

<論 文>

時間 從屬的 荷重을 받는 보가 軸荷重을 받을 때의 動特性

—固體粘性 考慮—

鄭 泰 鎮* · 朴 榮 祖**

(1986年 1月 20日 接受)

Dynamic Characteristics of a Beam Subjected to an Axial Force and a Force of Time Dependent Frequency
—Effect of Solid Viscosity—

Tae Jin Chung and Young Jo Park

Key Words: Dynamic Characteristics(動特性), Vibration(振動), Axial Force(軸荷重), Euler Beam(오일러 보), Time Dependent(時間從屬)

Abstract

Numerical analysis has been made on the dynamic behavior of a beam subjected to an axial force and the effect of solid viscosity when the frequency of external forcing passes through the first critical frequency of the beam.

Within the Euler beam theory the solutions are obtained by using finite Fourier and Laplace transformation methods with respect to space and time variables. Integrations involved in the theoretical results are carried out by Simpson's rule.

The result show that the maximum value of the dynamic deflection are much affected by the value of a solid viscosity, an axial force and the ratio of ω_{max}/ω_1 .

記 號 說 明

A : 斷面積

a : 常 數

b : 常 數

E : 영 係數

E^* : 相當彈性係數 $(=E+\eta\frac{\partial}{\partial t})$

$f(t)$: 外 力

I : 慣性 모우멘트

l : 길 이

N_0 : 軸荷重

N : 無次元 變數 $(=\frac{N_0}{N_{0cr}})$

N_{0cr} : $\frac{EI\pi^2}{l^2}$

q_0 : 單位 길이當의 外力

T : $\omega_1 t$

t : 時 間

w : 처 짐

* 正會員, 現代精工(株) 技術研究所

** 正會員, 漢陽大學校 工科學 機械設計學科

- α : $\frac{a}{2\omega_1^2}$
- β : $\frac{b}{3\omega_1^3}$
- η : 固動粘性係數
- λ : $\frac{\eta}{EI^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$
- ξ : $\frac{x}{l}$
- ρ : 密度
- Ω : ω_{\max}/ω_1
- Ω_N : $\Omega \sqrt{1-N}$
- ω_1 : $\frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$
- ω_{1N} : $\omega_1 \sqrt{1-N}$
- ω_{\max} : 最大角速度

1. 序 論

F. Lewis⁽¹⁻²⁾ 등은 外部起振力이 時間從屬의 振動數로 作用하여 構造物의 固有振動數를 지날 때에 系의 動特性을 研究하였으며, 한편 最近에 鈴木⁽³⁻⁵⁾은 軸荷重과 固體粘性을 各各 考慮하였을 境遇에 보의 動的인 特性을 研究하였다.

本 論文은 Voigt⁽⁶⁾型의 固體粘性을 갖는 單純持持보에 外部起振力이 $\sin\left(\frac{1}{2}at^2 + \frac{1}{3}bt^3\right)$ 인 꼴로 作用할 때에 軸荷重 및 角速度의 變化에 따른 動的 처짐 效果를 考察하였다.

停止狀態로부터 回轉하기 始作하여 系의 固有振動數를 지날 때에 動的 特性을 研究하므로써 回轉하는 機械裝置를 받쳐주는 構造物의 設計에 도움을 주고자 한다.

回轉角速度가 보의 危險速度를 지날 때에 動的처짐 振幅은 回轉加速度比나 回轉減速度比의 影響을 크게 받는다.

剪斷力과 回轉慣性이 보의 動的 처짐에 미치는 程度가 적으므로 이를 無視하였다⁽⁷⁾.

보에 對한 運動方程式의 解는 Euler-Bernoulli의 理論을 適用하였으며, 空間座標에 對하여는 Fourier 變換을 하였고, 時間에 對하여는 Laplace 變換을 하였다

한편 解에 包含된 積分에 對하여는 Simpson의 方法에 依하여 數值積分을 하였다.

起振力이 時間從屬의 振動數로 作用하여 보의 固有振動數를 지날 때에 보의 動的처짐 振幅은 加速比나 減速比 또는 軸荷重과 固體粘性에 따라서 크게 影響을 받는다는 것을 밝혔다.

2. 理論解析

次元과 座標는 Fig. 1과 같으며, 보에는 外力 $f(t)$ 가 等分布 狀態로 作用한다고 假定하였다.

