입자의 열전도율, T_r 는 기체온도(gas recovery temperature)이다. 입자의 중심에서의 경계조건은 구대칭 가정으로부터

$$\frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0 \quad (5)$$

로 표시될 수 있다.

입자의 초기조건은 $T_r = 295K$ 이다.

식 (4)의 열대류계수(convective heat transfer coefficient) $h(t)$ 는 Reynolds 수와 마하수(Mach number)에 의존하는데 Fox 등⁽¹⁷⁾에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$Nu = \frac{2\exp(-M)}{1+17M/Re} + 0.459Pr^{0.33}Re^{0.55}$$

$$\frac{1+0.5\exp(-17M/Re)}{1.5}$$

$0 < Re < 10,000, 0 < M < 6$

여기서 Nu 과 Pr 은 각각 Nusselt 수와 Prandtl 수이
며 M 과 Re 는 각각 마하수와 레이놀즈수이다.

3. 접합 점근법(Matched Asymptotic Analysis)

본 연구에서 접합 점근법은 열전달계수 h 와 기체온도 T_f 가 식 (4)에 있어 시간에 대해 평균치를 취할 때 적용된다.

다음의 무차원 변수를 이용하여

$$\theta = \frac{rT}{RT_i}, \quad \tau = \frac{\alpha t}{R^2}, \quad \xi = \frac{r}{R} \quad (6)$$

식 (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + A' \xi \exp\left(-\frac{E' \xi}{\theta}\right) \quad (7)$$

$$E' = \frac{E}{RT_i}, \quad A' = \frac{Q\rho_c S_i P_{o_2} AR^2}{K_c T_i} \quad (8)$$

초기조건 $T = T_i = 295K$ 는

$$\theta(\xi, 0) = \frac{r}{R} = \xi \quad (9)$$

로 표시된다.

이때 Baek⁽¹⁸⁾이 설명한 바와같이 식 (1)~(5)의 수치해석해는 고체입자가 접화되기까지 고체입자의 중심온도는 초기조건인 295K 에 머물러 있음을 보여 준다. 그러므로 경계조건 (5)는 $T(0, t) = 295K$ 로 대체할 수 있다.

그러므로 무차원화된 고체입자 중심과 표면에서의 경계조건은 다음과 같이 된다.

$$\theta(0, \tau) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi}(1, \tau) - \theta(1, \tau) = B_i \left[\frac{T_f}{T_i} - \theta(1, \tau) \right] \quad (11)$$

$$B_i = \frac{hR}{K_c}$$

식 (7)은 $\theta_1 = \frac{E'}{\ln A'}$ 을 이용하여 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \xi \exp\left[\frac{E'}{\theta_1} \left(\frac{\theta - \theta_1 \xi}{\theta} \right)\right] \quad (12)$$

이때 접화온도 θ_c 에서 접화가 일어나기 위해서는 $\theta_1 > 1$ 이 만족되어야 한다. 고체입자의 표면 $\xi=1$ 에서 $\frac{E'}{\theta_1} \rightarrow \infty$ 인 경우, 식 (12)의 우변 마지막항은 $\theta < \theta_1$ 인 경우 대단히 작은 값을 취하게되고 $\theta > \theta_1$ 인 경우 대단

히 큰값을 취한다. 그러므로 $\frac{E'}{\theta_1} \rightarrow \infty$ 인 경우 $\theta < \theta_1$ 이

성립되는 τ 의 범위에서 식 (12)의 우변 둘째항은 무시될 수 있을만큼 작기 때문에 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \quad (13)$$

식 (13)으로부터 조건 (9)~(11)하에서 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$\theta_1 = \frac{B\xi}{1+Z} + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin(\lambda_n \xi) \exp(-\lambda_n^2 \tau) \quad (14)$$

여기서 변수들은 다음과 같다.

$$B = \frac{B_i T_f}{T_i}, \quad B_i = \frac{hR}{K_c}, \quad Z = B_i - 1$$

$$\beta_n = \frac{4 \left(1 - \frac{B}{1+Z} \right) \left(\frac{\sin \lambda_n}{\lambda_n} - \cos \lambda_n \right)}{2\lambda_n - \sin(2\lambda_n)}$$

λ_n 은 다음 식을 만족하는 특성값이다.

$$\tan \lambda_n = -\frac{\lambda_n}{Z}$$

이 때 $\frac{\theta_1}{E'}$ 가 가장 낮은 차수(order) 하에서 $\theta_1 = \theta_1$ 은 접화온도를 나타낸다. 왜냐하면 온도가 θ_1 에 도달했을 때 온도가 갑자기 증가하기 때문이다.