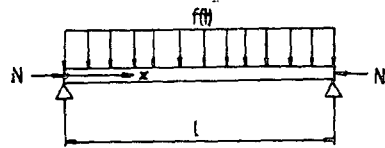


Fig. 1 Co-ordinates and beam dimensions

固體粘性和 軸荷重을 考慮하고 아래와 같은 假定下에 보의 運動方程式을 求하면 다음과 같다.

보의 材質은 等方性和 均質性을 가지며, 應力과 變形率 關係는 線形的이며 Euler-Bernoulli 보로서 剪斷力과 回轉慣性은 無視하였다.

$$E^*I \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + N_0 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f(t) \tag{1}$$

여기서 $w(x,t)$ 는 x 點의 보의 처짐量이며 다른 記號는 記號說明表에 依하였다.

한편 外力 $f(t)$ 는

$$f(t) = q_0 \sin\left(\frac{1}{2}at^2 + \frac{1}{3}bt^3\right) \text{으로 假定하며, } E^* \text{는 相當彈性係數로서 Voigt model을 利用하였으며, 다음과 같다.}$$

$$E^* = E + \eta \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)$$

式 (1)을 無次元 變數 ξ 와 T 를 導入하면

$$\frac{\partial^4 w(\xi, T)}{\partial \xi^4} + \pi^2 \lambda \frac{\partial^2 w(\xi, T)}{\partial T \partial \xi^2} + \pi^2 N \frac{\partial^2 w(\xi, T)}{\partial \xi^2} + \pi^4 \frac{\partial^2 w(\xi, T)}{\partial T^2} = \frac{l^4}{EI} q_0 \sin(\alpha T^2 + \beta T^3) \tag{2}$$

式 (2)를 ξ 에 關하여 finite Fourier Sine 變換을 하며, 다음과 같이 定義한다.

$$w(n, T) = \int_0^1 w(\xi, T) \sin n\pi \xi \, d\xi \tag{3}$$

$$w(\xi, T) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} w(n, T) \sin n\pi \xi \tag{4}$$

式 (2)를 變換하여 整理하면

$$\frac{\partial^2 w(n, T)}{\partial T^2} + \pi^2 \lambda n^4 \frac{\partial w(n, T)}{\partial T} + (n^4 - Nn^2) w(n, T) = \frac{1}{\pi^4} \left\{ n\pi \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} (\xi, T) - n^3 \pi^3 w(\xi, T) + \lambda n \pi^3 \frac{\partial^3}{\partial T \partial \xi^2} w(\xi, T) \right\}$$

$$-\lambda n^3 \pi^5 \frac{\partial}{\partial T} w(\xi, T) + N n \pi^2 w(\xi, T) \cos n \pi \Big|_{\xi=0}^1 \\ + \frac{I^4 q_0}{EI \pi^5 n} \{1 - (-1)^n\} \sin(\alpha T^2 + \beta T^3) \quad (5)$$

兩端이單純支持된 보의境界條件은

$$w(\xi, T) \Big|_{\xi=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}(\xi, T) \Big|_{\xi=0} = 0 \\ w(\xi, T) \Big|_{\xi=1} = \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}(\xi, T) \Big|_{\xi=1} = 0 \quad (6)$$

境界條件式(6)을式(5)에代入하면

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial T^2}(n, T) + \pi^2 \lambda n^4 \frac{\partial \bar{w}}{\partial T}(n, T) \\ + (n^4 - N n^2) \bar{w}(n, T) = \bar{q}(n, T) \\ \bar{q}(n, T) = \frac{I^4 \{1 - (-1)^n\}}{EI \pi^5 n} q_0 \sin(\alpha T^2 + \beta T^3) \quad (7)$$

式(7)을 Laplace 變換하고 다음과 같이定義한다.

$$\bar{W}(n, s) = \int_0^\infty \bar{w}(n, T) e^{-sT} dT \quad (8)$$

$$\bar{w}(n, T) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \bar{W}(n, s) e^{sT} ds \quad (9)$$

위의定義에依하면式(7)은

$$S^2 \bar{W}(n, s) - S \bar{w}(n, 0) - \frac{\partial \bar{w}}{\partial T}(n, 0) \\ + \pi^2 \lambda n^4 \{S \bar{W}(n, s) - \bar{w}(n, 0)\} \\ + (n^4 - N n^2) \bar{W} = \bar{Q}(n, s) \\ \bar{Q}(n, s) = L\{\bar{q}(n, T)\} \quad (10)$$

初期條件은 $\bar{w}(n, 0) = 0, \frac{\partial \bar{w}}{\partial T}(n, 0) = 0$ 이며,式(10)

에代入하여整理하면

$$\bar{W}(n, s) = \frac{1}{S^2 + \pi^2 \lambda n^4 S + (n^4 - N n^2)} \cdot \bar{Q}(n, s) \quad (11)$$

Convolution theorem을利用하여逆變換하면

$$w(n, T) = \frac{\{1 - (-1)^n\} I^4 q_0}{\pi^5 EI n \left\{ (n^4 - N n^2) - \left(\frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 \right)^2 \right\}^{1/2}} \\ \times \int_0^T \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 (T - \tau) \right] \right. \\ \left. \sin \left\{ (n^4 - N n^2) - \frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 \right\}^{1/2} \right. \\ \left. (T - \tau) \sin(\alpha \tau^2 + \beta \tau^3) \right\} d\tau \quad (12)$$

式(4)로부터 $w(\xi, T)$ 를求하면

$$\frac{w(\xi, T)}{q_0 I^4 / \pi^5 EI} = \sum_{n=1}^\infty \frac{2 \{1 - (-1)^n\}}{n \left\{ (n^4 - N n^2) - \left(\frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 \right)^2 \right\}^{1/2}} \\ \times \left[\int_0^T \exp \left[-\frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 (T - \tau) \right] \sin \left\{ (n^4 - N n^2) \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\frac{1}{2} \pi^2 \lambda n^4 \right)^2 \right\}^{1/2} \times (T - \tau) \sin(\alpha \tau^2 + \beta \tau^3) d\tau \right. \\ \left. \times \sin n \pi \right] \quad (13)$$

3. 數値解析에 의한 結果 및 考察

本 研究에서 數値解效은 構造物의 設計時에 重要한 單純 支持보의 中央點 ($\xi=0.5$)의 動的처짐에 크게 影響을 미치는 無次元 軸荷重變數(N), 無次元 固體粘性變數(λ)와 α, β 및 Ω_n 에 對한 動的처짐을 다음의 3가지 境遇로 나누어서 考察하였다.

- (1) λ 를 考慮하였을 때의 N 과 λ 의 效果
- (2) α, β 를 함께 考慮하였을 때의 N 과 λ 의 效果
- (3) $\alpha, \beta, \lambda, N$ 을 同時에 考慮하였을 때의 Ω_n 의 效果

上記에서 얻어진 結果들을 綜合하여 '動的처짐을 圖表로 나타내었다.

數値解析은 Simpson's rule에 依하여 프로그램하여 處理하였으며, 各 數値는 無次元 變數를 利用하였다.

3.1 λ 를 考慮하였을 때의 N 과 α 의 效果

첫번째로 固體粘性效果를 考慮한 狀態에서 軸荷重을 받을 때에 回轉角速度의 變化에 依한 보의 動的처짐의 結果를 나타내면 Fig. 2(a), (b)와 같다.

Fig. 2(a)는 $\alpha \times 10^3 = 3, \beta = 0, \lambda \times 10^3 = 1.2, N = 0.8, 0.4, 0, -0.4$ 인 狀態에서 外力의 振動數가 보의

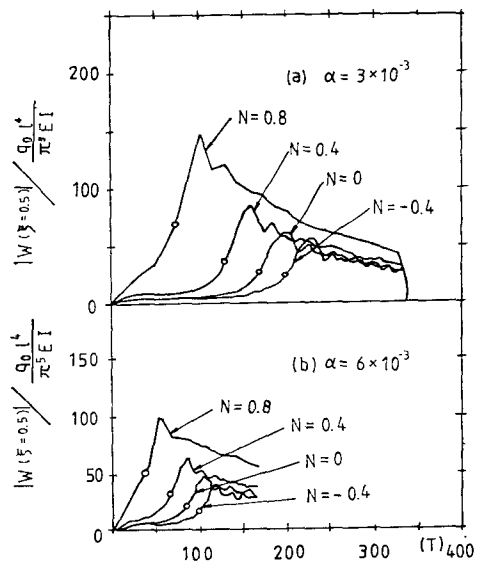


Fig. 2 Relationship between T and the extreme value of w

一次 固有振動數(그림에서 -o- 表示)를 지나면서 動的 처짐 振幅은 急激하게 增加하며, 軸方向의 引張荷重을 받아서 처짐 振幅이 減少하는 比率보다는 壓縮荷重을 받아서 增加하는 比率이 더 크다는 것을 나타내 주고 있다. 여기서 軸荷重은 一가 引張荷重이다. 한편 最大 처짐이 나타나는 때는 軸荷重이 作用하므로써 變化하며, 軸荷重의 引張荷重을 받으면 軸荷重이 作用하지 않는 境遇보다는 最大 처짐이 늦게 나타나며 反對로 軸方向의 壓縮荷重을 받으면 最大 처짐이 나타나는 때가 軸荷重이 作用하지 않는 境遇보다도 빨라진다.