무차원 접화지연시간을 τ_c 라 하고 그에 해당하는 $\xi=1$ 에서의 무차원 온도를 θ_c 라고 하면 θ_c 는 다음과 같이 된다.

$$\theta_c = \theta_1(1, \tau_c)$$

$$= \frac{B}{1+Z} + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin(\lambda_n) \exp(-\lambda_n^2 \tau_c) \quad (15)$$

온도가 화학반응에 의해 갑자기 증가하는 것을 조사하기 위해 다음과 같은 변수를 도입한다.

$$\phi = \theta - \theta_1 \quad (16)$$

ϕ 에 대한 지배방정식은 식 (16)을 식 (7)이나 (12)에 대입함으로써 다음과 같이 구할수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \xi A' \exp\left(-\frac{E'}{\theta_c}\right) \exp\left[\left(\frac{E'}{\theta_c}\right) \left(\frac{\theta_1 - \theta_c \xi + \phi}{\theta_1 + \phi}\right)\right] \quad (17)$$

경계 및 초기조건은 다음과 같이 나타내진다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi}(1, \tau) = (1 - B_i) \phi(1, \tau)$$

$$\phi(0, \tau) = 0 \quad (18)$$

$$\phi(\xi, 0) = 0$$

이때 최대온도치는 Baek⁽²⁰⁾에서와 같이 고체입자의 표면에서 일어난다. 그러므로 식 (14) 및 (15)를 이용

하여 $\tau = \tau_c$, $\xi = 1$ 에 대해 전개하면 다음 식이 얻어진다.

$$\theta_1 = \theta_c + \sum_{n=1}^{\infty} [-C_n(1-\xi) + D_n(\tau - \tau_c)] \quad (19)$$

여기서

$$\begin{aligned} C_n &= \beta_n \lambda_n \cos(\lambda_n) \exp(-\lambda_n^2 \tau_c) \\ D_n &= -\beta_n \lambda_n^2 \sin(\lambda_n) \exp(-\lambda_n^2 \tau_c) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (19)를 식 (17)에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + A' \exp\left(-\frac{E'}{\theta_c}\right) \exp\left(\left(\frac{E'}{\theta_c^2}\right)\right. \\ &\quad \left. \left\{ (\xi-1) \sum_{n=1}^{\infty} C_n + (\tau - \tau_c) \sum_{n=1}^{\infty} D_n + \Phi \right\} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

이 얻어진다.

$E' \rightarrow \infty$ 인 경우 접합 점근법에 의해 Φ 에 대한 해를 구하려고 할 경우 두 영역을 고려해야 한다. 만약 ξ 와 τ 항이 지수항에서 같은 차수를 갖도록 식 (21)을 확장(stretch)하면 $\frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$ 의 차수가 $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2}$ 보다 높음을 알 수 있다. 그러므로 고체표면에서의 내부 반응확산(inner reactive-diffusive) 영역에서는 비정상효과가 무시될 수 있으므로 Φ 는 다음 형태를 취한다.

$$\Phi = \delta^2 \Psi_0(x, \sigma) + \delta^3 \Psi_1(x, \sigma) + \delta^4 \Psi_2(x, \sigma) + \dots \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} \delta &= \theta_c E'^{-1/2} \\ \sigma &= \frac{E'}{\theta_c^2} K_2(\tau - \tau_c) + b_0 \\ \text{and } b &= \ln[A' K_2^{-1/2} K_1^{-1} \delta \exp(-E'/\theta_c)] \\ &= b_0 + b_1 \delta + b_2 \delta^2 + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

$$x = \delta^{-1/2} K_1(1-\xi)$$

$$K_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n, \quad K_2 = \sum_{n=1}^{\infty} D_n$$