한편 α 를 變化시켜서 $\alpha \times 10^3 = 6, \beta = 0, \lambda \times 10^3 = 1.2$ $N = 0.8, 0.4, 0, -0.4$ 인 狀態에서 보의 動的 처짐을 나타낸 것이 Fig. 2(b)이다. 角速度變化가 큰 境遇가 動的 最大 처짐이 적고, 또한 危險振動數에 이르는 時間이 빨라질 뿐만 아니라 動的 最大 처짐도 빨리 나타난다.

角加速度的 變化에 對한 動的 最大 처짐 값을 考察하기 爲하여 $\lambda \times 10^3 = 1.2$ 인 境遇에 α 의 變化에 對한 動的 最大 처짐을 Fig. 3에 나타내었다.

Fig. 3은 $\alpha \times 10^3 = 2.5, 3, 4, 6, \beta = 0, \lambda \times 10^3 = 1.2$ 그리고 $N = 0.8, 0.4, 0, -0.4$ 인 狀態에서 動的 最大 처짐이 나타나는 時間과 軸荷重 및 角速度의 變化에 對한 影響을 나타낸 것이다. 軸荷重의 方向이 引張 狀態에서 壓縮 狀態로 變化함에 따라서 最大 처짐 振幅의 變化率은 커지며 보다 빨리 最大 처짐에 이른다.

에에 같은 크기의 荷重을 引張荷重으로 作用시켰을 때와 壓縮荷重으로 作用시켰을 때의 보의 動的 처짐의 特性은 引張荷重의 境遇보다는 壓縮 狀態의 境遇가 變化率이 크다.

外力의 角速度 變化率에 對한 보의 最大 動的 처짐은 보가 引張荷重을 크게 받을 수록 角速度 變化에 對한

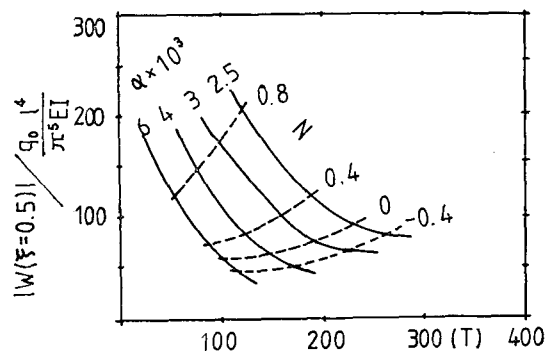


Fig. 3 Relationships between T and the ext. value of W for $\alpha \times 10^3 = 2.5, 3, 4$ and $6, \lambda \times 10^3 = 1.2 N = -0.4, 0.04$ and 8

影響을 적게 받으며 反對로 보가 壓縮荷重을 많이 받을수록 角速度의 變化에 依한 보의 動的 最大 처짐도 크게 나타난다. 한편 보가 同一한 軸荷重을 받고 있는 狀態에서 角速度 變化效果를 考察하면 軸荷重을 받지 않거나 引張荷重을 받을 때에는 動的 最大 처짐의 變化가 적으며 다만 最大 처짐 振幅이 늦게 나타나지만 보의 軸荷重이 壓縮荷重으로 作用하는 比가 클수록 角速度의 變化에 對한 影響을 크게 받게 되며 角速度變化가 클수록 最大 처짐 振幅이 低下하며 그 低下率은 壓縮荷重比가 增大될 수록 크게되는 것을 나타내주고 있다. 한편 軸荷重의 變化와 角速度의 變化를 Fig. 4에 나타내었다.

軸荷重이 引張 狀態에서 壓縮 狀態로 變化되면 모든 α 값의 變化率은 壓縮荷重이 增大할 수록 增加하며 그 增加率은 角速度 變化率이 클수록 보의 動的 처짐 增加率이 鈍化되는 것을 나타내 주고 있다.

固體粘性和 軸荷重과의 關係를 考察하기 爲하여 $\alpha \times 10^3 = 3, \beta = 0$ 일 때 $\lambda \times 10^3 = 0, 1.2, 2, 6, 8$ 그리고 10 일 때 軸荷重의 變化와 固體粘性이 보의 처짐에 미치는 效果에 對하여 數值解析한 結果를 Fig. 5에 나타

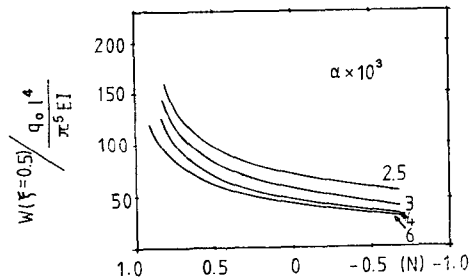


Fig. 4 Relationships between N and the ext. value of W for $\lambda \times 10^3 = 1.2 \alpha \times 10^3 = 2.5, 3, 4,$ and $6. \beta = 0$

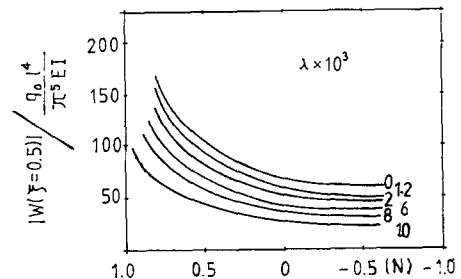


Fig. 5 Relationships between N and the ext. value of w for $\alpha \times 10^3 = 3 \beta = 0 \lambda \times 10^3 = 0, 1.2, 2, 6, 8,$ and 10

내었다.

固體粘性 係수가 클수록 보의 動的 最大 처짐은 減少되며 또한 軸 方向의 荷重이 引張狀態에서 壓縮狀態로 變化되면 보의 動的 처짐도 增大하며 그 增加率은 固體粘度가 클수록 鈍化된다.

α 와 固體粘性 效果를 考察하기 爲하여 $N=0.4$, $\beta=0$ 그리고 $\lambda \times 10^3=0, 1.2, 2, 4, 6, 10$ 의 境遇에 對하여 보의 動的 처짐의 狀態를 Fig. 6에 나타내었다.

角速度 變化率이 적을 수록 보의 最大 動的 처짐은 增大되며 固體粘性이 클수록 보의 動的 最大 처짐의 增加率은 減少한다.

3.2 α 와 β 를 함께 考慮하였을 때의 N 과 λ 의 效果

α 와 β 의 影響을 同時에 考慮하였을 때의 軸荷重과 보의 固體粘性 效果의 關係를 考察하고자 $\alpha \times 10^3=6$, $\beta \times 10^5=-1$, $\lambda \times 10^3=2$ 일때의 動的 처짐의 狀態를 無次元 軸荷重變數 $N=-0.4, 0, 0.4, 0.8$ 의 變化 狀態를 Fig. 7에 나타내었다.

여기서 β 가 -일 때는 外力의 振動數가 보의 危險 振動數를 2회 지나게 된다. Fig. 7은 $\Omega_N=1.2$ 일 때의 動的 처짐으로서 外力의 振動數가 보의 危險 振動數보다 20% 더 높게 加速되었다가 減速된 것이며, 外力

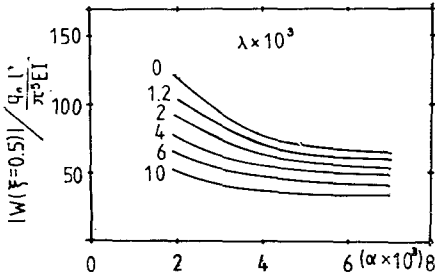


Fig. 6 Relationships between α and the ext. value of w for $\lambda \times 10^3=0, 1.2, 2, 4, 6, 10$ $\beta=0$ and $N=0.4$

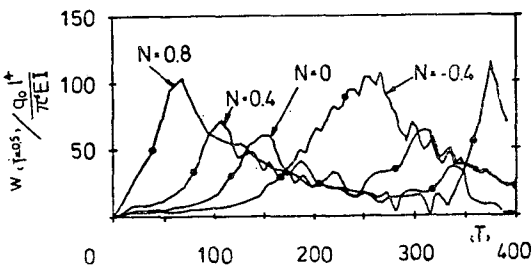


Fig. 7 Relationships between T and the extreme value of W for $\alpha=6 \times 10^{-3}$ $\beta=-10^{-5}$, $\lambda=2 \times 10^{-3}$, $N=-0.4, 0, 0.4$

이 보의 危險 振動數를 加速時와 減速時에 各各 한번씩 지나가는 境遇이다. 이 때의 보의 動的 처짐의 狀態는 外力의 角速度가 增加하면서 보의 危險 振動數를 지난 後에 急激히 上昇하다가 減少하게 되며, 다시 時間이 經過하면 外力은 最大의 角速度 ω_{max} 에 到達하게 된다 ω_{max} 의 角速度가 時間의 經過와 더불어 減少하게 되며 이 때에 보의 動的 처짐은 다시 急激하게 上昇하여 큰 振幅을 나타낸 後에 減少한다.