고체의 내부인 외부 비정상확산(outer transient-difusive) 영역에서는 열반응항이 무시될 수 있으므로 Φ 는 다음의 형태를 취한다.

$$\Phi = \delta^2 \omega_0(\eta, \sigma) + \delta^3 \omega_1(\eta, \sigma) + \delta^4 \omega_2(\eta, \sigma) + \dots \quad (24)$$

여기서 η 는 비정상확산 영역에서 $\frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$ 의 차수가 $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2}$

과 같다는 조건으로 부터 다음과 같이 구하여 진다.

$$\eta = \delta K_2^{1/2} K_1^{-1} x = \delta^{-1} K_2^{1/2} (1-\xi)$$

식 (22)와 (23)을 식 (21)에 대입했을 때 $\frac{\partial \Phi}{\partial \tau}$ 의 차수는 $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2}$ 보다 높다. 그러므로 내부반응확산 영역에서

식 (21)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial x^2} + \delta \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} + \delta^2 \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} - \delta^2 K_1^{-2} K_2 \frac{\partial \Psi_0}{\partial \sigma} + 0\{\delta^3\} \\ = -\delta K_1^{-1} K_2^{1/2} \exp[\sigma - x + \Psi_0 + \delta \Psi_1 + \delta b_1] \end{aligned}$$

$$+ 0\{\delta^2\}] \quad (25)$$

식 (18)로부터 초기조건은

$$\Psi_j(x, -\infty) = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

경계조건은

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial x}(0, \sigma) = \frac{\partial \Psi_1}{\partial x}(0, \sigma) = 0$$

이 된다.

내부반응확산 영역에서 δ 의 차수가 가장 낮을 때 식 (25)은 경계조건 $\frac{\partial \Psi_0}{\partial x}(0, \sigma) = 0$ 와 함께 $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0$ 이 된다. 그해는 $\Psi_0 = \Psi_0(\sigma)$ 로 나타내질 수 있는데 $\Psi_0(\sigma)$ 는 접합조건(matching condition)으로부터 구하여질 수 있다.

δ 의 차수가 1 일때 식 (25)는

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x^2} = -K_1^{-1} K_2^{1/2} \exp[\sigma - x + \Psi_0(\sigma)]$$

이 되는데 그해는 경계조건 $\frac{\partial \Psi}{\partial x}(0, \sigma) = 0$ 으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= -K_1^{-1} K_2^{1/2} [\exp(-x) + x + f_1(\sigma)] \exp[\sigma \\ &\quad + \Psi_0(\sigma)] \end{aligned}$$

여기서 $f_1(\sigma)$ 는 접합조건으로부터 구하여진다.

식 (23)과 (24)를 식 (21)에 대입함으로써 외부비정상확산 영역에서

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_0}{\partial \sigma} - \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial \eta^2} + \delta \left(\frac{\partial \omega_1}{\partial \sigma} - \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial \eta^2} \right) + 0\{\delta^2\} \\ = \delta^{-1} K_1 K_2^{-1/2} \exp[-\delta^{-1} K_1 K_2^{-1/2} \eta] \\ + 0\{1\} \end{aligned} \quad (26)$$

이 얻어진다.

식 (18)로부터 초기조건은

$$\omega_j(\eta, -\infty) = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

경계조건은

$$\omega_j(\delta^{-1} K_2^{1/2}, \sigma) = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

이 얻어진다.

두 영역에서는 접합조건은 다음과 같다.