또다시 固體粘性和 軸荷重의 變化에 對한 最大 動的 처짐의 값을 考察하기 爲하여 $\Omega_N=1.2$, $\lambda \times 10^3=0, 1, 2, 3, 5, 10$, $\beta \times 10^5=-1$ 일때의 보의 動的 最大 처짐을 Fig. 8에 나타내었다.

위의 境遇는 $\Omega_N=1.2$ 로 一定하게 한 狀態에서 軸荷重과 固體粘性效果를 考慮하였을 때의 보의 動的 最大 처짐 振幅을 나타낸 것으로서 固體粘性이 減少 할수록 보의 動的 最大 처짐은 急上昇하며 軸方向에 壓縮荷重이 作用하게 되면 그 보의 처짐 振幅은 더욱 急激한 上昇變化를 나타낸다. 한편 보의 軸方向의 引張荷重이 作用하면 動的 最大 처짐 振幅은 減少하며 그 減少率은 壓縮의 境遇보다 相對的으로 鈍化 現象을 나타낸다.

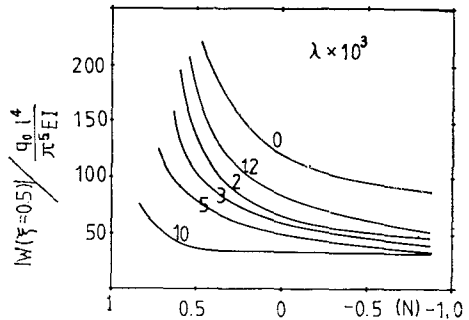


Fig. 8 Relationships between N and the ext. value of $|w|$ for $\lambda \times 10^3=0, 1.2, 2, 3, 5, 10$, and $\beta=-10^{-5}$

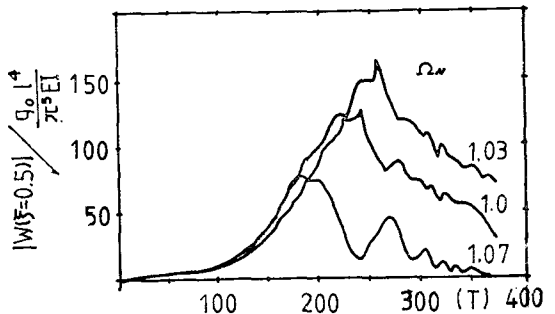


Fig. 9 Relationships between T and the ext. value $|w|$ for $N=-0.4$ $\beta=-10^{-5}$ $\Omega_N=1.01, 1.03$ and 1.07

3.3 $\alpha, \beta, \lambda, N$ 을 同時에 考慮하였을 때의

Ω_N 效果

外力의 回轉角速度를 어느 程度까지 加速시켰다가 다시 減速시키는 가에 따라서 보의 動的 最大처짐값의 變化를 Fig. 9에 나타내었다.

$N = -0.4, \lambda \times 10^3 = 1.2$ 일때 $\beta \times 10^5 = -1$ 로 一定하게 하고 α 만을 變化시켜서 $\Omega_N = 1.01, 1.03,$ 그리고 1.07 일때의 보의 動的 처짐을 나타낸 것이다.

外力의 最大角速度에 따라서 보의 動的 처짐 振幅이 크게 變化한다. Ω_N 의 變化에 따라서 最大 처짐이 變化하는 것을 考察하기 爲하여 $\beta \times 10^5 = -1, N = 0, \lambda \times 10^3 = 1.2$ 일때의 Ω_N 와 보의 動的 처짐과의 關係를 Fig. 10에 나타내었다.

固體粘性을 考慮하여 Ω_N 의 變化에 對한 보의 動的 처짐을 考察한 것이며 그림에서 點線으로 表示된 것은 停止狀態에서 始作하여 ω_{max} 에 到達할 동안에 나타나는 各各의 境遇에서 最大 振幅만을 나타내었으며, 實線으로 나타낸 것은 ω_{max} 으로 부터 減速시키기 始作하여 停止할 때까지 나타나는 各各의 境遇에서 最大처짐 振幅을 나타낸 것이다. 또한 그림中的 a 는 $\Omega_N = 1.01, b$ 는 $\Omega_N = 1.03, c$ 는 $\Omega_N = 1.07$ 일때의 最大처짐 振幅을 나타낸 것이며 角速度 Ω_N 의 變化에 따라서 最大 처짐 振幅은 크게 變化하며 特히 最大 처짐 振幅은 角速度가 增加하는 境遇에 나타날 수도 있고 또한 減速하는 境遇에 나타날 수도 있다. 最大 처짐 振幅의 크기는 보의 危險振動數보다 낮은 領域에서 急激히 작아진다. 보의 危險振動數를 지나서 動的 最大 처짐이 最高에 到達한 以後의 처짐 振幅은 振動現象을 가져오며 Ω 가 增加하여 危險振動數에서 멀어져 갈수록 減速時의 最大 振幅은 徐徐히 振動하면서 減少하지만 加速時의 最大 振幅은 振動하지 않고 徐徐히 減少한다.

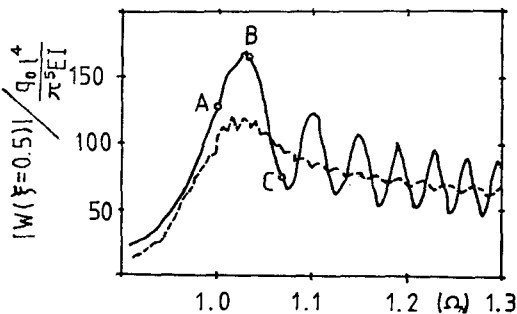


Fig. 10 Relationships between Ω_N and the ext. value of w for $N=0, \lambda \times 10^3=1.2$ and $\beta = -10^{-5}$

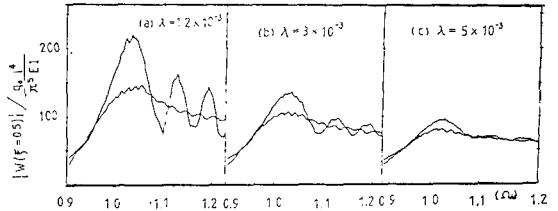


Fig. 11 Relationships between Ω_N and the max. value of $|W|$ for $N=0.4, \lambda \times 10^3=1.2, 3, 5,$ and $\beta = -10^{-5}$

固體粘性의 變化에 依한 보의 最大 처짐 振幅의 效果를 나타낸 것이 Fig. 11이다.

Fig. 11은 一定한 軸荷重($N=0.4$)을 받고 있는 狀態에서 固體粘性의 影響을 나타낸 것이며, 이때에 $\beta \times 10^5 = -1$ 로서 角加速度的 變化率이 一定한 境遇이다.

固體粘性이 增加하므로써 보의 最大 처짐은 크게 減少하며 無次元 粘性變數(λ)가 5×10^{-3} 以上이 되면 처짐 振幅은 더욱 減少하여 Ω_N 의 變化에 依한 振幅의 振動 現象은 없어지며, 軸荷重의 變化에 依한 動的 처짐은 거의 一定한 값을 나타낸다.

이런에는 軸方向의 荷重이 作用할 때 軸荷重의 效果를 考察하기 爲하여 $\lambda \times 10^3 = 2, \beta \times 10^5 = -1$ 일때 $N = 0.4, 0,$ 그리고 -0.4 일때의 보의 動的 처짐 狀態를 Fig. 12에 나타내었다.

Fig. 12는 Ω 의 變化와 軸荷重의 效果를 考察한 것으로서, 보에 軸方向의 引張力이 作用하면 動的 처짐 振幅은 Ω_N 의 變化와 함께 처짐 振動數가 增加하며 最大 처짐 振幅은 軸荷重이 作用하지 않는 境遇보다도 크게 減少한다. 보의 軸方向에 壓縮力이 作用하면 처짐 振動數는 Ω 의 變化와 함께 減少하며 다만 最大 振幅만 크게 增大하는 現象이 나타난다.

모든 Ω_N 의 變化에 對하여 固體粘性和 軸荷重을 同時에 考慮하였을 때 보의 動的 처짐을 Fig. 13에 나타내었다.

即 Fig. 13은 β 만 一定하게 하고 角速度의 變化에 依한 보의 最大 처짐과 軸荷重 및 固體粘性 效果를 함께 考慮한 境遇이다. $\beta=0$ 일 때보다 λ 의 影響을 크게 받으며, 또한 軸荷重의 效果도 $\beta=0$ 일 때보다 크게 받는다. 即 無次元 固體粘性 變數(λ)가 5×10^{-3} 以上이 되면 軸荷重의 變化에 影響을 거의 받지 않으며 그 以下가 되면 보의 動的 처짐은 急激히 上昇한다. 同時에 固體粘性이 減少하면 軸荷重의 影響을 크게 받기 때문에 보의 動的 처짐 振幅의 그 增加率이 크게 變化한다.