외부(outer) 영역에서의 첫째항 $\omega_0(\eta, \sigma)$ 은 내부(inner) 영역 변수로 전개했을 때

$$\omega_0(0, \sigma) + \delta K_2^{1/2} K_1^{-1} x \frac{\partial \omega_0}{\partial \eta}(0, \sigma) + \dots$$

이 된다. 그러므로 외부영역 첫째항에서 내부영역변수로 전개, δ 의 차수가 0과 1인 항을 취하면

$$\begin{aligned} \omega_0(0, \sigma) + \delta K_2^{1/2} K_1^{-1} x \frac{\partial \omega_0}{\partial \eta}(0, \sigma) = \omega_0(0, \sigma) \\ + \eta \frac{\partial \omega_0}{\partial \eta}(0, \sigma) \end{aligned} \quad (27)$$

이 된다. 한편 내부 영역의 두항 $\Psi_0(x, \sigma) + \delta \Psi_1(x, \sigma)$ 은 외부 영역 변수로 전개 했을 때

$$\Psi_0(\sigma) + \delta \left[-K_1^{-1} K_2^{1/2} \left\{ \exp \left(-\frac{K_2^{-1/2} K_1 \eta}{\delta} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{K_2^{-1/2} K_1 \eta}{\delta} + f_1(\sigma) \right\} \exp(\sigma + \Psi_0(\sigma)) \right]$$

이 된다. 여기서 δ 의 차수가 0인 항을 취하면

$$\Psi_0(\sigma) - \eta \exp[\sigma + \Psi_0(\sigma)] \quad (28)$$

이 된다.

이때 식 (27)과 (28)이 같다는 접합조건으로부터

$$\omega_0(0, \sigma) = \Psi_0(\sigma)$$

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \sigma}(0, \sigma) = -\exp[\sigma + \omega_0(0, \sigma)] \quad (29)$$

이 얻어진다.

δ 의 차수가 가장 낮을 때 식 (26)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \sigma} - \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial \eta^2} = 0 \quad (30)$$

식 (18)로부터 초기조건은

$$\omega_0(\eta, -\infty) = 0 \quad (31)$$

이 얻어지며 경계조건은 $\omega_0(\delta^{-1} K_2^{1/2}, \sigma) = 0$ 이 얻어지는데 $\delta^{-1} \rightarrow \infty$ 인 경우 경계조건은

$$\omega_0(\infty, \sigma) = 0 \quad (32)$$

이 된다. 식 (29)~(32)는 Liñán 과 Williams⁽⁴⁾에 의해 수치적으로 해가 구하여졌는데 시간 $\sigma = b_0 = -0.431$ 에 ω_0 가 무한대에 가까워진다.

$\sigma = -0.431$ 을 이용하여 점화지연시간 τ_c 는 식 (15)과 (23)으로부터 구하여 진다.

4. 결 론

Fig. 2에 (*)로 표시된 접합 점근법에 의해 구해진 석탄입자에 대한 점화지연시간이 수치해석 및 실험치^(13, 18)와 비교되어 있다. 종축은 로그눈금으로 나타내 있고 횡축은 압축파의 마하수와 함께 압축파에 의해 가열된 기체의 온도가 초기온도 295K에 의해 부차원화된 형태로 나타나 있다. 수치해석에 의해 얻어진해는 기체온도(gas recovery temperature)와 대류열전달계수(convective heat transfer coefficient)가 고체입자가 가속됨에 따라 변화하는 경우에 대해 얻어졌다. 접합 점근법에 의한 해에서는 수치해석에서 쓰인 시간에 따른 기체온도 및 열전달계수를 점화가 일어나기 까지 시간으로 시간 평균한 값을 사용하였다. 결과에서 보듯이 접합 점근법에 의해 얻어진 해는 평균 기체온도 및 대류열전달계수가 사용되었음에도 실험 및 수치해석치와 잘 일치하고 있다.

이는 결론적으로 압축파에 의한 고체입자의 점화에서 고체입자의 가열에 걸리는 시간이 중요한 인자임을

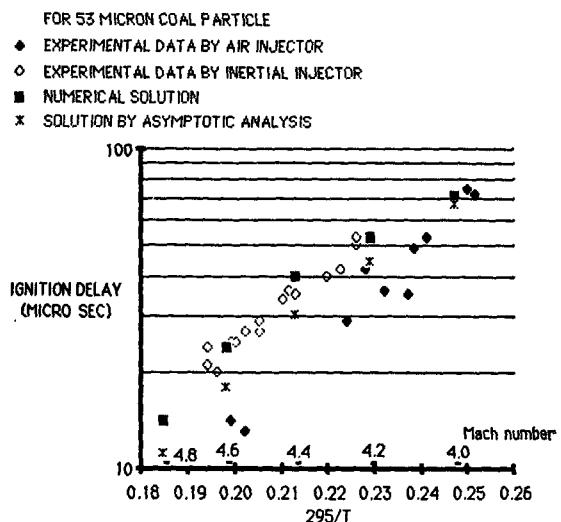


Fig. 2 Comparison of asymptotically computed and measured ignition delays for coal dust

잘 보여주고 있다.