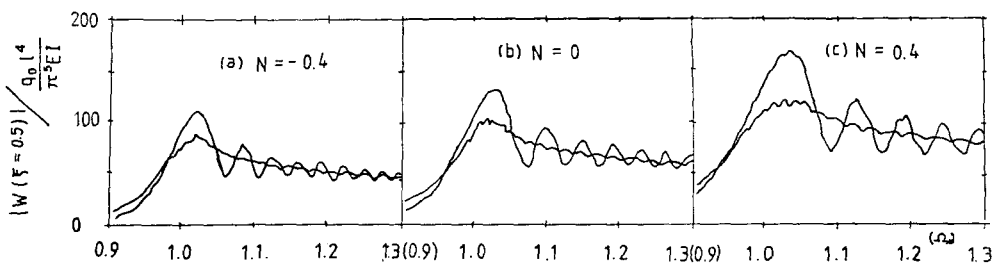


Fig. 12 Relationships between Ω_N and the max. value of $|W|$ for $N = -0.4, 0, 0.4$
 $\lambda = 2 \times 10^{-3}$ and $\beta = -10^{-5}$

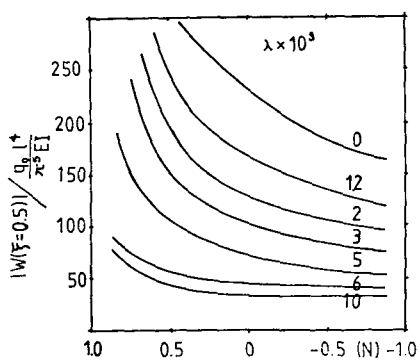


Fig. 13 Relationships between N and the ext. value of w for $\lambda \times 10^3 = 0, 1, 2, 2, 3, 5, 6, 10$
 $\beta = -10^{-5}$

4. 結 論

外力이 時間 從屬의 振動數로 作用할 時의 單純 支持보 中央點의 動的 처짐을 數值解析하여 얻은 結果는 다음과 같다.

(1) 固體粘性を 考慮한 보가 軸方向의 壓縮力을 받으면 角速度의 變化에 따라서 動的 처짐은 크게 增加하고 그 增加率은 角速度 變化率이 클수록 鈍化된다 (Fig. 2, 3, 4).

(2) 無次元化한 固動粘性變數 (λ)가 5×10^{-3} 以上이면 角速度 變化($\alpha \times 10^3 = 4$ 以上)와 軸荷重이 動的 처짐에 미치는 效果가 크게 줄어들인다 (Fig. 5, 6, 8, 12).

(3) $(\omega_{max}/\omega_1) = 1.01 \sim 1.04$ 의 領域에서 動的 最大 처짐이 나타난다 (Fig. 9, 10, 11, 12).

(4) 모든 Ω_N 에 對하여 α, β 를 同時에 考慮한 境遇의 最大 처짐이 $\beta = 0$ 인 境遇보다 크며, 또한 固體粘

性 및 軸荷重의 影響도 훨씬 더 크게 받는다 (Fig. 13).

참 고 문 헌

- (1) F.M. Lewis, Vibration During Acceleration Through a Critical Speed, Trans. of the ASME, Vol. 54, pp. 253~261, 1932
- (2) J. Ellington and H. McCallion, On Running a Machine Through its Resonant Frequency, J. of the Royal Aeronautical Society, Vol. 60, pp. 620~621, 1956
- (3) S.I. Suzuki, Dynamic Behaviour of a Beam Subjected to a Force of Time-Dependent Frequency, J. of Sound and Vibration, Vol. 57, pp. 59~64, 1978
- (4) S.I. Suzuki, Dynamic Behaviour of a Beam Subjected to a Force of Time-Dependent Frequency (continued), J. of Sound and Vibration, Vol. 60, pp. 417~422, 1978
- (5) S.I. Suzuki, Dynamic Behaviour of a Beam Subjected to a Force of Time-Dependent Frequency (Effects of Solid Viscosity and Rotatory Inertia). J. of Sound and Vibration, Vol. 62, pp. 157~164, 1979
- (6) Y.C. Fung, Foundations of Solid Mechanics, Chap. 1, pp. 20, Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1965
- (7) S. Timoshenko, D. Young and W. Weaver, Jr. Vibration Problems in Engineering, Fourth Edition Chap. 5, pp. 432, Wiley, New York, 1974