References

- (1) Bradley, H.H., Jr, Theory of Ignition of a Reactive Solid by Constant Energy Flux, Combustion Science and Technology, Vol. 2, pp. 11~20, 1970
- (2) Liñán, A. and Williams, F.A., Theory of Ignition of a Reactive Solid by Constant Energy Flux, Combustion Science and Technology, Vol. 3, pp. 91~98, 1971
- (3) Liñán, A. and Williams, F.A., Radiant Ignition of a Reactive Solid with In-Depth Absorption, Combustion and Flame, Vol. 18, pp. 85~97, 1972
- (4) Niioka, T. and Williams, F.A., Ignition of A Reactive Solid in a Hot Stagnation Point Flow, Combustion and Flame, Vol. 29, pp. 43~54, 1977
- (5) Kindelan and Liñán, A., Gasification Effects in the Heterogeneous Ignition of a Condensed Fuel by a Hot Gas, AFOSR Technical Report 73-2535, European Office of Aerospace Research and Development, 1976
- (6) Bradley, H.H., Jr and Williams, F.A., Theory of Radiant and Hypergolic Ignition of Solid Propellants, Combustion Science and Technology, Vol 2, pp. 41~52, 1970

- (7) Niioka, T., Heterogeneous Ignition of a Solid Fuel in a Hot Stagnation Point Flow, Combustion Science and Technology, Vol. 18, pp. 207~215, 1978
- (8) Kindelan, M. and Williams, F.A., Radiant Ignition of a Combustible Solid with Gas Phase Exothermicity, Acta Astronautica, Vol. 2, pp. 955~979, 1976
- (9) Kindelan, M. and Williams, F.A., Gas Phase Ignition of a Solid with In-Depth Absorption of Radiation, Combustion Science and Technology, Vol. 16, pp. 47~58, 1977
- (10) Boiko, V.M., Fedorov, A.V., Fomin, V.M., Papyrin, A.N., and Soloukin, R.I., Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 87, p. 71, AIAA, New York, 1981
- (11) Anderson, W.H. and Gillespie, F. L., Surface Ignition of Explosives and Propellants by a Hot, Stagnant Gas Pocket, Combustion Science and Technology, Vol. 24, p. 35, 1980
- (12) Hwang, C.C. and Pillay, S., Ignition Delay of Coal Particles in Shock Heated Air, Combustion Science and Technology, Vol. 18, pp. 241~245, 1978
- (13) Sichel, M., Baek, S.W., Kauffman, C.W., Marker, B., Nicholls, J.A., and Wolanski, P., The Shock Wave Ignition of Dusts, AIAA Journal, Vol. 23, pp. 1374~1380, 1985
- (14) Davis, W.P., Baer, A.D., and Ryan, N.W., A Shock Tube Ignition of a Utah Coal, Combustion and Flame, Vol. 58, pp. 201~215, 1984
- (15) Henderson, C.B., Drag Coefficient of Spheres in Continuum and Rarefied Flows, AIAA Journal, Vol. 14, pp. 707~708, 1976
- (16) Field, M.A., Gill, D.W., Morgan, B.B., and Hanksley, P.G.W., Combustion of Pulverized Coal, The British Coal Utilization Research Association, Leatherhead, 1967
- (17) Fox, T.W., Rackett, C.W. and Nicholls, J.A., Shock Wave Ignition of Magnesium Powders, Proceeding of 11th International Symposium on Shock Tubes and Waves, University of Washington, 1977
- (18) Baek, S.W., The Ignition of Dust Particles behind Moving Shock Waves, Ph. D. Thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, MI, 1985